

УДК 624.078.4

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА СОПРОТИВЛЕНИЯ ИЗГИБУ МНОГОПУСТОТНЫХ ПЛИТ ПЕРЕКРЫТИЙ БЕЗОПАЛУБОЧНОГО ФОРМОВАНИЯ В СОСТАВЕ ПЛАТФОРМЕННЫХ СТЫКОВ ЗДАНИЙ

*А.Д. ЛАЗОВСКИЙ; канд. техн. наук, доц. Д.О. ГЛУХОВ; Т.М. ГЛУХОВА
(Полоцкий государственный университет)*

Предложена расчетная модель и алгоритм расчета напряженно-деформированного состояния многопустотных плит перекрытия безопалубочного формования в зоне платформенного стыка, основанные на общей деформационной модели (между бетонными блоками в поперечных сечениях с трещинами нормального отрыва) и блочной модели трещинообразования (для бетонных блоков с продольной арматурой в растянутой зоне между трещинами нормального отрыва).

Ключевые слова: алгоритм расчета, многопустотные плиты перекрытий, безопалубочное формование, платформенные стыки зданий.

Для решения поставленной задачи в качестве базовой использовали блочную модель сопротивления для железобетонного элемента, впервые предложенную Г.М. Вестергаардом в 1930 году [1]. Дальнейшее применение и развитие данная модель получила в работах П.И. Васильева, Е.Н. Пересыпкина [2], В.И. Белова [3], С.Е. Пересыпкина [4], Ю.В. Починка [5], М.В. Бровкиной [6], Pietro Croce, Paolo Formichi [7], А. Vorosnyó и G.L. Balázs [8], А. Casanova, L. Jason и L. Davenne [9] и других.

Предлагаемая расчетная блочная модель, описывающая напряженно-деформированное состояние железобетонных многопустотных плит перекрытия безопалубочного формования в зоне платформенного стыка, основывается на принятых предположениях базовой блочной модели [2; 3] с учетом ее конструкции и выявленных особенностей работы под нагрузкой:

- изгибаемый железобетонный элемент представляет собой совокупность блоков конечной длины $L_{m,i}$, разделенных в растянутой зоне трещинами нормального отрыва и связанных между собой растянутой арматурой и бетоном в сжатой зоне;

- бетон и арматура в растянутой зоне сечения работают совместно в соответствии с принятым законом сцепления [10] (рисунок 1), связывающим касательные напряжения по площади контакта арматурного стержня с бетоном и их взаимное смещение $\tau_b = f(s)$.

Напряженно-деформированное состояние железобетонного предварительно напряженного элемента описывается системой уравнений [11; 12]:

$$\begin{cases} M_y = -\iint_C \sigma(y)(y - y_o)x(y)dy + N(y_{oe} - y_o), \\ N = \iint_C \sigma(y)x(y)dy, \\ \epsilon(y) = \epsilon_z - \frac{1}{r_y}(y - y_o) + q_0(y), \end{cases} \quad (1)$$

где $\sigma(y)$ – нормальные напряжения в элементарной площадке бетона или арматуры; $\epsilon(y)$ – продольные деформации элементарной площадки бетона или арматуры; $x(y)$ – функция формы; y_o – расстояние от центра изгиба сечения, нейтральной точки, до оси y ; и y_{oe} – расстояние от места приложения продольного усилия до оси y ; N – продольная сила от действия внешней нагрузки; $1/r_y$ – кривизна продольной оси элемента относительно оси y ; q – остаточные деформации от процесса динамического обжатия в процессе предварительного напряжения.

Оси x , y в уравнениях равновесия ориентированы в плоскости сечения, нормального к продольной оси. Для дальнейших рассуждений рассмотрим ось x , ориентированную параллельно продольной оси элемента.

