

УДК 528.3

ОБОСНОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ВЗАИМНОГО РАСПОЛОЖЕНИЯ ПРИБОРОВ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПОСТОЯННОЙ ПОПРАВКИ ЭЛЕКТРОННОГО ДАЛЬНОМЕРА

канд. техн. наук, доц. С.Д. КРЯЧОК;
канд. воен. наук, доц. И.И. БОХАНОВ; Л.С. МАМОНТОВА
(Черниговский национальный технологический университет, Украина)

Обосновывается точность определения постоянной поправки электронных дальномеров в условиях наклонной местности для безбазисного створного способа. Учтены отклонения среднего штатива в плане и по высоте относительно створной линии крайних штативов. Разработана математическая модель и выполнено моделирование для электронных дальномеров с заданными параметрами точности. В результате моделирования получены значения допустимых смещений среднего штатива в плане и по высоте, величины допустимых неравенств плеч на станции, число приемов определения постоянной поправки для расстояний от 10 до 100 м.

Ключевые слова: постоянная поправка электронного дальномера, электронный тахеометр, измерение расстояний.

Для определения постоянной поправки электронного дальномера (далее – постоянной поправки) при отсутствии базиса можно использовать безбазисный створный способ [1; 2]. Для его реализации устанавливаются в створ на одной высоте три штатива. Производят измерение линии S_{13} электронным тахеометром между крайними штативами, а с крайних штативов – на средний, получают значения S_{12} и S_{32} .

Величина постоянной поправки c определяется по следующей формуле [2]:

$$c = S_{13} - S_{12} - S_{32}. \quad (1)$$

Однако, согласно исследованиям [3], в данном способе не обязательно устанавливать приборы на одной высоте, достаточно установить их на одной линии, даже наклонной. Поэтому можно использовать как горизонтальную местность, так и местность со значительным уклоном. Отражатель на среднем штативе может быть немного смещен в плане и по высоте относительно створной линии крайних штативов. Тогда линии S_{12} и S_{32} проектируются на замыкающую линию (створную) S_{13} по закону косинуса, который для малых углов близок к единице, а сами проекции близки по величине самим линиям. Ставится задача определения допустимого смещения среднего штатива в плане и по высоте относительно створной линии крайних для безбазисного створного способа определения постоянной поправки.

Исследовательская часть. На рисунке 1 показано пространственное положение линий, измеренных на станции определения постоянной поправки.

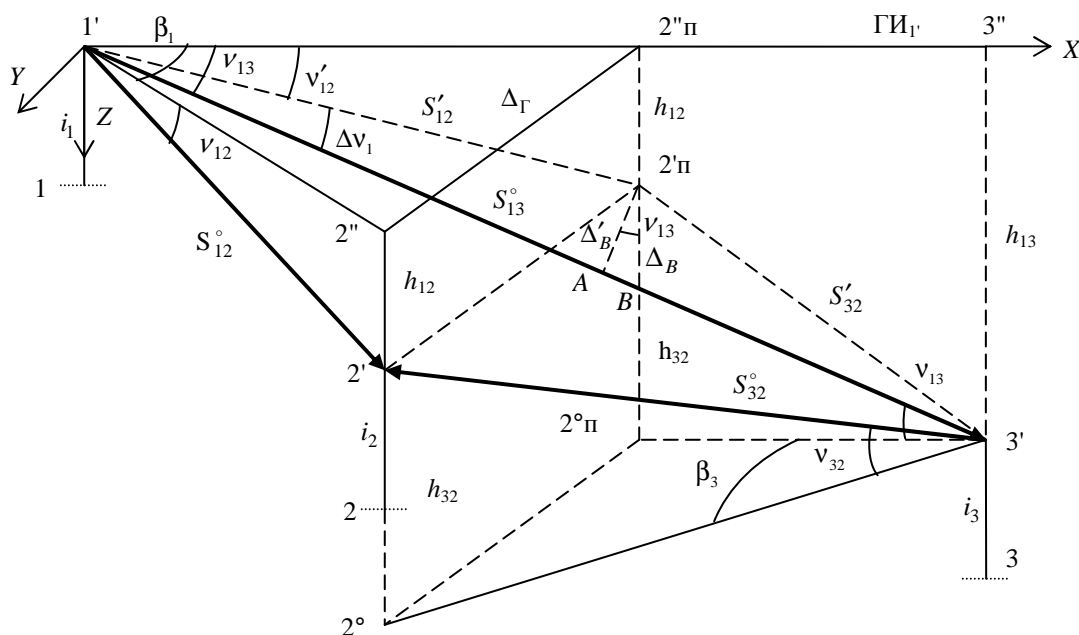


Рисунок 1. – Пространственное положение измеренных линий

В точках 1, 2, 3 наклонной площадки устанавливаются штативы с подставками, к которым поочередно крепятся электронный дальномер и отражатель на высоте инструмента i_1, i_2, i_3 . В точках 1', 2', 3' измеряются расстояния S_{12}, S_{32}, S_{13} .

