УДК 624.012.45

DOI 10.52928/2070-1683-2024-36-1-21-27

МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ, УСИЛЕННЫХ КОМПОЗИТНЫМ МАТЕРИАЛОМ

д-р техн. наук, проф. Д.Н. ЛАЗОВСКИЙ, канд. техн. наук, доц. Е.Н. БАДАЛОВА (Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой)

Представлены результаты применения деформационной и блочной моделей для определения параметров напряженно-деформированного состояния, расчета прочности, ширины раскрытия трещин и прогибов предварительно напряженных изгибаемых железобетонных элементов, усиленных в растянутой зоне пластинами из углеродных волокон, приклеенными к наружной поверхности бетона и вклеенными в предварительно выполненные вертикальные пазы. При расчете параметров напряженно-деформированного состояния усиленных элементов учтено распределение относительных деформаций и напряжений в поперечном сечении элемента до усиления, включая влияние усилия обжатия, передаваемого на бетон предварительно напряженной основной арматурой. Приведено распределение относительных деформаций и напряжений в поперечном сечении опытных образцов на основных этапах, соответствующих различным стадиям нагружения. Проведена экспериментальная верификация предложенной методики для расчета прочности, ширины раскрытия трещин и прогибов предварительно напряженных изгибаемых железобетонных элементов, усиленных композитным материалом.

Ключевые слова: деформационная расчетная модель, блочная модель, напряженно-деформированное состояние, предварительно напряженный железобетонный элемент, дополнительная арматура, пластина из углеродных волокон.

Введение. Деформационная расчетная модель сопротивления для расчета железобетонных конструкций, позволяющая получить параметры их напряженно-деформированного состояния на любом этапе работы под нагрузкой, нашла практическое применение благодаря началу широкого использования компьютерной техники, осуществляющей итерационные процессы решения системы уравнений деформационного метода в течение короткого времени. При этом начали разрабатываться методы расчета на основе деформационной модели с использованием диаграмм деформирования материалов и для усиленных железобетонных конструкций [1; 2]. Действующие нормативные документы по проектированию усиления железобетонных конструкций композиционными материалами на основе углеродных волокон также рекомендуют деформационную модель для расчета прочности усиленных элементов².

Деформационная модель позволяет определять параметры напряженно-деформированного состояния конструкции в любом поперечном сечении по ее длине и любой его конфигурации, используя в т.ч. нелинейные диаграммы деформирования бетона и арматуры. Преимущество применения деформационной модели для расчета усиленных конструкций заключается в возможности учета напряженно-деформированного состояния конструкции до ее усиления, что не позволяют осуществить другие методы.

Целью настоящего исследования является экспериментальная верификация деформационной и блочной моделей для расчета прочности, ширины раскрытия трещин и прогибов предварительно напряженных железобетонных изгибаемых элементов, усиленных в растянутой зоне дополнительной арматурой из композитного материала (пластинами из углеродных волокон), с учетом влияния напряженно-деформированного состояния элемента при отпуске предварительно напряженной основной арматуры на распределение относительных напряжений и деформаций в поперечном сечении элемента после усиления. Рассмотрены элементы, усиленные приклеиванием пластин к наружной поверхности бетона и вклеиванием в предварительно выполненные вертикальные пазы.

Методика экспериментального исследования. Опытными образцами для экспериментальных исследований являлись железобетонные многопустотные плиты поперечным сечением 720×220 мм, которые испытывали по однопролетной балочной схеме с расчетным пролетом 5840 мм. При испытании нагружали верхнюю грань плит четырьмя сосредоточенными силами, моделируя равномерно распределенную нагрузку. Основное армирование растянутой (нижней) зоны плит выполнялось двумя предварительно напряженными арматурными стержнями диаметром 12 мм класса S800. Дополнительное армирование растянутой зоны плит осуществляли пластинами из углеродных волокон с $f_{ik,ad}$ =2465 МПа, $E_{s,ad}$ =191000 МПа. Плиту П-4 усиливали приклеиванием двух пластин поперечным сечением $50 \times 1,2$ мм к бетону наружной грани, плиту П-6 – вклеиванием двух пластин поперечным сечением $25 \times 1,2$ мм в предварительно выполненные вертикальные пазы³.