Тогда ширина раскрытия трещины нормального отрыва между двумя бетонными блоками определяется как сумма взаимных смещений $s(x)$ арматуры и растянутого бетона по длине зон перераспределения l , слева (l) и справа (r) от краев трещины:

$$w = \int_{-l_{(l)}}^{l_{(r)}} s(x)dx = \int_{-l_{(l)}}^{l_{(r)}} (\epsilon_s(x) - \epsilon(x))dx. \quad (2)$$

Для любого поперечного сечения блока суммарное усилие в растянутом бетоне N_c и арматурном стержне N_s постоянно на всей длине блока. Тогда условие равновесия усилий с учетом правила знаков на элементарном участке в пределах бетонного блока имеет вид:

$$d\sigma_{s,ad} \cdot A_{s,ad} + d\sigma_c \cdot A_{c,eff,red} = 0. \quad (3)$$

Исходя из условия равенства усилия в арматурном стержне диаметром \varnothing как результирующего от действия растягивающих нормальных напряжений $\sigma_{s,ad}$, распределенных по его площади поперечного сечения $A_{s,ad}$, и усилия от действия касательных напряжений τ_b по площади контакта арматурного стержня с бетоном, а также разности относительных деформаций арматуры $\epsilon_{s,ad}$ и бетона ϵ_c как взаимного смещения s , закона сцепления $\tau_b = f(s)$, связывающего касательные напряжения по площади контакта арматурного стержня с бетоном и их взаимное смещение, учитывающего поперечное сжимающее давление от вертикального прижатия, можно записать:

$$d\sigma_{s,ad} \cdot \frac{\pi\varnothing^2}{4} = \pi\varnothing \cdot \Omega_{p,tr} \cdot \tau_b(s)dx, \quad (4)$$

$$(\epsilon_{s,ad} - \epsilon_c)dx = ds, \quad (5)$$

$$\Omega_{p,tr} \cdot \tau_b = f(s). \quad (6)$$

Коэффициент $\Omega_{p,tr}$ к ординатам принятого закона сцепления арматуры с бетоном для учета влияния давления вертикального прижатия p_{tr} в окружающем арматуру бетоне средней прочности $f_{cm,ad}$ принимаем в соответствии с предложениями [10] равным

$$\Omega_{p,tr} = 1 - \tanh\left(0,2 \frac{p_{tr}}{0,1f_{cm,ad}}\right). \quad (7)$$

График, иллюстрирующий принятый закон сцепления с учетом влияния поперечного давления прижатия p_{tr} , представлен на рисунке 1.

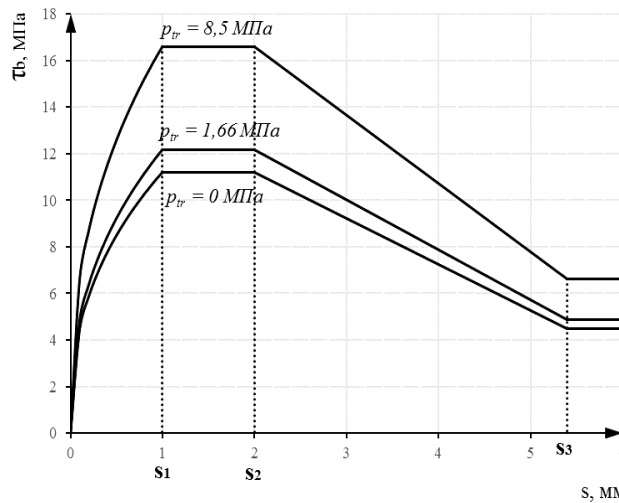


Рисунок 1. – График, иллюстрирующий закон сцепления с учетом влияния давления поперечного прижатия p_{tr}

В случае достижения относительными деформациями арматуры значений, соответствующих пределу текучести, $\epsilon_{s,ad} \geq \epsilon_{sy,ad}$, к ординатам принятого закона сцепления арматуры с бетоном вводится понижающий коэффициент Ω_y согласно [10]:

$$\Omega_y = 1,0 - 0,85 \cdot (1 - e^{-5a^b}), \quad (8)$$

где a и b коэффициенты:

$$a = \frac{\epsilon_{s,ad} - \epsilon_{sy,ad}}{\epsilon_{su,ad} - \epsilon_{sy,ad}}, \quad b = \left[2 - \frac{f_{tm}}{f_{ym}}\right]^2; \quad (9)$$

$\varepsilon_{su,ad}$ – относительные деформации, соответствующие пределу прочности (предельной растяжимости) дополнительной надпорной арматуры; $f_{ym,ad}$ – среднее значение предела текучести арматуры при растяжении; $f_{lm} = k \cdot f_{ym,ad}$ – среднее значение предела прочности арматуры при растяжении.

