### УДК 624.078.4

# РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ СОПРОТИВЛЕНИЯ ИЗГИБУ МНОГОПУСТОТНЫХ ПЛИТ ПЕРЕКРЫТИЙ БЕЗОПАЛУБОЧНОГО ФОРМОВАНИЯ В СОСТАВЕ ПЛАТФОРМЕННЫХ СТЫКОВ ЗДАНИЙ

## д-р техн. наук, проф. В.В. ТУР (Брестский государственный технический университет); А.Д. ЛАЗОВСКИЙ (Полоцкий государственный университет)

Представлена расчетная модель сопротивления изгибу многопустотных плит перекрытий безопалубочного формования в составе платформенных стыков зданий, учитывающая влияние сжимающего усилия, передаваемого элементом стены, степень армирования надопорной арматурой, установленной в бетоне замоноличивания пустот, позволяющая производить расчет параметров зависимости «опорный изгибающий момент – угол поворота», применяемой при выполнении нелинейных расчетов конструктивных систем, перекрытия которых выполнены из плит пустотного настила, объединенных на опорах армированным бетонным ядром. Расчетная модель основана на общей деформационной модели сопротивления поперечного сечения и блочной модели деформирования изгибаемых элементов. В расчетной модели использован закон сцепления стержней арматуры с бетоном согласно CEB-fib Model Code 2010, диаграммы деформирования бетона и арматуры.

**Ключевые слова:** плиты перекрытий, зона платформенного стыка, изгибаемые элементы, сопротивление изгибу, расчетная модель.

В настоящее время при проектировании железобетонных сборно-монолитных перекрытий многоэтажных зданий, в которых неразрезность горизонтального диска обеспечивается путем установки дополнительной надопорной арматуры в бетоне омоноличивания стыковых соединений на промежуточных опорах, расчет производят, как для линейно деформируемых материалов, без учета их фактической работы. Вместе с тем опорные узлы железобетонных перекрытий, возводимых из предварительно напряженных многопустотных панелей безопалубочного формования, работают с трещинами, а их податливость в зоне платформенного стыка зависит от уровня прижатия нагрузкой от вышерасположенных конструкций, что не дает достоверного распределения внутренних усилий в перекрытиях и ведет к перерасходу материалов. Для учета особенности напряженно-деформированного состояния плит перекрытий в зоне платформенного стыка при расчете методами, известными в строительной механике, можно использовать зависимость «опорный изгибающий момент - угол поворота», которую для конкретных условий получают опытным путем. Исходя из этого актуальной задачей является разработка расчетной модели, описывающей напряженно-деформированное состояние многопустотных плит перекрытий в зоне платформенного стыка, учитывающей влияние усилия прижатия, степень армирования надопорной арматурой, установленной в бетоне замоноличивания пустот и позволяющей теоретически устанавливать параметры зависимости «опорный изгибающий момент – угол поворота», применяемой при описании пластических шарниров при выполнении нелинейных расчетов конструктивных систем.

Для решения поставленной задачи использовали блочную модель сопротивления для изгибаемого железобетонного элемента, впервые предложенную Г.М. Вестергаардом в 1930 году [3]. Дальнейшее применение и развитие данная модель получила в работах П.И. Васильева, Е.Н. Пересыпкина [4], В.И. Белова [5], С.Е. Пересыпкина [6], Ю.В. Починка [7], М.В. Бровкиной [8], Р. Сгосе, Р. Formichi [11], А. Borosnyói and G.L. Balázs [12], А. Casanova, L. Jason and L. Davenne [13] и др.

**Предпосылки и допущения расчетной модели.** Предлагаемая расчетная модель, описывающая напряженно-деформированное состояние железобетонных многопустотных плит перекрытия в зоне платформенного стыка, основывается на следующих *предпосылках* блочной модели [4; 5]:

- изгибаемый железобетонный элемент представляет собой совокупность блоков конечной длины  $L_{m,i}$ , разделенных в растянутой зоне трещинами нормального отрыва и связанных между собой растянутой арматурой и бетоном в сжатой зоне;

- бетон и арматура в растянутой зоне сечения работают совместно в соответствии с принятым законом сцепления [9] (рис. 1), связывающим касательные напряжения по площади контакта арматурного стержня с бетоном, и их взаимное смещение,  $\tau_b = f(s)$ .

График зависимости касательных напряжений от величины проскальзывания (*s*), согласно [9], включает в себя следующие составляющие:

$$\tau_b = \tau_{b_{\text{max}}} (s/s_1)^{\alpha}$$
 для  $0 \le s \le s_1;$  (1)

$$\tau_b = \tau_{b \max}$$
 для  $s_1 \le s \le s_2$ ; (2)

$$\tau_{b} = \tau_{b \max} - (\tau_{b \max} - \tau_{bf})(s - s_{2})/(s_{3} - s_{2}) \quad \text{для } s_{2} \le s \le s_{3};$$
(3)

$$\tau_b = \tau_{bf}$$
 для  $s_3 < s$ , (4)

где  $\tau_{bmax}$  – максимальное значение напряжения сцепления, равное  $2, 5\sqrt{f_{cm}}$  либо  $1, 25\sqrt{f_{cm}}$  в зависимости от условий сцепления;  $f_{cm}$  – среднее значение цилиндрической прочности бетона на сжатие;  $\tau_{bf}$  – сопротивление проскальзыванию, равное  $0, 4\tau_{bmax}$ .