¹ Кремнева Е.Г. Прочность нормальных сечений изгибаемых железобетонных элементов, усиленных намоноличиванием под нагрузкой: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. – М., 1996. – 162 л. Усиление железобетонных конструкций: Пособие П1-98 к СНиП 2.03.01-84*. – Введ. 01.05.1998. – Минск: Минстрой-

Усиление железобетонных конструкций: Пособие П1-98 к СНиП 2.03.01-84*. – Введ. 01.05.1998. – Минск: Минстройархитектуры Респ. Беларусь, 1998. – 189 с.

Жукьян А.П. Прочность, жесткость и трещиностойкость железобетонных плит перекрытий, усиленных созданием неразрезности: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. – Новополоцк, 2003. – 112 л. ² СТО 38276489.001-2017 Усиление железобетонных конструкций композитными материалами. Проектирование и тех-

² СТО 38276489.001-2017 Усиление железобетонных конструкций композитными материалами. Проектирование и технология производства работ. – М.: ООО «НЦК», 2017. – 125 с.

Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures / Reported by ACI Committee 440: ACI 440.2R-17, 2017. – 110 p. URL: https://afzir.com/knowledge/wp-content/uploads/2018/03/ACI_440_2R_17_Gui de_for_the_Design.pdf.

FRP reinforcement in RC structures: Fib Bulletin 40. Technical report. – Switzerland, 2007. – 147 p. URL: http://compositegroupworld.com/pdf/40%20-%20FRP%20reinforcement%20in%20RC%20structures.pdf.

³ Бадалова Е.Н. Усиление железобетонных многопустотных плит перекрытий приклеиванием арматуры из углеродных волокон: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. – Новополоцк, 2013. – 140 л.

В результате экспериментальных исследований были установлены значения изгибающих моментов, соответствующих моменту разрушения конструкции: для плиты П-4 M_u=67,7 кН·м; для плиты П-6 M_u=72,9 кН·м. Разрушение опытной плиты П-4 определилось разрушением контактного соединения дополнительной арматуры с бетоном. При этом относительные продольные деформации дополнительной арматуры составили 5,5‰, что меньше их предельного значения. При разрушении опытной плиты П-6 установлен разрыв пластины из углеродных волокон, что соответствует предельному значению относительных продольных деформаций дополнительной арматуры 12,9‰ и напряжению 2465 МПа.

Расчетная модель. Для установления значений деформаций и напряжений в бетоне, основной и дополнительной арматуре усиленных предварительно напряженных изгибаемых железобетонных элементов на любых этапах нагружения применяли деформационную модель. Согласно деформационной модели поперечное сечение опытных образцов моделировали совокупностью элементарных площадок.

Основными рассматриваемыми этапами, соответствующими различным стадиям нагружения конструкции, являются: стадия отпуска предварительно напряженной основной арматуры с передачей усилия предварительного напряжения на бетон конструкции; стадия эксплуатации, предшествующая усилению конструкции, учитывающая деформации в основном сечении от внешних воздействий, включая нагрузку от собственного веса конструкции и усилие обжатия; стадия эксплуатации конструкции после усиления под влиянием внешних воздействий вплоть до ее предельного состояния.

Для первого этапа характерно наличие относительных деформаций и напряжений сжатия в бетоне нижней зоны плиты, в которой при последующих нагружениях возникает растяжение (рисунок 1). При отпуске предварительно напряженной основной арматуры в бетоне верхней зоны плиты появились относительные деформации и напряжения растяжения, которые не превысили значений, соответствующих образованию трещин.