При $\varepsilon_{s,ad} < \varepsilon_{sy,ad}$ коэффициент $\Omega_y = 1$.

График, иллюстрирующий принятый закон сцепления с учетом влияния текучести арматуры, представлен на рисунке 2.

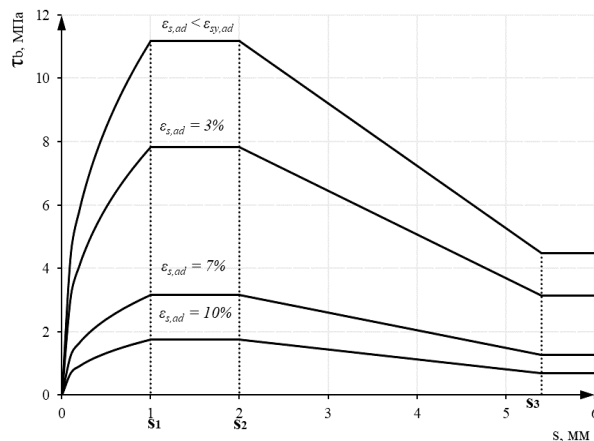


Рисунок 2. – График, иллюстрирующий закон сцепления с учетом влияния относительных деформаций, соответствующих пределу текучести арматуры

Для решения задачи получения распределения относительных деформаций арматуры и бетона центральный бетонный блок в растянутой зоне поперечного сечения высотой h_{eff} , выделенный соседними трещинами нормального отрыва, разделяем n поперечными сечениями на $(n - 1)$ интервалов длиной Δx таким образом, чтобы границы интервала Δx_k совпадали с границами вертикального шва между торцами многоспустотных плит (рисунок 3). При этом, принимая во внимание низкую адгезию бетона заполнения вертикального шва с бетоном плит, работу бетона на растяжение поперек шва в сечениях, совпадающих с его границами, не учитываем. Поэтому на интервале, равном длине вертикального шва Δx_k , принимаем эффективную площадь поперечного сечения растянутой зоны в бетоне за монолитивания $A_{c,eff,ad}$ и диаграмму деформирования бетона за монолитивания.

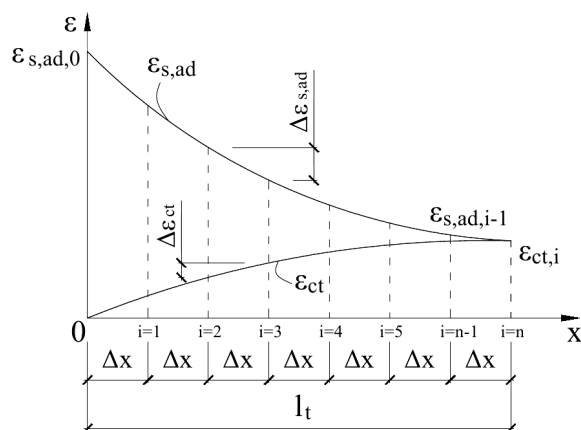


Рисунок 3. – Схема разделения центрального бетонного блока на интервалы Δx

Представим уравнения (3)–(9) в виде системы уравнений:

$$\begin{cases} \frac{d}{dx} s = \varepsilon_{s,ad} (\sigma_{s,ad}) - \varepsilon_{ct} \left(\frac{N - \sigma_{s,ad} \cdot A_{s,ad}}{A_{c,eff,red}} \right); \\ \frac{d}{dx} \sigma_{s,ad} = \frac{4}{\varnothing} \cdot \Omega_y \cdot \Omega_{p,tr} \cdot \tau(s). \end{cases} \quad (10)$$

Как и для пролетных бетонных блоков, для центрального бетонного блока процесс трещинообразования проходит также две стадии. Особенностью для центрального блока (как отмечалось выше) является уменьшение площади бетона растянутой зоны в месте вертикального шва (в работе на растяжение участвует только бетон замоноличивания площадью $A_{c,eff,ad}$, что способствует появлению в конце первой стадии трещинообразования в месте контакта бетона плит и бетона замоноличивания поперечной трещины нормального отрыва).

Для поперечных сечений с трещинами нормального отрыва (по краям выделенного блока) значения напряжений $\sigma_{s,ad,(l)}$ и $\sigma_{s,ad,(r)}$ известны, а значения смещений $s_{(l)}$ и $s_{(r)}$ неизвестны.