Рисунок 1. – Закон сцепления растянутой арматуры с бетоном в соответствии с [9]

- эффективная площадь растянутого бетона  $A_{c,eff}$ , окружающего арматуру в плитах, принимается высотой  $h_{c,eff}$ , равной меньшему из значений в соответствии с [10]: 2,5·(h - d); (h - x)/3; h/2, где h – высота поперечного сечения плит; d – полезная (рабочая) высота сечения плит; x – высота сжатой зоны (рис. 2). Растягивающие напряжения в бетоне по площади  $A_{c,eff}$  распределяются равномерно;



Рисунок 2. – Определение эффективной высоты растянутого бетона  $h_{c.eff}$  составного сечения многопустотных плит

- трещины нормального отрыва в растянутой зоне составного сечения многопустотных плит образуются при достижении относительными деформациями бетона на уровне центра тяжести арматуры значений, соответствующих предельной растяжимости при изгибе *ε*<sub>ctu,fi</sub>;

- в процессе деформирования под нагрузкой в изгибаемом железобетонном элементе образование трещин при установленном уровне нагружения проходит две стадии: первая – неустановившегося трещинообразования, допускающая возможность появление новых трещин; вторая – установившегося трещинообразования, когда количество трещин остается постоянным;

- на первой стадии трещинообразования в каждом бетонном блоке железобетонного элемента выделяются характерные зоны: длиной  $l_{t,j}$  у краев поперечных трещин и свободных торцов, где происходит перераспределение растягивающих напряжений между арматурой и бетоном,  $\varepsilon_s > \varepsilon_{ct}$ ; длиной  $(L_{m,i} - l_{t,j} - l_{t,j+1})$ в средней части блока, где арматура и бетон деформируются совместно,  $\varepsilon_s = \varepsilon_{ct}$ ;

- на второй стадии трещинообразования по всей длине бетонного блока изгибаемого железобетонного элемента происходит перераспределение растягивающих напряжений между арматурой и бетоном,  $\varepsilon_s > \varepsilon_{ci}$ ;

- ширина раскрытия трещин нормального отрыва w в растянутой зоне сечения изгибаемого железобетонного элемента обусловлена взаимным смещением арматурного стержня относительно бетона на уровне центра тяжести арматуры по обе стороны от краев трещины на длине участков перераспределения растягивающих напряжений  $l_{t,i}$ .

Общая деформационная модель железобетонного элемента позволяет учитывать нелинейные свойства материалов на основе использования нелинейных диаграмм деформирования бетона и арматуры [1; 2]. В соответствии с положениями общей деформационной модели поперечное сечение изгибаемого железобетонного элемента рассматривается как совокупность элементарных площадок-слоев и продольных арматурных стержней, в пределах которых нормальные напряжения считаются равномерно распределенными, равными средним значениям.

Каждая элементарная площадка бетона или арматурный стержень изгибаемого железобетонного элемента под воздействием усилий от нагрузки испытывает одноосное растяжение или сжатие в соответствии с принятыми диаграммами деформирования  $\sigma = f(\varepsilon)$  (рис. 3).



Рисунок 3. – Диаграммы деформирования бетона и арматуры

Для распределения относительных деформаций по высоте сечения изгибаемого железобетонного элемента (рис. 4) принимается гипотеза плоских сечений в постановке В.И. Мурашова – Я.М. Немировского [18; 19].



Рисунок 4. – Напряженно-деформированное состояние изгибаемого железобетонного элемента с трещинами

В рамках предлагаемой расчетной модели, описывающей параметры напряженно-деформированного состояния железобетонных предварительно напряженных многопустотных плит перекрытия в зоне платформенного стыка, исходя из анализа известных [14] и собственных [15; 16] экспериментальных исследований вводятся следующие *допущения*:

- усилие вертикального прижатия от вышерасположенных несущих элементов и дополнительная надопорная арматура, размещенная в бетоне замоноличивания в пустотах, ограничивают поворот торцевых сечений многопустотных плит в зоне платформенного стыка, что приводит к появлению отрицательного изгибающего момента в зоне платформенного стыка по лицевой грани вертикального элемента;

- максимальное значение ординаты  $\sigma_{pu}$  диаграммы деформирования продольной предварительно напряженной арматуры многопустотных плит на длине ее анкеровки в зоне платформенного стыка принимается уменьшенной пропорционально отношению расстояния от торцов плит до рассматриваемого поперечного сечения к длине анкеровки арматуры  $l_{bpd}$ . При достижении относительными деформациями продольной арматуры многопустотных плит на длине её анкеровки в зоне платформенного стыка значений, соответствующих максимальным напряжениям  $\sigma_{pu}$ , данная арматура в расчете рассматриваемого поперечного сечения не учитывается;

- вертикальное прижатие на длине зоны анкеровки верхней предварительно напряженной арматуры улучшает параметры сцепления и снижает деформативность при её выдергивании;

