

УДК 624.012

О ПРИМЕНЕНИИ НЕЛИНЕЙНОГО АНАЛИЗА ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ КОНСТРУКТИВНЫХ СИСТЕМ ИЗ ЖЕЛЕЗОБЕТОНА

*канд. техн. наук А.В. ТУР; д-р техн. наук, проф. В.В. ТУР
(Брестский государственный технический университет)*

Рассматривается применение нелинейного анализа в качестве основного метода оценки живучести как существующих, так и вновь проектируемых конструктивных систем. Показано, что нелинейный анализ, базирующийся на описании реалистичных зависимостей для базовых переменных (средние значения), дает возможность моделировать реальное поведение конструктивной системы. Однако имеют место проблемы такого типа анализа, наибольшая из них – формат безопасности. Представлен анализ различных подходов к оцениванию формата безопасности при нелинейных расчетах.

Ключевые слова: конструктивные системы, железобетон, моделирование, нелинейный анализ, формат безопасности.

Введение. В последние годы как при проектировании новых, так и при проверках предельных состояний действующих конструкций все более широкое применение получают нелинейные методы расчетов. Так, при проверках живучести конструктивных систем в особых расчетных ситуациях согласно ТКП EN 1991-1-7 адекватные решения могут быть получены только при применении нелинейного анализа. При этом критерий проверок предельного состояния формулируется не в терминах предельных усилий, а предельных перемещений [2].

Применение нелинейных расчетов в практике проектирования стало возможным, с одной стороны, благодаря интенсивному развитию компьютерной техники, а с другой – в результате разработки программных продуктов, реализующих нелинейные расчетные процедуры.

Первые опубликованные работы, относящиеся к нелинейному конечно-элементному анализу конструктивных систем из железобетона, относятся к началу 1960-х годов. В настоящее время вычислительные комплексы, основанные на применении методов конечных элементов и декларирующие возможности нелинейного анализа, реализуют, как правило, две различные процедуры: упрощенную процедуру так называемой модифицированной или адаптивной жесткости и полностью нелинейную модель, основанную на применении так называемых сложных (деформационных) моделей для сечений с учетом перераспределения усилий при образовании и раскрытии трещин. В первом случае в каждой итерационной точке выполняется условно линейно-упругий расчет с измененными жесткостными характеристиками элемента. В этом случае (например, для плоских элементов) изотропная упругая жесткостная модель заменяется ортотропной упругой жесткостной моделью со сниженными жесткостными характеристиками по направлению максимальных напряжений. Такие модели могут быть использованы как для линейно-деформируемого, так и нелинейно-деформируемого материала, свойства которого описывают диаграммой « $\sigma - \varepsilon$ » для условий осевого однородного нагружения.

В случае применения сложных моделей принято, что каждая полоса находится в условиях плоского напряженного состояния (в случае плит) или осевого (в случае сечений балок) и фактическое напряженное состояние бетонного сечения описывается некоторой «столбчатой» функцией, моделирующей равномерное распределение по высоте слоя.

Бетонное сечение делят на k слоев. В общем случае для j -той полосы

$$\{\sigma\}^T = [C]_j \{\varepsilon\}^T. \quad (1)$$

Принимая, что $\{\varepsilon_0\} = \{\varepsilon_{x0}, \varepsilon_{y0}, \varepsilon_{xy0}\}$ – относительные деформации на уровне середины поверхности, а $\{k\} = \{k_x, k_y, k_{xy}\}$ – соответственно кривизны, можно записать

$$\{\varepsilon\}^T = \{\varepsilon_0\}^T + z_j \cdot \{k\}^T, \quad (2)$$

где z_j – расстояние от срединной поверхности до центра j -той полосы.

Для железобетонного сечения в общем виде представим

$$\begin{Bmatrix} \{N\}^T \\ \{V\}^T \\ \{M\}^T \end{Bmatrix} = [D] \cdot \begin{Bmatrix} \{\varepsilon_0\}^T \\ \{\gamma_i\}^T \\ \{k\}^T \end{Bmatrix}, \quad (3)$$

где $[D]$ – матрица жесткостей для общего случая железобетонного элемента.

Таким образом, и в одном и в другом случае применяемые расчетные модели включают базисные переменные, относящиеся к описанию свойств материалов, геометрическим характеристикам, ошибкам моделирования (неопределенностям расчетных моделей сопротивления).

Вместе с тем действующие в настоящее время нормы проектирования конструкций [1] хотя и допускают возможность выполнения нелинейных расчетов, но содержат довольно ограниченные указания, как по их применению, так и по трактовке полученных результатов расчета.

Формат безопасности и правила, содержащиеся в нормах проектирования конструкций, базируются, главным образом, на классических процедурах, использующих линейно-упругий анализ для определения эффектов воздействий с последующей проверкой отдельных критических сечений.

Следует подчеркнуть, что нелинейный анализ по своей природе всегда является оценкой глобального типа, при котором все конструктивные элементы системы и их сечения находятся во взаимодействии. Как показано в ряде работ [3; 4], современные нормы проектирования не допускают прямого применения метода частных коэффициентов при выполнении нелинейных расчетов, поэтому необходимо устанавливать новый формат безопасности, который, с одной стороны, позволяет обеспечить требуемый уровень надежности проектируемой конструктивной системы, а с другой – не искажает, по возможности, сверх допустимого реального физического поведения конструкции при выполнении расчетной процедуры.

Отметим, что как международные [5; 6], так и национальные [1; 7] нормы проектирования содержат предложения по регулированию уровня надежности при выполнении нелинейных расчетов с помощью так называемого глобального коэффициента безопасности (англ. *global resistance factor*). При этом практически во всех случаях проблема сводится к одностороннему оцениванию надежности, когда устанавливают расчетные значения сопротивления без учета изменчивости воздействий. В данном случае расчетное сопротивление выражают через значения воздействий, соответствующих рассматриваемому предельному состоянию.

Как было показано в работах [3; 8], проверка так называемого глобального сопротивления конструктивной системы (при применении глобального коэффициента), основанная на применении нелинейных расчетов, имеет следующие преимущества:

- при выполнении нелинейных расчетов выполняют проверку всех типов сечений одновременно, а не только выбранных критических;

- формат глобальной безопасности позволяет получить информацию о конструктивной безопасности, пластической деформативности и, в конечном итоге, о живучести конструктивной системы в целом, что недоступно при выполнении классических проверок отдельных критических сечений.

