

УДК 624.012+519.673

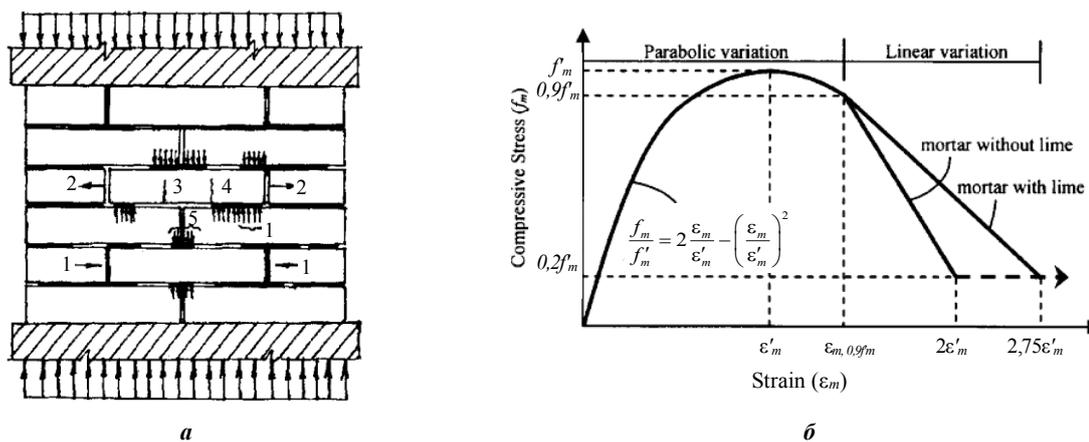
МЕТОД РАСЧЕТА ПРОЧНОСТИ СЖАТЫХ КАМЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПО СЕЧЕНИЯМ, НОРМАЛЬНЫМ К ПРОДОЛЬНОЙ ОСИ

*канд. техн. наук, доц. Д.О. ГЛУХОВ; А.М. ХАТКЕВИЧ
(Полоцкий государственный университет)*

Представлен деформационный метод расчета прочности элементов по нормальным к продольной оси сечениям. Общие положения расчета каменных элементов, в том числе с армированием, согласно СТБ EN 1996-1-1-2008 (Еврокод б) соответствуют условиям применения такого метода расчета прочности по нормальным сечениям. Данная методика позволяет достаточно точно отразить работу нормальных сечений и описать их напряженно-деформированное состояние на любом этапе приложения нагрузки. Вместе с тем деформационный метод расчета нормальных сечений каменных элементов пока не нашел применения в практике проектирования. Сравнение результатов экспериментальных данных с вычисленными деформационным методом значениями разрушающих нагрузок каменных элементов без армирования, с продольным и сетчатым армированием показало, что средневзвешенное значение вычисленной разницы составляет 7%.

Ключевые слова: деформационный метод, прочность каменных элементов, алгоритм расчета, сжатые и внецентренно сжатые каменные элементы, диаграмма деформирования.

Введение. Каменная кладка является композиционным анизотропным строительным материалом. Она состоит из двух компонентов – собственно кладочных элементов, расположенных в определенном порядке, и кладочного раствора, которые даже при центральном сжатии подвержены одновременно различным напряженным состояниям, а именно: сжатию, растяжению, смятию, срезу. Работа под нагрузкой и напряженное состояние данной гетерогенной среды будет зависеть от прочностных и деформационных свойств составляющих кладку компонентов. В масштабе реальных конструкций кладку можно рассматривать с определенными допущениями как однородный материал, пренебрегая резко отличающимися свойствами камня и раствора. Поведение такой идеализированной гомогенной среды можно описать диаграммами деформирования (усредненными напряжениями и деформациями), характер которых будет зависеть от направления нагрузок, вида напряженного состояния и т.п. Типичная диаграмма для кладки, предложенная в [1; 2], показана на рисунке 1.



а – сложное напряженное состояние камня и раствора:
1 – сжатие, 2 – растяжение, 3 – изгиб, 4 – срез, 5 – местное сжатие;
б – типичная диаграмма деформирования для кладки

Рисунок 1. – Сложное напряженное состояние камня в кладке, типичная диаграмма деформирования

Первые научные работы, посвященные прочности кладок, появились с возникновением мощного прессового оборудования в начале XX века и связаны с именами А.К. Говве, И.И. Ильина, В.А. Гастева, Н.А. Попова, В.П. Некрасова, Л.И. Онищика, В.А. Камейко, Л.Д. Проскуракова, Г.П. Передерия, И.П. Прокофьева и других. Во второй половине XX века в Советском Союзе была создана научная школа, специалистами разработаны нормы СНиП II-22-81 и Пособие к нему по проектированию

каменных

и армокаменных конструкций, содержащие указания по методам расчета и конструирования.