На рисунке 1 показаны линии, содержащие постоянную поправку c в неявном виде, то есть $S_{ij}^\circ = S_{ij} + c$. Линия S_{13}° имеет угол наклона v_{13} , превышение h_{13} относительно горизонта инструмента точки 1'. Линия S_{12}° имеет угол наклона v_{12} , превышение h_{12} относительно точки 2" и горизонтальный угол β_1 относительно S_{13}° . Линия S_{32}° образует горизонтальный угол β_3 относительно линии S_{13}° , угол наклона v_{32} , превышение h_{32} относительно точки 2°. Точки 2°п, 2'п, 2"п – проекции точек 2°, 2', 2" на вертикальную плоскость 1', 3", 3', проходящую через линию S_{13} . Проекциями линий $S_{12}^\circ, S_{32}^\circ$ на вышеуказанную плоскость являются отрезки S'_{12} и S'_{32} ; Δ_Γ – смещение в плане среднего штатива относительно створа крайних. Отрезок (2'п – В) равен смещению по высоте Δ_B среднего штатива относительно линии S_{13}° . Отрезок Δ'_B – проекция Δ_B на перпендикуляр (2'п – А) к линии S_{13}° .

Очевидно, что смещения Δ_Γ и Δ_B приведут к погрешности Δ_c формулы (1), которая имеет строгое решение для расположения всех штативов на одной линии. В этом случае значение погрешности постоянной поправки равно

$$\Delta_c = \tilde{c} - c, \quad (2)$$

где \tilde{c} – значение постоянной поправки при наличии смещений; c – значение постоянной поправки при отсутствии смещений.

Смещения Δ_Γ и Δ_B приводят к возникновению пространственного треугольника 1', 2', 3' (см. рис. 1), у которого стороны S_{12} и S_{32} будут всегда больше, чем их значения при отсутствии смещений. Поскольку указанные стороны входят в формулу (1) с отрицательным знаком, то при неизменном значении S_{13} имеем $\tilde{c} \leq c$, а их разность $\Delta_c \leq 0$. Поэтому Δ_c является систематической погрешностью.

В случае если центральный штатив расположен посередине, средняя квадратическая погрешность (СКП) определения постоянной поправки по формуле (1) равняется

$$m_c = \sqrt{m_{S_{13}}^2 + 2m_{S_{12}}^2}, \quad (3)$$

где $m_{S_{13}}, m_{S_{12}}$ – СКП измерения расстояний S_{13} и S_{12} соответственно.

Для известной формулы точности электронных дальномеров $m_S = a_{мм} + b_{мм} \cdot S_{км}$ и $S_{13} \leq 100$ м, $m_{S_{ij}} \approx a$, а $m_c \approx \sqrt{3}a$, согласно (3).

Погрешность измерения линии с учетом погрешности определения постоянной поправки и отсутствия Δ_c составляет $m'_S = \sqrt{m_S^2 + m_c^2}$. Чтобы m_c не влияла на точность m'_S , необходимо соблюсти следующее условие: $m_c = \frac{1}{3}m_S$. Для минимальных измеряемых расстояний $m_S \approx a$, тогда $m_c = \frac{1}{3}a$.

Как видно, реальная точность определения постоянной поправки $m_c \approx \sqrt{3}a$ больше требуемой. Поэтому необходимо выполнить N приемов ее определения, получить среднее значение постоянной поправки c_{cp} с точностью $m_{c_{cp}} = \frac{1}{3}a$.

Тогда

$$N = \frac{m_c^2}{m_{c_{cp}}^2}, \quad (4)$$

что составит 27 приемов после подстановки соответствующих значений.

