

УДК 624.04

## ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ТОНКОСТЕННЫХ ПРИЗМАТИЧЕСКИХ СТЕРЖНЕЙ ОТКРЫТОГО ПРОФИЛЯ С НАКЛОННЫМИ РЕБРАМИ ЖЕСТКОСТИ

канд. техн. наук, доц. В.Н. КИСЕЛЕВ; И.А. ДАВЫДЕНКО  
(Полоцкий государственный университет)

Рассматривается численный метод расчета тонкостенных призматических стержней открытого профиля с наклонными ребрами жесткости и без ребер на скручивающую нагрузку. Моделирование и расчет производится в программной системе конечно-элементного анализа ANSYS. Выполнен анализ полученных данных и вычислены значения коэффициента крутильной жесткости стержней, подкрепленных противокрутильными связями, по отношению к стержням, не имеющим подкрепления.

**Ключевые слова:** крутильная жесткость, наклонные ребра жесткости, выражения коэффициентов.

Для исследования использовались балки из прокатного профиля 12Б1 по СТО АСЧМ 20-39 с пролетами в 600, 800, 900, 1000, 1200 мм. Способ приложения нагрузки их значения, граничные условия, а также обоснование параметров рассматриваемых балок приняты на основании исследования [4–5] и запрограммированы в ANSYS (рисунок 1).

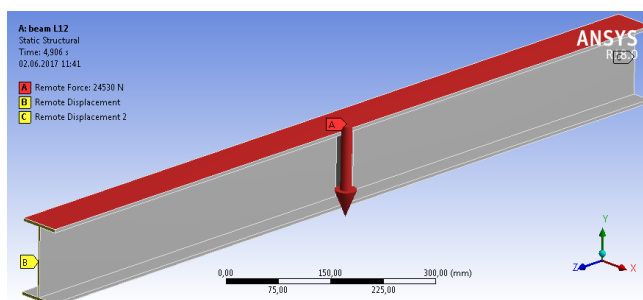


Рисунок 1. – Схема приложения нагрузки и граничных условий в ANSYS

Для описанных выше балок проведен численный расчет, выполненный с использованием программной системы конечно-элементного анализа ANSYS решателем Static Structural с учетом геометрической и физической нелинейности.

Учет физической нелинейности произведен при помощи задания реальных физико-механических свойств материала, полученных в исследовании [6], на основании проведенных испытаний плоских образцов на растяжение для определения предела текучести, модуля упругости и диаграммы работы материала испытываемых образцов, с последующим заданием этих параметров для испытываемых моделей через полилинейную диаграмму (рисунок 2).

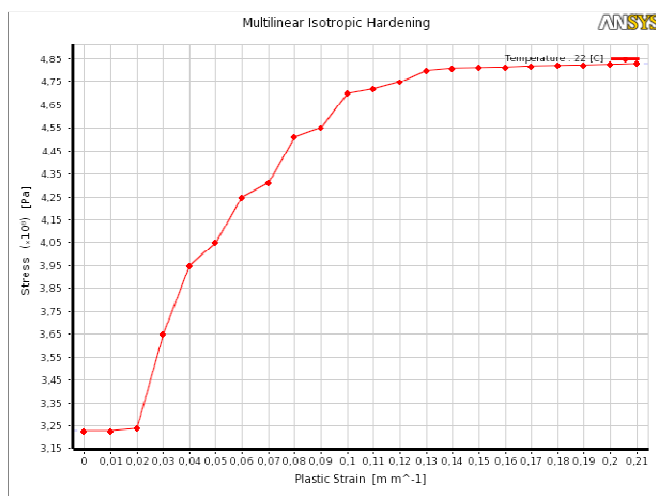


Рисунок 2. – Участок полилинейной диаграммы с пределом текучести

Стержень предварительно создавался в программе AutoCAD с последующим экспортированием в программную систему конечно-элементного анализа ANSYS.

