

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

УДК 624.012+519.673

РАСЧЁТ СОПРОТИВЛЕНИЯ СЖАТИЮ КАМЕННЫХ И АРМОКАМЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С УЧЕТОМ ФИЗИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ

*д-р техн. наук, проф. Д.Н. ЛАЗОВСКИЙ; А.М. ХАТКЕВИЧ
(Полоцкий государственный университет)*

Рассматривается метод расчета параметров напряженно-деформированного состояния нормальных к продольной оси сечений сжатых каменных и армокаменных элементов, основанный на положениях общей деформационной модели. Предлагаемый метод позволяет осуществлять расчет сечений каменных элементов любой формы с любыми параметрами армирования, учитывая физическую нелинейность в виде диаграмм деформирования исходных материалов. В отличие от классической деформационной модели, критерием разрушения в предельной стадии рекомендуется принять максимальное усилие от внешней нагрузки, при котором соблюдаются условия равновесия, благодаря чему исключается необходимость нормирования параметра предельной сжимаемости каменной кладки, что сегодня является затруднительной задачей из-за отсутствия оборудования для построения полных диаграмм деформирования. Принятие такого критерия также позволит рассчитывать сечения элементов, усиленных в процессе эксплуатации, данные о деформационных характеристиках которых неизвестны.

Ключевые слова: *каменные и армокаменные элементы, сжатие, физическая нелинейность, деформационная модель.*

Введение. Сжатые каменные и армокаменные элементы зданий и сооружений в виде столбов, простенков, фундаментов, пилонов и других конструкций, изготовленных из каменной кладки и арматуры, широко применяются в строительной отрасли, и от точности их расчета зависит экономичность и безопасность проектных решений.

Модели каменной кладки, которые создаются для получения данных о напряженно-деформированном состоянии сечений для выполнения расчетов по предельным состояниям, отличаются достаточно большим разнообразием. В то же время их можно свести в две группы. К *первой* относятся модели, в которых кладка представляет собой материал со сложной композитной структурой, состоящий из кладочных элементов, заключенных в растворную матрицу, при этом физико-механические характеристики камней и раствора резко отличаются между собой. Такие модели рассматривались в работах Н.К. Hilsdorf [1; 2], Pöschel/Sabha [3], В.В. Пангаева [4] и других. Расчет можно выполнять с применением метода конечных элементов. Для этого создается тело кладки, состоящее из конечных элементов с размерами, соответствующими размерам камней и растворных швов. Критерием разрушения является достижение конечными элементами прочности при одноосном сжатии либо растяжении. Широкое распространение для практических целей такие модели не получили из-за необходимости введения большого количества исходных данных (конечных элементов), сложности описания их взаимодействия в зоне контакта, необходимости наличия специализированного программного обеспечения и т.п. К тому же к недостаткам моделей первой группы следует отнести невозможность учета многих случайных факторов, таких как: изменчивость геометрии кирпича и толщины швов, неплотность заполнения, усадка раствора в швах и другие технологические особенности.

В случае рассмотрения реальных каменных и армокаменных элементов, когда чередующиеся объемы однородного вещества значительно меньше размеров самой конструкции, для расчета ее напряженно-деформированного состояния *во второй группе* методов применяется метод сечений с гомогенизацией (заменой неоднородной структуры каменной кладки на однородную изотропную либо анизотропную с осредненными физико-механическими характеристиками). Физико-механические характеристики зависят от многих факторов (характера и направления приложения усилий, технологических особенностей каменной кладки, свойств материалов) и устанавливаются опытным путем либо по аналитическим зависимостям, построенным по результатам физического эксперимента. Несмотря на достаточно высокую степень упрощения, практика проектирования и эксплуатации зданий и сооружений подтверждает обоснованность применения такого подхода. Определение обобщенных характеристик кладки было выполнено рядом советских ученых, созданы нормы проектирования. Вначале были разработаны положения расчета каменных элементов по допускаемым напряжениям, а позже переработаны в метод расчета по разрушающим усилиям и предельным состояниям. В направлении разработки критериев разрушения кладки как однородного материала, в том числе и с учетом диаграмм деформирования, известны работы Г.Г. Кашеваровой [5; 6], Г.А. Гениева [7; 8], А.В. Page [9], V. Lishak [10] и других.

И в отечественных [11; 12], и в европейских нормативных документах [13] при расчете сжатых элементов каменная кладка рассматривается как однородный с осредненными физико-механическими характеристиками материал. Сопротивление, соответствующее прочности каменного элемента, находится из уравнений равновесия внутренних и внешних усилий в предельной стадии. При этом фактически криволинейная эпюра напряжения в сжатой зоне сечения (рисунок 1, а) в предельной стадии заменяется на укороченную прямоугольную (рисунок 1, б, в).

