

УДК 528.063

СРАВНЕНИЕ ДВУХ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ НУЛЬ-СВОБОДНЫХ ПЛАНОВЫХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ, НЕ СОДЕРЖАЩИХ ИСХОДНЫХ ПУНКТОВ

*канд. техн. наук, доц. В.В. ЯЛТЫХОВ, канд. техн. наук, доц. Г.Е. ГОЛОВАНЬ,
канд. техн. наук, доц. И.П. ШЕВЕЛЕВ
(Полоцкий государственный университет)*

Впервые выполнена обработка геодезического четырехугольника в программном комплексе «Россия – Беларусь», когда число строк в матрице коэффициентов параметрических уравнений поправок (величина N) меньше, чем число неизвестных (число столбцов T). По существу выполнена обработка дважды некорректной задачи: а) при уравнивании геодезической сети без исходных пунктов; б) когда $N < T$.

1. О программном комплексе «Россия – Беларусь», разработанном и отлаженном под руководством профессора В.И. Мицкевича

Программный комплекс «Россия – Беларусь» предназначен для решения различных систем линейных алгебраических уравнений при безусловной оптимизации.

Область применения – обработка результатов эксперимента в любой области знаний по методу наименьших квадратов или по методу многокритериальной оптимизации с оценкой точности конечных результатов. Разработанный комплекс позволяет решать различные системы линейных алгебраических уравнений с использованием произвольной квадратной корреляционной матрицы. Несмотря на то, что по программам может быть решена любая задача с применением взвешенных систем линейных параметрических уравнений параметрическим способом, возможна также обработка информации, когда неизвестные параметры δX , количество которых T , могут определяться из одного параметрического уравнения.

Программа PROVOROV

Применяется для генерации ошибок измерений по закону распределения, близкому к нормальному, по любому номеру варианта и в полном соответствии со стандартами измерений, указанными в матрице SI в исходной информации.

Программа VVODINF

Читает исходные данные, расшифровывает их и записывает по особым правилам в файл MIZ в том же порядке их расположения, в котором требует инструкция для работы указанных выше программ.

Программа READ1 (ввод данных В ПАПКЕ «ГЕОДЕЗИЯ» где создаётся файл MIZ.)

Программы комплекса:

- 1) GAUSS1;
- 2) MIZKEVICH1;
- 3) MIZKEVICH2;
- 4) TIXONOV1;
- 5) TIXONOV2;
- 6) MIXONOV;
- 7) BUDO1;
- 8) BUDO2;
- 9) LINNIK;
- 10) PROVOROV;
- 11) VVODINF;
- 12) READ1.

Поскольку при задании корреляционной матрицы в виде $K_0 = E$ будут получены близкие результаты, обработку данных по МНК можно анализировать по двум программам: GAUSS1 и MIXONOV, с одновременным использованием программ: LINNIK, PROVOROV, VVODINF, READ1.

Полагаем, что в случае отказа в работе одной из программ комплекса другие программы будут служить для контроля и подстраховки при эксплуатации комплекса.

Программы MIZKEVICH и BUDO также дают близкие результаты при многокритериальном методе уравнивания, если $K_0 = E$. Обоснование МНК дал Гаусс, а обоснование МК выполнить универсально невозможно (все зависит от содержимого матриц A , SI , L , K_0 , задаваемых в исходной информации).

Предлагаем общий подход к обоснованию МК на ЭВМ:

- генерируем L по программе PROVOROV;

- записываем после работы каждой программы одно число, характеризующее максимальное отклонение результатов от истины. (Числа, которые выдают программы GAUSS, MIZKEVICH, BUDO, можно увидеть на мониторе в процессе вычислений, а программа PROVOROV генерирует вектор $L(V)$ так, что из обработки системы параметрических уравнений становится известна истина: $\delta X = 0$, и, следовательно, известно отклонение от «истины»);

- обрабатываем 10 необходимых вариантов по программам PROVOROV, GAUSS, MIZKEVICH комплекса «РОССИЯ – БЕЛАРУСЬ» и делаем вывод по дальнейшему применению или МНК, или МК, выбирая тот метод, который дает большее количество вариантов с наименьшими отклонениями конечных результатов от истины;

- установленным на ЭВМ методом решаем исходную систему уравнений, используя исходный (не сгенерированный по программе PROVOROV) вектор L .