на стадии отпуска предварительно напряженной арматуры

Для стадии отпуска предварительно напряженной основной арматуры напряженно-деформированное состояние конструкции описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} \sigma_{ci} \cdot A_{ci} \cdot (y_{0} - y_{i}) + \sum_{j=1}^{m} \sigma_{pj} \cdot A_{pj} \cdot (y_{0} - y_{j}) = 0\\ \sum_{i=1}^{n} \sigma_{ci} \cdot A_{ci} + \sum_{j=1}^{m} \sigma_{pj} \cdot A_{pj} = 0\\ \varepsilon_{0ci} = \frac{1}{r} (y_{0} - y_{i}), \quad \varepsilon_{0pj} = \frac{1}{r} (y_{0} - y_{j})\\ \sigma_{ci} = f(\varepsilon_{0ci}), \quad \sigma_{pj} = f(\varepsilon_{0pj}) \end{cases}$$
(1)

 $A_{ci}, \sigma_{ci}, \varepsilon_{0ci}$ и $A_{pi}, \sigma_{pi}, \varepsilon_{0pi}$ – площадь сечения, нормальные напряжения, продольные относительные деформации гле элементарной площадки соответственно бетона и предварительно напряженной основной арматуры;

 v_0 – координата центра тяжести сечения конструкции в момент обжатия:

 y_i и y_i – координата центра тяжести элементарной площадки соответственно бетона и основной арматуры;

кривизна продольной оси конструкции в рассматриваемом поперечном сечении в момент обжатия.

Для стадии эксплуатации конструкции до усиления относительные деформации и напряжения в бетоне и основной арматуре опытной плиты определяли с учетом нагрузки от собственного веса конструкции и усилия обжатия из решения следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} \sigma_{ci} \cdot A_{ci} \cdot (y_{0,1} - y_{i}) + \sum_{j=1}^{m} \sigma_{pj} \cdot A_{pj} \cdot (y_{0,1} - y_{j}) - M_{1} = 0\\ \sum_{i=1}^{n} \sigma_{ci} \cdot A_{ci} + \sum_{j=1}^{m} \sigma_{pj} \cdot A_{pj} = 0\\ \varepsilon_{1ci} = \frac{1}{r_{1}} (y_{0,1} - y_{i}) + \varepsilon_{0ci}, \quad \varepsilon_{1pj} = \frac{1}{r_{1}} (y_{0,1} - y_{j}) + \varepsilon_{0pj} \\ \sigma_{ci} = f(\varepsilon_{1ci}), \quad \sigma_{pj} = f(\varepsilon_{1pj}) \end{cases}$$
(2)

где *у*_{0,1} – координата центра тяжести сечения конструкции перед усилением;

*M*₁ – изгибающий момент от внешних воздействий перед усилением конструкции;

1 — кривизна продольной оси конструкции в рассматриваемом поперечном сечении перед усилением.

Работа конструкции на втором этапе характеризовалась упругими относительными деформациями и соответствующими им напряжениями в бетоне и основной арматуре (рисунок 2). Образования трещин в бетоне растянутой зоны конструкций не происходило. Определенные на втором этапе относительные деформации и напряжения учитывались при расчете параметров напряженно-деформированного состояния усиленной конструкции.



Рисунок 2. – Моделирование напряженно-деформированного состояния опытной плиты на стадии эксплуатации, предшествующей усилению

На третьем этапе определяли относительные деформации и напряжения в бетоне, основной арматуре и дополнительной арматуре усиления плиты при ее работе под влиянием внешних воздействий исходя из решения системы уравнений

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} \sigma_{ci} \cdot A_{ci} \cdot (y_{0,ad} - y_{i}) + \sum_{j=1}^{m} \sigma_{pj} \cdot A_{pj} \cdot (y_{0,ad} - y_{j}) + \\ + \sum_{k=1}^{t} \sigma_{s,adk} \cdot A_{s,adk} \cdot (y_{0,ad} - y_{k}) - M = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} \sigma_{ci} \cdot A_{ci} + \sum_{j=1}^{m} \sigma_{pj} \cdot A_{pj} + \sum_{k=1}^{t} \sigma_{s,adk} \cdot A_{s,adk} = 0 \\ \varepsilon_{ci} = \frac{1}{r_{ad}} (y_{0,ad} - y_{i}) + \varepsilon_{0ci} + \varepsilon_{1ci} \\ \varepsilon_{pj} = \frac{1}{r_{ad}} (y_{0,ad} - y_{j}) + \varepsilon_{0pj} + \varepsilon_{1pj} \\ \varepsilon_{s,adk} = \frac{1}{r_{ad}} (y_{0,ad} - y_{k}) \\ \sigma_{ci} = f(\varepsilon_{ci}), \quad \sigma_{pj} = f(\varepsilon_{pj}), \quad \sigma_{s,adk} = f(\varepsilon_{s,adk}) \end{cases}$$