Однако сформулированные выше оптимистические утверждения следует принимать с большой долей осторожности. Это связано с тем, что при выполнении нелинейных расчетов существует довольно много аспектов, требующих соответствующей инженерной оценки. Так, например, следует четко ориентироваться в организации процедуры нелинейного расчета, реализованной в расчетном комплексе, а также в принятых критериях и ограничениях. Заметим, что практически все действующие нормы, за исключением рекомендаций по проверке живучести конструктивных систем в особых расчетных ситуациях (например, FEMA [9] или UFC [10]), не содержат соответствующих критериев для проверок при нелинейных расчетах, подобно тому как это применяется в традиционном проектировании. Поэтому на настоящем этапе нелинейные расчеты следует, очевидно, рассматривать как некоторый более совершенный, но дополнительный инструмент, который используют в тех случаях, когда применение простых стандартных методов проверок предельных состояний для отдельных сечений является недостаточным и не дает полной информации о поведении конструктивной системы. Не следует забывать и о том, что нелинейный анализ является более затратным и требует привлечения для его выполнения специалистов более высокой квалификации. Кроме того, при выполнении нелинейных расчетов не действует принцип суперпозиции и требуется выполнение отдельных нелинейных расчетов для каждой возможной комбинации воздействий, что является существенным недостатком метода.

В соответствии с [3] термин «глобальное сопротивление» (англ. *global resistance*) используется для оценки конструктивной системы на уровне более высоком, чем отдельные сечения. Следует сделать еще одну ремарку, прежде чем говорить о применении нелинейного анализа. Это связано с тем, что при применении данной процедуры рассматриваются две группы задач:

- 1) нелинейный конечно-элементный анализ отдельных конструктивных элементов или простейших систем (неразрезных балок, плоских рам и т.д.), когда предпринимают попытку физического моделирования поведения конструкции под нагрузкой с учетом трещинообразования, совместной работы арматуры с бетоном и т.д. Для этих целей применяют современные довольно мощные вычислительные комплексы (DIANA, ANSYS, ABAQUS, NASTRAN и т.д.), использующие для описания задачи объемные конечные элементы (так называемый *solid*).

Безусловно, в такой постановке крайне трудоемко моделировать поведение реальных конструктивных систем со сложными сопряжениями отдельных конструктивных элементов и фактическими схемами армирования. Очевидно, что в настоящее время к данному анализу можно относиться скептически,

но принимать во внимание перспективы его развития в будущем. При этом такой нелинейный анализ чрезвычайно полезен, в частности при решении задач локального сопротивления в узлах, контактных задач и т.д. при отсутствии обоснованных аналитических моделей, а также при проведении научных исследований численными методами;

2) нелинейный конечно-элементный анализ идеализированных конструктивных систем, когда моделирование выполняется, например, на уровне стержневой аппроксимации. Такие расчеты являются наиболее приближенными к практическому проектированию и позволяют находить с определенной точностью решения для реальных сложных конструктивных систем. Для железобетонных конструкций проблема решается, например, врезкой пластических шарниров (как в случае балок или рам), применением сеточных моделей или методов модифицированной жесткости (как в случае плит).

При решении нелинейных задач этой группы отказ (или «разрушение») идентифицируется: 1) в случае если угол поворота в пластическом шарнире превышает допустимые (предельные) значения из диаграммы «М – u» для описания пластического шарнира; 2) образуется такое количество пластических шарниров, при котором элемент конструктивной системы или система в целом превращается в механизм. При этом следует рассматривать достижение любого из этих условий по принципу – «что достигается ранее».

Возможно, что рациональным подходом следует считать применение задач первого типа (при условии, что они достаточно хорошо моделируют сопротивление железобетонного элемента) для получения диаграмм, описывающих поведение пластических шарниров (например, «момент – кривизна» или «момент – угол поворота»), применяемых на следующем уровне аппроксимации. Вместе с тем как для задач первого, так и второго типа обязательным условием является обеспечение требуемого уровня надежности.

Следует отметить, что формат безопасности при выполнении нелинейных расчетов остается по-прежнему одной из наиболее обсуждаемых и противоречивых проблем теории надежности, а предлагаемые методы подвергаются постоянной модификации.

Рассмотрим некоторые из базовых методов, посредством которых обеспечивают требуемый уровень надежности нелинейных расчетов.

Метод частных коэффициентов. В соответствии с требованиями ТКП EN 1990 [5] проверки предельных состояний следует выполнять, применяя следующие методы:

- 1) полностью вероятностный метод;
- 2) полувариантный метод частных коэффициентов;
- 3) расчеты, подкрепляемые результатами испытаний.

Практически все нормы, действующие в настоящее время, применяют для проверок предельных состояний метод частных коэффициентов.

В соответствии с пунктом 6.1 (1) Р [5] «метод частных коэффициентов следует применять для подтверждения того, что во всех соответствующих расчетных ситуациях ни одно из значимых предельных состояний не будет превышено, если в расчетных моделях воздействий (эффектов воздействий) и моделях сопротивлений приняты расчетные значения базисных переменных». При проверках предельных состояний несущей способности (ULS) это условие в общем случае выражается критерием:

$$E_d \leq R_d; \quad (4)$$

$$E_d = E \left\{ \gamma_{F,i} F_{rep,i}; a_d \right\}, i \geq 1; \quad (5)$$

$$R_d = R \left\{ \eta_{F,i} \frac{f_{k,i}}{\gamma_{M,i}}; a_d \right\}, i \geq 1; \quad (6)$$

$$\gamma_{F,i} = \gamma_{Ed} \cdot \gamma_{fi}; \quad (7)$$

$$\gamma_{M,i} = \gamma_{Rd} \cdot \gamma_{mi}. \quad (8)$$

В выражениях (4)...(8) E_d, R_d – соответственно расчетные значения эффекта воздействия и сопротивления; $F_{rep,i}$ – репрезентативное значения воздействия ($\Psi_d F_{k,i}$); γ_{Ed} – частный коэффициент, учитывающий неопределенности: а) расчетной модели, используемой для определения эффекта воздействия; б) моделирования изменчивости собственного воздействия; γ_{Rd} – частный коэффициент, учитывающий неопределенности (ошибки моделирования) модели сопротивления; γ_{mi} – частный коэффициент, учитывающий отклонение прочности материала от его характеристического значения. Значение частных коэффициентов $\gamma_{F,i}, \gamma_{M,i}$ калибруют для установленного уровня надежности, выраженного в нормированной вероятностью отказа p_f или соответствующего ей целевого значения индекса надежности β_{tag} , по правилам, изложенным в приложении С к ТКП EN 1990 [5].