Если ограничить смещения среднего штатива предельными значениями $\Delta_{\Gamma_{пр}}, \Delta_{B_{пр}}$, а также менять расположение среднего и крайнего штативов в каждом приеме случайным образом, то модуль Δ_c

тоже будет изменяться случайным образом в пределах от нуля до предельного значения $\Delta_{c_{np}}$, а значение Δ_{c_i} в приемах будут независимы. Тогда распределение модуля среднего значения Δ_c будет стремиться к нормальному с математическим ожиданием $b_c = \frac{|\Delta_{c_{np}}|}{2}$ [4].

Точность измерения линии в этом случае определяется по формуле Бьенэме [4]:

$$m'_S = \sqrt{m_S^2 + m_{c_{cp}}^2 + b_c^2}. \quad (5)$$

Чтобы $m_{c_{cp}}$ и b_c не влияли на точность измерения линий, необходимо соблюсти условие:

$$\sqrt{m_{c_{cp}}^2 + b_c^2} = \frac{1}{3}m_S = \frac{1}{3}a.$$

В свою очередь, чтобы значительно не увеличивать число приемов, ставится условие ничтожного влияния величины $b_c = \frac{1}{3}m_{c_{cp}}$.

Тогда

$$m_{c_{cp}} = \frac{a}{\sqrt{10}}, \quad (6)$$

$$\Delta_{c_{np}} = -\frac{2}{3\sqrt{10}}a. \quad (7)$$

Для определения предельных значений отклонений среднего штатива по высоте $\Delta_{B_{np}}$ применен метод имитационного моделирования с использованием программного средства Microsoft Excel. В качестве исходной математической модели использована формула (2), где в качестве c можно принять конкретное число. Однако была использована математическая модель-компаратор, позволяющая проконтролировать правильность вычисления расстояний S_{ij} [3]:

$$c = \frac{S_{12} \cos v_{12} \cos \beta_1 + S_{32} \cos v_{32} \cos \beta_3 - S_{13} \cos v_{13}}{\cos v_{13} - \cos v_{12} \cos \beta_1 - \cos v_{32} \cos \beta_3}. \quad (8)$$

Исходными данными для реализации математической модели-компаратора (8) являются: S_{13}° , v_{13} , $\Delta_{Г_{np}}$, $\Delta_{B_{np}}$, c .

Так как устанавливать средний штатив в створ крайних в плане легче, чем по высоте, то принимается $\Delta_{Г_{np}} = 0,03$ м, что соответствует возможному перемещению подставки прибора относительно центра отверстия головки штатива.

Принимается, что угол наклона v_{13} линии S_{13} соответствует наклону местности, а средний штатив устанавливается посередине на расстоянии $S^\circ = S_{13}^\circ/2 = (I' - B)$, но со смещением в плане на $\Delta_{Г_{np}}$.

Вводится система координат, где за ось абсцисс принято направление $I' - 3''$ (см. рис. 1); за ось ординат – перпендикуляр к горизонтальной плоскости створа линии S_{13}° ; за ось аппликат – вертикаль точки I' , направленная в надир.

Для расчета необходимых значений элементов математических моделей (8), (1) и (2) использованы следующие формулы:

$$S_x^\circ = S^\circ \cos v_{13}, \quad S_z^\circ = S^\circ \sin v_{13}, \quad D_{12}^\circ = \sqrt{(S_x^\circ)^2 + \Delta_{Г_{np}}^2}, \quad Z_{2'} = h_{12} = S_z^\circ - \Delta_{B_{np}}, \quad S_{12}^\circ = \sqrt{(D_{12}^\circ)^2 + h_{12}^2},$$

$$X_{3'} = S_{13}^\circ \cos v_{13}, \quad Y_{3'} = 0, \quad Z_{3'} = S_{13}^\circ \sin v_{13}, \quad S_{32}^\circ = \sqrt{(X_{3'} - X_{2'})^2 + (Y_{3'} - Y_{2'})^2 + (Z_{3'} - Z_{2'})^2},$$

$$S_{ij} = S_{ij}^\circ - c. \quad (9)$$

Для данных значений S_{13}° , v_{13} , $\Delta_{гип}$, c подбираются такие значения $\Delta_{Вип}$, которые в результате вычислений по формулам (9), (8), (1) и (2) позволяют получить значение Δ_c , не превышающее $\Delta_{сип}$, рассчитанное по формуле (7).

Математическое моделирование выполнено для электронного дальномера с точностью измерения расстояний $m_s = 2 \text{ мм} + 2 \text{ мм} \cdot S, \text{ км}$ и постоянной поправкой $c = -40 \text{ мм}$.