Алгоритм решения системы уравнений (10) для центрального блока состоит в следующем:

1. Задаем начальные параметры итерационного процесса, в качестве которых выступают длина центрального бетонного блока $\Delta L = 2 \cdot l$ (l – расстояние от оси платформенного стыка до трещины нормального отрыва по грани опоры), площадь дополнительной надопорной растянутой арматуры $A_{s,ad}$, эффективная площадь растянутого бетона $A_{c,eff}$, равная $A_{c,eff,red}$ или $A_{c,eff,ad}$, усилие N , соответствующее усилию в растянутой зоне рассматриваемого центрального блока. Начальный параметр проскальзывания s_0 в первом приближении принимаем равным произведению максимальной относительной деформации арматуры $\epsilon_{s,ad(max)}$ в сечении с трещиной на длину блока ΔL :

$$s_0 = \epsilon_{s,ad(max)} \cdot \Delta L. \quad (11)$$

2. Принимаем диаграммы деформирования $\sigma = f(\epsilon)$ для бетона эффективной приведенной площади растянутой зоны составного поперечного сечения плит с базовыми точками, соответствующими приведенной прочности бетона плит и бетона замоноличивания $f_{cm,red}$ и предельной растяжимости при изгибе $\epsilon_{ctu,fl,red}$, дополнительной надопорной арматуры, а также закон сцепления арматуры с бетоном $\tau_b = f(s)$. Кроме того, учитывая наличие эффектов вертикального прижатия бетонного блока и достижения арматурными стержнями предела текучести, вычисляем параметры $\Omega_{p,tr}$ и Ω_y , используя формулы (6), (7).

3. Разбиваем рассматриваемый центральный блок на конечное количество n элементов равной длины Δx слева и справа от вертикального шва таким образом, чтобы границы интервала Δx_k по оси платформенного стыка совпадали с границами вертикального шва между торцами многопустотных плит.

4. За начало координат принимаем сечение с трещиной ($x = 0$), в котором известны напряжения в арматуре $\sigma_{s,ad,0}$ и в растянутом бетоне ($\sigma_{ct,0} = 0$). По принятому закону сцепления вычисляем касательные напряжения $\tau_{b,0} = f(s_0)$.

5. Вычисляем напряжения в арматурном стержне в первом ($n = 1$) сечении на расстоянии Δx от начала координат по следующей формуле:

$$\sigma_{s,ad,i} = \sigma_{s,ad,i-1} - \frac{4}{\varnothing} \cdot \tau_{b,i-1} \cdot \Delta x. \quad \sigma_{ct,1} = \frac{(N - \sigma_{s,ad,1} \cdot A_{s,ad})}{A_{c,eff}}. \quad (12)$$

6. Вычисляем усилия в растянутом бетоне в рассматриваемом сечении по формуле

$$\sigma_{ct,1} = \frac{(N - \sigma_{s,ad,1} \cdot A_{s,ad})}{A_{c,eff}}. \quad (13)$$

7. По принятым диаграммам деформирования бетона и арматуры $\sigma = f(\epsilon)$ определяем относительные деформации в дополнительной надопорной арматуре $\epsilon_{s,ad,1}$ и бетоне эффективной приведенной площади растянутой зоны $\epsilon_{ct,1}$.

8. Вычисляем значение взаимного смещения арматуры и бетона для рассматриваемого сечения ($n = 1$):

$$s_1 = s_0 - [(\epsilon_{s,ad,0} - \epsilon_{s,ad,1}) - (\epsilon_{c,1} - \epsilon_{c,0})] \Delta x. \quad (14)$$

9. По принятому закону сцепления устанавливаем напряжения сцепления $\tau_{b,1} = f(s_1)$ в рассматриваемом сечении.

