

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

УДК 624.04:620.17

К РАСЧЕТУ СТЕРЖНЯ ДВУТАВРОВОГО СЕЧЕНИЯ, ПОДКРЕПЛЕННОГО НАКЛОННЫМИ РЕБРАМИ ЖЕСТКОСТИ

канд. техн. наук, доц. **В.Н. КИСЕЛЕВ, И.Г. ЦЕЛУЙКО**
(Полоцкий государственный университет)

Демонстрируется методика построения алгоритма нахождения свободных членов системы канонических уравнений метода сил при уточненном расчете однопролетных шарнирно опертых и консольных двутавровых балок несимметричного сечения с « t » числом «противокрутильных связей». При этом исследуемый стержень (заданная система) расчленяется на ряд составляющих его полос (основная система) и рассматривается работа каждой полосы самостоятельно. Показано, что для правомерности самостоятельного рассмотрения каждой из этих полос к их смежным краям необходимо прикладывать неизвестные усилия взаимодействия, заменяющие влияния отброшенных частей.

С позиции функционального анализа поиск свободных членов $\Delta_{i,K(x)}$ системы канонических уравнений методом итераций представляет собой определение неподвижной точки $\Delta_{0,K(x)}$ евклидова пространства Δ (пространства перемещений) при его отображении в себя. Определение последовательных приближений $\Delta_{i,K(x)}$, сводящихся к неподвижной точке $\Delta_{0,K(x)}$, можно производить исходя из любого элемента $\Delta_{K(x)} \in \Delta$. Выбор элемента будет сказываться лишь на скорости сходимости к своему пределу $\Delta_{0,K(x)}$. Причем известно, что « n » – решение системы канонических уравнений метода сил $A \cdot X = G^1$ через начальное приближение $X^{(0)}$ выразится следующим образом:

$$X^{(n)} = B^{(n)} \cdot X^{(0)} + (E^1 + B + \dots + B^{(n-1)}) \cdot G^1, \quad (1)$$

где E^1 – единичная матрица; A – матрица коэффициентов системы; G^1 – столбец свободных членов; $B = E^1 - A$; X – столбец, элементами которого являются значения неизвестных.

Вопрос сжимаемости арифметического n -мерного пространства, которое представляет система канонических уравнений, здесь не рассматривается, но многочисленные числовые решения такого типа задач показывают, что итерационный процесс сходится, и весьма быстро.

Пусть имеется двутавровый стержень несимметричного сечения (рис. 1) с « t » числом наклонных ребер жесткости в виде листовых диафрагм толщиной δ_{p1} и δ_{2p1} , установленных с обеих сторон от стенки балки под углом α_{p1} и α_{2p1} , обеспечивающих бимоментные связи, противодействующие деформации сечения, и нагруженный равномерно распределенным крутящим моментом интенсивностью m_{kp} (рис. 1, б).

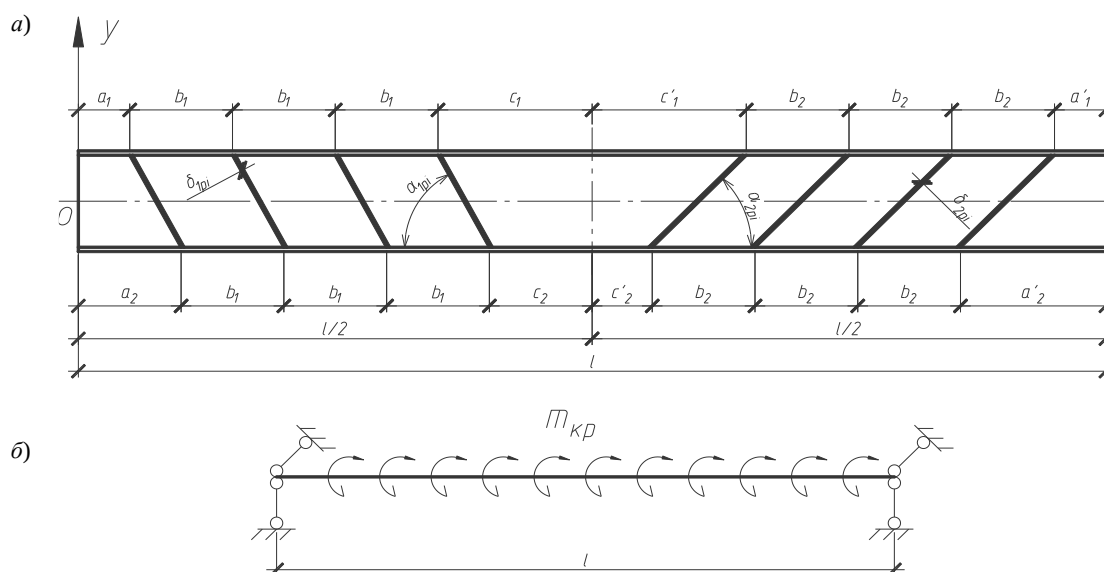


Рис. 1. Двутавровый стержень

Решая дифференциальное уравнение равновесия

$$EJ_{\omega} \cdot \theta^{IV}(x) - EJ_d \cdot \theta''(x) - m_{sp}(x) = 0$$

методом начальных параметров и используя принцип независимости действия сил, определим функции углов закручивания $\theta_j(x)$ и меру деформации сечения $\theta'(x)$.

При этом необходимо отметить, что решение задачи при данном расположении наклонных ребер жесткости будет зависеть от шага последних, угла наклона геометрических размеров ребер.