Для расчета балки разбивались на систему конечных элементов типа тетраэдр, согласно рекомендациям для данного типа конструкции [7], с размером элемента 6,0 мм (рисунок 3).

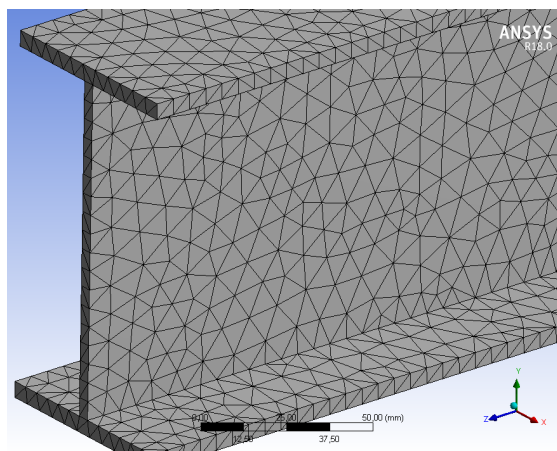


Рисунок 3. – Образец разбивочной сетки модели B12R

Далее проводилось моделирование граничных условий, нагружения и расчет балок, описанных в [1], а также балок с установленными ребрами жесткости (рисунки 4–5).

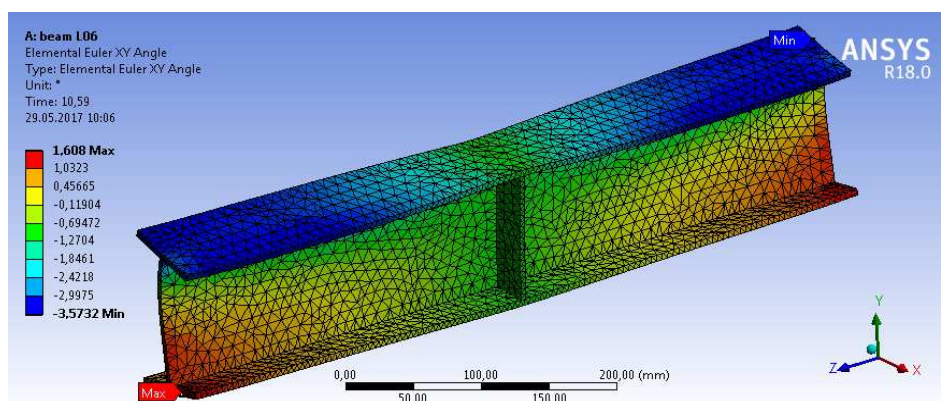


Рисунок 4. – Образец разбивки модели тонкостенного стержня B06

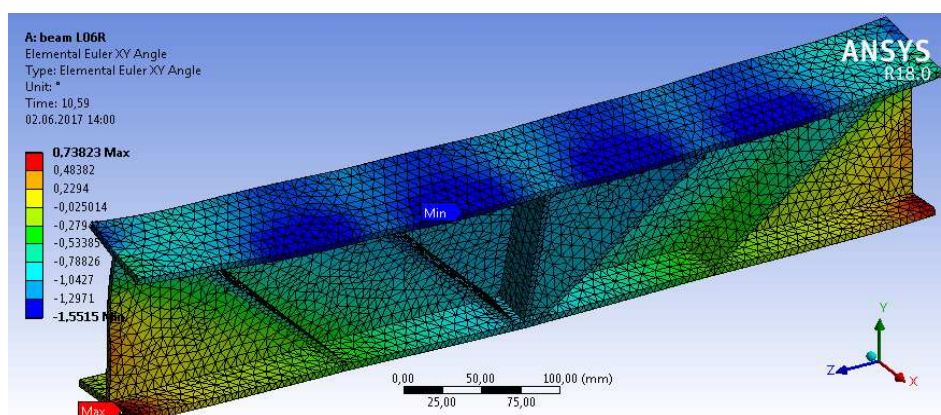


Рисунок 5. – Образец разбивки модели тонкостенного стержня B06R

По полученным данным определены углы закручивания балок при данном нагружении. Значения углов поворота и коэффициентов крутильной жесткости сведены в таблицы 1–6.