- при наличии вертикального прижатия зоны платформенного стыка усилием от вышерасположенных несущих элементов вертикальная нагрузка на многопустотные плиты перекрытия ведет к образованию в них критической трещины нормального отрыва в зоне платформенного стыка на расстоянии *l* от его оси и при переходе материалов в упругопластическую стадию деформирования вызывает появление пластического шарнира. Максимальное значение изгибающего момента от действия сосредоточенного усилия *P* на расстоянии *L* от оси платформенного стыка вычисляется по следующей формуле:

$$M = P \cdot (L - l), \tag{5}$$

при этом изгибающий момент, действующий в месте образования пластического шарнира, не распространяется на концевые участки плит, отсеченные критическими трещинами и испытывающие вертикальное прижатие (рис. 5);



Рисунок 5. – Схема разбиения конструкции плит на блоки между трещинами

- бетон замоноличивания пустот работает совместно с бетоном многопустотных плит безопалубочного формования вплоть до наступления предельной стадии деформирования (достижения относительными деформациями сжатого бетона или растянутой арматуры предельных значений соответственно ε<sub>cu</sub> или ε<sub>yu</sub>);

- элементарные площадки бетона замоноличивания в пустотах, как и бетона плит, в соответствии с принятой общей деформационной моделью в процессе деформирования испытывают одноосное растяжение или сжатие в соответствии с диаграммой деформирования  $\sigma = f(\varepsilon)$ ;

- элементарные площадки бетона замоноличивания вертикального шва между торцами плит воспринимают только сжимающие усилия, их работа на растяжение в зоне контакта не учитывается ввиду слабой адгезии бетона замоноличивания и бетона плит;

- элементарные площадки бетона замоноличивания вертикального шва между торцами плит имеют повышенную деформативность ввиду наличия структурных микротрещин на границе с бетоном плит, вызванных технологическими причинами (разрыв сплошности жесткого каркаса крупного заполнителя ввиду малой ширины шва, значительный отсос воды бетоном плит, усадка). Начальный модуль упругости  $E_{cm\Delta}$  бетона замоноличивания вертикального шва между торцами плит в первом приближении может быть принят в соответствии с исследованием [16]:

$$E_{cm\Delta} = 19000 - 268 \cdot \Delta + 489 \cdot f_c + 4,067 \cdot \Delta \cdot f_c + 0,603 \cdot \Delta^2 \text{ (MIIa)}, \tag{6}$$

где  $\Delta$  – безразмерный коэффициент для шва толщиной  $\Delta$  (мм);  $f_c$  – безразмерный коэффициент для призменной прочности шва  $f_{ck}$  (МПа).

Для упрощения расчетных процедур пустоты произвольной формы в первом приближении могут быть заменены традиционным образом равновеликими по площади элементами прямоугольного сечения. При этом в зависимости от количества заполняемых бетоном пустот на опорных участках могут быть рассмотрены составные (сборно-монолитные) сечения двутавровой или прямоугольной формы (рис. 6).



Рисунок 6. – Приведенные расчетные составные сечения многопустотных плит безопалубочного формования с заполнением пустот бетоном

Расчетные уравнения общей деформационной модели для случая составного поперечного сечения. Рассмотрим поперечное сечение железобетонных предварительно напряженных многопустотных плит перекрытия с замоноличенными пустотами и дополнительной надопорной арматурой в зоне платформенного стыка. В рамках рассматриваемой задачи исходная конструктивная схема, моделирующая узел сопряжения смежных плит безопалубочного формования в местах опирания на стены или несущие балочные элементы, преобразуется в сборно-монолитную конструкцию с составным поперечным сечением. Составное поперечное сечение сборных плит с замоноличиванием пустот бетоном по обе стороны шва и заполнение бетоном вертикального шва между торцами плит разбивается по высоте на элементарные площадки-слои (рис. 7).



Рисунок 7. – Расчетное составное поперечное сечение железобетонного элемента

Напряженно-деформированное состояние в составном поперечном сечении описывается уравнениями равновесия, условием распределения деформаций по высоте сечения в соответствии с гипотезой плоских сечений и диаграммами деформирования для материалов элементарных площадок-слоев.

Для изгибаемых железобетонных многопустотных плит перекрытия в зоне платформенного стыка уравнения напряженно-деформированного состояния [22] в составном поперечном сечении имеют вид:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{k} \sigma_{c,i} A_{c,i} \left( y_{0} - y_{c,i} \right) + \sum_{i=k+1}^{n} \sigma_{s,i} A_{s,i} \left( y_{0} - y_{s,i} \right) - M = 0; \\ \sum_{i=1}^{k} \sigma_{c,i} A_{c,i} + \sum_{i=k+1}^{n} \sigma_{s,i} A_{s,i} = 0; \\ \epsilon_{(c,s)i} = \frac{1}{r} \left( y_{0} - y_{(c,s)i} \right); \\ \sigma_{(b,s)i} = f(\epsilon_{(b,s)i}), \end{cases}$$
(7)