Заметим, что изменять целевые функции в программах MIZKEVICH, BUDO, TIXONOV, увеличивать размеры матриц, а также передавать исходные файлы программ возможно только с письменного указания в наш адрес от Академий наук России или Беларуси, на безвозмездной основе. Организациям, использующим комплекс «РОССИЯ – БЕЛАРУСЬ», не следует передавать правила составления информации и сведения о ее хранении в файле MIZ.

2. Наибольший объем исходной информации

Матрица коэффициентов параметрических уравнений поправок A может быть размером 300×300 .

Вектор стандартов SI , характеризующий индивидуально точность каждого измерения, – 300.

Вектор свободных членов L – 300.

Корреляционная матрица измерений (или единичная матрица, заменяющая корреляционную) – 300×300 .

Количество строк информации, записанной по правилам, изложенным в данном пункте, – не более 200.

Общее количество чисел, набираемых в файле для программы READ1, – не более 200000. Все программы написаны на языке Fortran-IV и работают в операционных системах Windows XP и Windows7.

3. Программы подмножества Geodezija

Рассмотрим программы подмножества GEODEZIJA, обрабатывающие содержимое матриц A , S и L , возникающих при обработке геодезических сетей (эти сведения будут храниться в файле MIZ, для последующей работы программного комплекса «РОССИЯ – БЕЛАРУСЬ»).

1. PLOSKOST

Проектирование и уравнивание геодезических сетей на плоскости. Исходные данные задают по определенным правилам, сообщая сведения о геометрии сети, точности проектируемых измерений и о координатах исходных и определяемых пунктов.

2. PROSTRANSTVO

Проектирование и уравнивание наземных пространственных геодезических сетей. Использует данные о составе измерений и о координатах исходных или определяемых пунктов, снятых с карты, схемы или взятых из каталога координат.

3. VISOTKA

Проектирование и уравнивание нивелирных сетей геометрического, геодезического, барометрического и другого нивелирования.

4. Основные формулы программы Gauss

$$\delta X = -FL, \quad (1)$$

$$F = QA^T P, \quad (2)$$

$$Q = A^+ (A^+)^T. \quad (3)$$

Рабочие формулы

$$A^+ = Q_{рек} A^T P^{\frac{1}{2}}; \quad (4)$$

$$A^+ = Q_{mux} A^T P^{\frac{1}{2}}, \quad (5)$$

$$A^+ = Q_{miz} A^T P^{\frac{1}{2}}. \quad (6)$$

5. Метод регуляризации по академику А.Н. Тихонову (программа TIXONOV)

$$Q_{mux} = (R_{нов}^2 + \alpha E)^{-1} R_{нов}, \quad (7)$$

где α – параметр регуляризации.

Параметрический способ:

$$R_{исх} = A^T P A. \quad (8)$$

6. Формулы для программы MIXONOV

(вычисление Q_{miz})

Согласно формуле Тихонова (7) имеем

$$Q = Q^* R, \quad (9)$$

$$Q_i^* = Q_{i-1}^* - Z_i^T Z_i / g_i, \quad (10)$$

$$Z_i^T = Q_{i-1}^* r_i^T, \quad (11)$$

где r_i – строка матрицы нормальных уравнений R ;

$$g_i = 1 + r_i Z_i^T, \quad i = 1, \dots, T. \quad (12)$$

Начальное значение

$$Q_0^* = 10^m E; \quad m = \frac{S}{2} - \lg(\max r_{ii}), \quad (13)$$

где S – количество значащих цифр в разрядной сетке ЭВМ.