Таблица 1. – Значения углов поворота и коэффициента  $m$  для образцов В06 и В06R

Нагрузка, Н	В06 $\theta_{\min}$ , град	Нагрузка, Н	В06R $\theta_{\min}$ , град	Время, с	Нагрузка, Н	Коэффициент увеличения крутильной жесткости ( $m = \theta_0/\theta_p$ ) В06 и В06R
1000	-0,05599	1000	-0,02825	0,2	1000,0	1,9822
2000	-0,11206	2000	-0,05653	0,4	2000,0	1,9822
2064,3	-0,11567	4133,35	-0,09902	1,0	5000	1,9827
2128,65	-0,11928	5000	-0,14159	1,2	6000	1,9828
2225,1	-0,12469	6000	-0,17001	1,4	7000	1,9829
2369,8	-0,13282	7000	-0,19847	1,7	8500	1,9831
2586,85	-0,14500	8500	-0,24122	2	10000	1,9833
2912,45	-0,16329	10000	-0,28405	2,2	11000	1,9835
3400,8	-0,19073	11000	-0,31265	2,4	12000	1,9836
4133,35	-0,23193	12000	-0,34128	2,7	13500	1,9838
5000	-0,28073	13500	-0,38429	3	15000	1,9840
6000	-0,33710	15000	-0,42739	3,2	16000	1,9842
7000	-0,39355	16000	-0,45616	3,4	17000	1,9843
8500	-0,47837	17000	-0,48497	3,7	18500	1,9844
10000	-0,56336	18500	-0,52826	4	20000	1,9847
11000	-0,62013	20000	-0,57162	4,2	21000	1,9847
12000	-0,67696	21000	-0,60060	4,4	22000	1,9848
13500	-0,76236	22000	-0,62957	4,7	23500	1,9851
15000	-0,84793	23500	-0,67312	5	25000	1,9852
16000	-0,90509	25000	-0,71675	5,2	26000	1,9853
17000	-0,96231	26000	-0,74593	5,4	27000	1,9855
18500	-1,04830	27000	-0,77507	5,7	28500	1,9857
20000	-1,13450	28500	-0,81889	6	30000	1,9860
21000	-1,19200	30000	-0,86281	6,2	31000	1,9864
22000	-1,24960	31000	-0,89218	6,4	32000	1,9873
23500	-1,33620	32000	-0,92149	6,7	33500	1,9889
25000	-1,42290	33500	-0,96561	7	35000	1,9913
26000	-1,48090	35000	-1,00980	7,2	36000	1,9929
27000	-1,53890	36000	-1,03940	7,4	37000	1,9950
28500	-1,62610	37000	-1,06890	7,7	38500	1,9987
30000	-1,71350	38500	-1,11340	8	40000	2,0049
31000	-1,77220	40000	-1,15790	8,2	41000	2,0108
32000	-1,83130	41000	-1,18770	8,4	42000	2,0192
33500	-1,92050	42000	-1,21750	8,7	43500	2,0349
35000	-2,01080	43500	-1,26240	9	45000	2,0572
36000	-2,07140	45000	-1,30750	9,2	46000	2,0756
37000	-2,13250	46000	-1,33760	9,4	47000	2,0980
38500	-2,22530	47000	-1,36790	9,7	48500	2,1372
40000	-2,32150	48500	-1,41360	10	50000	2,1840
41000	-2,38820	50000	-1,45960	10,118	50590	2,2050
42000	-2,45840	50590	-1,47770	10,236	51180	2,2280
43500	-2,56890	51180	-1,49600	10,413	52065	2,2640
45000	-2,68980	52065	-1,52360	10,59	52950	2,3031
46000	-2,77630	52950	-1,55150			
47000	-2,86990					
48500	-3,02110					
50000	-3,18770					
50590	-3,25830					
51180	-3,33310					
52065	-3,44940					
52950	-3,57320					