10. Далее итерационный алгоритм повторяется для последующих сечений. Для i -того сечения бетонного блока расчетные уравнения примут вид:

$$\sigma_{s,ad,i} = \sigma_{s,ad,i-1} - \frac{4}{\varnothing} \cdot \tau_{b,i-1} \cdot \Delta x; \quad (15)$$

$$\sigma_{ct,i} = \frac{(N - \sigma_{s,ad,i} \cdot A_{s,ad})}{A_{c,eff,red}}; \quad (16)$$

$$s_i = s_{i-1} - [(\epsilon_{s,ad,i-1} - \epsilon_{s,ad,i}) - (\epsilon_{c,i} - \epsilon_{c,i-1})] \Delta x. \quad (17)$$

Окончанием итерационного процесса является достижение относительными деформациями бетона растянутой зоны составного поперечного сечения плиты относительных деформаций, соответствующих предельной растяжимости ($\varepsilon_{ct} = \varepsilon_{ct,u,l,red}$), что свидетельствует об образовании новой трещины либо о достижении относительными деформациями бетона относительных деформаций арматуры ($\varepsilon_{ct} = \varepsilon_{s,ad}$), что свидетельствует об окончании зоны передачи напряжений и начале зоны совместных деформаций бетона и арматуры. На каждом шаге итерационного процесса получаем приращение величины смещения арматурного стержня относительно бетона.

Критерием сходимости итерационного процесса является достижение равенства суммарного приращения величины смещения Δs_i на всех этапах процесса (при $i = n$) с начальной заданной величиной смещения s_0 . При окончании итерационного процесса и невыполнении условия сходимости необходимо принять суммарное приращение величины смещения за начальное s_0 и повторить итерационный процесс до достижения сходимости. Как только сходимость достигнута, итерационный процесс для данного уровня нагружения окончен.

После достижения сходимости итерационного процесса из расчетной блочной модели получаем распределения относительных деформаций дополнительной надопорной арматуры по длине блока $\varepsilon_{s,ad}(x)$ и бетона растянутой зоны составного поперечного сечения $\varepsilon_{ct}(x)$.

Из решения системы уравнений (10) устанавливаются распределение относительных деформаций растянутой арматуры и бетона (рисунок 4) и далее вычисляются значения кривизн в i -том сечении по длине блока, выделенного трещинами нормального отрыва по формуле

$$\frac{1}{r_{c,i}} = \frac{\varepsilon_{s,ad,i}}{d - x_{c,i}}, \quad (18)$$

где $\varepsilon_{s,ad,i}$ – относительные деформации дополнительной надопорной арматуры в i -том сечении по длине блока; d – рабочая высота составного поперечного сечения; $x_{c,i}$ – высота сжатой зоны бетона в i -том сечении по длине блока ($x_{c,i}$ для промежуточных сечений бетонного блока вычисляется линейной интерполяцией изменения между $x_{c(l)}$ и $x_{c(r)}$ – значениями на концах блока).

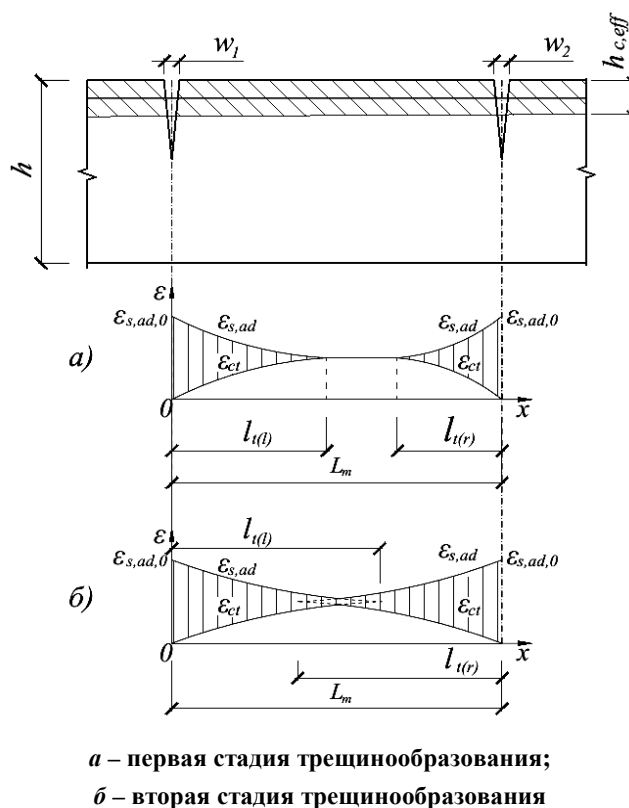


Рисунок 4. – Стадии трещинообразования и распределение относительных деформаций между бетоном и арматурой по длине блока