Согласно формулам (6) и (7), $m_{ср} = 0,632 \text{ мм}$, $\Delta_{сип} = 0,4216 \text{ мм}$.

Число приемов N вычислялось по формуле (4), а m_c – по формуле (3) для каждого значения расстояний S_{13} и $S_{12} = S_{13}/2$. Определялось допустимое смещение ΔS среднего штатива относительно центра створа крайних вдоль линии S_{13}° , что соответствует половине величины неравенств плеч среднего штатива на станции.

Результаты имитационного моделирования приведены в таблице.

Значения параметров определения постоянной поправки в зависимости от значений S_{13} и v_{13}

N_{13}	S_{13}	10 м	20 м	30 м	40 м	50 м	60 м	70 м	80 м	90 м	100 м
0°	$\Delta_{Вип}, \text{ м}$	0,034	0,057	0,073	0,086	0,098	0,108	0,117	0,126	0,134	0,142
	$\Delta S, \text{ м}$	$\pm 0,7$	$\pm 1,2$	$\pm 1,8$	$\pm 1,5$	$\pm 1,4$	$\pm 2,4$	$\pm 3,7$	$\pm 2,9$	$\pm 3,5$	$\pm 1,4$
5°	$\Delta_{Вип}, \text{ м}$	0,034	0,057	0,073	0,087	0,098	0,108	0,118	0,126	0,134	0,142
	$\Delta S, \text{ м}$	$\pm 0,8$	$\pm 1,4$	$\pm 2,2$	± 3	$\pm 2,5$	$\pm 3,5$	$\pm 4,7$	$\pm 4,4$	$\pm 5,2$	$\pm 4,5$
10°	$\Delta_{Вип}, \text{ м}$	0,035	0,058	0,074	0,088	0,099	0,110	0,119	0,128	0,136	0,144
	$\Delta S, \text{ м}$	$\pm 0,4$	$\pm 1,1$	$\pm 2,0$	$\pm 1,0$	$\pm 2,8$	$\pm 1,0$	$\pm 3,2$	$\pm 2,7$	$\pm 3,8$	$\pm 2,8$
m_c		3,49	3,51	3,53	3,56	3,58	3,60	3,63	3,65	3,67	3,70
N		31	31	32	32	32	33	33	34	34	35
Реком. $\Delta_{Вип}, \text{ м}$		0,033	0,057	0,073	0,086	0,098	0,108	0,117	0,126	0,134	0,142

Анализ данных таблицы позволяет сделать следующие *выводы*. Величины предельного вертикального смещения по высоте $\Delta_{Вип}$ в зависимости от расстояния S_{13} при изменении угла наклона линии S_{13}° от 0 до 10° увеличились всего на $1 \dots 2 \text{ мм}$. Окончательно все значения $\Delta_{Вип}$ приведены к наклону 0° (рекомендуемое $\Delta_{Вип}$). При этом Δ_B уменьшено до $0,033 \text{ мм}$ для $S_{13} = 10 \text{ м}$, чтобы значение ΔS было в пределах 1 м . Тогда предельное неравенство плеч на станции составляет ± 2 . Число приемов N , которое в случае $\Delta_c = 0$ составляло бы от 28 для $S_{13} = 10 \text{ м}$ и 31 – для $S_{13} = 100 \text{ м}$, согласно формуле (3) увеличилось до $31 \dots 35$ в зависимости от длины замыкающей. Поэтому рекомендуемыми расстояниями для определения постоянной поправки являются $10 \dots 50 \text{ м}$, для которых $N = 31 \dots 32$.

График значений $\Delta_{Вип}$ в зависимости от S_{13} показан на рисунке 2.

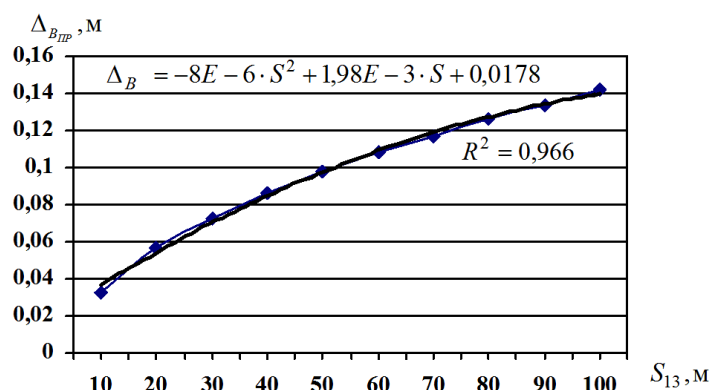


Рисунок 2. – Зависимость $\Delta_{Вип}$ от расстояния S_{13}

Представленный график аппроксимируется полиномом $\Delta_{B_{np}} = -8 \cdot 10^{-6} S_m^2 + 1,98 \cdot 10^{-3} S_m + 0,0178$ (м) с показателем достоверности аппроксимации $R = 0,996$. Полином используется для вычисления значений $\Delta_{B_{np}}$ в зависимости от конкретных значений S_{13} на станции.