Нормы ограничивают применение метода частных коэффициентов при выполнении нелинейных расчетов. Так, в разделе 6.2 ТКП EN 1990 [5] содержится следующая запись: «для нелинейных расчетов и расчетов на усталость следует применять подробные правила, изложенные в соответствующих частях EN 1991 – EN 1999». Заметим, что в окончательной версии ТКП EN 1992 [1] названные правила после ряда изменений так и не были окончательно сформулированы: с одной стороны, в пункте 3.1.5 (1) [1] приводится аналитическое описание диаграммы деформирования для бетона « $\sigma_c - \varepsilon_c$ » со средними величинами (значениями) параметрических точек, которую следует применять при нелинейных расчетах конструкций, хотя подобная диаграмма для арматурной стали отсутствует.

Принятие «средней» диаграммы для бетона вполне обоснованно, опираясь на пункт 5.7.4 (3) Р [1]: «при выполнении нелинейных расчетов следует использовать характеристики материалов, которые позволяют наиболее реально отображать жесткостные характеристики конструкции, но учитывают погрешности (неопределенности) расчетной модели, описывающей разрушение». Представленное требование приводит, по существу, к оцениванию средних сопротивлений конструкции. Заметим, что в ряде предварительных версий EN 1992-1-1 [1] критерии метода частных коэффициентов были записаны отдельно для проверок, основанных на расчетах сечений (см. формулы (4)...(8)) и нелинейных расчетах конструкций в виде:

$$R_d = \frac{R}{\gamma_R} (f_{cm}, f_{yR}, f_{p,R} \dots a_d), \quad (9)$$

где f_{cm} – средняя прочность бетона; $f_{yR} = 1,1 \cdot f_{yk}$ – средняя прочность арматуры; $f_{pR} = 1,0 \cdot f_{pk}$ – средняя прочность напрягающих элементов; γ_R – глобальный коэффициент безопасности, устанавливаемый статистической калибровкой (например, в СНБ 5.03.01 было принято $\gamma_R = 1,35$ по результатам исследования [11]).

Однако окончательная версия EN 1992-1-1 [1], выдержавшая голосование, содержит только общие фразы, относящиеся к проверкам предельных состояний при применении нелинейных расчетов. Кроме того, трудно объяснить с точки зрения физического моделирования включение в окончательную редакцию EN1992-1-1 [1] требования проверки углов поворота в пластическом шарнире при выполнении ограниченного перераспределения, базируясь на расчетных (f_{cd}, f_{yd}), а не средних (f_{cm}, f_{ym}) характеристиках свойств материалов, как это было практически во всех промежуточных версиях документа. При этом заметных изменений не находим и в *fib* Model Code 2010, который является кодексом-образцом для составления новой версии EC2.

Очевидно, не требует дополнительного обсуждения и тот факт, что нелинейный анализ, базирующийся на расчетных характеристиках прочности, представленных экстремально низкими значениями, имеющих очень низкую вероятность появления и не отражающих реальных свойств материала, **может не только приводить к нереалистичным перераспределениям эффектов воздействий (внутренних усилий) но и изменять форму разрушения**. Данный подход может приводить к небезопасному результату.

Кроме того, применение диаграмм деформирования материалов с расчетными значениями прочностей (параметрических точек диаграмм) приводит к искажению матрицы жесткости конечно-элементной модели, а далее к эффектам, описанным выше.

Вероятностный метод. Расчетное сопротивление R_d может быть оценено с применением вероятностного подхода в соответствии с общим форматом безопасности [5]. В рамках вероятностного подхода функция сопротивления $r(\mathbf{r})$ формулируется с использованием нелинейной модели железобетона. Безопасность следует оценивать, опираясь на нормируемое целевое значение индекса надежности β_{tag} или связанной с ним вероятности отказа p_f , значения которых для соответствующего класса (RC) приведены в ТКП EN 1990 [5].

В расчетах учитывается статистическая изменчивость характеристик свойств материалов, геометрических характеристик, неопределенности (ошибка моделирования) собственно принятой модели сопротивления. В соответствии с положениями вероятностного метода так называемое глобальное расчетное сопротивление может быть выражено следующим образом:

$$R_d = \frac{1}{\gamma_{Rd}} R(\alpha_R \beta_{tag}), \quad (10)$$

где $R(\alpha_R \beta_{tag})$ – сопротивление, соответствующее заданному уровню надежности (целевому индексу надежности β_{tag} согласно [1]) с учетом понижающего коэффициента α_R (коэффициент чувствительности при одностороннем оценивании сопротивления при раздельной оценке безопасности согласно ТКП EN 1990 [1]); γ_{Rd} – частный коэффициент, учитывающий несовершенства расчетной модели сопротивления.

В общем случае вероятностный анализ базируется на симуляции случайных выборок и может быть представлен четырьмя этапами.

(1) Формулирование нелинейной численной модели сопротивления. Такую модель описывают, как правило, функцией сопротивления $r(\mathbf{r})$, которая позволяет выполнять детерминистический расчет сопротивления для конкретного набора входных значений базисных переменных.

(2) Рандомизация, или случайный выбор входных переменных из соответствующих функций плотности распределения вероятностей (или генерированной базы данных) характеристик свойств материалов, геометрических размеров, ошибок моделирования, граничных условий и т.д. Кроме того, входные данные могут включать некоторые параметры, которые не входят в функцию эффектов воздействий $e(e)$.

Базисные переменные задают соответствующими функциями плотности распределения вероятности со своими статистическими параметрами (среднее значение, стандартное отклонение и т.д.). Рандомизация может быть выполнена двумя способами: 1) при использовании случайных переменных, когда входные параметры рассматривают как константы в пределах одной конструкции; 2) случайных полей, когда параметр случайным образом изменяется еще и в пределах одной конструкции. При этом следует рассматривать соответствующую корреляцию переменных. Так, например, считаем, что прочность бетона изменчива, но одинакова для всех сечений конструкции (способ 1) или прочность бетона изменчива, кроме того, и во всех локальных сечениях по длине конструкции (способ 2).

(3) Выполняют вероятностный расчет, применяя, например, симуляцию Монте-Карло. Результаты расчета позволяют получать функцию распределения плотности вероятности сопротивления со своими статистическими параметрами.