7. Вычисление $Q_{рек}$ (параметрический способ)

$$Q_i = Q_{i-1} - Z_i^T Z_i / g_i, \quad (14)$$

$$Z_i^T = Q_{i-1} a_i^T, \quad (15)$$

где a_i – строка матрицы A ;

$$g_i = \frac{1}{P_i} + a_i Z_i^T. \quad (16)$$

Чтобы удалить строку a_i , продолжая вычисления матрицы Q , в формулах (14) и (16) необходимо изменять знаки на обратные (используется, в частности, в программе MIZKEVICH, что ускорило её работу в $N/2$ раза).

Начальное значение

$$Q_0 = 10^m; \quad m = \frac{S}{2} - \lg C; \quad C = \max |\sqrt{P_i} a_i|. \quad (17)$$

8. О масштабировании матрицы A

$$A_{нов} = A_{исх} \times K, \quad (18)$$

$$K = \left(\frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^T a_{ij}}{(N+T)} \right)^{-1}, \quad (19)$$

$$Q = Q_{нов} \times K^2. \quad (20)$$

Приведём пример [1 – 3] уравнивания геодезического четырехугольника с результатами измерений, представленными в таблице.

Координаты исходных пунктов:

$x_A = 1100,00$ м; $y_A = 100,00$ м;

$x_B = 1650,00$ м; $y_B = 640,00$ м.

Предварительные координаты определяемых пунктов:

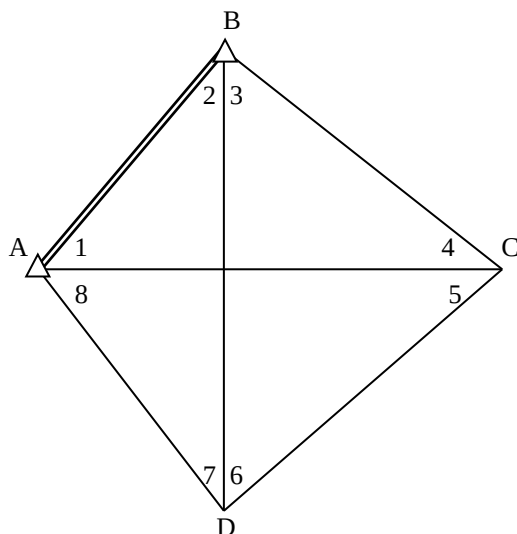
$x_C = 1250 \text{ м}; y_C = 1230 \text{ м};$
 $x_D = 100 \text{ м}; y_D = 500 \text{ м}.$


Таблица 1

Номер угла	Измеренные углы
1	37°58'22"
2	39 18 30
3	61 01 37
4	41 41 41
5	50 01 55
6	27 14 40
7	26 57 40
8	75 45 05

Уравнивание выполним по направлениям, используя матрицу $A_{8 \times 8}$, составленную для восьми углов:

-8.1074	167.143	187.4819	-190.9538	-179.3745	23.8108	0	0
187.4819	-190.9538	-175.5596	58.9566	0	0	-11.9223	131.9972
0	0	-251.4347	-30.3841	239.5124	162.3813	11.9223	-131.9972
-179.3745	23.8108	239.5124	162.3813	-60.1379	-186.192	0	0
179.3745	-23.8108	0	0	-98.2204	-104.0347	-81.1541	127.8455
0	0	11.9223	-131.9972	-81.1541	127.8455	69.2318	4.1517
-71.1258	-177.8145	-11.9223	131.9972	0	0	83.0481	45.8173
-108.2487	201.6253	0	0	179.3745	-23.8108	-71.1258	-177.8145

Уравнивание выполним по направлениям, используя матрицу $A_{8 \times 4}$, составленную для восьми углов:

$$A = \begin{bmatrix} -179.37 & 23.81 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -11.92 & 132.0 \\ 239.51 & 162.38 & 11.92 & -132.0 \\ -60.14 & -186.19 & 0 & 0 \\ -98.22 & -104.03 & -81.15 & 127.84 \\ -81.15 & 127.84 & 69.22 & 4.16 \\ 0 & 0 & 83.04 & 45.81 \\ 179.37 & -23.81 & -71.12 & -177.81 \end{bmatrix}.$$