Для варианта, представленного на рисунке 1, а, будем иметь

$$\frac{h_0}{tg\alpha_{pi}} < b_1 < \frac{\frac{l}{2} - (a_1 + c_1)}{\frac{t}{2} - 1},$$

$$\frac{h_0}{tg\alpha_{2pi}} < b_2 < \frac{\frac{l}{2} - (a_1^1 + c_1^1)}{\frac{t}{2} - 1},$$

$$b_1 = b_2 = b;$$

$$\text{для } j = 2, 4, 6, \dots, t; \quad a_1 + \left(\frac{j}{2} - 1\right)b < x < a_2 + \left(\frac{j}{2} - 1\right)b$$

$$\begin{aligned} \theta_j(x) = & \frac{1}{kGJ_{\alpha}} \left\{ \sum_{i=1}^{\frac{j}{2}-1} \left\{ M_{i,(n-1)}^0 \left[k(1 - \alpha_{1,i})(l - x) - v_{1,i} shk(l - x) \right] + M_{i,(n-1)} kr_1 \left[\frac{l - x}{l} - \xi_{1,i} shk(l - x) \right] + \right. \right. \\ & + M_{i,(n-1)}^1 \left[k(1 - \alpha_{2,i})(l - x) - v_{2,i} shk(l - x) \right] + \overline{M}_{i,(n-1)} kr_2 \left[\frac{l - x}{l} - \xi_{2,i} shk(l - x) \right] + \\ & + M_{\frac{j}{2},(n-1)}^0 \left[k \left(1 - \alpha_{1,\frac{j}{2}} \right) (l - x) - v_{1,\frac{j}{2}} shk(l - x) \right] + M_{\frac{j}{2},(n-1)} kr_1 \left[\frac{l - x}{l} - \xi_{2,\frac{j}{2}} shk(l - x) \right] + \\ & + M_{\frac{j}{2},(n-1)}^1 \left[k \alpha_{2,\frac{j}{2}} x - \beta_{2,\frac{j}{2}} shkx \right] + \overline{M}_{\frac{j}{2},(n-1)} kr_2 \left[\frac{x}{l} - \eta_{2,\frac{j}{2}} shkx \right] \left. \right\} + \\ & + \sum_{i=\frac{j}{2}+1}^{\frac{t}{2}} \left[M_{i,(n-1)}^0 \left[k \alpha_{1,i} x - \beta_{1,i} shkx \right] + M_{i,(n-1)} kr_1 \left[\frac{x}{l} - \eta_{1,i} shkx \right] + \right. \\ & + \left. M_{i,(n-1)}^1 \left[k \alpha_{2,i} x - \beta_{2,i} shkx \right] + \overline{M}_{i,(n-1)} kr_2 \left[\frac{x}{l} - \eta_{2,i} shkx \right] + \right. \\ & + \sum_{i=\frac{t}{2}+1}^t \left[M_{i,(n-1)}^0 \left[k \gamma_{1,i} x - \varepsilon_{1,i} shkx \right] + M_{i,(n-1)}^1 \left[k \gamma_{2,i} x - \varepsilon_{2,i} shkx \right] - \right. \\ & \left. \left. - M_{i,(n-1)} kr_1 \left[\frac{x}{l} - \lambda_{1,i} shkx \right] - \overline{M}_{i,(n-1)} kr_2 \left[\frac{x}{l} - \lambda_{2,i} shkx \right] \right] \right\} + \theta_0(x); \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
\theta'_j(x) = & \frac{1}{GJ_\alpha} \left\{ \sum_{i=1}^{\frac{j-1}{2}} \left\{ M_{i,(n-1)}^0 [\alpha_{1,i} - v_{1,i} chk(l-x) - 1] + M_{i,(n-1)} r_1 \left[k\xi_{1,i} chk(l-x) - \frac{1}{l} \right] + \right. \right. \\
& + M_{i,(n-1)}^1 [\alpha_{2,i} - v_{2,i} chk(l-x) - 1] + \overline{M}_{i,(n-1)} r_2 \left[k\xi_{2,i} chk(l-x) - \frac{1}{l} \right] \Big\} + \\
& + M_{\frac{j}{2},(n-1)}^0 \left[\alpha_{1,\frac{j}{2}} - v_{1,\frac{j}{2}} chk(l-x) - 1 \right] + M_{\frac{j}{2},(n-1)}^1 \left[\alpha_{2,\frac{j}{2}} - \beta_{2,\frac{j}{2}} chkx \right] + \\
& + M_{\frac{j}{2},(n-1)} r_1 \left[k\xi_{1,\frac{j}{2}} chk(l-x) - \frac{1}{l} \right] + \overline{M}_{\frac{j}{2},(n-1)} r_2 \left[\frac{1}{l} - k\eta_{2,\frac{j}{2}} chkx \right] + \\
& + \sum_{i=\frac{j}{2}+1}^{\frac{t}{2}} \left[M_{i,(n-1)}^0 [\alpha_{1,i} - \beta_{1,i} chkx] + M_{i,(n-1)}^1 [\alpha_{2,i} - \beta_{2,i} chkx] + \right. \\
& + M_{i,(n-1)} r_1 \left[\frac{1}{l} - k\eta_{1,i} chkx \right] + \overline{M}_{i,(n-1)} r_2 \left[\frac{1}{l} - k\eta_{2,i} chkx \right] + \\
& + \sum_{i=\frac{t}{2}+1}^t \left[M_{i,(n-1)}^0 [\gamma_{1,i} - \varepsilon_{1,i} chkx] + M_{i,(n-1)}^1 [\gamma_{2,i} - \varepsilon_{2,i} chkx] - \right. \\
& \left. \left. - M_{i,(n-1)} r_1 \left[\frac{1}{l} - k\lambda_{1,i} chkx \right] - \overline{M}_{i,(n-1)} r_2 \left[\frac{1}{l} - k\lambda_{2,i} chkx \right] \right] \right\} + \theta'_0(x);
\end{aligned} \tag{3}$$