$$(3)$$

где $A_{s,adk}$, $\sigma_{s,adk}$, $\varepsilon_{s,adk}$ – площадь сечения, нормальные напряжения, продольные относительные деформации элементарной площадки дополнительной арматуры из углеродных волокон;

*у*_{0,*ad*} – координата центра тяжести сечения усиленной конструкции;

y_k – координата центра тяжести элементарной площадки дополнительной арматуры из углеродных волокон; *M* – изгибающий момент от внешних воздействий после усиления;

 $\frac{1}{r_{ad}}$ – кривизна продольной оси усиленной конструкции в рассматриваемом поперечном сечении от нагрузки, приложенной после усиления.

В расчете принималась диаграмма деформирования бетона при осевом кратковременном сжатии криволинейного очертания с ниспадающей ветвью⁴, описанная уравнением:

⁴ СП 5.03.01 Бетонные и железобетонные конструкции. – Минск: Минстройархитектуры Респ. Беларусь, 2022. – 236 с.

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k_c \eta_c - \eta_c^2}{1 + (k_c - 2)\eta_c}.$$
(4)

Диаграмму деформирования для основной предварительно напряженной арматуры принимали идеализированной двухлинейной согласно СП 5.03.01⁵, для дополнительной арматуры – линейную зависимость «напряжение – относительная деформация», полученную по результатам испытаний на растяжение пластин из углеродных волокон⁶ [3]. При этом для конструкций, усиленных приклеиванием к наружной поверхности бетона пластин из углеродных волокон, наступление предельного состояния в результате разрушения контактного соединения дополнительной арматуры с бетоном учитывается ограничением относительных деформаций дополнительной арматуры⁷.

На третьем этапе рассматривается стадия эксплуатации конструкции до образования трещин в бетоне с прямолинейной эпюрой распределения напряжений по высоте поперечного сечения и стадия эксплуатации конструкции с трещинами в бетоне растянутой зоны. Значения относительных деформаций и напряжений в бетоне и арматуре на участке между трещинами определяли решением системы уравнений блочной модели [4]

$$\begin{cases} \frac{d}{dx} s_{s,red} = \varepsilon_{s,red} (\sigma_{p}, \sigma_{s,ad}) - \varepsilon_{ct} \left(\frac{N - \sigma_{p} A_{p} - \sigma_{s,ad} A_{s,ad}}{A_{c,eff}} \right) \\ \frac{d}{dx} \sigma_{p} = \frac{4}{\emptyset} \cdot \tau_{b} (s_{b}) , \\ \frac{d}{dx} \sigma_{s,ad} = \frac{A_{s,ad} \tau_{ad} (s_{ad})}{u_{s,ad}} \end{cases}$$
(5)

где *N* – суммарное усилие в растянутом бетоне, основной и дополнительной арматуре;

 τ_b , τ_{ad} – касательные напряжения по контакту соответственно основной предварительно напряженной и дополнительной композитной арматуры с бетоном.

Закон сцепления основной предварительно напряженной арматуры с бетоном $\tau_b = f(s_b)$ принимали в соответствии с СП 5.03.01⁸, дополнительной арматуры из углеродных волокон – в соответствии с данными⁹ и [1].

При разбиении поперечного сечения усиленной многопустотной плиты на элементарные площадки дополнительную арматуру в виде пластины из углеродных волокон, приклеенную к наружной грани конструкции, ввиду ее малой толщины моделируем одной элементарной площадкой (рисунок 3). Дополнительную арматуру в виде пластины из углеродных волокон, вклеенной в предварительно выполненный вертикальный паз, разбиваем по высоте на ряд элементарных площадок, что позволяет учесть работу на изгиб арматуры из углеродных волокон, расположенной вертикально (рисунки 4, 5).