При известном распределении кривизны $\frac{1}{r_c}(x)$ по длине рассматриваемого участка плит l_p , включающего один или несколько блоков, с началом у поперечного сечения плит с трещиной нормального отрыва по грани опоры в зоне платформенного стыка для данного уровня нагружения угол поворота θ определяем интегрированием следующего уравнения:

$$\theta = \int_{l_p} \frac{1}{r_c}(x) dx. \quad (19)$$

Выполняя поэтапное нагружение, получаем зависимость «изгибающий момент – угол поворота», применяемую при нелинейных расчетах конструктивной системы.

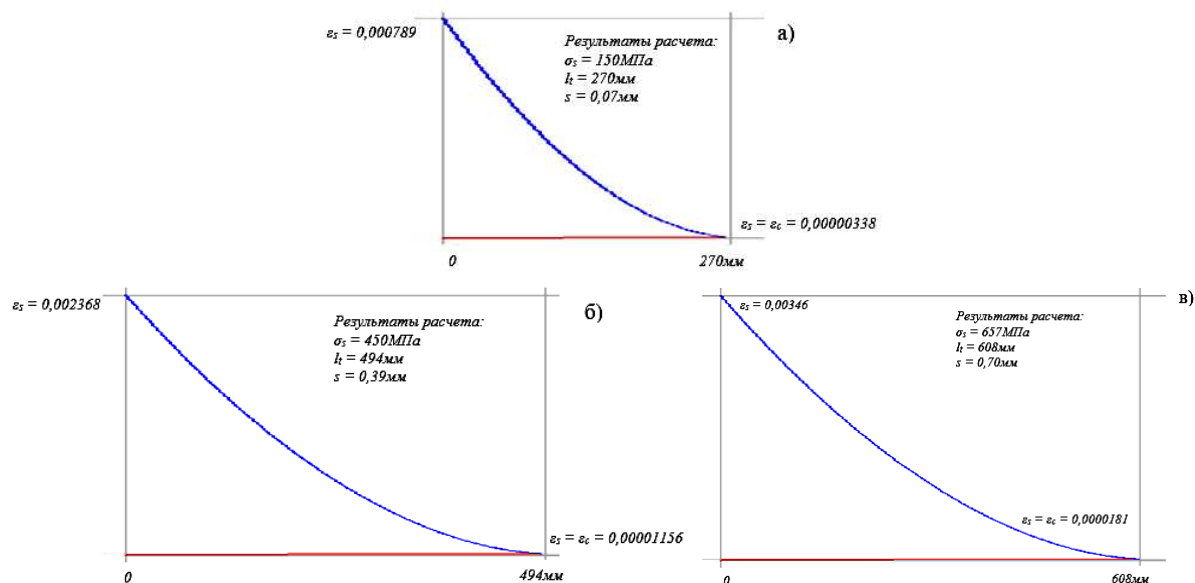
Сопоставление экспериментального максимального значения изгибающего момента с расчетным значением для опытных фрагментов предварительно напряженных многопустотных плит безопалубочного формования в составе платформенных стыков ПС-1 и ПС-2 приведено в таблице 1.

Таблица 1. – Сопоставление экспериментального максимального значения изгибающего момента с его расчетным значением

Шифр опытного фрагмента	M_u^{exp} , кН·м	M_u^{clc} , кН·м	M_u^{exp} / M_u^{clc}
ПС-1	26,8	24,66	1,09
ПС-2	30,7	28,36	1,08
ПС-3	30,3	29,8	1,02
ПС-4	69,7	63,64	1,1
ПС-5	220,1	236,4	0,93
ПС-6	243,8	259,6	0,94

Сопоставление экспериментальных и расчетных изгибающих моментов при разрушении опытных фрагментов плит показывает их удовлетворительную сходимость.

Расчетные зависимости распределения относительных деформаций бетона и арматуры по длине бетонных блоков слева и справа от критической трещины нормального отрыва по оси платформенного стыка при различном уровне нагружения для фрагментов ПС-1 и ПС-2, приведены на рисунке 5.