для $j=1$; $0 < x < a_1$,

$$j=3, 5, 7, \dots, (t-1); \quad a_2 + \frac{j-3}{2}b < x < a_1 + \frac{j-1}{2}b$$

$$\begin{aligned}
\theta_j(x) = & \frac{1}{kGJ_\alpha} \left\{ \sum_{i=1}^{j-1} \left\{ M_{i,(n-1)}^0 [k(1-\alpha_{1,i})(l-x) - v_{1,i} shk(l-x)] + M_{i,(n-1)} kr_1 \left[\frac{l-x}{l} - \xi_{1,i} shk(l-x) \right] + \right. \right. \\
& + M_{i,(n-1)}^1 [k(1-\alpha_{2,i})(l-x) - v_{2,i} shk(l-x)] + \overline{M}_{i,(n-1)} kr_2 \left[\frac{l-x}{l} - \xi_{2,i} shk(l-x) \right] + \\
& + \sum_{i=\frac{j+1}{2}}^{\frac{t}{2}} \left[M_{i,(n-1)}^0 [k\alpha_{1,i}x - \beta_{1,i} shkx] + M_{i,(n-1)} kr_1 \left[\frac{x}{l} - \eta_{1,i} shkx \right] + \right. \\
& + \left[M_{i,(n-1)}^1 [k\alpha_{2,i}x - \beta_{2,i} shkx] + \overline{M}_{i,(n-1)} kr_2 \left[\frac{x}{l} - \eta_{2,i} shkx \right] + \right. \\
& + \sum_{i=\frac{t}{2}+1}^t \left[M_{i,(n-1)}^0 [k\gamma_{1,i}x - \varepsilon_{1,i} shkx] + M_{i,(n-1)}^1 [k\gamma_{2,i}x - \varepsilon_{2,i} shkx] - \right. \\
& \left. \left. - M_{i,(n-1)} kr_1 \left[\frac{x}{l} - \lambda_{1,i} shkx \right] - \overline{M}_{i,(n-1)} kr_2 \left[\frac{x}{l} - \lambda_{2,i} shkx \right] \right] \right\} + \theta_0(x);
\end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
\theta'_j(x) = & \frac{1}{GJ_\alpha} \left\{ \sum_{i=1}^{\frac{j-1}{2}} \left\{ M_{i,(n-1)}^0 [\alpha_{1,i} - v_{1,i} \operatorname{chk}(l-x) - 1] + M_{i,(n-1)} r_1 \left[k \xi_{1,i} \operatorname{chk}(l-x) - \frac{1}{l} \right] + \right. \right. \\
& + M_{i,(n-1)}^1 [\alpha_{2,i} - v_{2,i} \operatorname{chk}(l-x) - 1] + \overline{M}_{i,(n-1)} r_2 \left[k \xi_{2,i} \operatorname{chk}(l-x) - \frac{1}{l} \right] + \\
& + \sum_{i=\frac{j+1}{2}}^{\frac{l}{2}} \left[M_{i,(n-1)}^0 [\alpha_{1,i} - \beta_{1,i} \operatorname{chk}x] + M_{i,(n-1)}^1 [\alpha_{2,i} - \beta_{2,i} \operatorname{chk}x] + \right. \\
& + M_{i,(n-1)} r_1 \left[\frac{1}{l} - k \eta_{1,i} \operatorname{chk}x \right] + \overline{M}_{i,(n-1)} r_2 \left[\frac{1}{l} - k \eta_{2,i} \operatorname{chk}x \right] + \\
& + \sum_{i=\frac{l}{2}+1}^t \left[M_{i,(n-1)}^0 [\gamma_{1,i} - \varepsilon_{1,i} \operatorname{chk}x] + M_{i,(n-1)}^1 [\gamma_{2,i} - \varepsilon_{2,i} \operatorname{chk}x] - \right. \\
& \left. \left. - M_{i,(n-1)} r_1 \left[\frac{1}{l} - k \lambda_{1,i} \operatorname{chk}x \right] - \overline{M}_{i,(n-1)} r_2 \left[\frac{1}{l} - k \lambda_{2,i} \operatorname{chk}x \right] \right] \right\} + \theta'_0(x),
\end{aligned} \tag{5}$$

где

$$\theta_0(x) = \frac{m_{kp}}{k^2 GJ_\alpha} \left[\frac{k^2 x(l-x)}{2} + \frac{\operatorname{chk}(0,5l-x)}{\operatorname{ch}0,5kl} - 1 \right],$$

$$\theta'_0(x) = \frac{m_{kp}}{k GJ_\alpha} \left[\frac{k^2 x(l-x/2)}{2} + \frac{\operatorname{shk}(0,5l-x)}{\operatorname{ch}0,5kl} \right],$$

$$M_{i,(n-1)}^0 = x_{i,(n-1)}^0 \cdot r_1, \quad M_{i,(n-1)}^1 = x_{i,(n-1)}^1 \cdot r_2.$$

Здесь $x_{i,(n-1)}^0$, $x_{i,(n-1)}^1$ – $(n-1)$ – решение системы соответственно для верхнего и нижнего поясов балки [1; 2].