Для расчета точности определения постоянной поправки в зависимости от измеренных значений Δ_Γ и Δ_B на станции использована упрощенная формула, полученная на основе выражения (8) разложением в ряд функции $\cos v_{ij}$ с точностью до второго члена разложения [5]:

$$c = S_{13} - S_{12} - S_{32} + \frac{\Delta_\Gamma^2}{2} \left(\frac{1}{S_{12}} + \frac{1}{S_{32}} \right) + \frac{(\Delta'_B)^2}{2} \left(\frac{1}{S_{12}} + \frac{1}{S_{32}} \right). \quad (10)$$

Контролировать допуски Δ_Γ , Δ'_B можно: в плане – боковым нивелированием с СКП порядка 2 мм, по высоте – геометрическим нивелированием с использованием нивелира типа НЗ, обеспечивающим СКП определения превышения 2,0 мм для расстояний до 100 м [5]. Значение $\Delta'_B \approx \Delta_B$ определяется косвенным образом через превышения h_{12} и h_{32} . Величина $(B - 2''_\Pi) = S_{13} \sin v_{13} = h_{12} + \Delta_B$ при условии, что $(I' - B) = (B - 3') = S_{13}^\circ$ (см. рис. 1). Тогда $h_{32} = (2''_\Pi - 2'_\Pi) = (B - 2''_\Pi) + \Delta_B = h_{12} + 2\Delta_B$. Кроме того, $h_{12} + h_{32} = h_{13}$. В этом случае $2h_{12} + 2\Delta_B = h_{13}$, откуда

$$\Delta_B = \frac{h_{13}}{2} - h_{12}. \quad (11)$$

Дифференцирование выражения (10) с учетом (11) и $S_{12} \approx S_{32} \approx S_{13}/2$ позволяет получить формулу определения СКП постоянной поправки:

$$m_c = \sqrt{m_{S_{13}}^2 + 2m_{S_{12}}^2 + 4 \frac{\Delta_B^2}{S_{13}^2} (4m_{h_{12}}^2 + m_{h_{13}}^2) + 16 \frac{\Delta_\Gamma^2}{S_{13}^2} m_{\Delta_\Gamma}^2}. \quad (12)$$

Для минимальных расстояний и соответствующих им значений $\Delta_{B_{np}}$ и $\Delta_{\Gamma_{np}}$, приведенных в таблице, коэффициенты при третьем и четвертом слагаемых формулы (12) на несколько порядков меньше коэффициентов при $m_{S_{13}}^2$ и $m_{S_{12}}^2$. Поэтому m_c в одном приеме рассчитывается по формуле (3), что и было сделано выше.

В случае определения постоянной поправки электронного тахеометра можно воспользоваться его горизонтальным и вертикальным кругами. Для этого измеряется горизонтальный угол β_1 (см. рис. 1) и вертикальный угол в направлении на точку 3' и точку 2'. Этот угол близок к вертикальному углу Δv_1 , что следует из следующих соображений.

Ясно, что $\Delta v_1 = v_{13} - v'_{12}$ (см. рис. 1). Поскольку $\operatorname{tg} v'_{12} = \frac{h_{12}}{I' - 2''_n} = \frac{\operatorname{tg} v_{12}}{\cos \beta_1}$, то для малых углов β_1 $v'_{12} \approx v_{12}$. Тогда $\Delta v_1 \approx v_{13} - v_{12}$. Поэтому измеряется практически вертикальный угол Δv_1 .