Рисунок 3. – Моделирование напряженно-деформированного состояния опытной плиты, усиленной приклеиванием к наружной поверхности бетона пластин из углеродных волокон

⁵ См. сноску 4.

⁶ См. сноску 3.

⁷ См. сноску 3.

⁸ См. сноску 4.

⁹ См. сноску 3.



Рисунок 4. – Моделирование напряженно-деформированного состояния опытной плиты, усиленной вклеиванием в предварительно выполненные вертикальные пазы пластин из углеродных волокон



Рисунок 5. – Моделирование напряженно-деформированного состояния пластины из углеродных волокон, вклеенной в предварительно выполненный вертикальный паз в бетоне растянутой зоны усиливаемой плиты

Ширину раскрытия трещин, нормальных к продольной оси железобетонного элемента, усиленного дополнительной арматурой из углеродных волокон, определяли как сумму взаимных смещений приведенной арматуры и бетона на уровне центра тяжести основной арматуры по дли не зон сдвигов слева $l_{t(l)}$ и справа $l_{t(r)}$ от трещины (рисунок 6) аналогично [4]

$$w = \int_{-l_{t(l)}}^{l_{t(r)}} s(x) dx = \int_{-l_{t(l)}}^{l_{t(r)}} [\varepsilon_{s,red}(x) - \varepsilon_{ct}(x)] dx.$$
(6)

Для определения прогибов жесткость изгибаемого железобетонного элемента, усиленного дополнительной арматурой из углеродных волокон, на участке с трещинами вычисляли с учетом работы растянутого бетона как среднее значение суммы жесткостей элементарных площадок бетона, основной и дополнительной арматуры по границам участка

$$(EI)_{i} = \left(\left[E_{c,p} \cdot A_{c,p} \left(y_{c,p} - y_{0,ad} \right)^{2} \right]_{i} + \left[E_{s,ad} \cdot A_{s,ad} \left(y_{s,ad} - y_{0,ad} \right)^{2} \right]_{i} + \left[E_{c,p} \cdot A_{c,p} \left(y_{c,p} - y_{0,ad} \right)^{2} \right]_{i+1} + \left[E_{s,ad} \cdot A_{s,ad} \left(y_{s,ad} - y_{0,ad} \right)^{2} \right]_{i+1} \right) / 2.$$
(7)



а – приклеенным к наружной поверхности бетона; б – вклеенным в предварительно выполненные
 вертикальные пазы; в – на первой стадии трещинообразования; г – на второй стадии трещинообразования

Рисунок 6. – Распределение относительных деформаций бетона и арматуры по длине железобетонного блока изгибаемого элемента, усиленного композитным материалом

Анализ результатов экспериментально-теоретического исследования. При сравнении экспериментальных значений изгибающего момента, соответствующего моменту разрушения конструкции, ширины раскрытия трещин, нормальных к продольной оси элемента, и прогиба при изгибающем моменте от эксплуатационной нагрузки с расчетными значениями, определенными по деформационной и блочной моделям, для плит, усиленных пластинами из углеродных волокон, приклеенными к наружной поверхности бетона и вклеенными в предварительно выполненные вертикальные пазы, получена удовлетворительная сходимость (таблица 1).

Таблица 1. – Сопоставление экспериментальных и расчетных значений изгибающего момента, соответствующего прочности опытных плит, ширины раскрытия трещин и прогиба

Шифр	Mexp,	Mcalc,	Mexp	Wexp,	Wcalc,	Wexp	a_{exp} ,	a_{calc} ,	aexp
опытной	кНм	кНм		MM	MM		MM	MM	
плиты			Mcalc			Wcalc			a_{calc}
П-4	67,7	65,9	1,03	0,325	0,287	1,13	32,5	30,9	1,05
П-6	72,9	69,7	1,05	0,523	0,539	0,97	77,0	77,2	1,00

Заключение. Предложена обобщенная методика расчета основных параметров напряженно-деформированного состояния предварительно напряженных изгибаемых железобетонных элементов, усиленных в растянутой зоне дополнительной арматурой из углеродных волокон, позволяющая учесть относительные деформации и напряжения в поперечном сечении элемента до усиления, включая нагрузку от обжатия, передаваемого на бетон предварительно напряженной основной арматурой.