(4) Определяют расчетное сопротивление из функции распределения сопротивления при целевом индексе надежности $\beta_{\text{цел}}$. Согласно ТКП EN 1990 [5] при $\alpha_R = 0,8$, $\alpha_R \beta = 0,8 \cdot 3,8 = 3,04$, что соответствует вероятности отказа $p_f \cong 10^{-3}$ (только при условии, что функция сопротивления будет описана законом нормального, а также логнормального распределения).

Необходимо отметить, что вероятностное моделирование хотя и позволяет напрямую рассчитать расчетное значение сопротивления R_d , но является достаточно трудоемкой процедурой, требующей не только существенных затрат времени, но и соответствующей подготовки специалистов. Очевидно, что полностью вероятностный подход может быть применен для калибровок значений глобального коэффициента, но не в практическом проектировании.

Методы глобального сопротивления. При применении метода глобального сопротивления к оцениванию результатов нелинейных расчетов формат безопасности выражают следующим образом:

$$\sum_i \gamma_G \cdot G_{ki} + \sum_j \gamma_Q \cdot Q_{kj} \cdot \Psi_{oj} \leq \frac{F_m}{\gamma_{GL}}, \quad (11)$$

где F_m – максимальное значение прямого/непрямого воздействия, получаемое из нелинейного расчета. По существу, это значение представляет собой сопротивление R_m ; γ_{GL} – глобальный коэффициент.

В соответствии с общим подходом нелинейный анализ следует выполнять с «реальными» (наиболее вероятными) значениями базисных переменных, применяя для описания свойств материалов диаграммы деформирования со средними прочностями (f_{cm} , f_{ym}). Вместе с тем значения глобального коэффициента γ_{GL} рекомендовано [3; 8] определять двумя различными способами в зависимости от формы разрушения (по растянутой арматуре или по сжатию бетона).

При разработке данного метода был предложен ряд модификаций, среди которых можно выделить два основных [4; 8], базирующихся на использовании средних значений прочностей материалов, но по-разному представляющих глобальные коэффициенты в выражении (11).

Так, согласно [4], формат безопасности предложено выражать следующим образом:

$$E(\gamma_G G_k + \gamma_Q Q_k) \leq \frac{R(f_{ym}, f_{cm}, a_{nom})}{\gamma_R \left(\varepsilon_{s1}, \rho_{tot}, \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)}, \quad (12)$$

а согласно [8]:

$$E(\gamma_G G_k + \gamma_Q Q_k) \leq \frac{R(f_{ym}, f_{cm}, a_{nom})}{\gamma_R \left(\frac{x}{d} \right)}. \quad (13)$$

В предложениях Mancini [4] проверку предельных состояний несущей способности при выполнении нелинейных расчетов рекомендовано производить с использованием критерия

$$E(\gamma_G G_k + \gamma_Q Q_k) \leq \frac{R(q_u)}{\gamma_{GL}} = \frac{R(q_u)}{\gamma_{Rd} \cdot \gamma_{gl}}, \quad (14)$$

где q_u – максимальное значение воздействия, полученное из нелинейного расчета при пониженной прочности бетона на сжатие ($f_{cm} \cong 0,85 f_{ck}$) и средней прочности арматурной стали.

Ошибки моделирования в явном виде выражены коэффициентом $\gamma_{GL} = \gamma_{Rd} \cdot \gamma_{gl}$, в котором $\gamma_{Rd} = 1,08$ представляет коэффициент, учитывающий несовершенства модели, и γ_{gl} – глобальный коэффициент сопротивления, учитывающий собственно изменчивость базисных переменных.

По отношению к методу глобальных коэффициентов можно сделать три основных замечания:

1) глобальный коэффициент безопасности применяют к воздействиям, минуя рассмотрение эффектов воздействий (внутренних усилий) и соответственно без дополнительного анализа поведения конструкций;

2) формат безопасности, применяемый на уровне воздействий, не соответствует концепции полувероятностного метода частных коэффициентов, при котором выполняют проверку детерминистических неравенств вида (1);

3) не учитываются неопределенности как модели сопротивления, так и модели воздействий (эффектов воздействий), несмотря на то, что они имеют фундаментальное значение при выполнении нелинейных расчетов.

Допущение о том, что сопротивление железобетонного элемента подчиняется логнормальному (LN) распределению, в основном принято научным сообществом. Вместе с тем эта базовая гипотеза неоднократно подвергалась критике. Так, например, в работах Henriques и др. [12] показано, что даже при анализе простых моделей сопротивления для железобетонных конструкций, имеющих одну преобладающую форму разрушения (при изгибе или при осевом сжатии), функция распределения плотности вероятности сопротивления отличается от принятой логнормальной и зависит от количества растянутой арматуры.

Аналогичные результаты были получены и авторами для случаев оценивания надежности сжатых элементов из бетона с учетом фильтрующих эффектов критерия соответствия.

Анализируя представленный метод, можно сделать следующие замечания:

- глобальный коэффициент сопротивления γ_G не является постоянным для различных задач;

- логнормальное распределение (LN) некорректно представляет сопротивление. В этом случае для связи вероятности отказа и индекса надежности не может быть использована функция Лапласа согласно EN 1990.

Метод коэффициента глобального сопротивления. Данный метод приведен в EN 1992 [1] и новой версии кодекса-образца *fib* Model Code 2010 (MC 2010) [6] и претендует на внесение в новую версию EC2. В соответствии с этим методом расчетное сопротивление выражают следующим образом:

$$R_m = \frac{r(f_m, \dots, a_d)}{\gamma_R \cdot \gamma_{Rd}}. \quad (15)$$

Функция нелинейного сопротивления элемента r содержит средние значения прочностных характеристик материалов, которые выражены для арматурной стали как

$$f_{cm} = 1,1f_{yk}, \quad (16)$$

где f_{yk} – характеристическое значение прочности арматуры; f_{cm} – средняя прочность бетона (пониженное значение).

Принимая согласно [1] значения частных коэффициентов $\gamma_s = 1,15$, $\gamma_c = 1,5$, получено значение средней прочности

$$f_{cm} \cong 0,85f_{ck}. \quad (17)$$

Значения частных коэффициентов γ_R и γ_{Rd} , принятые в MC2010 [6], составляют соответственно 1,2 и 1,06, а глобальный коэффициент $\gamma_{GL} = 1,2 \cdot 1,06 = 1,27$.