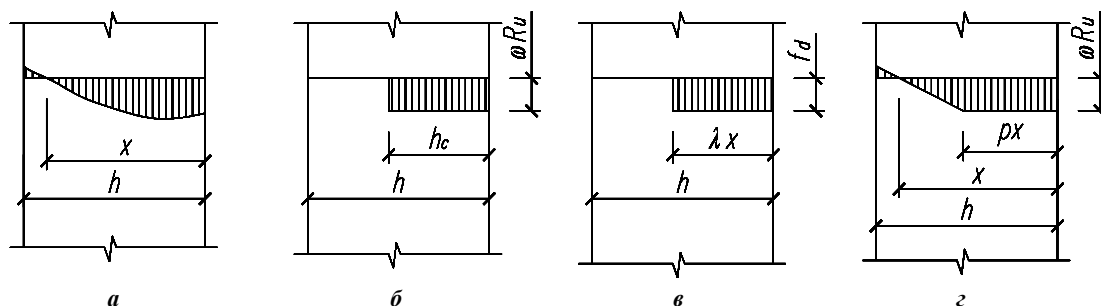


Рисунок 1. – Распределение нормальных напряжений в поперечном сечении: фактическое (а); по [11; 12] (б); по [13] (в); по [14] (г)

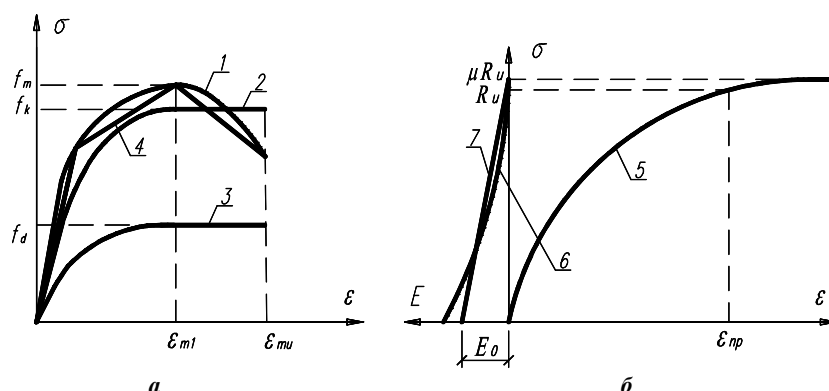
На рисунке 1 введены следующие обозначения: h – высота сечения в плоскости эксцентриситета; x – фактическая высота сжатой зоны; h_c – высота сжатой зоны сечения по [11; 12]; λx – высота сжатой зоны сечения по [13]; p – число пластичности; R_u – предел прочности кладки; w – коэффициент, учитывающий величину эксцентриситета; f_d – сопротивление кладки сжатию по [13].

Упрощение в виде замены в расчетах криволинейной эпюры вызвано отсутствием методики, позволяющей учесть фактическое распределение напряжений. Однако это упрощение не позволяет оценить действительное напряженно-деформированное состояние на любой другой стадии работы, кроме предельной.

В работе [14] автор предпринял попытку учесть физическую нелинейность в расчетах сжатых каменных и армокаменных элементов и приблизить очертание эпюры сжатой зоны к фактической. Им предложена модель расчета, основанная на упругопластической работе каменной кладки, эпюра напряжений в сжатой зоне принята трапециевидной формы (рисунок 1, г). Однако и данная модель не в полной мере отвечает действительной работе кладки.

Методика расчета параметров напряженно-деформированного состояния нормальных к продольной оси сечений сжатых каменных и армокаменных элементов на любой стадии нагружения, основанная на учете физической нелинейности в виде диаграмм деформирования кладки и арматуры, рассматривалась в работах [15; 16].

Диаграммы деформирования каменной кладки. Современные положения по расчету сжатых каменных и армокаменных элементов [13] предполагают использование полных диаграмм деформирования с ниспадающей ветвью 1 либо идеализированных 2 и 3 (рисунок 2).



- 1 – фактическая диаграмма; 2 – идеализированная параболически-линейная нормативная (характеристическая);
3 – идеализированная параболически-линейная расчетная; 4 – идеализированная кусочно-линейная;
5 – диаграмма по Л.И. Онищику [17]; 6 – фактическая зависимость модуля деформаций E от напряжений;
7 – упрощенная зависимость модуля деформаций E от напряжений

Рисунок 2. – Диаграммы деформирования каменной кладки при осевом кратковременном сжатии (а) по [13] и (б) по [11; 12]

Такие диаграммы могут быть получены испытанием опытных образцов ступенчатым нагружением этапами с равной величиной относительной деформации. Достоинством этой методики испытаний является возможность получить точные данные о деформировании, включая закритическую область (после прохождения предела прочности), однако из-за отсутствия в лабораториях специализированного оборудования она пока не получила широкого распространения. При этом нормы [13] не дают исчерпывающего ответа на вопрос, как о математическом описании полной диаграммы, так и о численных значениях базовых точек.

Согласно [13], деформации для крайней наиболее сжатой грани сечения при расчете внецентренно сжатых каменных элементов ограничиваются значением $\epsilon_{mi} = -0,0035$ для кладки из камней группы 1 и $\epsilon_{mi} = -0,002$ – из камней групп 2–4, а значения деформаций в пиковой точке ϵ_{m1} не регламентируются вовсе.