Гиперболотригонометрические функции, входящие в выражения (2) – (5), имеют вид:

$$\begin{aligned}
\alpha_{f,i} &= \frac{l - (a_f + (i-1)b)}{l}, \quad \gamma_{f,i} = \frac{l - (a_f + (i-2)b + c_1 + c'_1)}{l}, \\
\beta_{f,i} &= \frac{\operatorname{shk}\{l - (a_f + (i-1)b)\}}{\operatorname{shkl}}, \quad \eta_{f,i} = \frac{\operatorname{chk}\{l - (a_f + (i-2)b)\}}{\operatorname{shkl}}, \\
v_{f,i} &= \frac{\operatorname{shk}(a_f + (i-1)b)}{\operatorname{shkl}}, \quad \xi_{f,i} = \frac{\operatorname{chk}(a_f + (i-1)b)}{\operatorname{shkl}}, \quad \varepsilon_{f,i} = \frac{\operatorname{shk}\{l - (a_f + (i-2)b + c_1 + c'_1)\}}{\operatorname{shkl}}, \\
\lambda_{f,i} &= \frac{\operatorname{chk}\{l - (a_f + (i-2)b + c_1 + c'_1)\}}{\operatorname{shkl}}, \quad \zeta_{f,i} = \frac{\operatorname{chk}(a_f + (i-2)b + c_1 + c'_1)}{\operatorname{shkl}},
\end{aligned}$$

в которых

$$a_f = a_0 \mp \frac{r_f}{\operatorname{tg} \alpha_{pi}}; \quad c_f = \frac{l}{2} - \left[a_0 + \left(\frac{t}{2} - 1 \right) b \right] \pm \frac{r_f}{\operatorname{tg} \alpha_{pi}}; \quad c'_f = \frac{l}{2} - \left[a'_0 + \left(\frac{t}{2} - 1 \right) b \right] \pm \frac{r_f}{\operatorname{tg} \alpha_{2pi}}; \tag{6}$$

f – принимает последовательно значения 1 и 2; a_0 , (a'_0) – рассмотрение от левого (правого) конца исследуемого стержня до первой «противокрутильной связи», отсчитываемое по нейтральной оси; r_f – координаты центра изгиба.

Причем верхний знак перед коэффициентами $\frac{r_f}{tg\alpha_{pi}}$ и $\frac{r_f}{tg\alpha_{2pi}}$ в выражениях (6) имеет место при $f = 1$, нижний – при $f = 2$, а координаты центра изгиба (в данном случае рассматривается одна координата, так как сечение симметрично относительно оси OY) определяются по формулам:

$$r_1 = \frac{S_{\omega_B x}}{J_y} = \frac{\int \omega_B \cdot x \cdot dx}{J_y}, \quad r_2 = h_0 + \left(\frac{\delta_{n,n}}{2} + \frac{\delta_{6,n}}{2} \right) - r_1,$$

где $S_{\omega_B x}$ – секториальный статический момент.

Практически для определения координаты r_1 принимаем центр тяжести верхнего горизонтального листа за полюс отсчета.

Строим эпюры секториальных координат ω с выбранным полюсом и линейных координат x .

Интегрируя эти две эпюры, будем иметь

$$r_1 = -\frac{h \cdot b^3 \cdot \delta_{n,n}}{12y}, \quad \text{или} \quad r_1 = -\frac{J_{yn,n}}{J_y} \cdot h.$$

Знак минус указывает на то, что искомую координату следует отложить от полюса B по отрицательному направлению OY . Подставляя значения углов закручивания в известную формулу [1; 2]

$$K_j(x) = \frac{M_x - GJ_d \frac{d\theta(x)}{dx}}{h_0}$$

и проведя некоторые преобразования, получим равнодействующую секториальных касательных напряжений τ_ω – перерезывающую силу $K_j(x)$ в виде

$$K_j(x) = \frac{1}{h_0} \left(\frac{m_{kp} \cdot l}{2} - A_j ch kx - B_j ch(l-x) + \frac{m_{kp}}{kch0,5kl} \cdot shk \left(\frac{l}{2} - x \right) + F_j - C_j \right). \quad (7)$$

Коэффициенты A_j, B_j, C_j, F_j , входящие в выражение (7), определяются по формулам (8):