где  $\sigma_{(c,s)i}$  – нормальные напряжения в *i*-той элементарной площадке бетона или арматуры;  $\epsilon_{(c,s)i}$  – продольные деформации *i*-той элементарной площадки бетона или арматуры;  $A_{(c,s)i}$  и  $y_{(c,s)i}$  – соответственно площадь сечения и расстояние от выбранной оси до центра тяжести *i*-той элементарной площадки бетона или арматуры;  $y_0$  – расстояние от выбранной оси до центра тяжести сечения; k и (n-k) – количество элементарных площадок соответственно бетона и арматуры в сечении; 1/r – кривизна плиты в рассматриваемом поперечном сечении; M – изгибающий момент от нагрузки. Исходная система уравнений (7) напряженно-деформированного состояния может быть преобразована к системе разрешающих уравнений с двумя неизвестными 1/*r*, *y*<sub>0</sub> следующего вида:

$$\begin{cases} \frac{1}{r} \left[ \sum_{i=1}^{k} E_{c,i} A_{c,i} y_{c,i} \left( y_0 - y_{c,i} \right) + \sum_{i=k+1}^{n} E_{s,i} A_{s,i} y_{s,i} \left( y_0 - y_{s,i} \right) \right] - M = 0; \\ \frac{1}{r} \left[ \sum_{i=1}^{k} E_{c,i} A_{c,i} \left( y_0 - y_{c,i} \right) + \sum_{i=k+1}^{n} E_{s,i} A_{s,i} \left( y_0 - y_{s,i} \right) \right] = 0, \end{cases}$$
(8)

где  $E_{(c,s)i}$  – секущий модуль деформаций для *i*-той элементарной площадки, определяемый по диаграмме деформирования бетона или арматуры в зависимости от достигнутой деформации.

В первой итерации при действии изгибающего момента  $M_{sup}$ , равного моменту образования поперечных трещин  $M_{crc}$  в многопустотных плитах слева и справа платформенного стыка по грани опирания (на расстоянии *l* от оси платформенного стыка), рассматриваем положение трех образовавшихся бетонных блоков (см. рис. 3). Значение изгибающего момента  $M_{sup}$  в поперечном сечении по грани опоры от действия внешней нагрузки определяется известными методами строительной механики. Например, от действия сосредоточенного усилия *P* на расстоянии *L* от оси платформенного стыка вычисляется по формуле (5).

Из решения системы уравнений (8), реализуя итерационный процесс вычисления относительных деформаций и напряжений в элементарных площадках-слоях при заданном изгибающем моменте от нагрузки, получаем параметры напряженно-деформированного состояния плит с замоноличенными бетоном пустотами в поперечных сечениях с трещинами.

Если относительные деформации растяжения в элементарной площадке бетона плит или замоноличивания  $\varepsilon_{(c)i}$  превышают предельные значения, соответствующие предельной растяжимости при изгибе  $\varepsilon_{ctu,fl}$ , это свидетельствует об образовании трещины. В дальнейших расчетах осевая жесткость этой элементарной площадки принимается равной нулю, т.е.  $E_{ci}A_{ci} = 0$ . Найденные секущие модули деформаций вводятся в расчет в новом расчетном цикле. Критерием окончания процесса последовательных приближений является заданная точность решения исходных уравнений.

Модель бетонного блока, выделенного трещинами нормального отрыва. Принятые к анализу бетонные блоки, выделенные соседними трещинами на длине элемента, включают: центральный блок с участками многопустотных плит между двумя соседними трещинами и вертикальный шов непосредственно в зоне платформенного стыка (в случае прижатия вертикальными несущими элементами стен арматура плит и дополнительные надопорные арматурные стержни испытывают поперечное давление, повышающее их сцепление с бетоном), а также бетонные блоки в пролете плит слева и справа от платформенного стыка со свободными концами, начало которых совпадает с поперечными трещинами по обеим граням опоры. В случае геометрически и физически симметричной системы можно рассматривать блок в пролете плит только с одной стороны от платформенного стыка.

Рассмотрим выделенный бетонный блок в пролете плиты с известной величиной относительных деформаций в арматуре в поперечном сечении с трещиной  $\varepsilon_{s,l}$ , установленной из расчета по модели сечений. В соответствии с принятыми предпосылками на первой стадии трещинообразования в бетонных блоках плит у краев поперечной трещины выделяются зоны перераспределения растягивающих напряжений между арматурой и бетоном длиной  $l_{i,j}$ , зависящей от величины усилия в растянутой арматуре железобетонного элемента на этапе нагружения.

Согласно предложениям В.В. Тура, А.В. Драгана [20], для центрально растянутых железобетонных элементов на основе принятого закона сцепления  $\tau_b = f(s)$  и его уточнения для условий настоящего экспериментального исследования коэффициентом  $k_w$ 

$$l_{t} = k_{p} \frac{N_{ult}}{\pi \cdot \emptyset \cdot (1 + \rho_{eff} \cdot \alpha_{E})} \cdot \sqrt{\frac{N}{N_{ult}}};$$
(9)

$$k_{p} = k_{v} \cdot k_{s} \cdot \left[ 0,132 \cdot \rho_{eff} - 0,01(f_{ctm}^{\frac{3}{2}} - 0,8) \cdot (1 + \rho_{eff}) + 0,117 \right] \cdot \left(\frac{\emptyset}{1000}\right)^{k_{w}},$$
(10)

где  $\rho_{eff} = A_s / A_{c,eff}$  – эффективный процент армирования (в долях). Учитывая наличие в эффективной площади растянутой зоны бетона плит различных классов арматуры и бетона  $A_s$  и  $A_{c,eff}$ , при вычислении  $\rho_{eff}$ принимаем приведенными в соответствии с площадями поперечного сечения и начальными модулями упругости составляющих;  $f_{ctm,red}$  – средняя приведенная прочность бетона (плит и замоноличивания) при