По методологии ЦНИПС диаграмма деформирования каменной кладки при сжатии представляется кривой с выгибом в сторону оси напряжений σ (см. рисунок 2, поз. 5) и представляется в виде логарифмической зависимости:

$$\epsilon = -\frac{\mu}{\alpha} \ln \left(1 - \frac{\sigma}{\mu R_u} \right), \quad (1)$$

где μ – коэффициент пластичности, который зависит от вида кирпича, раствора, кладки и длительности нагружения. Профессор Л.И. Онищик определил путем экстраполяции зависимости модуля деформаций E от напряжений (см. рисунок 2, поз. 6, 7) $\mu = 1,1$ [18, с. 303–309]; α – упругая характеристика, зависящая от марки раствора и типа кладки; R_u – средний предел прочности кладки.

Достоинством зависимости (1) является достаточно хорошая согласованность с экспериментальными данными, благодаря чему она используется для описания диаграмм деформирования каменной и армокаменной кладки в нормативно-технической литературе начиная с 1930-х годов и до настоящего времени. В то же время ее недостатком следует назвать некоторую неточность описания диаграммы в области напряжений, близких к пределу прочности кладки. Так, при испытании образцов однократным кратковременным нагружением ступенями с равной величиной нагрузки при достижении предела прочности происходит непрерывный рост деформаций, зафиксировать их определенное значение не представляется возможным.

Согласно (1), предельные деформации (предельная сжимаемость) обратно пропорциональны величине упругой характеристики:

$$\epsilon_{np} = \frac{1000}{\alpha} \cdot 2,64 \cdot 10^{-3}. \quad (2)$$

Предельную сжимаемость кладок, как указано в [17], целесообразно определять испытанием ступенями с многократной загрузкой-разгрузкой до стабилизации деформаций на этапе. Такой метод, используемый для хрупких материалов, позволяет полностью выбрать остаточные деформации.

Имеются данные об аналитических зависимостях полной диаграммы деформирования кладки при сжатии с характеристикой базовых точек в [19; 20].

Полную диаграмму предложено строить из двух участков – параболического (восходящая ветвь) и линейного, до предельных деформаций сжатия, либо идеализированную из трех линейных участков (см. рисунок 2, поз. 4).

Для параболического участка связь между напряжениями и деформациями в любой точке описывается выражением (3):

$$\sigma = 2 f_m \frac{\epsilon_m}{\epsilon_{m1}} - \left(\frac{\epsilon_m}{\epsilon_{m1}} \right)^2. \quad (3)$$

В пиковой точке относительные деформации ϵ_{m1} , соответствующие f_m :

$$\epsilon_{m1} = \frac{0,27 f_m}{f_j^{0,25} E_m^{0,7}}, \quad (4)$$

где f_j – прочность раствора при сжатии; E_m – модуль упругости кладки.

Предельную деформацию ε_{mu} для каменной кладки на жестких цементных растворах в [19; 20] рекомендуется принимать $\varepsilon_{mu} = 2\varepsilon_{m1}$, а для кладки на более деформативных растворах с добавками извести – $\varepsilon_{mu} = 2,75\varepsilon_{m1}$.

Сопротивления кладки осевому растяжению R_t указаны в таблицах [11], однако данные о деформациях отсутствуют. Экспериментальные работы ЦНИПС [21, с. 102–108; 22, с. 62–64] показали, что прочность кладки при растяжении в значительной степени зависит от ряда факторов, не связанных с марками камня и раствора, в частности от скорости водопоглощения кладочных элементов, составов и консистенции раствора, связующей способности вяжущего, чистоты поверхности кладочных элементов и т.п. Несмотря на это, нормальное сцепление S , от которого в большей степени и зависит прочность при растяжении, для кирпичной кладки предложено определять через прочность раствора R_2 :

$$S = \frac{3}{1 + 40/R_2}. \quad (5)$$

Данные же о диаграммах деформирования кладки при растяжении и в отечественной, и зарубежной литературе представлены в крайне ограниченном объеме.

В работе [21] имеется информация о билинейной диаграмме деформирования, очертание которой хорошо согласуется с данными опытов.

Предел прочности при одноосном растяжении:

$$f_t = \lambda f_m, \quad (6)$$

где коэффициент $\lambda = 0,1 \dots 0,25$; f_m – предел прочности кладки при одноосном сжатии.

Диаграмма кладки при растяжении может быть описана следующей зависимостью:

$$\begin{cases} f_t = E_c \varepsilon; \\ f_t = \lambda f_m \left(1 - \frac{\varepsilon - \varepsilon_t}{\varepsilon_m - \varepsilon_t} \right), \end{cases} \quad (7)$$

где $\varepsilon_m = 10\varepsilon_t$ – предельные деформации растяжения; E_m – модуль упругости, тот же, что и в (4).

Диаграммы деформирования арматуры. Различают диаграммы деформирования «мягких» сталей, имеющих физический предел текучести, и «твердых», для которых введено понятие «условный предел». Ввиду наличия упругой, упругопластической и пластической стадий деформирования аналитическое описание экспериментальных кривых « $\sigma - \varepsilon$ » представляет достаточно сложную задачу.