Таблица 2

Результаты вычислений при обработке геодезического четырехугольника без исходных пунктов
(число параметров $T = 8$)

N	8	7	6	5	4	3	2	1
Оценка точности в слабом месте сети								
GAUSS1	0.008575	0.008748	0.011192	0.016199	0.012952	$0.634 \cdot 10^{-7}$	$0.1934 \cdot 10^{-7}$	$0.2470 \cdot 10^{-8}$
MIXONOV	0.008152	0.008388	0.011175	0.016199	0.012952	$0.195 \cdot 10^{-8}$	$0.2972 \cdot 10^{-9}$	$0.9797 \cdot 10^{-10}$
MIZKEVICH1	0.008124	0.008756	0.011358	0.014932	0.012900	$0.317 \cdot 10^{-7}$	$0.9678 \cdot 10^{-8}$	$0.1236 \cdot 10^{-8}$
MIZKEVICH2	0.011971	0.011848	0.015687	0.023257	0.017870	0.00033	$0.6006 \cdot 10^{-4}$	0
TIXONOV1	0.008048	0.008309	0.011067	0.015944	0.012893	0.00089	0.000129	0
TIXONOV2	0.005166	0.005474	0.007186	0.010096	0.010580	0.00336	0.000861	0
Уклонения от истины								
GAUSS1	$0.106 \cdot 10^{-8}$	$0.507 \cdot 10^{-2}$	$0.289 \cdot 10^{-2}$	$0.435 \cdot 10^{-2}$	0	0.0150	0.00824	0.00376
MIXONOV	$0.956 \cdot 10^{-9}$	$0.507 \cdot 10^{-2}$	$0.289 \cdot 10^{-2}$	$0.435 \cdot 10^{-2}$	0	0.0140	0.00824	0.00376

MIZKEVICH1	$0.409 \cdot 10^{-4}$	$0.187 \cdot 10^{-2}$	$0.102 \cdot 10^{-2}$	$0.479 \cdot 10^{-2}$	$0.396 \cdot 10^{-4}$	0.0149	0.00824	0.00376
MIZKEVICH2	$0.380 \cdot 10^{-3}$	$0.438 \cdot 10^{-2}$	$0.280 \cdot 10^{-2}$	$0.437 \cdot 10^{-2}$	0	0.0145	0.00777	0.00376
TIXONOV1	$0.926 \cdot 10^{-9}$	$0.497 \cdot 10^{-2}$	$0.282 \cdot 10^{-2}$	$0.427 \cdot 10^{-2}$	0	0.0142	0.00813	0.00375
TIXONOV2	$0.290 \cdot 10^{-9}$	$0.179 \cdot 10^{-2}$	$0.146 \cdot 10^{-2}$	$0.179 \cdot 10^{-2}$	0	0.0025	0.00356	0.00372

Таблица 3

Результаты вычислений при обработке геодезического четырехугольника с исходными пунктами
(число параметров $T = 4$)