осевом растяжении, МПа, определяемая как 
$$f_{ctm,red} = \frac{\int_{ctm} A_{c,eff} + \int_{ctm,ad} A_{c,eff,ad}}{A_{c,eff} + A_{c,eff,ad}}$$
;  $f_{ctm}$  и  $f_{ctm,ad}$  - соответст-

венно прочность бетона плит и бетона замоноличивания при осевом растяжении, определяемая по [10];  $\emptyset_s$  – диаметр арматурного стержня, мм;  $k_v$  – коэффициент, учитывающий условия сцепления арматуры с бетоном, принимаемый равным для стержней периодического профиля 1,0, для гладких стержней – 1,65;  $k_s$  – коэффициент, учитывающий класс используемой арматуры (для арматуры класса S500 равен 1,0);  $\alpha_E$  – соотношение приведенных модулей упругости арматуры и бетона;  $k_w$  – коэффициент, принимаемый для условий опыта;  $N_{ult} = \sigma_{pu} \cdot A_p + f_{vm} \cdot A_s$  – предельное растягивающее усилие в растянутой арматуре железобетонного элемента;  $N = \sigma_p \cdot A_p + \sigma_s \cdot A_s$  – усилие в растянутой арматуре железобетонного элемента на этапе нагружения.

Ординаты эпюры распределения относительных деформаций арматуры и растянутого бетона по длине зоны перераспределения по длине блока, начиная отсчёт от грани трещины нормального отрыва, с учетом принятого закона перераспределения [21] для  $\varepsilon_s < \varepsilon_{sy}$  можно записать:

$$\varepsilon_{s}(x) = \varepsilon_{sII} \left[ a \left( \frac{x}{l_{t}} \right)^{\frac{1+\alpha}{1-\alpha}} + b \right];$$
(11)

$$\varepsilon_{ct}(x) = \varepsilon_{sII} \left[ 1 - \left[ a \left( \frac{x}{l_t} \right)^{\frac{1+\alpha}{1-\alpha}} + b \right] \right] \rho_{eff \cdot \alpha_E}, \qquad (12)$$

где *а* и *b* параметры, описывающие жесткостные характеристики арматуры и эффективной площади растянутого бетона, вычисляются по формулам:

$$a = \frac{1}{1 + \rho_{eff} \cdot \alpha_E},\tag{13}$$

$$b = \frac{1}{1 + \frac{1}{\rho_{eff} \cdot \alpha_E}}.$$
(14)

При  $\varepsilon_s \ge \varepsilon_{sy}$  относительные деформации арматуры на длине бетонного блока выравниваются с относительными деформациями в арматуре в сечении с трещиной.

Ширина раскрытия трещины нормального отрыва между двумя бетонными блоками определяется как сумма взаимных смещений s(x) арматуры и растянутого бетона по длине зон перераспределения  $l_t$  слева (l) и справа (r) от краев трещины:

$$w = \int_{-l_{t(l)}}^{l_{t(r)}} s(x) dx = \int_{-l_{t(l)}}^{l_{t(r)}} [\varepsilon_s(x) - \varepsilon_{ct}(x)] dx.$$
(15)

Очередная трещина нормального отрыва образуется на концевом участке зоны перераспределения, где относительные деформации арматуры и растянутого бетона выравниваются ( $\varepsilon_s = \varepsilon_{ct}$ ) при действии изгибающего момента, равного моменту образования трещин нормального отрыва  $M_{crc}$ . На последующих этапах нагружения в зависимости от распределения изгибающих моментов от внешней нагрузки, геометрических и физических параметров плит и заполнения пустот по длине их пролета выделяются бетонные блоки длиной  $L_m < [l_{t(l)} + l_{t(r)}]$  или  $L_m \ge [l_{t(l)} + l_{t(r)}]$ .

В первом случае (рис. 8, *a*) по всей длине бетонного блока относительные деформации бетона на уровне центра тяжести арматуры не превышают предельной растяжимости бетона  $\varepsilon_{(ct)1}$ , т.е. зоны перераспределения слева (*l*) и справа (*r*) перекрываются, и для любого поперечного сечения в бетонном блоке справедливо условие  $\varepsilon_{ct} < \varepsilon_{(ct)1}$ . Для такого бетонного блока завершена первая стадия трещинообразования, и на последующих этапах нагружения без появления новых трещин происходит перераспределение усилий между арматурой и бетоном растянутой зоны в виде накопления смещений, которое проявляется в раскрытии поперечных трещин.

Во втором случае (рис. 8,  $\delta$ ) в средней части длины бетонного блока имеется зона совместного деформирования арматуры и бетона длиной  $[L_m - (l_{t(l)} + l_{t(r)})] > 0$ , т.е. зоны перераспределения слева (*l*) и справа (*r*) не перекрываются. Бетонный блок на данном этапе нагружения находится на первой стадии трещинообразования. На последующих этапах нагружения в зависимости от распределения изгибающих моментов от внешней нагрузки, геометрических и физических параметров плит и заполнения пустот по длине их пролета для рассматриваемого бетонного блока возможны два пути: дальнейшее деление новыми поперечными трещинами на более мелкие бетонные блоки (как описано выше) или его переход во вторую (установившуюся) стадию трещинообразования.