Таблица 2. – Значения углов поворота и коэффициента  $m$  для образцов В07 и В07R

Нагрузка, Н	В07 $\theta_{\min}$ , град	Нагрузка, Н	В07R $\theta_{\min}$ , град	Время, с	Нагрузка, Н	Коэффициент увеличения крутильной жесткости ( $m = \theta_0/\theta_p$ ) В07 и В07R
1000	-0,056289	1000	-0,037255	0,2	1000	
2000	-0,112700	2000	-0,074581	0,4	2000	1,51111
3500	-0,197530	3500	-0,130700	0,7	3500	1,51132
5000	-0,282640	5000	-0,186980	1	5000	1,51161
6000	-0,339530	6000	-0,224590	1,2	6000	1,51178
7000	-0,396540	7000	-0,262280	1,4	7000	1,51190
8500	-0,482280	8500	-0,318930	1,7	8500	1,51218
10000	-0,568290	10000	-0,375760	2	10000	1,51237
11000	-0,625800	11000	-0,413730	2,2	11000	1,51258
12000	-0,683420	12000	-0,451770	2,4	12000	1,51276
13500	-0,770080	13500	-0,508980	2,7	13500	1,51299
15000	-0,857020	15000	-0,566350	3	15000	1,51323
16000	-0,915140	16000	-0,604690	3,2	16000	1,51340
17000	-0,973380	17000	-0,643100	3,4	17000	1,51357
18500	-1,061000	18500	-0,700870	3,7	18500	1,51383
20000	-1,148900	20000	-0,758800	4	20000	1,51410
21000	-1,207600	21000	-0,797520	4,2	21000	1,51419
22000	-1,266500	22000	-0,836310	4,4	22000	1,51439
23500	-1,355000	23500	-0,894640	4,7	23500	1,51458
25000	-1,443900	25000	-0,953140	5	25000	1,51489
26000	-1,503300	26000	-0,992240	5,2	26000	1,51506
27000	-1,562800	27000	-1,031400	5,4	27000	1,51522
28500	-1,652400	28500	-1,090300	5,7	28500	1,51555
30000	-1,742200	30000	-1,149400	6	30000	1,51575
31000	-1,802400	31000	-1,188900	6,2	31000	1,51602
32000	-1,862700	32000	-1,228500	6,4	32000	1,51624
33500	-1,953600	33500	-1,288000	6,7	33500	1,51677
35000	-2,045000	35000	-1,347700	7	35000	1,51740
36000	-2,106300	36000	-1,387600	7,2	36000	1,51794
37000	-2,167900	37000	-1,427700	7,4	37000	1,51846
38500	-2,260700	38500	-1,488000	7,7	38500	1,51929
40000	-2,354300	40000	-1,548700	8	40000	1,52018
40968	-2,415300	40968	-1,588200	8,1936	40968	1,52078
41936	-2,476800	41936	-1,627900	8,3872	41936	1,52147
43388	-2,570200	43388	-1,687800	8,6776	43388	1,52281
44840	-2,665600	44840	-1,748200	8,968	44840	1,52477

Таблица 3. – Значения углов поворота и коэффициента  $m$  для образцов В08 и В08R