Сегодня изменились технология производства камня, представления о напряженном состоянии кладки, появились другие виды армирования, требуется уточнение существующих методик проектирования и расчета, возможность их реализации в прикладных вычислительных комплексах [3].

Деформационная модель расчета. В строительную практику Республики Беларусь внедряются европейские стандарты. Общими положениями расчета по несущей способности неармированной каменной кладки при действии вертикальной нагрузки, а также армированных элементов при изгибе, изгибе

с внецентренным и центральным сжатием в СТБ EN 1996-1-1-2008 (Еврокод 6) [4] являются:

- сохранение плоскостности поперечных сечений (гипотеза Бернулли);
- прочность при растяжении каменной кладки равна нулю;
- арматура деформируется как прилегающая каменная кладка;
- максимальные относительные деформации каменной кладки при сжимающей нагрузке и стали при растяжении принимаются соответственно строительному материалу;
- диаграмму деформирования каменной кладки принимают параболической, параболически-линейной или прямоугольной;
- предельное значение относительной деформации каменной кладки для крайней наиболее сжатой грани сечения при внецентренном сжатии составляет максимально $\varepsilon_{mi} = -0,0035$ для камней группы 1 и $\varepsilon_{mi} = -0,002$ для камней групп 2, 3 и 4.

Отмеченные выше основные расчетные положения соответствуют условиям применения деформационной модели. Данная модель расчета по нормальным сечениям железобетонных элементов, подвергающихся воздействию продольных сил и изгибающих моментов, доказала свою состоятельность и нашла отражение в нормативных документах [5; 6]. Сущность методики расчета заключается в учете помимо уравнений равновесия внутренних и внешних сил, решением которых ограничивался метод предельных усилий, условий деформирования расчетного сечения в виде гипотезы плоских сечений (уравнений совместности деформаций и физических зависимостей, связывающих напряжения и деформации бетона и арматуры в виде диаграмм деформирования). Исходные уравнения преобразуются и решаются шагово-итерационными методами, условно разбивая исходное сечение на отдельные участки малой площади (метод численного интегрирования), что легко воплощается в жизнь с помощью ЭВМ. В Полоцком государственном университете профессором Д.Н. Лазовским и доцентом Д.О. Глуховым разработана программа «Beta» для расчета прочности и трещиностойкости нормальных сечений железобетонных элементов, реализующая деформационную модель. Имеется возможность находить параметры напряженно-деформированного состояния, ширину раскрытия трещин в нормальном сечении любой сложной формы с произвольным армированием на любом этапе нагружения. В то же время при проектировании каменных (армокаменных) элементов деформационная модель пока не используется. В [7] изложен алгоритм нахождения прочности сечений в виде блок-схемы.

Деформационная модель напряженно-деформированного состояния нормального сечения железобетонного элемента представляет собой систему 3-х нелинейных уравнений интегрального вида (система уравнений (1)).

$$\begin{cases} M_y = -\iint_C \sigma(x, y)(y - y_o) dx dy + N(y_{oe} - y_o); \\ M_x = -\iint_C \sigma(x, y)(x - x_o) dx dy + N(x_{oe} - x_o); \\ N = \iint_C \sigma(x, y) dx dy; \\ \varepsilon(x, y) = \varepsilon_z - \frac{1}{r_x}(x - x_o) - \frac{1}{r_y}(y - y_o) + q, \end{cases} \quad (1)$$

где $\sigma(x, y)$ – нормальные напряжения в элементарной площадке бетона или арматуры; $\varepsilon(x, y)$ – продольные деформации элементарной площадки бетона или арматуры; x_o и y_o – расстояние от центра изгиба сечения, нейтральной точки, до оси x и y соответственно; x_{oe} и y_{oe} – расстояние от места приложения продольного усилия до оси x и y соответственно; N – продольная сила от действия внешней нагрузки;

$1/r_x$ и $1/r_y$ – кривизна продольной оси элемента относительно оси x и y соответственно; q – остаточные деформации от различных предшествующих процессов деформирования (предварительное напряжение, эксплуатация и др.).