значения нормальных напряжений в верхней арматуре плиты:

а – 150 МПа; б – 450 МПа; в – 680 МПа

Рисунок 5. – Распределение относительных деформаций бетона (красный цвет) и арматуры (синий цвет) по длине зоны перераспределения пролетного бетонного блока опытных фрагментов ПС-1 и ПС-2

При этом относительные деформации дополнительной надпорной арматуры в бетоне замоноличивания в критической трещине нормального отрыва определяем на втором этапе расчета многопустотной плиты с замоноличенными пустотами и дополнительной надпорной арматурой в зоне платформенного стыка после приложения внешней нагрузки из расчета по общей деформационной модели.

Расчетное составное поперечное сечение многопустотной плиты перекрытия после установки дополнительной надпорной арматуры и замоноличивания пустот в месте платформенного стыка приведено на рисунке 6.

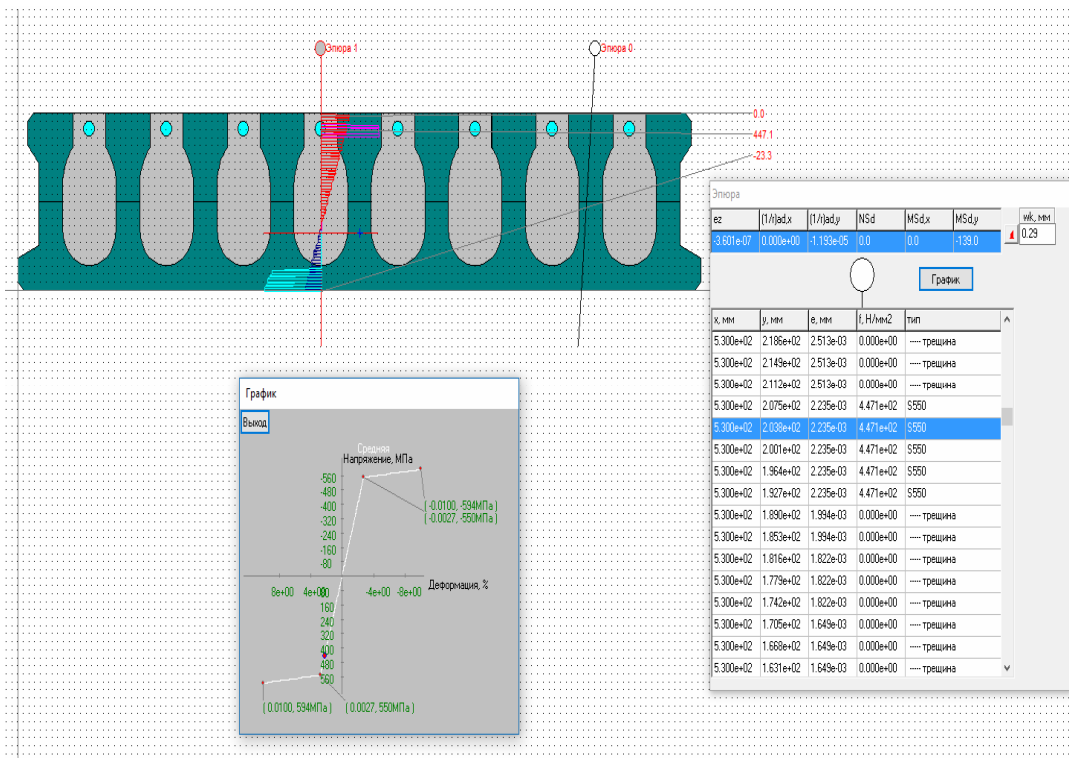


Рисунок 6. – Окно программы расчета с расчетным составным поперечным сечением многопустотной плиты перекрытия после установки дополнительной арматуры и замоноличивания пустот с нормальными напряжениями в верхней и нижней арматуре и бетоне

Заключение

В результате проведенного исследования разработан алгоритм нелинейного расчета многопустотных предварительно напряженных плит перекрытий безопалубочного формования в составе платформенных стыков зданий. Предлагаемый алгоритм реализован в программном обеспечении расчета железобетонных элементов и верифицирован экспериментальными данными. Алгоритм позволяет получить адекватное распределение эффектов воздействий по длине пролетов с учетом выявленных схем образования упругопластических шарниров в стыковом соединении в зависимости от степени защемления (давления вертикального прижатия); рассчитать значения параметрических точек диаграмм «изгибающий момент – угол поворота», применяемых для описания упругопластических шарниров в зонах платформенных стыков, а также обоснованно назначить критерий для проверок предельных состояний несущей способности многопустотных плит перекрытия в виде предельного угла поворота в пластическом шарнире, образующемся в зоне платформенного стыка с учетом принятого конструктивного решения.