Нагрузка, Н	В08 $\theta_{\min}$ , град	Нагрузка, Н	В08R $\theta_{\min}$ , град	Нагрузка, Н	Время, с	Коэффициент увеличения крутильной жесткости ( $m = \theta_0/\theta_p$ ) В08 и В08R
1000	-0,06090	1000	-0,04730	1000	0,2	1,287677605
2000	-0,12196	2000	-0,09472	2000	0,4	1,287625242
3500	-0,21386	3500	-0,16608	3500	0,7	1,287692678
5000	-0,30611	5000	-0,23772	5000	1	1,287691402
6000	-0,36784	6000	-0,28565	6000	1,2	1,287729739
7000	-0,42971	7000	-0,33370	7000	1,4	1,287713515
8500	-0,52283	8500	-0,40602	8500	1,7	1,287695187
10000	-0,61632	10000	-0,47862	10000	2	1,287702144
11000	-0,67888	11000	-0,52719	11000	2,2	1,287733075
12000	-0,74158	12000	-0,57589	12000	2,4	1,287711195
13500	-0,83596	13500	-0,64918	13500	2,7	1,287716812
15000	-0,93072	15000	-0,72276	15000	3	1,287730367
16000	-0,99413	16000	-0,77200	16000	3,2	1,287733161
17000	-1,05770	17000	-0,82135	17000	3,4	1,287757959
18500	-1,15330	18500	-0,89564	18500	3,7	1,287682551
20000	-1,24940	20000	-0,97024	20000	4	1,287722625
21000	-1,31370	21000	-1,02020	21000	4,2	1,287688688
22000	-1,37810	22000	-1,07020	22000	4,4	1,287703233
23500	-1,47510	23500	-1,14550	23500	4,7	1,287734614
25000	-1,57250	25000	-1,22110	25000	5	1,287773319
26000	-1,63770	26000	-1,27180	26000	5,2	1,287702469
27000	-1,70300	27000	-1,32250	27000	5,4	1,287712665
28500	-1,80140	28500	-1,39890	28500	5,7	1,28772607
30000	-1,90010	30000	-1,47560	30000	6	1,287679588
31000	-1,96620	31000	-1,52690	31000	6,2	1,287707119
32000	-2,03260	32000	-1,57840	32000	6,4	1,287759757
33500	-2,13260	33500	-1,65590	33500	6,7	1,287879703
35000	-2,23320	35000	-1,73370	35000	7	1,28811213
35782	-2,28590	35782	-1,77450	35782	7,1564	1,288193857
36564	-2,33880	36564	-1,81550	36564	7,3128	1,288240154
37737	-2,41860	37737	-1,87720	37737	7,5474	1,288408268
38910	-2,49880	38910	-1,93940	38910	7,782	1,288439724

Таблица 4. – Значения углов поворота и коэффициента  $m$  для образцов В09 и В09R

Нагрузка, Н	В09 $\theta_{\min}$ , град	Нагрузка, Н	В09R $\theta_{\min}$ , град	Нагрузка, Н	Время, с	Коэффициент увеличения крутильной жесткости ( $m = \theta_0/\theta_p$ ) В09 и В09R
1000	-0,06875	1000	-0,05839	1000	0,2	1,17747902
2000	-0,13774	2000	-0,11698	2000	0,4	1,177466234
3500	-0,24162	3500	-0,20523	3500	0,7	1,177313258
5000	-0,34603	5000	-0,29394	5000	1	1,177213037
6000	-0,41596	6000	-0,35336	6000	1,2	1,177156441
7000	-0,48609	7000	-0,41295	7000	1,4	1,177115874
8500	-0,59171	8500	-0,50273	8500	1,7	1,176993615
10000	-0,69788	10000	-0,59298	10000	2	1,1769031
11000	-0,76899	11000	-0,65344	11000	2,2	1,176833374
12000	-0,84031	12000	-0,71408	12000	2,4	1,176772911
13500	-0,94774	13500	-0,80544	13500	2,7	1,176673619
15000	-1,05570	15000	-0,89729	15000	3	1,176542701
16000	-1,12810	16000	-0,95883	16000	3,2	1,176538072
17000	-1,20060	17000	-1,02060	17000	3,4	1,176366843
18500	-1,30990	18500	-1,11350	18500	3,7	1,176380781
20000	-1,41980	20000	-1,20710	20000	4	1,176207439
21000	-1,49340	21000	-1,26970	21000	4,2	1,17618335
22000	-1,56720	22000	-1,33260	22000	4,4	1,176046826
23500	-1,67840	23500	-1,42720	23500	4,7	1,176008969
25000	-1,79020	25000	-1,52250	25000	5	1,175829228
26000	-1,86520	26000	-1,58630	26000	5,2	1,175817941
27000	-1,94030	27000	-1,65030	27000	5,4	1,175725626
28500	-2,05350	28500	-1,74670	28500	5,7	1,175645503
30000	-2,16740	30000	-1,84370	30000	6	1,175570863
30812	-2,22940	30812	-1,89650	30812	6,1624	1,175533878
31624	-2,29160	31624	-1,94940	31624	6,3248	1,175541192
32842	-2,38540	32842	-2,02910	32842	6,5684	1,175595091
34060	-2,47970	34060	-2,10920	34060	6,812	1,175659018