Рисунок 8. – Случай начальной стадии трещинообразования (*a*) и перераспределения усилий между арматурой и бетоном (*б*)

Далее рассмотрим центральный бетонный блок с участками многопустотных плит между двумя поперечными трещинами по обе стороны стыка и вертикальным швом непосредственно в зоне платформенного стыка. Как отмечалось выше, центральный бетонный блок в случае прижатия вертикальными несущими элементами стен испытывает поперечное давление, влияющее на сцепление арматуры плит и дополнительной надопорной арматуры с бетоном.

Для расчета параметров напряженно-деформированного состояния многопустотных плит в поперечном сечении с трещиной из решения системы уравнений (8) максимальное значение ординаты  $\sigma_p$  диаграммы деформирования продольной предварительно напряженной арматуры плит, испытывающей поперечное давление, на длине ее анкеровки в зоне платформенного стыка принимается увеличенным с использованием коэффициента *k* по результатам экспериментального исследования.

Для определения относительных деформаций арматуры и бетона растянутой зоны по длине центрального бетонного блока, испытывающего поперечное давление, на основе принятых предпосылок и закона сцепления  $\tau_b = f(s)$  выделим из центрального бетонного блока участок бетона эффективной растянутой зоны площадью поперечного сечения  $A_{creff}$  с арматурным стержнем дополнительной надопорной арматуры площадью  $A_{s,ad}$  длиной dx (рис. 9).



Рисунок 9. – Рассматриваемый участок центрального бетонного блока

Работу на растяжение верхней предварительно напряженной арматуры плит у их торцов в составе бетона растянутой зоны центрального блока учитываем в приведенной площади сечения:  $A_{c,red} = A_{c,eff} + \alpha_{E'}A_{p}$ . Согласно принятой предпосылке изгибающий момент от внешней нагрузки по длине центрального блока, испытывающего вертикальное прижатие, отсутствует. Усилие N в растянутой зоне центрального бетонного блока от действия растягивающих усилий в поперечных сечениях с трещинами по концам блока без учета влияния в работе на растяжение вертикальных элементов, передающих прижатие, при геометрически и физически симметричной системе распределяется равномерно по длине блока, в противном случае принимается линейное распределение усилия N по длине блока.

Для любого сечения блока суммарное усилие в растянутом бетоне  $N_c$  и арматурном стержне  $N_s$  постоянно на всей длине блока. Тогда условия равновесия усилий на элементарном участке в пределах бетонного блока следует записать следующим образом:

$$d\sigma_s \cdot A_{s,ad} + d\sigma_c \cdot A_{c,red} = 0.$$
<sup>(16)</sup>

Исходя из условия равенства усилия в арматурном стержне диаметром  $\emptyset$  как результирующей от действия растягивающих нормальных напряжений  $\sigma_s$ , распределенных по её площади поперечного сечения  $A_{s,ad}$ , и усилия от действия касательных напряжений  $\tau_b$  по площади контакта арматурного стержня с бетоном, а также разности относительных деформаций арматуры  $\varepsilon_s$  и бетона  $\varepsilon_{ct}$  как взаимного смещения s, закона сцепления  $\tau_b = f(s)$ , связывающего касательные напряжения по площади контакта арматурного стержня с бетоном и их взаимное смещение, учитывающее поперечное сжимающее давление от прижатия, можно записать:

$$d\sigma_{s} \cdot \frac{\pi \emptyset^{2}}{4} = \pi \emptyset \cdot \Omega_{p,tr} \cdot \tau_{b}(s) dx, \qquad (17)$$

$$(\varepsilon_s - \varepsilon_{ct})dx = ds, \tag{18}$$

$$\Omega_{p,tr} \cdot \tau_b = f(s). \tag{19}$$

Коэффициент  $\Omega_{p,tr}$  к ординатам принятого закона сцепления арматуры с бетоном для учета влияния поперечного давления сжатия  $p_{tr}$  в бетоне средней прочности  $f_{cm}$  принимаем в соответствии с предложениями [9] равным

$$\Omega_{p,tr} = 1 - \tanh\left(0, 2\frac{p_{tr}}{0, 1f_{cm}}\right). \tag{20}$$

График, иллюстрирующий принятый закон сцепления с учетом влияния поперечного давления сжатия  $p_{tr}$ , представлен на рисунке 10.



Рисунок 10. – Зависимости, иллюстрирующие закон сцепления с учетом влияния давления поперечного сжатия *p*<sub>tr</sub>

В случае достижения относительными деформациями арматуры предела текучести  $\varepsilon_s \ge \varepsilon_{sy}$  к ординатам принятого закона сцепления арматуры с бетоном вводится понижающий коэффициент  $\Omega_v$  согласно [9]:

$$\Omega_{v} = 1, 0 - 0, 85 \cdot (1 - e^{-5a^{b}}); \tag{21}$$

$$a = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{sy}}{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sy}};$$
(22)

$$b = \left[2 - \frac{f_{tm}}{f_{ym}}\right]^2,\tag{23}$$

где  $\varepsilon_{su}$  – относительные деформации, соответствующие пределу прочности арматуры;  $f_{tm}$  – среднее значение прочности арматуры при растяжении;  $f_{ym}$  – среднее значение текучести арматуры при растяжении. При  $\varepsilon_s < \varepsilon_{sy}$  коэффициент  $\Omega_y = 1$ .