Сама модель лишена предположений относительно способа расчета напряженно-деформированного состояния. Из деформационной модели следует формулировка задачи расчета, как задачи поиска такого расположения плоскости распределения деформаций в 3-х мерном пространстве $\varepsilon = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z\}$, которое бы соответствовало действию на элементы вектора нагрузки, заданного в трехмерном пространстве нагрузок $F = \{M_x, M_y, N\}$. Таким образом, решение задачи ищем в 3-х мерном пространстве.

Нелинейность модели вытекает, в первую очередь, из-за ее дискретности. Дискретные элементы модели – узлы квадратурных правил претерпевают скачкообразные изменения в момент попадания их в зону распространения трещины. Это обусловлено тем, что диаграммы деформирования, применяемые при нелинейных расчетах железобетонных конструкций, имеют предельную деформацию на растяжение, по достижении которой диаграмма резко обрывается в ноль. Данный эффект сказывается не только в зоне образования трещины в скачкообразных перепадах поверхности решения, но и на краях области допустимых решений.

Нелинейность поверхности решения расчетной системы уравнений проявляется наиболее ярко в зоне образования трещины. В природе таких эффектов нет, поскольку образование трещины сопровождается резким скачком кривизны и продолжающимся ростом моментов. Иными словами, момент не может уменьшаться. Математическая модель же допускает расчет моментов для значений кривизны, попадающих в интервал скачка. Данный факт заключается в том, что в связи с резким скачкообразным смещением нейтральной оси в сторону сжатой зоны элемента, вызванным «обрывом» в ноль узлов квадратур элементарных площадок растянутого бетона, момент падает.

Для сжатых элементов, для которых центрально приложенная сжимающая сила с эксцентриситетом, равным расстоянию от начального центра тяжести до текущего положения нейтральной оси, создает противоположно направленный изгибающий момент. В этом случае заданному моменту будет соответствовать меньшая кривизна, эффект падения расчетного момента может полностью исчезать.

Когда разрушение элемента происходит сразу с образованием трещины – одна из сложных ситуаций для численного расчета. При этом труднопроходимый участок трещинообразования непосредственно граничит с областью, в которой локализовано решение задачи. Возможны также ситуации, когда после образования трещины модель не дает расчетные значения усилий, даже равные значениям усилий до трещинообразования. Такая ситуация свойственна недостаточно армированным элементам. К этой группе моделей относится и модель каменного элемента.

С целью учета численных особенностей модели нами были применены модификации базового алгоритма поиска решения методом простой итерации (формула (2)):

$$\begin{cases} N = \sum \frac{\sigma}{\varepsilon} \left(\varepsilon_z - \frac{1}{r_x} x - \frac{1}{r_y} y \right); \\ M_x = -\sum \frac{\sigma}{\varepsilon} \left(\varepsilon_z - \frac{1}{r_x} x - \frac{1}{r_y} y \right) x; \\ M_y = -\sum \frac{\sigma}{\varepsilon} \left(\varepsilon_z - \frac{1}{r_x} x - \frac{1}{r_y} y \right) y. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_z = \frac{N + \frac{1}{r_x} \sum \frac{\sigma}{\varepsilon} x + \frac{1}{r_y} \sum \frac{\sigma}{\varepsilon} y}{\sum \frac{\sigma}{\varepsilon}}; \\ \frac{1}{r_x} = \frac{M_x + \varepsilon_z \sum \frac{\sigma}{\varepsilon} x - \frac{1}{r_y} \sum \frac{\sigma}{\varepsilon} xy}{\sum \frac{\sigma}{\varepsilon} x^2}; \\ \frac{1}{r_y} = \frac{M_y + \varepsilon_z \sum \frac{\sigma}{\varepsilon} y - \frac{1}{r_x} \sum \frac{\sigma}{\varepsilon} xy}{\sum \frac{\sigma}{\varepsilon} y^2}. \end{cases} \quad (2)$$

1. Применено правило ложного положения.
2. Применена координатная релаксация по формуле (3):

$$\frac{1}{r_x} = \frac{1}{r_{xold}} + \alpha \left[\frac{M_x + \varepsilon_z \sum \frac{\sigma}{\varepsilon} x - \frac{1}{r_y} \sum \frac{\sigma}{\varepsilon} xy}{\sum \frac{\sigma}{\varepsilon} x^2} - \frac{1}{r_{xold}} \right]. \quad (3)$$

3. Применен малый ограничитель шага итерации.