Обоснование принятому подходу приведено в работах [3; 4]. На рисунке 1 показаны функции плотности распределения вероятности прочности для стальной арматуры и бетона (в относительных единицах прочности $f_i/f_{d,i}$ – по горизонтальной оси). Принято, что расчетные значения прочности для арматурной стали и бетона имеют равные вероятности (это вытекает из принятых калибровок по EN 1990 [5]). Учитывая, что расчетные значения описывают квантили одного порядка, их относительные значения соответствуют точке 1,0 на рисунке 1. Расчетные значения сопротивления арматуры выведены при част-

ном коэффициенте $\gamma_s = 1,15$ $\left(f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \right)$, а средние значения приняты равными $f_{ym} = 1,1f_{yk}$.

В данном случае глобальный коэффициент безопасности для сопротивления при разрушении

- по растянутой арматуре:

$$\gamma_{GL}^{steel} = 1,1 \cdot 1,15 = 1,27;$$

- по сжатому бетону:

$$\gamma_{GL}^{concrete} = 1,1 \cdot 1,5 = 1,65.$$

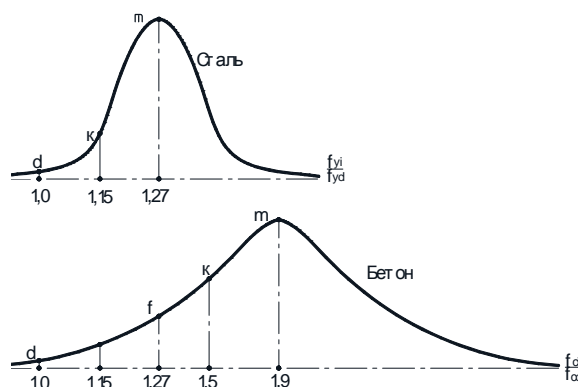


Рисунок 1. – Концепция обеспечения надежности по МС 2010 и EN 1992-2 согласно [3]

Для того чтобы получить равные значения глобальных коэффициентов γ_{GL} для разрушения по растянутой арматуре (γ_{GL}^{steel}) и сжатию бетону ($\gamma_{GL}^{concrete}$) и исключить необходимость анализа прогнозируемой формы разрушения, авторы [3; 12] вводят в МС 2010 [6] формальную величину «средней» прочности бетона, лишенной всякого физического смысла (см. рисунок 1):

$$f_{cm} = \frac{1,1\gamma_s}{\gamma_c} \cdot f_{ck} \cong 0,85 f_{ck}. \quad (18)$$

В этом случае глобальный коэффициент

$$\gamma_{GL}^{concrete} = \frac{f_{cm}}{f_{cd}} = \frac{0,85 f_{ck}}{f_{ck}/1,5} = 1,27.$$

Следует еще раз подчеркнуть, что полученное пониженное значение $\gamma_{cm} \cong 0,85 f_{ck}$ не только не является средней прочностью в представлении метода предельных состояний, но и вносит существенные погрешности в результаты расчетов, особенно когда нелинейный расчет опирается на корректировку жесткостных характеристик элементов. Непонятно, по какой причине это обстоятельство остается незамеченным Servenka и др.

Метод оценивания коэффициента вариации сопротивления (ЕCOV). Метод предложен в работах [3; 12] и базируется на утверждении о том, что сопротивление конструкции подчиняется некоторой функции распределения плотности вероятности, для которой коэффициент вариаций может быть определен, опираясь на средние R_m и характеристические значения R_k сопротивления.

Принимая опять согласно [3] логнормальный закон распределения для сопротивления, коэффициент вариаций сопротивления определяется следующим образом:

$$V_R = \frac{1}{1,65} \ln \left(\frac{R_m}{R_k} \right), \quad (19)$$

а глобальный коэффициент безопасности сопротивления γ_R рассчитывают по формуле [3]:

$$\gamma_R = \exp(\alpha_R \beta \cdot V_R), \quad (20)$$

где α_R – коэффициент чувствительности (весовой коэффициент), принимаемый равным $\alpha_R = 0,8$.

Расчетное сопротивление определяют как

$$R_d = \frac{R_m}{\gamma_R}. \quad (21)$$

Ключевым этапом данного метода является определение среднего R_m и характеристического R_k значений сопротивления. Предлагается их определять, выполняя два отдельных нелинейных расчета с использованием средних и характеристических значений для свойств материалов:

$$R_m = r(f_{cm}, f_{ym}, \dots, a_d); \quad (22)$$

$$R_k = r(f_{ck}, f_{yk}, \dots, a_d). \quad (23)$$

Новые предложения для формата безопасности (после выхода *fib* MC2010). Несмотря на то, что формат безопасности для нелинейных расчетов конструкций по-прежнему является довольно спорной и противоречивой темой, за последние несколько лет после выхода *fib* MC 2010 [6] опубликовано только два относительно новых подхода, являющихся по своей сути некоторой модификацией описанного выше метода оценивания коэффициентов вариации сопротивления (ECOV). Первый из них базируется на работах *Schlune* и др. [4]. Исследования параметров изменчивости сопротивления были выполнены с применением изгибаемых и сжатых элементов с учетом возможной формы разрушения при срезе. В рамках усовершенствованного подхода в расчетных моделях сопротивления используют средние значения прочностных характеристик материалов (f_{ym} , f_{cm}), номинальные значения геометрических параметров a_{nom} . Расчетное сопротивление записывают в виде:

$$R_d = \frac{R(f_{ym}, f_{cm}, a_{nom})}{\gamma_R} \quad (24)$$

Опять же, опираясь на логнормальное (LN) распределение сопротивления, глобальный коэффициент определяют следующим образом:

$$\gamma_R = \frac{\exp(\alpha_R \beta \cdot V_R)}{\theta_m} \quad (25)$$

Несовершенства модели сопротивления учитываются при помощи коэффициента θ_m , который определяется как среднее отношение экспериментальных и расчетных значений сопротивления. Как показано в [4], значение коэффициента θ_m изменяется от 0,7 до 1,2 при сжатии, изгибе и срезе.

Коэффициент вариации сопротивления определяется согласно [5]:

$$V_R = \sqrt{V_g^2 + V_m^2 + V_f^2}, \quad (26)$$

где V_g^2 , V_m^2 , V_f^2 – соответственно коэффициенты вариаций геометрических параметров, ошибки моделирования, характеристик свойств материалов, определяемые согласно [4].