Из рисунка 1 видно, что

$$\Delta_\Gamma = S_{12}^\circ \cos v_{12} \sin \beta_1 \approx S_{12} \cos v_{12} \sin \beta_1,$$

и

$$\Delta'_B = (I' - A) \operatorname{tg} \Delta v_1 = [(I' - B) - \Delta_{B_{np}} \cdot \sin v_{13}] \operatorname{tg} \Delta v_1.$$

Для значений $\Delta_{B_{np}}$ (см. табл. 1), малых по сравнению с $(I' - B) = \frac{S_{13}^\circ}{2} \approx \frac{S_{13}}{2}$, получится $\Delta'_B \approx \frac{S_{13}}{2} \operatorname{tg} \Delta v_1$.

С учетом приведенного выше выражение (10) примет вид

$$c = S_{13} - S_{12} - S_{32} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{S_{12}} + \frac{1}{S_{32}} \right) \left(S_{12}^2 \cos^2 v_{12} \sin^2 \beta_1 + \frac{S_{13}^2}{4} \operatorname{tg}^2 \Delta v_1 \right). \quad (13)$$

После дифференцирования (13) и с учетом $S_{12} \approx S_{32}$ получим формулу СКП определения постоянной поправки для случая определения внестворного положения среднего штатива электронным тахеометром:

$$m_c = \sqrt{m_{S_{13}}^2 + 2m_{S_{12}}^2 + \frac{4}{S_{12}^2} \left[\Delta_T^4 \left(\operatorname{tg}^2 \nu_{12} \frac{m_v^2}{\rho^2} + \operatorname{ctg}^2 \beta \frac{m_\beta^2}{\rho^2} \right) + 4 \frac{(\Delta'_B)^4}{\sin^2 2\Delta \nu_1} \frac{m^2 \Delta \nu}{\rho^2} \right]}, \quad (14)$$

где m_v , $m_{\Delta \nu}$, m_β – СКП измерения тахеометром углов наклона, вертикальных и горизонтальных углов соответственно.

Для $m_v = m_{\Delta \nu} = m_\beta = 10''$ и параметров формулы (14), рассчитанных согласно данным таблицы, слагаемое формулы (14), приведенное в квадратных скобках, на несколько порядков меньше суммы двух предыдущих. Поэтому СКП постоянной поправки электронного тахеометра определяется по формуле (3).

Заключение. В результате проведенного исследования выполнено обоснование точности определения постоянной поправки электронных дальномеров для безбазисного створного способа с учетом внестворного положения среднего штатива в плане и по высоте для наклонной местности. Предложена математическая модель и выполнено моделирование для электронного дальнометра с заданными параметрами точности, в результате которого получены: величины допустимых смещений среднего штатива относительно линии крайних в плане и по высоте; величины допустимых неравенств плеч на станции; число приемов определения постоянной поправки для расстояний от 10 до 100 м.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ворошилов, А.П. Определение постоянной поправки дальнометра электронного тахеометра / А.П. Ворошилов // Геопрофи. – 2005. – № 4. – С. 46–47.
2. Крячок, С.Д. До визначення постійної поправки електронних віддалемірів / С.Д. Крячок // Вісник геодезії та картографії. – 2015. – № 2. – С. 4–7.
3. Крячок, С.Д. Розроблення просторової математичної моделі постійної поправки електронних віддалемірів / С.Д. Крячок, Л.С. Мамонтова // Вісник Чернігівського держ. технологічного ун-ту. Серія «Технічні науки». – 2015. – № 1 (1). – С. 118–125.
4. Войтенко, С.П. Математична обробка геодезичних вимірів. Теорія похибок вимірів / С.П. Войтенко. – Київ : КНУБА, 2003. – 216 с.
5. Справочник по инженерной геодезии / под общ. ред. Н.Г. Видуева. – Киев : Вища школа, 1978. – 376 с.

Поступила 25.04.2016

SUBSTANTIATION OF THE PARAMETERS OF MUTUAL LOCATION OF THE INSTRUMENTS AT THE STATION OF DETERMINE OF CONSTANT CORRECTION OF ELECTRONIC RANGEFINDER

S. KRYACHOK, I. BOHANOV, L. MAMONTOVA

Substantiation of the accuracy of determining constant corrections for electronic rangefinder's on sloping terrain for instrumentation, located in line, done. Taken into account the deviations of the average tripod in plan and in height relative to the middle of the line, connecting extreme tripods. The mathematical model and simulation for electronic rangefinders with the given parameters of the accuracy developed. As a Result of simulation modeling received: allowable displacement of the middle tripod in plan and in height; acceptable inequalities of shoulders at the station; the number of ways to determine the constant correction for distances from 10 to 100 m.

Keywords: constant correction of electronic rangefinder, electronic total station, measuring distances.