для $j = 2, 4, 6, \dots, t$

$$\begin{aligned} A_j = & - \left\{ \sum_{i=\frac{j}{2}+1}^{\frac{t}{2}} \left[M_{i,(n-1)}^0 \cdot \beta_{1,i} + M_{i,(n-1)}^1 \cdot \beta_{2,i} + k \left(M_{i,(n-1)} \cdot r_1 \cdot \eta_{1,i} + \overline{M}_{i,(n-1)} \cdot r_2 \cdot \eta_{2,i} \right) \right] + \right. \\ & \left. + \sum_{i=\frac{t}{2}+1}^t \left[M_{i,(n-1)}^0 \cdot \varepsilon_{1,i} + M_{i,(n-1)}^1 \cdot \varepsilon_{2,i} + k \left(M_{i,(n-1)} \cdot r_1 \cdot \lambda_{1,i} + \overline{M}_{i,(n-1)} \cdot r_2 \cdot \lambda_{2,i} \right) \right] + M_{\frac{j}{2},(n-1)}^1 \cdot \beta_{2,\frac{j}{2}} + \overline{M}_{\frac{j}{2},(n-1)} \cdot k \cdot r_2 \cdot \eta_{2,\frac{j}{2}} \right\}, \\ B_j = & \sum_{i=1}^{\frac{j}{2}-1} \left[M_{i,(n-1)}^0 \cdot v_{1,i} + M_{i,(n-1)}^1 \cdot v_{2,i} + k \left(M_{i,(n-1)} \cdot r_1 \cdot \xi_{1,i} + \overline{M}_{i,(n-1)} \cdot r_2 \cdot \xi_{2,i} \right) \right] + M_{\frac{j}{2},(n-1)}^0 \cdot v_{1,\frac{j}{2}} + M_{\frac{j}{2},(n-1)} \cdot k \cdot r_1 \cdot \xi_{2,\frac{j}{2}}, \\ F_j = & M_{A,(n-1)} - \sum_{i=1}^{\frac{j}{2}-1} \left(M_{i,(n-1)}^0 + M_{i,(n-1)}^1 \right) - M_{\frac{j}{2},(n-1)}^0, \\ C_j = & \left\{ \sum_{i=1}^{\frac{j}{2}-1} \left[M_{i,(n-1)}^0 \cdot (\alpha_{1,i} - 1) + M_{i,(n-1)}^1 \cdot (\alpha_{2,i} - 1) - \frac{1}{l} \left(M_{i,(n-1)} \cdot r_1 + \overline{M}_{i,(n-1)} \cdot r_2 \right) \right] + \right. \\ & + M_{\frac{j}{2},(n-1)}^0 \cdot (\alpha_{1,\frac{j}{2}} - 1) + M_{\frac{j}{2},(n-1)}^1 \cdot \alpha_{2,\frac{j}{2}} - \frac{1}{l} \left(M_{i,(n-1)} \cdot r_1 + \overline{M}_{i,(n-1)} \cdot r_2 \right) \sum_{i=\frac{j}{2}+1}^{\frac{t}{2}} \left[M_{i,(n-1)}^0 \cdot \alpha_{1,i} + M_{i,(n-1)}^1 \cdot \alpha_{2,i} + \frac{1}{l} \left(M_{i,(n-1)} \cdot r_1 + \overline{M}_{i,(n-1)} \cdot r_2 \right) \right] + \\ & \left. + \sum_{i=\frac{t}{2}+1}^t \left[M_{i,(n-1)}^0 \cdot \gamma_{1,i} + M_{i,(n-1)}^1 \cdot \gamma_{2,i} - \frac{1}{l} \left(M_{i,(n-1)} \cdot r_1 + \overline{M}_{i,(n-1)} \cdot r_2 \right) \right] + \frac{m_{kp} l}{2}, \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

в которых $M_{A,(n-1)}$ – реактивный изгибающий момент.

Тогда получаем изгибающий момент и поперечную силу в верхнем и нижнем поясах исследуемой балки

$$Q_j(x) = K_j(x),$$

$$M_j(x) = \frac{1}{h_0} \left\{ m_{kp} \left[\frac{l \cdot x}{2} - \frac{1}{k^2 ch 0,5kl} \cdot ch k \left(\frac{l}{2} - x \right) \right] - \frac{1}{k} [A_j shx - B_j shk(l-x)] + (F_j - C_j)x \right\} + D_j, \quad (9)$$

где D_j – константа интегрирования, имеющая вид:

$$D_j = \frac{1}{k^2 \cdot h} (m_{kp} - k \cdot B_1 \cdot shkl),$$

$$D_j = \frac{1}{h} \left\{ (F_{j-1} - F_j + C_j - C_{j-1}) \cdot x + \frac{1}{k} [(A_j - A_{j-1}) \cdot shkx - (B_j - B_{j-1}) \cdot shk(l-x)] \right\} + D_{j-1}, \quad j = 2, 3, 4, \dots, 2t+1. \quad (10)$$

В выражении (10) x принимает значение абсцисс краевых точек участков балки, на которые ее делят «противокрутильные связи».

После преобразований (10) будем иметь для $j = 2, 4, 6, \dots, t$

$$D_j = \frac{1}{h_0} \sum_{i=1}^{\frac{j}{2}} \left\{ [(C_{2i} - F_{2i}) - (C_{2i-1} - F_{2i-1})] (1 - \alpha_{1,i}) l + \frac{shkl}{k} [(A_{2i} - A_{2i-1}) \cdot v_{1,i} - (B_{2i} - B_{2i-1}) \cdot \beta_{1,i}] \right\} +$$

$$+ \frac{1}{h_0} \sum_{i=1}^{\frac{j-1}{2}} \left\{ [(C_{2i+1} - F_{2i+1}) - (C_{2i} - F_{2i})] (1 - \alpha_{2,i}) l + \frac{shkl}{l} [(A_{2i+1} - A_{2i}) \cdot v_{2,i} - (B_{2i+1} - B_{2i}) \cdot \beta_{2,i}] \right\} + \frac{1}{k^2 \cdot h} (m_{kp} - B_1 k \cdot shkl).$$

Аналогично получаем выражения для $j = 3, 5, 7, \dots, (t+1)$,

$$j = (t+2), (t+4), (t+6), \dots, 2t,$$

$$j = (t+1), (t+3), (t+5), \dots, (2t+1).$$

Удельные изгибающие моменты и поперечные силы в поясах балки от единичных усилий

$$\bar{x}_i = 1, \quad \bar{x}_{\frac{t}{2}+1} = 1, \quad \bar{x}_{t+i} = 1, \quad \bar{x}_{\frac{3t}{2}+1} = 1$$