Произведена экспериментальная верификация предложенной методики для расчета прочности, ширины раскрытия трещин и прогибов предварительно напряженных изгибаемых железобетонных элементов, усиленных композитным материалом на основе углеродных волокон.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Холмянский М.М. Бетон и железобетон. Деформативность и прочность. М.: Стройиздат, 1997. 576 с.
- Лазовский Д.Н. Усиление железобетонных конструкций эксплуатируемых строительных сооружений. Новополоцк: Полоц. гос. ун-т, 1998. – 240 с.
- 3. Щербо А.Г., Лазовский А.Д. Усиление изгибаемых стальных и сталебетонных строительных конструкций композиционными материалами // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. F, Стр-во. Прикладные науки. 2008. № 12. С. 70–80.
- Моделирование напряженно-деформированного состояния изгибаемых железобетонных элементов, усиленных в растянутой зоне внешним армированием композитными материалами под нагрузкой / Д.Н. Лазовский, С.Н. Леонович, Д.О. Глухов и др. // Вестн. Брестского гос. техн. ун-та. – 2023. – № 2(131). – С. 9–19.

REFERENCES

- 1. Kholmyanskii, M.M. (1997). Beton i zhelezobeton. Deformativnost' i prochnost'. Moscow: Stroiizdat. (In Russ.).
- 2. Lazovskii, D.N. (1998). Usilenie zhelezobetonnykh konstruktsii ekspluatiruemykh stroitel'nykh sooruzhenii. Novopolotsk: Polots. gos. un-t. (In Russ.).
- 3. Shcherbo, A.G. & Lazovskii, A.D. (2008). Usilenie izgibaemykh stal'nykh i stalebetonnykh stroitel'nykh konstruktsii kompozitsionnymi materialami. *Vestn. Polots. gos. un-ta. Ser. F, Str-vo. Prikladnye nauki, (12),* 70–80. (In Russ.).
- 4. Lazovskii, D.N., Leonovich, S.N., Glukhov, D.O., Lazovskii, E.D. (2023). Modelirovanie napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya izgibaemykh zhelezobetonnykh elementov, usilennykh v rastyanutoi zone vneshnim armirovaniem kompozitnymi materialami pod nagruzkoi [Modeling of the stress-strain state of bending reinforced concrete elements reinforced in a tensioned zone by external reinforcement with composite materials under load]. *Vestn. Brestskogo gos. tekhn. un-ta* [Vestnik of Brest State Technical University], 2(131), 9–19. (In Russ., abstr. in Engl.). DOI: 10.36773/1818-1112-2023-131-2-9-19.

Поступила 08.12.2023

MODELING OF THE STRESS-STRAIN STATE OF PRESTRESSED REINFORCED CONCRETE ELEMENTS REINFORCED WITH COMPOSITE MATERIAL

D. LAZOVSKI, E. BADALOVA (Euphrosyne Polotskaya State University of Polotsk)

The results of applying a deformation and block models to determine the parameters of the stress-strain state and calculate the strength of prestressed bent reinforced concrete elements reinforced in a stretched zone with carbon fiber plates glued to the outer surface of concrete and glued into pre-made vertical grooves are presented. When calculating the parameters of the stress-strain state of reinforced elements, the distribution of relative deformations and stresses in the cross section of the element before reinforcement is taken into account, including the effect of the compression force transmitted to the concrete by the prestressed main reinforcement. The distribution of relative deformations and stresses in the cross section of the prototypes at the main stages corresponding to different loading stages is given. The verification of the proposed methodology for calculating the strength of prestressed bent reinforced concrete elements reinforced with composite material has been carried out.

Keywords: deformation calculation model, block model, stress-strain state, prestressed reinforced concrete element, additional reinforcement, carbon fiber plate.