Таблица 5. – Значения углов поворота и коэффициента  $m$  для образцов В10 и В10R

Нагрузка, Н	В10 $\theta_{\min}$ , град	Нагрузка, Н	В10R $\theta_{\min}$ , град	Нагрузка, Н	Время, с	Коэффициент увеличения крутильной жесткости ( $m = \theta_0/\theta_p$ ) В10 и В10R
1000	-0,07901	1000	-0,06987	1000,0	0,2	1,130749635
1500	-0,11867	2000	-0,14006	2000,0	0,4	1,130872483
1750	-0,13852	3500	-0,24585	5000,0	1,0	1,130761807
1875	-0,14845	5000	-0,35232	6000	1,2	1,130504555
2000	-0,15839	6000	-0,42374	7000	1,4	1,130434783
2187,5	-0,17330	7000	-0,49542	8500	1,7	1,130327434
2468,75	-0,19569	8500	-0,60348	10000	2	1,130236999
2679,7	-0,21250	10000	-0,71224	11000	2,2	1,130191154
2890,65	-0,22933	11000	-0,78523	12000	2,4	1,130126854
3207,05	-0,25460	12000	-0,85847	13500	2,7	1,130056044
3681,65	-0,29256	13500	-0,96889	15000	3	1,12989538
4393,55	-0,34964	15000	-1,08010	16000	3,2	1,129903871
5000	-0,39839	16000	-1,15470	17000	3,4	1,129890199
6000	-0,47904	17000	-1,22950	18500	3,7	1,12976758
7000	-0,56004	18500	-1,34240	20000	4	1,129661424
8500	-0,68213	20000	-1,45610	21000	4,2	1,12959217
10000	-0,80500	21000	-1,53250	22000	4,4	1,129583592
11000	-0,88746	22000	-1,60900	23500	4,7	1,129486808
12000	-0,97018	23500	-1,72450	25000	5	1,129400261
13500	-1,09490	25000	-1,84080	26000	5,2	1,129286087
15000	-1,22040	26000	-1,91900	27000	5,4	1,129274521
16000	-1,30470	27000	-1,99730	28500	5,7	1,129189317
17000	-1,38920	28500	-2,11550	30000	6	1,129111658
18500	-1,51660	30000	-2,23450	30062	6,0124	1,129124436
20000	-1,64490	30062	-2,23970	30124	6,0248	1,129160169
21000	-1,73110	30124	-2,24450	30217	6,0434	1,129085258
22000	-1,81750	30217	-2,25200	30310	6,062	1,129105072
23500	-1,94780	30310	-2,25940			
25000	-2,07900					
26000	-2,16710					
27000	-2,25550					
28500	-2,38880					
30000	-2,52300					
30062	-2,52890					
30124	-2,53440					
30217	-2,54270					
30310	-2,55110					

Таблица 6. – Значения углов поворота и коэффициента  $m$  для образцов В12 и В12R