при данных граничных условиях и принятом правиле знаков получаем:

$$\left. \begin{aligned} \bar{M}_{1,f,i} &= -\alpha_{f,i} x \\ \bar{M}_{2,f,i} &= -(1 - \alpha_{f,i})(l - x) \\ \bar{Q}_{1,f,i} &= -\alpha_{f,i} \\ \bar{Q}_{2,f,i} &= 1 - \alpha_{f,i} \end{aligned} \right\} i = 1, 2, 3, \dots, \frac{t}{2}, \quad \left. \begin{aligned} \bar{M}_{2,f,i} &= -(1 - \delta_{f,i})(l - x) \\ \bar{Q}_{1,f,i} &= -\delta_{f,i} \\ \bar{Q}_{2,f,i} &= 1 - \delta_{f,i} \end{aligned} \right\} i = \left(\frac{t}{2} + 1 \right), \left(\frac{t}{2} + 2 \right), \dots, t, \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{M}_{1,f,i} &= \pm \frac{1}{l} x \\ \bar{M}_{2,f,i} &= \pm \frac{l-x}{l} \\ \bar{Q}_{f,i} &= \pm \frac{1}{l} \end{aligned} \right\} i = (t+1), (t+2), \dots, 2t.$$

Употребляемые здесь значения 1 или 2, поставленные справа снизу при $\bar{M}_i$ и $\bar{Q}_i$, указывают на номер участка ломаной эпюры вышеназванных моментов и поперечных сил (первой или второй), f – в каком поясе балки определяются данные силовые факторы, а именно, если $f = 1$, то в верхнем, а если $f = 2$, в нижнем.

Знаки в (11) принимаются следующим образом:

при $i = (t+1), (t+2), (t+3), \dots, \frac{3t}{2}$ перед $\frac{1}{l} x$, $\frac{l-x}{l}$, $\frac{1}{l}$ необходимо поставить верхние знаки, а при $i = \left(\frac{3t}{2} + 1 \right), \left(\frac{3t}{2} + 2 \right), \left(\frac{3t}{2} + 3 \right), \dots, 2t$ – нижние.

Подставляя (9), (10) и (11) в формулу [2]

$$|z_i^{(n)} - z_i^{(n-1)}| \leq \varepsilon_1,$$

$$|y_i^{(n)} - y_i^{(n-1)}| \leq \varepsilon_1$$

и преобразуя, получаем свободные члены системы соответственно для верхнего и нижнего поясов исследуемой балки.

Для верхнего пояса:

$$i = 1, 2, 3, \dots, \frac{t}{2}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{i,K(x)} = & \left(\frac{1}{h_0} - \chi_{1,i} \right) \cdot \left\{ \int_0^{a_1} \Phi_{1,1}(x) dx + \sum_{m=1}^{i-1} \left[\int_{\vartheta_{1,m}}^{\vartheta_{2,m}} \Phi_{1,2m}(x) dx + \int_{\vartheta_{2,m}}^{\vartheta_{1,m+b}} \Phi_{1,(2m+1)}(x) dx \right] \right\} + \\ & + \chi_{1,i} \left[\sum_{m=i}^{\frac{t}{2}-1} \int_{\vartheta_{2,m}}^{\vartheta_{1,m+b}} T_{1,(2m+1)}(x) dx + \sum_{m=i}^{\frac{t}{2}} \int_{\vartheta_{1,m}}^{\vartheta_{2,m}} T_{1,2m}(x) dx + \int_{\frac{l}{2}-c_2}^{\frac{l}{2}+c_2'} T_{1,(t+1)}(x) dx + \right. \\ & \left. + \sum_{m=\frac{t}{2}+1}^{t-1} \int_{u_{1,m}}^{u_{2,m+b}} T_{1,(2m+1)}(x) dx + \sum_{m=\frac{t}{2}}^t \int_{u_{1,m}}^{u_{1,m}} T_{1,2m}(x) dx + \int_{a_1+(t-2)b+c_1+c_1'}^l T_{1,(t+1)}(x) dx \right], \\ i = & \left(\frac{t}{2} + 1 \right), \left(\frac{t}{2} + 2 \right), \left(\frac{t}{2} + 3 \right), \dots, t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{i,K(x)} = & \left(\frac{1}{h_0} - \rho_{1,i} \right) \cdot \left[\int_0^{a_1} \Phi_{1,1}(x) dx + \sum_{m=1}^{\frac{t}{2}} \int_{\vartheta_{1,m}}^{\vartheta_{2,m}} \Phi_{1,2m}(x) dx + \sum_{m=1}^{\frac{t}{2}-1} \int_{\vartheta_{2,m}}^{\vartheta_{1,m+b}} \Phi_{1,(2m+1)}(x) dx + \right. \\ & \left. + \int_{\frac{l}{2}-c_2}^{\frac{l}{2}+c_2'} \Phi_{1,(t+1)}(x) dx + \sum_{m=\frac{t}{2}+1}^i \int_{u_{1,m}}^{u_{1,m}} \Phi_{1,2m}(x) dx + \sum_{m=\frac{t}{2}}^{i-1} \int_{u_{1,m}}^{u_{2,m+b}} \Phi_{1,(2m+1)}(x) dx \right] + \\ & + \rho_{1,i} \left[\sum_{m=i+1}^t \int_{u_{2,m}}^{u_{1,m}} T_{1,2m}(x) dx + \sum_{m=i}^{t-1} \int_{u_{1,m}}^{u_{1,m+b}} T_{1,(2m+1)}(x) dx + \int_{a_1+(t-2)b+c_1+c_1'}^l T_{1,(2t+1)}(x) dx \right]. \end{aligned}$$