В [24; 25] С.А. Мадатяном выделено четыре базовых уровня напряжений σ_{el} , $\sigma_{0,2}$, $\sigma_{0,5}$, σ_u . Связь с относительными деформациями ε_s может быть выражена следующим образом:

$$\begin{cases} \varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} \text{ при } 0 \leq \sigma_s \leq \sigma_{el}; \\ \varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} + m_1 \left(\frac{\sigma_s}{\sigma_{0,2}} - \eta_1 \right)^3 \text{ при } \sigma_{el} \leq \sigma_s \leq \sigma_{0,2}; \\ \varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} + m_1 \left(\frac{\sigma_s}{\sigma_{0,2}} - \eta_1 \right)^3 + m_2 \left(\frac{\sigma_s}{\sigma_{0,2}} - 1 \right)^3 \text{ при } \sigma_{0,2} \leq \sigma_s \leq \sigma_{0,5}; \\ \varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} + m_1 \left(\frac{\sigma_s}{\sigma_{0,2}} - \eta_1 \right)^3 + m_2 \left(\frac{\sigma_s}{\sigma_{0,2}} - 1 \right)^3 + m_3 \left(\frac{\sigma_s}{\sigma_{0,2}} - \eta_3 \right)^3 \text{ при } \sigma_{0,5} \leq \sigma_s \leq \sigma_u. \end{cases} \quad (8)$$

Здесь m_1 , m_2 , m_3 , η_1 , η_3 – коэффициенты, определяемые из условия прохождения кривых через базовые точки; E_s – модуль упругости стали, для стержневой арматуры – 200 ГПа.

По предложению Н.И. Карпенко [26; 27], диаграмму арматуры можно представить в виде

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{v_s E_s}, \quad (9)$$

где v_s – коэффициент изменения секущего модуля:

$$v_s = \bar{v}_s + (v_0 - \bar{v}_s) \sqrt{1 - \omega\eta - (1 - \omega)\eta^2}. \quad (10)$$

Здесь v_0 и \bar{v}_s – значения коэффициента в начале и вершине диаграммы; ω коэффициент, характеризующий кривизну диаграммы; η уровень напряжений.

Точные зависимости напряжений с деформациями (8) и (9) достаточно сильно усложняют процесс вычисления параметров напряженно-деформированного состояния, не влияя при этом существенным образом на получаемый результат, поэтому общепринято использовать упрощенные диаграммы деформирования арматурной стали, представленные в виде кусочно-линейных функций.

Традиционно для арматуры с физическим пределом текучести используется диаграмма Прандтля с ограничением деформаций текучести [28; 29]. Диаграмма «твердых» сталей аппроксимируется двумя [28–30] или тремя прямолинейными отрезками.

Арматура при сжатии вплоть до зоны упрочнения ведет себя аналогично, как и при растяжении, поэтому с учетом налагаемых ограничений диаграммы деформирования при данных напряженных состояниях считаются одинаковыми.

Согласно Положениям [13] расчет сжатых армокаменных элементов следует выполнять с физико-механическими характеристиками арматуры по нормам проектирования железобетонных конструкций [30], ограничивая при этом относительные деформации значением $\varepsilon_{su} = 0,01$.

По требованиям [11] сопротивление сжатой арматуры в составе армокаменных элементов следует снижать умножением на коэффициенты условий работы γ_{cs} .

Так, например, расчетное сопротивление сжатой продольной арматуры класса А-I (S240) умножается на $\gamma_{cs} = 0,85$, класса А-II – на $\gamma_{cs} = 0,7$, класса Вр-I – на $\gamma_{cs} = 0,6$.

Распределение относительных деформаций в нормальном к продольной оси сечении каменных и армокаменных элементов. Строгое соблюдение гипотезы плоских сечений (гипотезы Бернулли) возможно для линейно-деформируемых упругих материалов. Для каменных и армокаменных элементов подразумевается соблюдение гипотезы для осредненных продольных деформаций на длине базы измерения, включающей несколько рядов каменной кладки, что связано с неравномерностью растворной постели, приводящей к значительным локальным деформациям, изгибу кирпича и т.п., и искривлениями при внецентренном сжатии и изгибе в зоне образования трещин. В данной постановке соблюдение гипотезы плоских сечений с «достаточной для практики точностью» [31] подтверждено рядом экспериментальных исследований со сжатыми каменными и армокаменными элементами. Так, например, в [21, с. 89] и [31, с. 65–89] приведено распределение деформаций по сечению каменных и армокаменных с поперечным армированием элементов таврового и прямоугольного сечения из кирпичной кладки. В [32, с. 167, 172] описаны результаты испытаний каменных элементов в виде столбов, изготовленных из натуральных камней, распределение деформаций по сечениям опытных образцов соответствовало положениям гипотезы плоских сечений. Соблюдение гипотезы при расчете сечений каменных и армокаменных элементов как при сжатии, так и при изгибе является общим положением расчета в европейских нормативных документах [13].

Метод расчета сопротивления сжатию. Рассматривается сжатый армокаменный элемент. Продольное усилие N приложено с эксцентриситетами e_{Nx} и e_{Ny} относительно осей «x», «y» или e_x и e_y относительно центра тяжести поперечного сечения, что эквивалентно центральному приложению усилия N с изгибающими моментами в двух плоскостях $M_x = N \cdot e_x$ и $M_y = N \cdot e_y$; кривизна элемента обозначена $1/r_y$ и $1/r_x$. В нормальном к продольной оси поперечном сечении расположено n продольных стержней с площадью A_{sj} . Сечение условно разбивается на k элементарных площадок с площадью A_{mi} , в пределах которых деформации считаются равномерно распределенными (рисунок 3).