4. За критерий остановки итерационного процесса принята малость невязок в уравнениях расчетной модели (менее 1%).

5. Установлено предельное число итераций, равное 150.

Количественная оценка применимости деформационного метода расчета по нормальным к продольной оси сечениям каменных элементов, в том числе с армированием, выполнялась путем сопоставления рассчитанной прочности с прочностью по данным испытаний А.Г. Фигаровым столбов сечением $0,4 \times 0,4$ м высотой $\approx 1,25$ м из камней азербайджанских месторождений [8]. Испытания А.Г. Фигарова выбраны для сравнения в связи с достаточно обширной программой, включающей в себя:

- центральное сжатие неармированной кладки на растворах разной прочности;
- внецентренное сжатие неармированной кладки на растворах разной прочности;
- центральное сжатие кладки с сетчатым армированием с процентами от 0,27 до 1,09 и размерами ячеек от 30 до 120 мм;
- внецентренное сжатие кладки с одиночным продольным армированием из 2 стержней $\varnothing 11$ мм с пределом текучести 320 МПа и 7 стержней $\varnothing 12$ мм с пределом текучести 283 МПа.

Характеристика испытанных каменных элементов и отдельные результаты представлены в таблице 1. Плоскостность сечений в целом сохранялась, что подтверждено замером деформаций (рис. 2) в плоскости действия момента на разных этапах нагружения [8].

Таблица 1 – Характеристика серий испытанных элементов

Серия испытанных образцов	Дозировка раствора (цемент : известь : песок)	Предел прочности раствора, R_2^* , кг/см ²	Процент армирования продольной арматурой, μ , %	Процент армирования сетчатой арматурой, μ , %	Средний предел прочности кладки (пиковая точка), $f(R_u)$, МПа	Начальный модуль упругости кладки, E_0 , МПа
C1	1:0,3:4	55,6...75,9	–	–	4,15	4002
C2	1:0,7:6,5	19,5...35,3	–	–	4,24	2609
C3	1:12:16	7,5...12,5	–	–	3,85	2161
C4	1:0,3:4	36,6...55,8	0,119 ($2\varnothing 11$ мм)	–	4,15	4002
C5	1:0,3:4	38,5...59,7	0,495 ($7\varnothing 12$ мм)	–	4,15	4002
C6	1:0,3:4	81	–	0,27	4,56	5199
C7	1:0,3:4	72	–	0,656	4,58	3855
C8	1:0,3:4	42	–	1,09	4,81	3071

* – предел прочности камня во всех сериях принят постоянным $R_1 = 48$ кг/см².

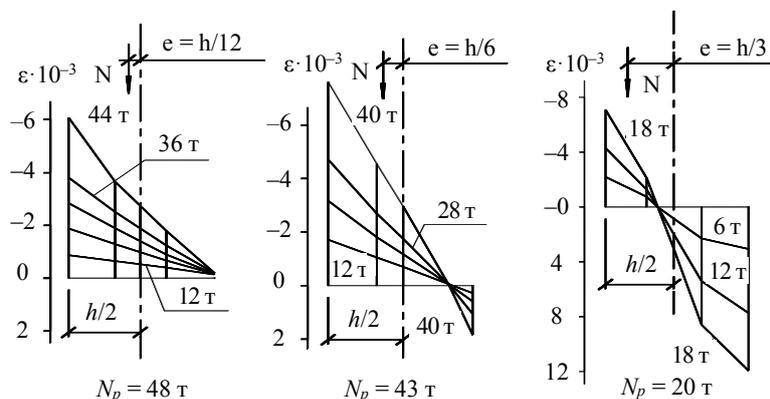


Рисунок 2. – Деформации поперечного сечения образцов кладки $0,4 \times 0,4 \times 1,25$ м при внецентренном сжатии

Закон деформирования каменной кладки задавался в программе «ВЕТА 4.0» в режиме «Произвольные диаграммы» (рис. 3).