Главным параметром является коэффициент вариации, учитывающий изменчивость прочностей бетона и арматурной стали, который определяется согласно [4]:

$$V_f = \frac{\sqrt{\left(\frac{R_m - R_{\Delta f_c}}{\Delta f_c}\right)^2 \cdot \sigma_{f_c}^2 + \left(\frac{R_m - R_{\Delta f_y}}{\Delta f_y}\right)^2 \cdot \sigma_{f_y}^2}}{R_m}, \quad (27)$$

где σ_{f_c} , σ_{f_y} – соответственно стандартные отклонения для прочности бетона на сжатие и арматурной стали на растяжение; Δf_c , Δf_y – конечные отклонения сопротивлений материалов; $R_{\Delta f_c}$, $R_{\Delta f_y}$ – результаты нелинейного расчета, выполненного с использованием значений $(f_{cm} - \Delta f_c)$ для прочности бетона на сжатие и $(f_{ym} - \Delta f_y)$ – арматурной стали при растяжении.

Коэффициент вариации V_R может быть рассчитан после выполнения трех отдельных нелинейных расчетов: один – при средних значениях всех базисных переменных расчетной модели; два других – со значениями $(f_{cm} - \Delta f_c)$ и $(f_{ym} - \Delta f_y)$ соответственно. Как видно, предложенный подход является усовершенствованным вариантом ECOV-метода.

Еще один подход, основанный на работах [3; 8], предлагает отдельную форму записи для глобального коэффициента сопротивления ($\gamma_R \cdot \gamma_{Rd}$):

$$R_d = \frac{R(f_m, a_{nom})}{\gamma_R \cdot \gamma_{Rd}}, \quad (28)$$

где γ_R – коэффициент вариаций сопротивления, зависящий от изменчивости базисных переменных, который рассчитывают по формуле (29):

$$\gamma_R = \exp(\alpha_R \beta \cdot V_R). \quad (29)$$

Результаты расчета существенным образом зависят от допущений, принятых в моделях, используемых в нелинейных расчетах.

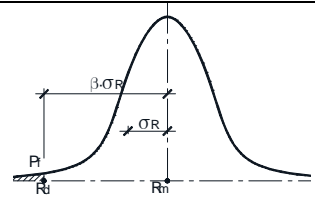
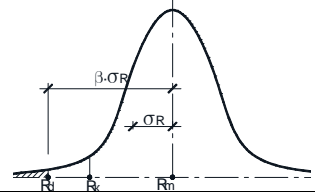
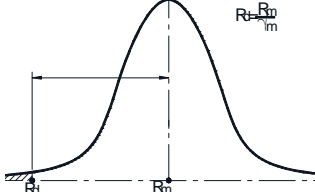
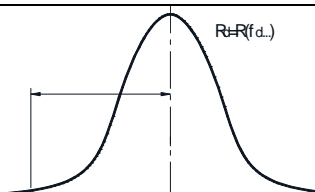
Коэффициент, учитывающий неопределенности расчетной модели сопротивления (ошибки моделирования) γ_{Rd} , учитывает и различия в поведении реальной конструкции, и результаты численного моделирования рассматриваемой конструкции. Его значение определяют, как правило, на фоне опытных данных, полученных при экспериментальных исследованиях, применяя методы статистического оценивания. Значения коэффициента γ_{Rd} может быть определено согласно [8]:

$$\gamma_{Rd} = \frac{1}{\alpha_R} - \exp(\alpha_R \beta V_{VR}), \quad (30)$$

$\alpha_R = 0,4\alpha_R$ – коэффициент чувствительности для ошибки моделирования сопротивления; V_{VR} – коэффициент вариаций для ошибки моделирования сопротивления.

Некоторые замечания к методам глобального сопротивления. Описанные выше методы предназначены для оценивания расчетных сопротивлений конструкции при различных условиях аппроксимации. Согласно [12] международный комитет JCSS рассматривает полностью вероятностный метод (таблица 1) как наиболее рациональный. При применении этого метода генерируется распределение сопротивления конструкции, из которого далее напрямую вычисляется квантиль установленного порядка, соответствующий расчетному сопротивлению при заданном уровне надежности (нормируемым значениям вероятности отказа P_t или связанным с ним индексом надежности b). Безусловно, такой подход выглядит наиболее привлекательным и представляется как условно точное оценивание, принимая во внимание нормируемые значения [5] вероятности отказа. Вместе с тем процедура вероятностного оценивания имеет ряд неопределенностей, которые требуют отдельного обсуждения. Это связано, главным образом, с процедурой оценивания квантилей малых порядков.

Таблица 1. – Методы оценивания расчетных сопротивлений. Уровни аппроксимации

Метод	Концепция надежности	Описание базисных переменных	Количество расчетов	Цель аппроксимации
(1) Полностью вероятностный подход		Функции плотности распределения вероятности базисных переменных	Не менее 35	Условно точное решение
(2) ECOV и его модификации		Характеристики средние	2	Изменчивость сопротивления
(3) MC 2010		Характеристика $\gamma_R = 1,27$ const	1	Средние значения
(4) метод частных коэффициентов (PSF)		Расчетные	1	Расчетные значения

Применительно к рассматриваемой проблеме следует учитывать целый ряд дополнительных факторов, влияющих на результаты оценивания надежности. Во-первых, принимая симметричное исходное нормальное (или логнормальное) распределение со своими статистическими параметрами для описания прочности бетона, после фильтрации с применением критериев соответствия (в процессе контроля соот-

ветствия прочности в процессе производства) получаем набор данных с неизвестным распределением. Это распределение восстанавливают, опираясь на статистические методы. Далее полученное условное распределение применяют в модели сопротивления.

По существу, это довольно оптимистичное утверждение, что после генерации случайных величин сопротивления получаем нормальную или логнормальную функцию распределения сопротивления. Скорее, опять получаем генерированную выборку случайных величин сопротивления. Полученную выборку аппроксимируют некоторым распределением, из которого затем вычисляют квантиль требуемого порядка. В результате таких операций получают расчетное сопротивление как квантиль заданного порядка, но при совершенно неизвестной обеспеченности. В подобных случаях наиболее рациональным следовало бы считать применение для оценивания квантили метода порядковых статистик, как это предложено в наших работах.