Если продольное усилие приложено в одной плоскости, сечение может рассматриваться как совокупность слоев, а не площадок, что несколько упрощает уравнения метода.

Расчет параметров напряженно-деформированного состояния нормальных к продольной оси сечений производится с учетом условий равновесия, соблюдения гипотезы плоских сечений, диаграмм деформирования кладки и арматуры.

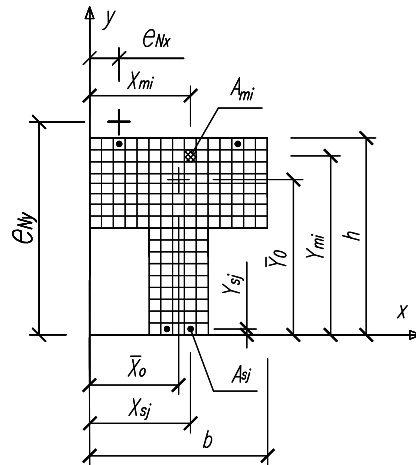


Рисунок 3. – Расчетная схема нормального к продольной оси сечения, разбиение на элементарные площадки

Уравнения равновесия для сечения, расположенного в плоскости XOY , имеют вид:

$$\begin{cases} \sum N = 0 \\ \sum M_x = 0 \\ \sum M_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sum_{i=1}^k \sigma_{mi} A_{mi} + \sum_{j=1}^n \sigma_{sj} A_{sj} - N = 0; \\ \sum_{i=1}^k \sigma_{mi} A_{mi} (x_{mi} - x_0) + \sum_{j=1}^n \sigma_{sj} A_{sj} (x_{sj} - x_0) - N \cdot e_x = 0; \\ \sum_{i=1}^k \sigma_{mi} A_{mi} (y_{mi} - y_0) + \sum_{j=1}^n \sigma_{sj} A_{sj} (y_{sj} - y_0) - N \cdot e_y = 0. \end{cases} \quad (11)$$

Распределение относительных деформаций армокаменного элемента в i -той элементарной площадке и j -том арматурном стержне исходя из соблюдения гипотезы плоских сечений:

$$\begin{cases} \varepsilon_{mi} = \frac{N}{\sum_{i=1}^k E_{mi} A_{mi} + \sum_{j=1}^n E_{sj} A_{sj}} + \frac{N \cdot e_x \cdot (x_{mi} - x_0)}{\sum_{i=1}^k E_{mi} A_{mi} (x_{mi} - x_0)^2} + \frac{N \cdot e_y \cdot (y_{mi} - y_0)}{\sum_{i=1}^k E_{mi} A_{mi} (y_{mi} - y_0)^2} = \\ = \frac{N}{\sum_{i=1}^k E_{mi} A_{mi} + \sum_{j=1}^n E_{sj} A_{sj}} + \frac{1}{r_x} \cdot (x_{mi} - x_0) + \frac{1}{r_y} \cdot (y_{mi} - y_0); \\ \varepsilon_{sj} = \frac{N}{\sum_{i=1}^k E_{mi} A_{mi} + \sum_{j=1}^n E_{sj} A_{sj}} + \frac{N \cdot e_x \cdot (x_{sj} - x_0)}{\sum_{j=1}^n E_{sj} A_{sj} (x_{sj} - x_0)^2} + \frac{N \cdot e_y \cdot (y_{sj} - y_0)}{\sum_{j=1}^n E_{sj} A_{sj} (y_{sj} - y_0)^2} = \\ = \frac{N}{\sum_{i=1}^k E_{mi} A_{mi} + \sum_{j=1}^n E_{sj} A_{sj}} + \frac{1}{r_x} \cdot (x_{sj} - x_0) + \frac{1}{r_y} \cdot (y_{sj} - y_0). \end{cases} \quad (12)$$

Уравнения, связывающие напряжения и относительные деформации, принимаются в виде диаграмм деформирования каменной кладки и арматуры.

На любом уровне нагружения напряжения связаны с относительными деформациями секущим модулем деформаций E'_{mi} и E'_{sj} по диаграммам деформирования:

$$\begin{cases} \sigma_{mi} = f(\varepsilon_{mi}) = E'_{mi} \varepsilon_{mi}; \\ \sigma_{sj} = f(\varepsilon_{sj}) = E'_{sj} \varepsilon_{sj}. \end{cases} \quad (13)$$

С учетом (12) и (13) уравнения равновесия можно преобразовать к системе с неизвестными параметрами $1/r_x$ и $1/r_y$, x_0 и y_0 :