N	8	7	6	5	4	3	2	1
Оценка точности в слабом месте сети								
GAUSS1	0.0261	0.0280	0.0387	0.0505	0.0384	$0.229 \cdot 10^{-6}$	$0.265 \cdot 10^{-6}$	$0.636 \cdot 10^{-8}$
MIXONOV	0.0261	0.0280	0.0387	0.0505	0.0384	$0.683 \cdot 10^{-8}$	$0.636 \cdot 10^{-8}$	$0.159 \cdot 10^{-9}$
MIZKEVICH1	0.0259	0.0289	0.0395	0.0478	0.0376	$0.114 \cdot 10^{-6}$	$0.132 \cdot 10^{-6}$	$0.318 \cdot 10^{-8}$
MIZKEVICH2	0.0044	0.0451	0.0514	0.0741	0.0658	0.0008	0.0006	0.0001
TIXONOV1	0.0239	0.0251	0.0326	0.0450	0.0356	0.0025	0.0024	$0.550 \cdot 10^{-5}$
TIXONOV2	0.0092	0.0093	0.0105	0.0167	0.0156	0.0040	0.0039	0.0005
Уклонения от истины								
GAUSS1	$0.389 \cdot 10^{-8}$	$0.137 \cdot 10^{-1}$	$0.836 \cdot 10^{-2}$	0.0117	0	0.0293	0.0248	0.0055
MIXONOV	$0.389 \cdot 10^{-8}$	$0.137 \cdot 10^{-1}$	$0.836 \cdot 10^{-2}$	0.0117	0	0.0293	0.0248	0.0055
MIZKEVICH1	$0.666 \cdot 10^{-4}$	$0.522 \cdot 10^{-2}$	$0.304 \cdot 10^{-2}$	0.0122	0.0005	0.0293	0.0248	0.0055
MIZKEVICH2	$0.728 \cdot 10^{-3}$	$0.126 \cdot 10^{-1}$	$0.711 \cdot 10^{-2}$	0.0083	0	0.0276	0.0243	0.0052
TIXONOV1	$0.348 \cdot 10^{-8}$	$0.109 \cdot 10^{-1}$	$0.629 \cdot 10^{-2}$	0.0100	0	0.0253	0.0213	0.0055
TIXONOV2	$0.119 \cdot 10^{-8}$	$0.156 \cdot 10^{-2}$	$0.186 \cdot 10^{-2}$	0.0039	0	0.0044	0.0043	0.0055

По данным таблиц 2 и 3 можно сделать следующие **выводы**:

- 1) ошибки положения пунктов в слабом месте сети, опирающейся на два исходных пункта, в 1,5 – 2 раза больше, чем у геодезической сети без исходных пунктов;
- 2) аналогичные точностные характеристики останутся без изменений и для отклонения от истины;
- 3) многокритериальные методы по программам TIXONOV1 и TIXONOV2 в обеих сетях обладают меньшими характеристиками точности, чем после применения программы GAUSS1;
- 4) многокритериальные методы по программам MIZKEVICH1 и MIZKEVICH2 в 1,5 – 2 раза лучше по характеристикам точности, чем другие программы;
- 5) впервые выполнена обработка, когда число измерений (N) меньше, чем число неизвестных. Даже обработаны случаи, когда $N = 1$, а число параметров $T = 8$ (без исходных пунктов) и число параметров $T = 4$ (с исходными пунктами).

ЛИТЕРАТУРА

1. Кемниц, Ю.В. Математическая обработка зависимых результатов измерений / Ю.В. Кемниц. – М.: Недра, 1970. – 192 с.
2. Мещеряков, Г.А. Об уравнивании геодезических измерений с учётом закона распределения ошибок измерений / Г.А. Мещеряков, С.Д. Волжанин, В.В. Киричук // Геодезия и картография. – 1984. – № 2. – С. 9 – 11.
3. Бондаренко, В.А. Уравнивание нивелирных сетей с поиском грубых ошибок измерений / В.А. Бондаренко, В.И. Мицкевич, Н.С. Сырова // Геодезия и картография. – 2003. – № 5. – С. 26 – 28.

Поступила 26.11.2012

COMPARISON OF TWO METHODS FOR EVALUATING THE ACCURACY OF ZERO-FREE PLANNED GEODETIC NETWORKS THAT DO NOT CONTAIN THE STARTING POINT

B. YALTYHOV, G. GOLOVAN, I. SHEVELEV

Processing of a geodesic quadrangle in the software package "Russia – Belarus" has been performed for the first time, when the number of rows in the matrix of coefficients of parametric equations of amendments (value N) is less than the number of unknowns (the number of columns T). Processing of a double-posed problem has been made: a) the adjustment of geodetic network without starting points, and b) when $N < T$.