Графики, иллюстрирующие принятый закон сцепления с учетом влияния текучести арматуры, представлены на рисунке 11.



Рисунок 11. Зависимости, иллюстрирующие закон сцепления с учетом влияния текучести арматуры

Для решения задачи центральный бетонный блок в растянутой зоне сечения высотой  $h_{eff}$ , выделенный соседними трещинами нормального отрыва, разделяем *n* поперечными сечениями на (n - 1) интервалов длиной  $\Delta x$  таким образом, чтобы границы интервала  $\Delta x_k$  совпадали с границами вертикального шва между торцами многопустотных плит (см. рис. 4). Принимая при этом во внимание низкую адгезию бетона заполнения вертикального шва с бетоном плит, работу бетона на растяжение поперек шва в сечениях, совпадающих с его границами, не учитываем. Поэтому на интервале, равном длине вертикального шва  $\Delta x_k$ , принимаем эффективную площадь поперечного сечения растянутой зоны в бетоне замоноличивания  $A_{c,eff,ad}$ без учета верхней арматуры плит и диаграмму деформирования бетона замоноличивания.

Представим уравнения (17)...(19), (21) в виде системы уравнений:

$$\begin{cases} \frac{d}{dx}s = \varepsilon_s(\sigma_s) - \varepsilon_{ct} \left(\frac{N - \sigma_s A_s}{A_{c,eff}}\right);\\ \frac{d}{dx}\sigma_s = \frac{4}{\emptyset}\Omega_y \Omega_{p,tr}\tau(s). \end{cases}$$
(24)

Для решения системы дифференциальных уравнений (24) использован алгоритм, основанный на методе конечных разностей. Основная проблема решения состоит в определении граничных условий. Так как граничные условия зависят от распределения относительных деформаций в железобетонном элементе, решение системы уравнений (24) требует применения итерационного процесса.

После достижения сходимости итерационного процесса получают распределение относительных деформаций по длине блока  $\varepsilon_s(x)$  и положение нейтральной оси в сечениях с трещиной. В этом случае распределение кривизн в сечениях на длине блока, выделенного трещинами, можно рассчитать по формуле:

$$\varphi_i = \frac{\varepsilon_{s,i}}{d - x_{c,i}} = 0, \tag{25}$$

где d – рабочая высота сечения;  $x_{c,i}$  – высота сжатой зоны бетона в сечении i (расстояние от нейтральной оси до наиболее сжатой грани сечения);  $x_{c,i}$  для промежуточных сечений бетонного блока вычисляется линейной интерполяцией изменения между  $x_1$  и  $x_n$  – значениями на концах блока.

При известном распределении кривизн  $\phi_i$  по длине блока углы поворота определяют интегрированием уравнения

$$\theta = \int_{l_a} \phi(x) dx, \tag{26}$$

где  $\varphi(x)$  – функция распределения кривизн по длине блока  $l_t$  (1) для любого уровня нагружения. Выполняя монотонное нагружение, получаем зависимость «опорный изгибающий момент – угол поворота поперечного сечения», применяемую при нелинейных расчетах конструктивной системы.

Заключение. На основе общей деформационной модели для отдельного сечения и блочной модели сопротивления железобетона *разработана расчетная модель*, *описывающая* напряженно-деформированное состояние многопустотных плит перекрытия в зоне платформенного стыка, *учитывающая* влияние усилия прижатия, степень армирования надопорной арматурой, установленной в бетоне замоноличивания пустот, *позволяющая* теоретически устанавливать параметры зависимости «опорный изгибающий момент – угол поворота» для выполнения нелинейных расчетов конструктивных систем, содержащих плиты перекрытий безопалубочного формования в составе платформенных стыков зданий.

### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Расчет прочности железобетонных конструкций при действии изгибающих моментов и продольных сил по новым нормативным документам / А.И. Залесов [и др.] // Бетон и железобетон. 2002. № 2. С. 21–25.
- 2. Залесов, А.С. Расчет деформаций железобетонных конструкций по новым нормативным документам / А.С. Залесов, Т.А. Мухамедиев, Е.А. Чистяков // Бетон и железобетон. 2002. № 6. С. 12–16.
- Computation of Stresses in Bridge Slabs Due to Wheel Loads / H.M. Westergaard // Public Roads. 930. Vol. 11, No. 1, March. – P. 1–23.
- Васильев, П.И. Раскрытие швов и трещин в массивных бетонных конструкциях / П.И. Васильев, Е.Н. Пересыпкин // Аннотации законченных в 1967 году научно-исследовательских работ по гидротехнике / П.И. Васильев, Е.Н. Пересыпкин. – Л. : Энергия, 1968.
- Белов, В.И. К вопросу исследования напряжённо-деформированного состояния железобетонных балок как систем, составленных из упругих блоков / В.И. Белов, П.И. Васильев, Е.Н. Пересыпкин // Вопросы прочности бетона и железобетонных конструкций : тр. координац. совещ. по гидротехнике. – Л., 1973. – Вып. 82. – С. 60–64.
- Пересыпкин, С.Е. Внецентренное сжатие бетонных элементов с учётом влияния поперечных сил (расчёт по деформированной схеме на основе блочной модели) : дис. ... канд. техн. наук / С.Е. Пересыпкин ; С-петерб. гос. техн. ун-т. – СПб., 1995. – 124 л.
- 7. Починок, Ю.В. Блочная деформационная модель в расчётах железобетонных стержневых изгибаемых элементов с трещинами : дис. ... канд. техн. наук : 05.23.01 / Ю.В. Починок. Ростов н/Д, 2004. 241 с.
- Бровкина, М.В. Прикладные методы расчёта прочности и деформативности изгибаемых железобетонных элементов блочной структуры : дис. ... канд. техн. наук : 05.23.01 / М.В. Бровкина ; С-петерб. гос. техн. ун-та. – СПб., 2004. – 194 л.
- 9. CEB-FIP Model Code for Concrete Structures 2010 / International Federation for Structural Concrete (fib). London, 2012.
- 10. Проектирование железобетонных конструкций : ТКП EN 1992-1-1-2009. Еврокод 2. Ч. 1-1. Общие правила и правила для зданий.
- Croce, P. Numerical Simulation of the Behavior of Cracked Reinforced Concrete Members [Electronic resource] / P. Croce and P. Formichi // Materials Sciences and Applications. 2014. 5. P. 883–894. Mode of access: http://dx.doi.org/10.4236/msa.2014.512090.
- 12. Borosnyói, A. Models for Flexural Cracking in Concrete [Electronic resource] / A. Borosnyói and G.L. Balázs / The State of the Art. Structural Concrete. 2005. 6. P. 53–62.

- Casanova, A. Bond Slip Model for the Simulation of Reinforced Concrete Structures [Electronic resource] / A. Casanova, L. Jason and L. Davenne // Engineering Structures. – 2012. – 39. P. 66–78. – Mode of access: http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2012.02.007.
- 14. Прочность узлов сопряжения преднапряженных многопустотных панелей перекрытий со стенами / В.Г. Крамарь [и др.] // The Ninth International Congress Of The FIP. М., 1982.
- 15. Лазовский, А.Д. Экспериментальное исследование платформенного стыка многопустотных плит безопалубочного формования / А.Д. Лазовский // Перспективные направления инновационного развития строительства и подготовки инженерных кадров : сб. науч. ст. XIX Междунар. науч.-метод. семинара ; Брест, 23–25 окт. 2014 г. БрГТУ ; редкол.: С.М. Семенюк [и др.]. – Брест : БрГТУ, 2014. – Ч. 1. – С. 111–115.
- 16. Лазовский, А.Д. Экспериментально-теоретические исследования платформенных стыков преднапряженных многопустотных плит безопалубочного формования / А.Д. Лазовский // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. F, Строительство. Прикладные науки. 2014. № 16.
- 17. Жукьян, А.П. Прочность и деформативность бетона сжатой зоны шва / А.П. Жукьян // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. В. Прикладные науки. 2002. С. 87–90.
- 18. Мурашов, В.И. Трещиностойкость, жесткость и прочность железобетона / В.И. Мурашов. М. : Машстройиздат, 1950. 268 с.
- 19. Немировский, Я.М. Жесткость изгибаемых железобетонных элементов при кратковременном и длительном загружениях / Я.М. Немировский // Бетон и железобетон. – 1955. – № 5. – С. 172–176.
- 20. Тур, В.В. Деформационный расчет ширины раскрытия трещин в центрально растянутых железобетонных элементах / В.В. Тур, А.В. Драган // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров Республики Беларусь : материалы XV Междунар. науч.-практ. семинара, Новополоцк, 27–28 нояб. 2008 г. / Полоц. гос. ун-т ; редкол.: Д.Н. Лазовский [и др.]. – Новополоцк : ПГУ, 2008.
- 21. Драган А.В. Аналитическая модель трещинообразования растянутых железобетонных элементов / А.В. Драган // Вестн. БрГТУ. 2008. № 1(49) : Строительство и архитектура. С. 29–35.
- 22. Пецольд, Т.М. Расчет усиления железобетонных конструкций эксплуатируемых строительных сооружений / Т.М. Пецольд, Д.Н. Лазовский // Бетон и железобетон. 1998. № 6. С. 16–19.

Поступила 02.12.2016

# COMPUTATIONAL MODEL OF BENDING STRENGTH OF HOLLOW CORE SLAB FLOORS AS PARTS OF PLATFORM JOINTS OF BUILDINGS

## V. TUR, A. LAZOUSKI

Computational model of bending strength of hollow core slab floors as parts of platform joint of buildings which considers influence of compression stress transferred by wall element, reinforcement rate of support armature installed in monolithic concrete of hollows which allows to perform calculations of parameters of dependence "bending moment on support – rotation angle" which is applied in performing non-linear calculations of structural systems in which floors a made of hollow core slabs connected on supports with reinforced concrete kernel. Computational model is based on general deformation model of cross-section strength and block model of deformation of bending elements. Bond-slip law according to CEB-fib Model Code 2010, deformation diagrams of reinforcement and concrete are used in computational model.

**Keywords:** slabs, the platform area of the joint, bending the elements resistance to bending, the calculated model.