Для нижнего пояса:

$$i = 1, 2, 3, \dots, \frac{t}{2}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{i,K(x)} = & \left(\frac{1}{h_0} - \chi_{2,i} \right) \cdot \left[\int_0^{a_1} \Phi_{2,1}(x) dx + \left[\sum_{m=1}^{i-1} \int_{\vartheta_{2,m}}^{\vartheta_{1,m+b}} \Phi_{1,(2m+1)}(x) dx + \int_{\vartheta_{1,m}}^{\vartheta_{2,m}} \Phi_{2,2m}(x) dx \right] \right] + \\ & + \chi_{2,i} \left[\sum_{m=i}^{\frac{t}{2}-1} \int_{\vartheta_{2,m}}^{\vartheta_{1,m+b}} T_{2,(2m+1)}(x) dx + \sum_{m=i+1}^{\frac{t}{2}} \int_{\vartheta_{1,m}}^{\vartheta_{2,m}} T_{2,2m}(x) dx + \int_{\frac{l}{2}-c_2}^{\frac{l}{2}+c_2'} T_{2,(t+1)}(x) dx + \right. \\ & \left. + \sum_{m=\frac{t}{2}+1}^t \int_{u_{2,m}}^{u_{1,m}} T_{2,2m}(x) dx + \sum_{m=\frac{t}{2}}^{t-1} \int_{u_{2,m}}^{u_{1,m+b}} T_{2,(2m+1)}(x) dx + \int_{a_1+(t-2)b+c_1+c_1'}^l T_{2,(2t+1)}(x) dx \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
i &= \left(\frac{t}{2}+1\right), \left(\frac{t}{2}+2\right), \left(\frac{t}{2}+3\right), \dots, t \\
\Delta_{i,K(x)} &= \left(\frac{1}{h_0} - \rho_{2,i}\right) \cdot \left\{ \int_0^{a_i} \Phi_{2,1}(x) dx + \sum_{m=1}^{\frac{t-1}{2}} \int_{\vartheta_{2,m}}^{\frac{t-1}{2} \vartheta_{1,m}+b} \Phi_{2,(2m+1)}(x) dx + \sum_{m=1}^{\frac{t}{2}} \int_{\vartheta_{1,m}}^{\vartheta_{2,m}} \Phi_{2,2m}(x) dx + \right. \\
&+ \int_{\frac{l}{2}-c_2}^{\frac{l}{2}+c'_2} \Phi_{2,(t+1)}(x) dx + \sum_{m=\frac{t}{2}+1}^{i-1} \left[\int_{u_{2,m}}^{u_{1,m}} \Phi_{2,2m}(x) dx + \int_{u_{1,m}}^{u_{2,m}+b} \Phi_{2,(2m+1)}(x) dx \right] \Bigg\} + \\
&+ \rho_{2,i} \left[\sum_{m=i}^{t-1} \int_{u_{1,m}}^{u_{2,m}+b} T_{2,(2m+1)}(x) dx + \sum_{m=i}^t \int_{u_{2,m}}^{u_{1,m}} T_{2,2m}(x) dx + \int_{a_1+(t-2)b+c_1+c'_1}^l T_{2,(2t+1)}(x) dx \right], \\
\Phi_{1,3}(x) &= - \left[\frac{x \cdot M_3(x)}{EJ_{y\delta.n.}} + \mu \frac{Q_3(x)}{GF_{\delta.n.}} \right], \quad \Phi_{2,3}(x) = - \left[\frac{x \cdot M_3(x)}{EJ_{yH.n.}} + \mu \frac{Q_3(x)}{GF_{H.n.}} \right], \\
T_{1,3}(x) &= - \left[\frac{(l-x) \cdot M_3(x)}{EJ_{y\delta.n.}} + \mu \frac{Q_3(x)}{GF_{\delta.n.}} \right], \quad T_{2,3}(x) = - \left[\frac{(l-x) \cdot M_3(x)}{EJ_{yH.n.}} + \mu \frac{Q_3(x)}{GF_{H.n.}} \right],
\end{aligned}$$

где $\chi_{f,i} = (1 - \alpha_{f,i}) \frac{1}{h_0}$; $\rho_{f,i} = (1 - \delta_{f,i}) \frac{1}{h_0}$; $\vartheta_{f,m} = a_f + (m-1)b$; $u_{f,m} = a_f + (m-2)b + c_f + c'_f$; $J_{y\delta.n.}, F_{\delta.n.}, J_{yH.n.}, F_{H.n.}$ – соответственно экваториальные моменты инерции и площади сечения верхнего и нижнего поясов балки, коэффициенты f и S принимают последовательно значения:

$$f = 1, \quad f = 2, \quad S = 2m, \quad S = 2m+1.$$

При программировании итерационного процесса наиболее удобно функции свободных членов представлять в виде подстановки:

$$\Delta_{i,K(x)} = \int_{a_i}^{b_i} f(x) dx = \left| F_i(x) \right|_{a_i}^{b_i} = F_i(b_i) - F_i(a_i). \quad (12)$$

Так, например, если балка с «противокрутильными связями» представляет собой симметричную систему, а именно тонкостенный стержень, усиленный симметрично расположенными ребрами жесткости, симметричный относительно нагрузки и условий на концах, то функцию $F_i(x)$ можно представить:

- для верхнего пояса при $i = 1, 2, 3, \dots, \frac{t}{2}$

$$\begin{aligned}
F_i(x) &= \frac{1}{h_0} \sum_{j=1}^{2i-1} [R_{1,j}(x) + R_{2,j}(x)] + \chi_{1,i} \left\{ \sum_{j=2i}^{2t+1} R_{3,j}(x) - \sum_{j=1}^{2t+1} [R_{1,j}(x) + R_{2,j}(x)] \right\}, \\
F_{(t+i)}(x) &= \frac{1}{h_0 l} \left\{ \sum_{j=2i}^{2t+1} R_{3,j}(x) - \sum_{j=1}^{2t+1} [R_{1,j}(x) + R_{2,j}(x)] \right\};
\end{aligned}$$

- для нижнего пояса при таких же значениях i

$$\begin{aligned}
F_i(x) &= \frac{1}{h_0} \sum_{j=1}^{2i} [R_{1,j}(x) + R_{2,j}(x)] + \chi_{2,i} \left\{ \sum_{j=2i+1}^{2t+1} R_{3,j}(x) - \sum_{j=1}^{2t+1} [R_{1,j}(x) + R_{2,j}(x)] \right\}, \\
F_{(t+i)}(x) &= \frac{1}{h_0 l} \left\{ \sum_{j=2i+1}^{2t+1} R_{3,j}(x) - \sum_{j=1}^{2t+1} [R_{1,j}(x) + R_{2,j}(x)] \right\},
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
R_{1,j}(x) &= \frac{1}{EJ_{y\delta.n.}(H.n.)} \left\{ \frac{x^3}{6} \left[m_{kp} \cdot l + 2(F_j - G_j) - \frac{3h_0 D_j}{k^2 x} \right] - \right. \\
&- \frac{1}{k^2} \left[A_j(xchkx - \frac{1}{k}chkx) + B_j(xchk(l-x) + \frac{1}{k}chk(l-x)) - \frac{m_{kp}}{kch0,5kl} \left[xshk\left(\frac{l}{2} - x\right) + \frac{1}{k}chk\left(\frac{l}{2} - x\right) \right] \right] \Bigg\},
\end{aligned}$$

$$R_{2,j}(x) = \frac{\mu}{GF_{\text{в.н.}}(н.н.)} \left\{ x \left(\frac{m_{\text{кр.}} l}{2} + F_j - G_j \right) - \frac{1}{k} \left[A_j \operatorname{sh} kx - B_j \operatorname{sh} k(l-x) + \frac{m_{\text{кр.}}}{kch0,5kl} \operatorname{ch} k \left(\frac{l}{2} - x \right) \right] \right\},$$

$$R_{3,j}(x) = \frac{1}{EJ_{\text{в.н.}}(н.н.)} \left\{ \frac{l x^3}{4} \left[m_{\text{кр.}} l + 2(F_j - G_j) + \frac{4h_0 D_j}{x} \right] - \frac{l}{k^2} \left[A_j \operatorname{ch} kx + B_j \operatorname{ch} k(l-x) - \frac{m_{\text{кр.}}}{kch0,5kl} \operatorname{sh} k \left(\frac{l}{2} - x \right) \right] \right\}.$$

Предел b_i и a_i подстановки (19) принимают значения абсцисс краевых точек участков балки. Задача в данном случае упрощается, так как в силу симметричности системы будут выполняться следующие равенства:

$$F_i(x) = F_{\left(\frac{t}{2}+m\right)}(x), \quad F_{(t+i)}(x) = F_{\left(\frac{3t}{2}+m\right)}(x),$$

в которых $i = 1, 2, 3, \dots, \frac{t}{2}, m = \frac{t}{2}, \left(\frac{t}{2}+1\right), \left(\frac{t}{2}+2\right), \dots, t$.

Заключение. В представленной работе сделана попытка построения точного метода расчета тонкостенных призматических стержней открытого профиля с различным типом наклонных ребер жесткости и произвольным их расположением по длине стержня на действие скручивающих нагрузок. При этом исследуемый стержень (заданная система) расчленяется на ряд составляющих его полос (основная система) и рассматривается работа каждой полосы самостоятельно. Для правомерности самостоятельного рассмотрения каждой из этих полос к их смежным кромкам необходимо прикладывать неизвестные усилия взаимодействия, заменяющие влияния отброшенных частей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Киселев, В.Н. Расчет тонкостенных металлических стержней / В.Н. Киселев, Ю.В. Попков, В.А. Фетисов // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Серия Ф. Строительство. Прикладные науки. – 2010. – № 12. – С. 57 – 63.
2. Киселев, В.Н. Расчет на кручение тонкостенных стержней с наклонными ребрами жесткости / В.Н. Киселев, Ю.В. Попков // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Серия Ф. Строительство. Прикладные науки. – 2010. – № 6. – С. 49 – 55.
3. Нормы проектирования. Стальные конструкции: СНиП II-23-81*. – М.: Госстрой СССР, 1982. – 96 с.
4. Власов, В.З. Тонкостенные упругие стержни / В.З. Власов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Физматлит, 1959. – 568 с.

Поступила 26.11.2012

TO CALCULATION OF I-SECTION ROD REINFORCEMENTS LEANED STIFFENING RIBS

V. KISELYOV, I. CELUYKO

In the article the method of construction of the algorithm for finding the free terms of the canonical equations of the force method for adjusted calculating the single-span hinged-cantilever and simply supported I-beams with asymmetrical cross-section with the t-number of "anti-torsional connections" is enclosed. At the same time the given system is divided into a range of bands composing it (the basic system) and operation of each band is considered separately. It is shown that for appropriateness of separate consideration of each of these bands it is necessary to apply unknown efforts of interaction to their adjoining edges, which substitute for the influence of discarded parts.