$$\left\{ \begin{aligned} & \varepsilon_N \left(\sum_{i=1}^k E'_{mi} A_{mi} + \sum_{j=1}^n E'_{sj} A_{sj} \right) + \frac{1}{r_x} \left(\sum_{i=1}^k E'_{mi} A_{mi} (x_{mi} - x_0) + \sum_{j=1}^n E'_{sj} A_{sj} (x_{sj} - x_0) \right) + \\ & + \frac{1}{r_y} \left(\sum_{i=1}^k E'_{mi} A_{mi} (y_{mi} - y_0) + \sum_{j=1}^n E'_{sj} A_{sj} (y_{sj} - y_0) \right) - N = 0; \\ & \varepsilon_N \left(\sum_{i=1}^k E'_{mi} A_{mi} (x_{mi} - x_0) + \sum_{j=1}^n E'_{sj} A_{sj} (x_{sj} - x_0) \right) + \\ & + \frac{1}{r_x} \left(\sum_{i=1}^k E'_{mi} A_{mi} (x_{mi} - x_0)^2 + \sum_{j=1}^n E'_{sj} A_{sj} (x_{sj} - x_0)^2 \right) + \\ & + \frac{1}{r_y} \left(\sum_{i=1}^k E'_{mi} A_{mi} (y_{mi} - y_0)(z_{mi} - z_0) + \sum_{j=1}^n E'_{sj} A_{sj} (y_{sj} - y_0)(x_{sj} - x_0) \right) - N \cdot e_x = 0; \\ & \varepsilon_N \left(\sum_{i=1}^k E'_{mi} A_{mi} (y_{mi} - y_0) + \sum_{j=1}^n E'_{sj} A_{sj} (y_{sj} - y_0) \right) + \\ & + \frac{1}{r_x} \left(\sum_{i=1}^k E'_{mi} A_{mi} (y_{mi} - y_0)(x_{mi} - x_0) + \sum_{j=1}^n E'_{sj} A_{sj} (x_{sj} - x_0)(y_{sj} - y_0) \right) + \\ & + \frac{1}{r_y} \left(\sum_{i=1}^k E'_{mi} A_{mi} (y_{mi} - y_0)^2 + \sum_{j=1}^n E'_{sj} A_{sj} (y_{sj} - y_0)^2 \right) - N \cdot e_y = 0, \end{aligned} \right. \quad (14)$$

где ε_N – относительная деформация армокаменного элемента от продольного усилия N в центре тяжести сечения, ε_N вычисляется как

$$\varepsilon_N = \frac{N}{\sum_{i=1}^k E'_{mi} A_{mi} + \sum_{j=1}^n E'_{sj} A_{sj}}. \quad (15)$$

Таким образом, получается система уравнений:

$$\left\{ \begin{aligned} & \varepsilon_N G_{1.1} + \frac{1}{r_y} G_{1.2} + \frac{1}{r_z} G_{1.3} = N; \\ & \varepsilon_N G_{2.1} + \frac{1}{r_y} G_{2.2} + \frac{1}{r_z} G_{2.3} = N \cdot e_x; \\ & \varepsilon_N G_{3.1} + \frac{1}{r_y} G_{3.2} + \frac{1}{r_z} G_{3.3} = N \cdot e_y, \end{aligned} \right. \quad (16)$$

или в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} G_{1.1} & G_{1.2} & G_{1.3} \\ G_{2.1} & G_{2.2} & G_{2.3} \\ G_{3.1} & G_{3.2} & G_{3.3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \varepsilon_N \\ \frac{1}{r_x} \\ \frac{1}{r_y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N \\ N(z_0 - e_{Nx}) \\ N(y_0 - e_{Ny}) \end{bmatrix}, \quad (17)$$

где жесткости сечения:

$$\left\{ \begin{array}{l} G_{1,1} = \left(\sum_{i=1}^k E'_{mi} A_{mi} + \sum_{j=1}^n E'_{sj} A_{sj} \right); \\ G_{1,2} = \left(\sum_{i=1}^k E'_{mi} A_{mi} (x_{mi} - x_0) + \sum_{j=1}^n E'_{sj} A_{sj} (x_{sj} - x_0) \right); \\ G_{2,2} = \left(\sum_{i=1}^k E'_{mi} A_{mi} (x_{mi} - x_0)^2 + \sum_{j=1}^n E'_{sj} A_{sj} (x_{sj} - x_0)^2 \right); \\ G_{1,3} = \left(\sum_{i=1}^k E'_{mi} A_{mi} (y_{mi} - y_0) + \sum_{j=1}^n E'_{sj} A_{sj} (y_{sj} - y_0) \right); \\ G_{2,3} = \left(\sum_{i=1}^k E'_{mi} A_{mi} (y_{mi} - y_0)(x_{mi} - x_0) + \sum_{j=1}^n E'_{sj} A_{sj} (y_{sj} - y_0)(x_{sj} - x_0) \right); \\ G_{3,3} = \left(\sum_{i=1}^k E'_{mi} A_{mi} (y_{mi} - y_0)^2 + \sum_{j=1}^n E'_{sj} A_{sj} (y_{sj} - y_0)^2 \right). \end{array} \right. \quad (18)$$

Алгоритм определения параметров напряженно-деформированного состояния нормального к продольной оси сечения от заданной величины усилия предусматривает итерационный процесс вычисления относительных деформаций и напряжений в элементарных площадках либо слоях при внецентренном сжатии в одной плоскости. Если напряжения в растянутой зоне элементарной площадки превышают предельные значения (f_t, R_t) , это свидетельствует об образовании трещины. Учет их наличия выполняется принятием в последующем расчетном цикле нулевой жесткости такой площадки (слоя).

Критерием окончания процесса последовательных приближений является заданная точность вычисления деформационных параметров на смежных итерациях.