Другие методы (см. таблицу 1) являются аппроксимациями, базирующимися на упрощенных допущениях, позволяющих производить оценивание расчетных значений сопротивлений. Как было показано в ряде работ [3–8], формат безопасности при выполнении нелинейных расчетов зависит не только от изменчивости базисных переменных расчетной модели, но и от формы разрушения. Например, для конструкции из одного бетона, но имеющей различные формы разрушения, могут быть получены различные статистические параметры, характеризующие изменчивость сопротивления. Концепция метода 2 (см. таблицу 1) близка к вероятностному формату, так как оценивание, базирующееся на средних и характеристических значениях, относительно устойчиво. Однако основная проблема – принятое *a priori* логнормальное распределение сопротивления.

Очевидно, что более рациональным подходом (по принципу «наименьшее зло») следует считать модифицированный метод коэффициента вариации сопротивления (ECOV-mod.), при котором коэффициент вариации сопротивления следует определять, минуя зависимость (16), соответствующую логнормальному распределению. В этом случае, согласно ТКП EN 1990 [5], для простых моделей сопротивления коэффициент вариации может быть рассчитан:

$$V_R^2 = (V_\delta^2 + 1) \left[\prod_{i=1}^j (V_{x,i}^2 + 1) - 1 \right]. \quad (31)$$

При малой изменчивости базовых переменных

$$V_R^2 = V_\delta^2 + V_n^2, \quad (32)$$

где

$$V_n^2 = \sum_{i=1}^j V_{x,i}^2. \quad (33)$$

Для сложных моделей

$$V_R^2 = \frac{\text{VAR}(g_n(x))}{g_n^2(x_m)} \cong \frac{1}{g_n^2(x_m)} \cdot \sum_{i=1}^j \left(\frac{\partial g_n}{\partial x_i} \sigma_i \right)^2. \quad (34)$$

В выражениях (31)–(34) V_δ – коэффициент вариации для ошибки моделирования, определяемый, например, согласно [5]; V_R – коэффициент вариации для модели сопротивления, зависящий от изменчивости базисных переменных x_i .

Исследования [11] показывают, что для модели сопротивления изгибу, совместному действию продольных сил и изгибающих моментов, коэффициент вариации для ошибки моделирования составляет $V_\delta \cong 0,1$, а коэффициент вариации сопротивления $V_R \cong 0,12$. При этом глобальный коэффициент: $\gamma_R \cong \exp(3,04 \cdot 0,12) = 1,44$.

Наряду с этим следует учитывать, что комплексы могут давать результаты расчета с различной ошибкой моделирования даже при равных или близких вариациях собственно модели сопротивления, вытекающих из изменчивости базисных переменных.

Так, в качестве примера приведем результаты нелинейного расчета однопролетной балки, защемленной по концам. Сечение балки принято: 300×500 мм, коэффициенты армирования для варианта 1: $\rho_l = 0,33\%$ (минимальный коэффициент армирования), $\rho'_l = 0,71\%$; для варианта 2: $\rho'_l = 1,05\%$ (где ρ_l – коэффициент армирования пролетный, а ρ'_l – опорной арматуры). Значение глобального коэффициента определяем по ECOV-методу, выполняя два расчета – при характеристических и средних значениях базисных переменных (прочность бетона и арматурной стали). Для бетона класса C25/30 среднее $f_{cm} = 33$ МПа

и характеристическое $f_{ck} = 25$ МПа значения прочности принимали по ТКП EN 1992-1-1 [1]. Для расчета применяли комплекс «ЛИРА-САПР» и «SAP2000».

Результаты расчетов в виде нелинейной реакции балки показаны на рисунках 2, 3 и приведены в таблице 2.

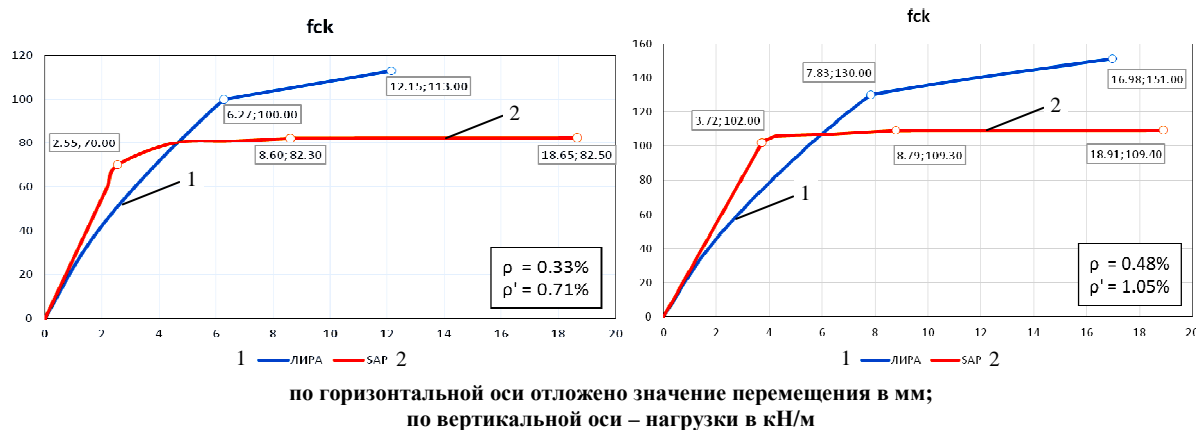


Рисунок 2. – Зависимости «сила – перемещение», полученные из нелинейного расчета с использованием характеристических значений свойств материалов по ПК SAP и ЛИРА-САПР

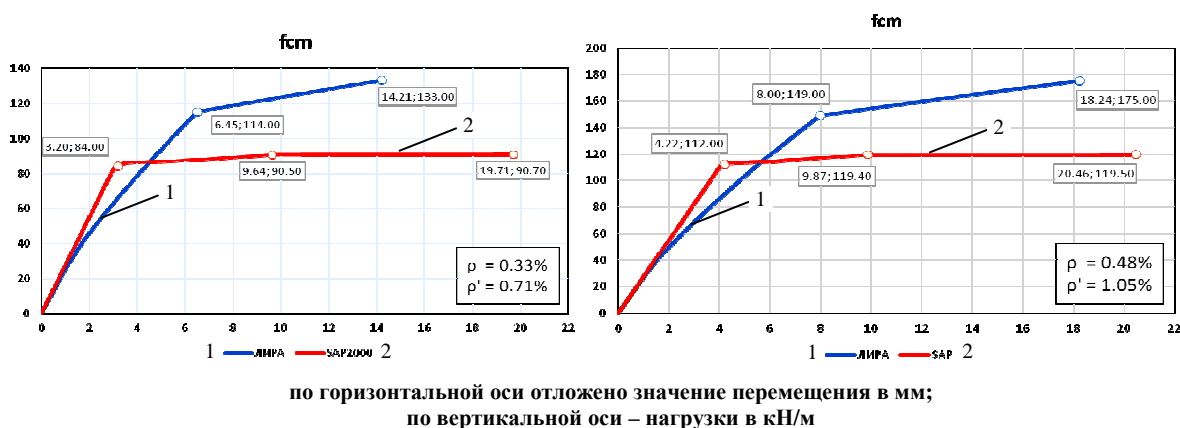


Рисунок 3. – Зависимости «сила – перемещение», полученные из нелинейного расчета с использованием средних значений свойств материалов по ПК SAP и ЛИРА-САПР