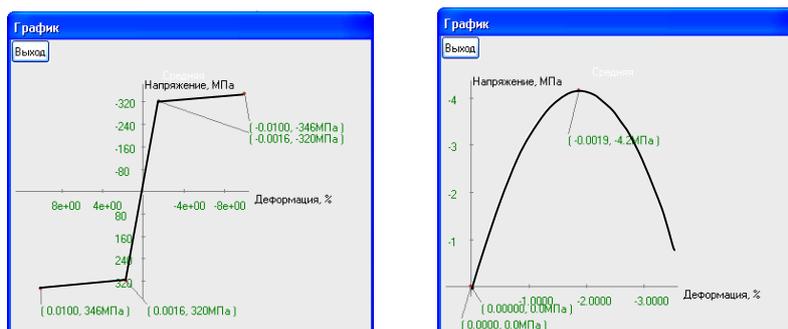


Рисунок 3. – Деформирование арматуры с пределом текучести 320 МПа и каменной кладки на растворе с объемной дозировкой (цемент : известь : песок) 1 : 0,3 : 4

Относительные деформации на уровне нагрузки $N/N_u = 0,9$ определялись по зависимости, рекомендованной автором в [8] $\epsilon_{0,9} = (3 - \sqrt{16R_2}) \cdot 10^{-3}$ (R_2 в кг/см²), деформации в пиковой точке $\epsilon_{0,9} \cdot 1,1$.

Предельные деформации кладки при сжатии приняты по [4] $\epsilon_{mi} = -0,0035$, арматуры при растяжении $\epsilon_s = -0,01$.

В результате проведенного расчета получены:

- прочность неармированных сечений $N_{sd,calc}$ (табл. 2);
- прочность армированных сечений $N_{sd,calc}$ (табл. 2);
- характер распределения напряжений по сечению. Пример распределения напряжений в армированном элементе (рис. 4).

Таблица 2 – Сравнение экспериментальной и расчетной разрушающих нагрузок

Серия	Эксцентриситет	N_{exp}^* , кН	$N_{sd,calc}^{**}$, кН	$\frac{N_{sd,calc}}{N_{exp}}$	Среднее $\frac{N_{sd,calc}}{N_{exp}}$
C1	0	667	667	1,00	0,93
	h/12	592	519	0,88	
	h/6	512	412	0,80	
C2	h/3	276	207	0,75	
	0	685	679	0,99	
	h/12	577	494	0,86	
C3	h/6	446	401	0,90	
	h/3	217	202	0,93	
	0	602	617	1,02	
C4	h/12	512	445	0,87	
	h/6	425	361	0,85	
	h/3	191	182	0,95	
C5	h/6	523	485	0,93	
	h/2	238	278	1,17	
	h	124	131	1,06	
C6	h/6	488	445	0,91	
	h/2	336	276	0,82	
	h	206	175	0,85	
C7	0	694	628	0,91	
C8	0	697	699	1,00	
C8	0	731	724	0,99	

* – средняя разрушающая нагрузка по трем образцам;
 ** – расчетная разрушающая нагрузка по Beta.

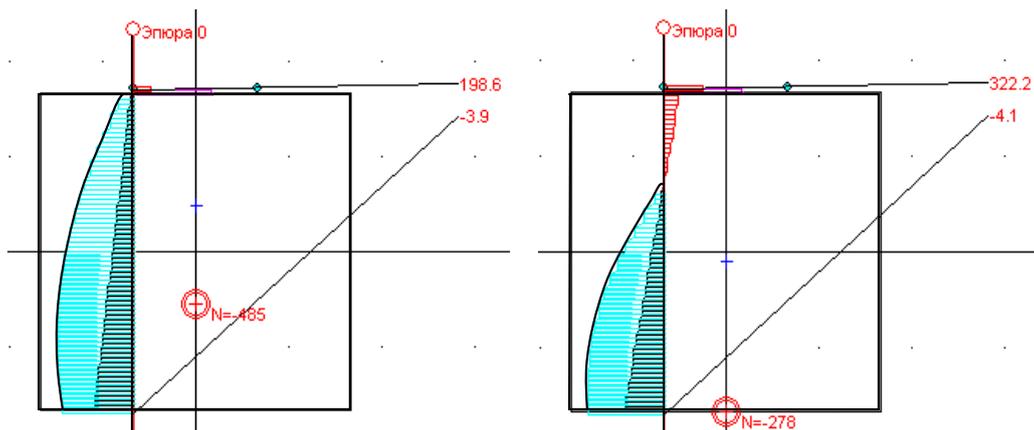


Рисунок 4. – Распределение напряжений в сечении каменного элемента с продольным армированием

Заключение. Общие положения расчета по прочности неармированной каменной кладки при действии вертикальной нагрузки, а также армированных элементов при изгибе, изгибе с внецентренным и центральным сжатием в Еврокод 6 [4] полностью соответствуют условиям применения деформационного метода расчета прочности элементов по нормальным к продольной оси сечениям. Данная методика отвечает фактической работе кладки под нагрузкой, описываемой диаграммами деформирования.