ЛИТЕРАТУРА

1. The Hollow Core Floor Design and Applications / Manual ASSAP. – 1 st Ed. – Verona, Italy. – 220 p.
2. Васильев, П.И. Раскрытие швов и трещин в массивных бетонных конструкциях / П.И. Васильев, Е.Н. Пересыпкин // Аннотации законченных в 1967 году научно-исследовательских работ по гидротехнике. – Л. : Энергия, 1968. – С. 292–294.

3. Белов, В.И. К вопросу исследования напряженно-деформированного состояния железобетонных балок как систем, составленных из упругих блоков / В.И. Белов, П.И. Васильев, Е.Н. Пересыпкин // Вопросы прочности бетона и железобетонных конструкций : тр. координационных совещаний по гидротехнике. – Л., 1973. – Вып. 82. – С. 60–64.
4. Пересыпкин, С.Е. Внецентренное сжатие бетонных элементов с учетом влияния поперечных сил (расчет по деформированной схеме на основе блочной модели) : дис. ... канд. техн. наук : 05.23.01 / С.Е. Пересыпкин. – СПб. : СПбГТУ, 1995. – 124 с.
5. Починок, Ю.В. Блочная деформационная модель в расчетах железобетонных стержневых изгибаемых элементов с трещинами : дис. ... канд. техн. наук : 05.23.01 / Ю.В. Починок. – Ростов н/Д, 2004. – 241 с.
6. Бровкина, М.В. Прикладные методы расчета прочности и деформативности изгибаемых железобетонных элементов блочной структуры : дис. ... канд. техн. наук : 05.23.01 / М.В. Бровкина. – СПб. : С-ПбГПУ, 2004. – 194 с.
7. Clough, D.P. Considerations in the Design and Construction of Precast Concrete Diaphragms for Earthquake Loads / D.P. Clough // PCI Journal. – 1982. – March–April. – P. 78–93.
8. Borosnyói, A. Models for Flexural Cracking in Concrete : The State of the Art / A. Borosnyói, G.L. Balázs // Structural Concrete. – 2005. – Vol. 6. – P. 53–62.
9. Casanova, A. Bond Slip Model for the Simulation of Reinforced Concrete Structures / A. Casanova, L. Jason, L. Davenne // Engineering Structures. – 2012. – Vol. 39. – P. 66–78.
10. Cleland, N.M. Structural integrity and progressive collapse in large-panel precast concrete structural systems / N.M. Cleland // PCI Journal. – 2008. – July–August. – P. 55–61.
11. Глухов, Д.О. Усиление железобетонных многопустотных плит перекрытий дополнительной предварительно напряженной арматурой / Д.О. Глухов, Д.Н. Лазовский, Салех Али Хамуд // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия, Ф. Строительство. Прикладные науки. – № 6. – 2004. – С. 1–10.
12. Глухов, Д.О. Предпосылки, методика и программа для расчета напряженно-деформированного состояния усиленных в зоне среза изгибаемых железобетонных элементов / Д.О. Глухов, Е.Д. Лазовский // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия, Ф. Строительство. Прикладные науки. – № 16. – 2013. – С.

Поступила 05.06.2017

**ALGORITHM OF CALCULATION OF RESISTANCE TO BENDING
OF PRECAST PRESTRESSED HOLLOW-CORE SLABS
IN PLATFORM JOINTS OF BUILDINGS**

A. LAZOVSKY; D. GLUKHOV; T. GLUKHOVA

In the article, a calculation model and an algorithm for calculating the stress-strain state of hollow-core slabs for the form-free molding in the platform joint zone based on the general deformation model (between concrete blocks in cross sections with normal detachment cracks) and the block fracture model (for concrete blocks with longitudinal reinforcement in the stretched zone between the fractures of normal separation).

Keywords: calculation algorithm, hollow core slabs, formless shaping, platform joints of buildings.