Таблица 2. – Сравнение результатов расчета глобального коэффициента сопротивления по методу ECOV

Вариант расчета	ρ_i / ρ'_i , [%]	Максимальная нагрузка, кН/м		$V_R = \frac{1}{1,65} \ln \left(\frac{R_m}{R_k} \right)$	$\gamma_R = \exp(3.04 \cdot V_R)$
		R_m	R_k		
1	0,33/0,71	<u>133</u>	<u>113</u>	<u>0,099</u>	<u>1,35</u>
		90,7	82,5	0,057	1,19
2	0,48/1,05	<u>175</u>	<u>151</u>	<u>0,089</u>	<u>1,31</u>
		119,5	109,4	0,054	1,18

Над чертой – нелинейный расчет по ЛИРА-САПР; под чертой – то же по SAP2000.

Как видно из результатов расчета (см. рисунки 2, 3 и таблицу 2), два комплекса, принятых для сравнения, дают различные результаты при анализе аналогичных элементов, как при оценивании средних сопротивлений, глобальных коэффициентов, так и соответственно расчетных значений сопротивления (результаты расчетов различаются примерно на 30%). Отдельно следует проанализировать нелинейную реакцию «нагрузка – перемещение», получаемую при применении различных расчетных комплексов, сравнить с опытными данными и выявить ошибку моделирования собственно вычислительных комплексов.

В работе [14] выполнена верификация на фоне опытных данных программного комплекса SAP2000, примененного для нелинейного анализа стержневых элементов (статически неопределимых балок и плоских рам). Целью анализа явилось установление статистических параметров собственно ошибки модели-

рования комплекса. Получены следующие статистические параметры $\theta_m = 1,006$; $V_x = 16\%$. При этих значениях параметров ошибки моделирования различные модели, применяемые для калибровки, дают значения глобального коэффициента от 1,44 до 1,96. Таким образом, для применяемых вычислительных комплексов следует путем прямого статистического моделирования выявить значения глобального коэффициента γ_R , сократив, по возможности, до минимума число неопределенностей.

Заключение. Проанализированы различные методы, обеспечивающие требуемый формат безопасности нелинейных расчетов. Следует отметить, что каждый из них имеет как преимущества, так и серьезные недостатки, которые следует, по возможности, исключать при разработке новых и модификации существующих методов. Необоснованным является применение некоторого постоянного значения глобального коэффициента (как, например, согласно [6; 13] $\gamma_R = 1,27$) при выполнении любых нелинейных расчетов. Как видно из приведенного сравнения, различные вычислительные комплексы могут давать различные значения статистических параметров ошибки моделирования. Эти параметры должны быть установлены и внесены в Руководства по применению вычислительных комплексов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Проектирование конструкций из бетона. Общие правила для зданий : ТКП EN 1992-1-1 (ЕС2) (IDT: EN 1992-1-1:2004 : Design of Concrete Structures. General rules and rules for buildings). – 276 p.
2. Тур, А.В. Соппротивление изгибаемых железобетонных элементов при внезапном приложении нагрузки : дис. ... канд. техн. наук : 05.23.01 / А.В. Тур. – Брест, 2012. – 228 л.
3. Cervenka V. Reliability – based non-linear analysis according to fib Model Code 2010 / V. Cervenka // Structures Concrete, diurnal of fib. – 2013. – Vol. 14. – March. – P. 19–28.
4. Safety Format for the non-linear analysis of Concrete Structures / H. Schlune [et al.] // Engineering Structures, Elsevier, 2011. – Vol. 33, № 8, August.
5. Основы проектирования строительных конструкций : ТКП EN 1990 (IDT : EN 1990:2002 Basis of Structural Design). – Минск : ЦИТП, 2012. – 126 с.
6. Model Code 2010, First Complete Draft, Vol. 1, 2 – fib, 2010-CH-1015. – 293 p.
7. Бетонные и железобетонные конструкции : СНБ 5.03.01-02. – Введ. 01.07.2003. – Минск : М-во стр-ва и архитектуры Респ. Беларусь, 2003. – 144 с.
8. Bertagnoli G, Giordanol., etc. Safety format for the non-linear analysis of Concrete Structure s. Studies and Researches – V. 25, Polytechnico di Milano, Italy, 2004.
9. Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings, Federal Emergency Management Agency (FEMA) 356, November, 2000. – 561 p.
10. Unified Facilities Criteria – Design of Building to Resist Progressive Collapse : UFC 4-023-03. – January, 2010.
11. Тур, В.В. Прочность и деформации бетона в расчетах конструкций / В.В. Тур, Н.А. Рак. – Брест : Изд-во БрГТУ, 2003. – 252 с.
12. Walraven, J. (ed.), «fib Model Code for Concrete Structures 2010», September 2013.
13. Cervenka V. (ed.) : SARA – Structural Analysis and Reliability Assessment. User’s manual. Cervenka consulting, Prague, 2003. – 128 p.
14. Tur, V. Safety format for non-linear pseudo-static response of the RC-structural systems in accidental design situations / V. Tur, A. Tur // Modern Engineering. – 2017. – № 1. – P. 3–14.

Поступила 04.12.2017

ON THE APPLICATION OF NONLINEAR ANALYSIS IN THE DESIGN OF STRUCTURAL SYSTEMS OF REINFORCED CONCRETE

A. TUR, V. TUR

In recent years the non-linear analysis is considered as a basic procedure in case of structural robustness assessment and for estimation of the existing structures. Non-linear structural analysis, which is based on realistic constitutive relations for basic variables (average values) makes possible a modeling of a real structure behavior. But main problem of this type of analysis is safety format. This article presents critical analysis different approach to safety format for non-linear analysis.

Keywords: structural systems, reinforced concrete, simulation, nonlinear analysis, safety format.