Алгоритм определения прочности сечения предусматривает пошаговый метод последовательных нагружений с итерационным процессом вычисления относительных деформаций и напряжений в элементарных площадках на каждом шаге до заданной точности вычисления деформационных параметров. За прочность сечения в предельной стадии принимается максимальное усилие от нагрузки, при котором сходится процесс последовательных приближений в виде уравнений равновесия (11).

Заключение. На основании результатов проведенного исследования предложена методика расчета сопротивления сжатию, основанная на положениях общей деформационной модели, которая позволяет определять параметры напряженно-деформированного состояния нормальных к продольной оси сечений каменных и армокаменных элементов на любом этапе нагружения, учитывая при этом физическую нелинейность деформирования исходных материалов в виде каменной кладки и арматуры.

За критерий разрушения в предельной стадии принято максимальное усилие от внешней нагрузки, при котором сходятся условия равновесия, благодаря чему исключается необходимость нормирования параметра предельной сжимаемости, появляется возможность учета полного перераспределения усилий в сечении каменных и армокаменных элементов, состоящих из двух и более материалов с различными физико-механическими характеристиками. Принятие данного критерия также позволит производить расчеты сечений сжатых каменных и армокаменных элементов, усиленных в процессе эксплуатации и находящихся на различных стадиях деформирования под нагрузкой после усиления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hilsdorf, H.K. Investigation into the failure mechanism of brick masonry loaded in axial compression / H.K. Hilsdorf // Designing, engineering and constructing with masonry products. Gulf Publishing Company. – 1969. – P. 34–41.
2. Flohrer, C. Strength and Deformation Characteristics of Masonry with Fiber Reinforced Mortar Joints / C. Flohrer, H.K. Hilsdorf // Proceedings of the Fifth International Brick Masonry Conference, Washington,

- D.C., U.S.A., October 5–10, 1979 / Brick Institute of America ; Advisors : C.T. Grimm [et al.]. – Washington, 1979. – P. 155–162.
3. Pöschel, G. Ein theoretisches Modell zum Tragverhalten von Elbsandsteinmauerwerk / G. Pöschel, A. Sabha // Erhalten historisch bedeutsamer Bauwerke / F. Wenzel ed., 1996. – SFB 315. – P. 111–118.
 4. Пангаев, В.В. Развитие расчетно-экспериментальных методов исследования прочности кладки каменных конструкций : автореф. дис. ... д-ра техн. наук : 05.23.01 / В.В. Пангаев ; Новосиб. гос. архитектурно-строительный ун-т (Сибстрин). – Новосибирск, 2009. – 35 с.
 5. Кашеварова, Г.Г. Натурные и численные эксперименты, направленные на построение зависимости напряжения от деформации кирпичной кладки / Г.Г. Кашеварова, М.Л. Иванов // Приволж. науч. вестн. – 2012. – № 8 (12). – С. 10–15.
 6. Кашеварова, Г.Г. Моделирование процесса разрушения кирпичной кладки / Г.Г. Кашеварова, А.Ю. Зобачева // Вестн. Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. Строительство и архитектура. – 2010. – № 1. – С. 106–116.
 7. Гениев, Г.А. О критериях прочности ортотропного материала типа каменной кладки при плоском напряженном состоянии / Г.А. Гениев, А.Н. Воронов // Труды ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко. Исследование и методы расчета строительных конструкций. – 1985. – С. 94–101.
 8. Гениев, Г.А. О критерии прочности каменной кладки при плоском напряженном состоянии / Г.А. Гениев // Строительная механика и расчет сооружений. – 1979. – № 2. – С. 7–11.
 9. Page, A.W. The biaxial compressive strength of brick masonry / A.W. Page // Proceedings of Institution of Civil Engineers. Part 2. – 1981. – Vol. 71, Sept. – P. 893–906.
 10. Lishak, V.I. 2-D Orthotropic failure criteria for masonry / V.I. Lishak, V.I. Yagust, D.Z. Yankelevsky // Engineering Structures. – 2007. – № 36. – P. 360–371.
 11. Каменные и армокаменные конструкции : СНиП II-22-81*. – Введ. 31.11.81. – М. : Стройиздат, 1983. – 40 с.
 12. Пособие по проектированию каменных и армокаменных конструкций (к СНиП II-22-81) : утв. 15.08.1985. – М. : (ЦИТП) Госстроя СССР, 1989. – 149 с.
 13. Еврокод 6. Проектирование каменных конструкций. Ч. 1-1 : Общие правила для армированных и неармированных конструкций : СТБ EN 1996-1-1-2008. – Введ. 1.07.2009. – Минск : Госстандарт, 2009. – 128 с.
 14. Беленцов, Ю.А. Усиление каменных стен и простенков с учетом упругопластической работы каменной кладки реконструируемых жилых зданий : автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / Ю.А. Беленцов ; Петерб. гос. ун-т путей сообщения. – СПб., 2001. – 24 с.
 15. Хаткевич, А.М. Метод расчета прочности нормальных к продольной оси сечений конструкций из каменной кладки с учетом диаграмм деформирования / А.М. Хаткевич // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. Ф, Строительство. Прикладные науки. – 2014. – № 8. – С. 45–53.
 16. Глухов, Д.О. Метод расчета прочности сжатых каменных элементов по сечениям, нормальным к продольной оси / Д.О. Глухов, А.М. Хаткевич // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. Ф, Строительство. Прикладные науки. – 2016. – № 8. – С. 73–79.
 17. Прочность и устойчивость крупнопанельных конструкций : сб. науч. ст. / Центральный науч.-исслед. ин-т строительных конструкций им. В.А. Кучеренко ; под ред. С.А. Семенцова и В.А. Камейко. – М. : Стройиздат, 1962. – 312 с.
 18. Онищик, Л.И. Каменные конструкции промышленных и гражданских зданий / Л.И. Онищик. – М. ; Л. : Госстройиздат, 1939. – 208 с.
 19. Kaushik, Hemant B. Stress-Strain Characteristics of Clay Brick Masonry under Uniaxial Compression / Hemant B. Kaushik, Durgesh C. Rai, Sudhir K. Jain // Journal of materials in civil engineering, ASCE. – 2007. – Vol. 19, September. – P. 728–739.
 20. Kaushik, Hemant B. Uniaxial compressive stress-strain model for clay brick masonry / Hemant B. Kaushik, Durgesh C. Rai, Sudhir K. Jain // CURRENT SCIENCE. – 2007. – Vol. 92, No. 4. – P. 497–501.
 21. Пильдиш, М.Я. Каменные и армокаменные конструкции зданий / М.Я. Пильдиш, С.В. Поляков. – 2-е изд. – М. : Гос. изд-во лит. по стр-ву и архитектуре, 1955. – 400 с.
 22. Поляков, С.В. Проектирование каменных и крупнопанельных конструкций / С.В. Поляков, Б.Н. Фалевич. – М. : Высш. шк., 1966. – 240 с.
 23. Akhaveissy, A.H. The DSC Model for the Nonlinear Analysis of In-plane Loaded Masonry Structures / A.H. Akhaveissy // The Open Civil Engineering Journal. – 2012. – Vol. 6. – P. 200–214.
 24. Мадатян, С.А. Стержневая арматура железобетонных конструкций / С.А. Мадатян // Обзорная информация. Серия : Строительные материалы / ВНИИТПИ. – М., 1991. – 75 с.