Нагрузка, Н	В12 $\theta_{\min}$ , град	Нагрузка, Н	В12R $\theta_{\min}$ , град	Время, с	Нагрузка, Н	Коэффициент увеличения крутильной жесткости ( $m = \theta_0/\theta_p$ ) В12 и В12R
1000	-0,10723	1000	-0,09675	0,2	1000	1,108274593
1061,25	-0,11417	1042,9	-0,10113	0,20858	5000	1,109459432
1122,5	-0,12078	1085,75	-0,10530	0,21715	6000	1,1095707
1214,4	-0,13070	1150,05	-0,11156	0,23001	7000	1,109773935
1352,2	-0,14559	1246,55	-0,12095	0,24931	8500	1,109926257
1558,9	-0,16795	1391,25	-0,13505	0,27825	10000	1,110050251
1869	-0,20154	1608,3	-0,15621	0,32166	11000	1,110190329
2334,1	-0,25204	1933,85	-0,18801	0,38677	12000	1,110334498
3031,8	-0,32803	1954,8	-0,19006	0,39096	13500	1,110603829
4078,3	-0,44257	1975,75	-0,19211	0,39515	15000	1,110641948
5000	-0,54409	2007,15	-0,19518	0,40143	16000	1,11077549
6000	-0,65468	2054,25	-0,19979	0,41085	17000	1,111040426
7000	-0,76631	2124,95	-0,20670	0,42499	18500	1,111193398
8500	-0,93468	2230,95	-0,21708	0,44619	20000	1,111392528
10000	-1,10450	2389,95	-0,23266	0,47799	20906	1,111565258
11000	-1,21910	2628,45	-0,25605	0,52569	21812	1,11171771
12000	-1,33440	2986,2	-0,29120	0,59724	23171	1,111952407
13500	-1,50820	3522,85	-0,34406	0,70457	24530	1,112097973
15000	-1,68340	4327,85	-0,42365	0,86557		
16000	-1,80190	5000	-0,49041	1		
17000	-1,92110	6000	-0,59003	1,2		
18500	-2,10060	7000	-0,69051	1,4		
20000	-2,28180	8500	-0,84211	1,7		
20906	-2,39320	10000	-0,99500	2		
21812	-2,50470	11000	-1,09810	2,2		
23171	-2,67280	12000	-1,20180	2,4		
24530	-2,84230	13500	-1,35800	2,7		
		15000	-1,51570	3		
		16000	-1,62220	3,2		
		17000	-1,72910	3,4		
		18500	-1,89040	3,7		
		20000	-2,05310	4		
		20906	-2,15300	4,1812		
		21812	-2,25300	4,3624		
		23171	-2,40370	4,6342		
		24530	-2,55580	4,906		

Для удобства анализа значений изменения коэффициента крутильной жесткости в зависимости от величины нагрузки, а также размеров и формы расположения этих ребер для шести образцов построена диаграмма изменения коэффициентов увеличения крутильной жесткости  $m$  от нагрузки, полученная на основании численного расчета и представленная на рисунке 6.