Получена хорошая сходимость результатов расчета по предложенной методике, апробированной в программном комплексе Beta 4.0. Средневзвешенное значение отклонения опытных и рассчитанных разрушающих усилий составляет по всем сериям испытаний до 7%. Благодаря возможности использования в расчетах полных диаграмм деформирования можно достаточно точно описать напряженно-деформированное состояние сечений элементов в процессе работы на любых этапах нагружения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Stress-Strain behavior of concrete block masonry prism under compression / Mohamad Gihad [et al.] // 15th International Brick and Block Masonry Conference, Florianópolis – Brazil [Электронный ресурс]. – 2012. – Режим доступа: <http://www.hms.civil.uminho.pt/ibmac/2012/4C5.pdf>.
2. Kaushik, Hemant B. Stress-Strain Characteristics of Clay Brick Masonry under Uniaxial Compression / Hemant B. Kaushik, Durgesh C. Rai, Sudhir K. Jain // Journal of materials in civil engineering, ASCE [Электронный ресурс]. – 2007. – Vol. 19, September. – Режим доступа: http://www.iitk.ac.in/nicee/RP/2007_Masonry_Properties_ASCE.pdf.
3. Соколов, Б.С. Исследования сжатых элементов каменных и армокаменных конструкций : науч. изд. / Б.С. Соколов, А.Б. Антаков. – М. : Изд-во АСВ, 2010. – 104 с.
4. Еврокод 6. Проектирование каменных конструкций : СТБ EN 1996-1-1-2008. – Введ. 31.09.2008. – Минск : Госстандарт, 2009. – Ч. 1-1 : Общие правила для армированных и неармированных каменных конструкций. – 86 с.
5. Бетонные и железобетонные конструкции : СНБ 5.03.01-02. – Введ. 20.06.02. – Минск : М-во архитектуры и стр-ва Респ. Беларусь, 2003. – 130 с.
6. Еврокод 2. Проектирование железобетонных конструкций : ТКП EN 1992-1-1-2010. – Введ. 10.12.2009. – Минск : Минстройархитектуры Респ. Беларусь, 2010. – Ч. 1-1 : Общие правила и правила для зданий. – 191 с.
7. Хаткевич, А.М. Метод расчета прочности нормальных к продольной оси сечений конструкций из каменной кладки с учетом диаграмм деформирования / А.М. Хаткевич // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. Ф, Строительство. Прикладные науки. – 2014. – № 8. – С. 45–53.
8. Каменная кладка из пильных известняков / С.В. Поляков [и др.]. – Кишинев: Изд-во «Картя Молдовеняскэ», 1973. – 345 с.

Поступила 06.06.2016

APPLICATION OF THE DEFORMATION METHOD OF CALCULATION OF DURABILITY OF NORMAL SECTIONS TO THE LONGITUDINAL AXIS OF SECTIONS OF COMPRESSED STONE ELEMENTS

D. HLUKHAU, A. KHATKEVICH

The deformation method of calculating the strength of elements in the normal to the longitudinal axis of the cross sections is presented. According to (STB) EN 1996-1-1-2008 (Eurocode 6), the general regulations of calculation of stone elements, including reinforcement stone elements, correspond to the conditions of application of the deformation method of calculation of durability of normal sections. This method allows to reflect more faithfully the work of normal sections and to describe their tensely deformed condition (TDC) at any stage of the application of load. At the same time the deformation method of calculation of normal sections of stone elements has not yet found application in design. Comparison of the results of experimental data with the calculated (with the help of the deformation method) values of breaking loads of stone elements without reinforcing, with longitudinal and mesh reinforcing has been executed. The average value of the calculated difference is 7%.

Keywords: *deformation method, the strength of the stone elements, the calculation algorithm, compressed and eccentrically compressed stone elements, deformation diagram.*