25. Об уточнении аналитических зависимостей диаграммы растяжения арматурных сталей / В.Н. Байков [и др.] // Изв. вузов. Сер. Стр-во и архитектура. – 1983. – № 9. – С. 1–5.
26. Карпенко, Н.И. Общие модели механики железобетона / Н.И. Карпенко. – М. : Стройиздат, 1996. – 416 с.
27. Расчетные зависимости для диаграммы деформирования арматуры с физической площадкой текучести / Н.И. Карпенко [и др.] // Технология текстильной промышленности. – 2016. – № 5 (365). – С. 206–210.
28. Железобетонные конструкции. Основы теории, расчета и конструирования : учеб. пособие для студентов строит. специальностей / Н.П. Блещик [и др.] ; под ред. Т.М. Пецоляда и В.В. Тура. – Брест : БГТУ, 2003. – 380 с.
29. Бетонные и железобетонные конструкции : СНБ 5.03.01-02. – Введ. 20.06.02. – Минск : М-во архитектуры и стр-ва Респ. Беларусь, 2003. – 130 с.
30. Еврокод 2. Проектирование железобетонных конструкций. Ч. 1-1 : Общие правила и правила для зданий : ТКП EN 1992-1-1-2010. – Введ. 10.12.2009. – Минск : Минстройархитектуры Респ. Беларусь, 2010. – 191 с.
31. Экспериментальные исследования каменных конструкций : сб. ст. / Народный комиссариат по строительству СССР. Центральный научно-исследовательский институт промышленных сооружений «ЦНИПС» ; науч. ред. Л.И. Онищик. – М. ; Л. : Гос. изд-во строительной лит., 1939. – 160 с.
32. Каменная кладка из пильных известняков / С.В. Поляков [и др.]. – Кишинев : Изд-во «Картя Молдовеняскэ», 1973. – 344 с.

Поступила 11.12.2017

CALCULATION OF RESISTANCE TO COMPRESSION OF MASONRY AND REINFORCED MASONRY ELEMENTS TAKING INTO ACCOUNT PHYSICAL NON-LINEARITY

D. LAZOVSKI, A. KHATKEVICH

The article considers a method for calculating the parameters of the stress-strain state of the normal to the longitudinal axis cross-sections of compressed masonry and reinforced masonry elements, based on the positions of the general deformed model. The proposed method makes it possible to calculate the cross-sections of masonry elements of any shape with any reinforcement parameters, taking into account the physical non-linearity in the form of deformation diagrams of the initial materials. In contrast to the classical deformation model, the failure criterion in the limiting stage is recommended to take the maximum force from the external load, under which the equilibrium conditions are observed, which eliminates the need to normalize the parameter of ultimate compressibility of masonry, which is today a difficult task because of the lack of equipment for constructing complete deformation diagrams. The adoption of such criterion also allows to calculate the cross-sections of elements, which reinforced during the operation, the data about the deformation characteristics of which are unknown.

Keywords: *masonry and reinforced masonry elements, compression, physical nonlinearity, the deformation model.*