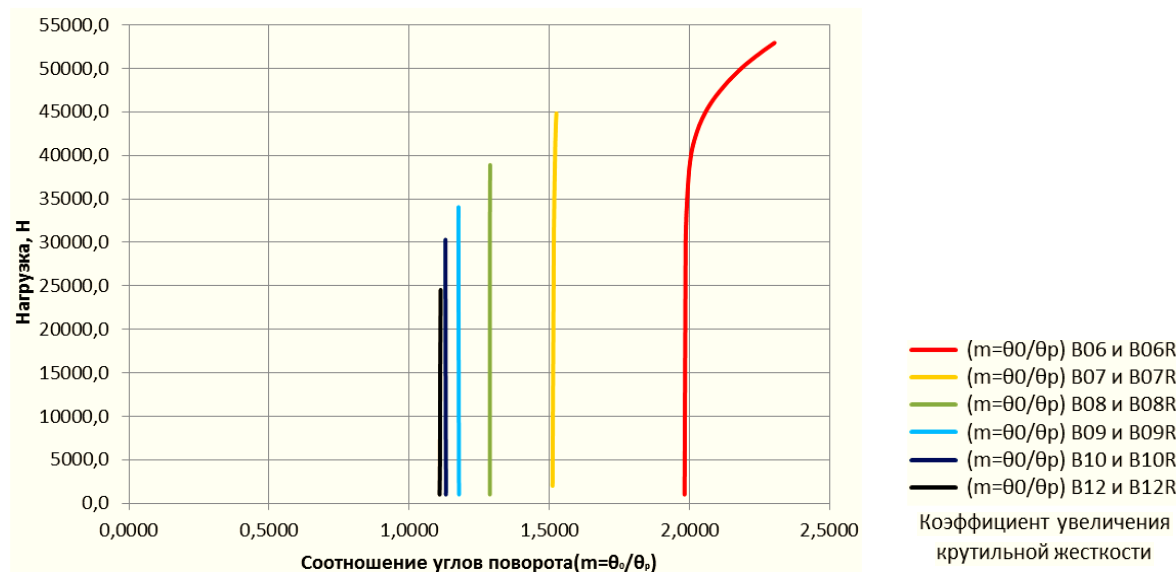


Рисунок 6. – Изменения значения коэффициента крутильной жесткости  $m$  с ростом нагрузки

**Выводы.** В результате проведенного исследования получены значения коэффициентов крутильной жесткости, а также выражения углов закручивания для стержней с противокрутильными связями при данном способе закрепления опоры, приложения нагрузок, а также вида противокрутильной связи. В задаче произведен учет физической и геометрической нелинейности рассматриваемых тонкостенных призматических стержней. Моделирование производится с использованием объемных призматических элементов. В качестве конкретного примера используются данные экспериментальных исследований А.Р. Туснина и М. Прокича Московского государственного строительного университета [6]. На основании полученных результатов получено, что установка наклонных ребер жесткости увеличивает крутильную жесткость в диапазоне значений от 1,1 до 2.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Проектирование стальных конструкций : ТКП EN 1993-1-1-2009\* (02250). Ч. 1-1. Общие правила и правила для зданий / М-во стр-ва и архитектуры Респ. Беларусь. – Минск, 2014.
2. Власов, В.З. Тонкостенные упругие стержни / В.З. Власов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Физматлит, 1959. – 568 с.
3. Киселев, В.Н. Влияние наклонных ребер жесткости на величину крутильной жесткости стержня / В.Н. Киселев, И.А. Давыденко // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия, F. Строительство. – Прикладные науки. – 2016. – № 16. – С. 130–140.
4. Лалин, В.В. Исследование конечных элементов для расчета тонкостенных стержневых систем / В.В. Лалин, В.А. Рыбаков, С.А. Морозов // Инженерно-строительный журнал. – 2011. – № 1(27). – С. 53–73.
5. Li, Z. Modal identification for shell finite element models of thin-walled members in nonlinear collapse analysis / Z. Li, S. Adany, B.W. Schafer // Thin-Walled Structures. – 2013. – Vol. 67. – P. 15–24.
6. Туснин, А.Р. Экспериментальные исследования работы балок двутаврового сечения при действии изгиба и кручения / А.Р. Туснин, М. Прокич // Инженерно-строительный журнал. – 2015. – № 1. – С. 24–31.
7. Бруяка, В.А. Инженерный анализ в ANSYS Workbench / В.А. Бруяка. – Самара : Самар. гос. техн. ун-т, 2010. – 271 с.

Поступила 05.06.2017

#### NUMERICAL METHOD OF CALCULATION THIN-WALLED OPEN PROFILE PRISMATIC BARS WITH INCLINED STIFFENERS

V. KISELYOV, I. DAVYDENKO

*A numerical method for calculating thin-wall prismatic rods of an open profile with inclined stiffeners and without ribs for a torsional load is considered. Modeling and calculation is performed in the program system of finite element analysis ANSYS. The analysis of the obtained data is carried out and the values of the coefficient of torsional stiffness of the rods reinforced by anti-roll connections with respect to the rods having no reinforcement are calculated.*

**Keywords:** torsional stiffness, the inclined ribs of expression ratios.