

УДК 528.3

## К ВОПРОСУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОСТОЯННОЙ ПОПРАВКИ ЭЛЕКТРОННОГО ДАЛЬНОМЕРА В ПОЛЕВЫХ УСЛОВИЯХ

канд. техн. наук, доц. С.Д. КРЯЧОК

(Черниговский национальный технологический университет, Украина)

*Описана математическая модель определения постоянной поправки электронного дальномера при безбазисном способе измерения расстояний, горизонтальных углов с трех станций в направлениях на крайние и средний штативы с учетом углов наклона линий. На основе этой модели выведена формула для определения средней квадратической погрешности постоянной дальномера. Выполнен расчет точности работы приборов с ошибкой измерения расстояний  $2 + 2 \text{ ppm}$ , горизонтальных и вертикальных углов  $10''$ . Выявлена зависимость точности определения постоянной дальномера от величины измеряемых расстояний и углов, а также отступления среднего штатива от середины створа крайних.*

При определении расстояний электронными тахеометрами и дальномерами необходимо знать постоянную поправку дальномера. Значение этой поправки может изменяться вследствие разных причин. Поэтому в инструкциях по эксплуатации данных приборов предлагается периодически уточнять ее значение. В случае использования для измерений расстояний дальномеров и отражателей разных производителей или модификаций определение значения постоянной поправки обязательно [1].

Существует несколько вариантов определения постоянной поправки дальномера, особенности которых приведены в инструкциях по эксплуатации электронных тахеометров и дальномеров. Они рассмотрены также в работах [1; 2]. Наиболее надежно постоянную поправку дальномера можно получить на базе из нескольких линий, где выполняются измерения расстояний электронным дальномером. В результате, определяется значение постоянной поправки. Однако в полевых условиях не всегда есть возможность разбить базис с высокоточным определением его отрезков, поэтому особого внимания заслуживает рассмотрение безбазисного способа.

**Основная часть.** Известны два варианта безбазисных определений постоянной поправки. Первый вариант: электронным дальномером измеряется несколько линий, расположенных в створе, во всех возможных комбинациях, а отдельные значения постоянной поправки вычисляются как разность длины замыкающей линии и двух ее составляющих [2]. Электронный дальномер и отражатель рекомендуется устанавливать на одной высоте [1]. Назовем этот вариант безбазисным створным способом. Второй вариант: измерения линий выполняются с трех штативов, центральный штатив под номером 2 устанавливается вне створа двух крайних под номерами 1 и 3. С крайних штативов на центральный измеряются горизонтальные углы  $\beta_1$  та  $\beta_3$ , а постоянная поправка  $V$  определяется по формуле [1]

$$V = \frac{S_{12} \cos \beta_1 + S_{32} \cos \beta_2 - S_{13}}{1 - \cos \beta_1 - \cos \beta_3}. \quad (1)$$

Средняя квадратическая погрешность (СКП) определения постоянной поправки из одного приема измерений рассчитывается следующим образом [1]:

$$m_v = \frac{1}{1 - \cos \beta_1 - \cos \beta_2} \sqrt{(1 + \cos^2 \beta_1 + \cos^2 \beta_3) m_s^2 + 2 \Delta^2 \frac{m_\beta^2}{\rho^2}}, \quad (2)$$

где  $m_s, m_\beta$  – СКП измерений линий и горизонтальных углов соответственно;  $\Delta$  – величина отклонения центрального штатива от створа двух крайних;  $\rho = 206265''$ . Этот вариант назовем безбазисным вне-створным способом.

В [1] указываются ограничения во взаимном расположении дальномера и отражателя в вертикальной плоскости, поскольку в формуле (1) не учитываются значения углов наклона измеренных линий.

Учитывая технические возможности электронных тахеометров, необходимо создать математическую модель определения постоянной поправки дальномера, которая учитывала бы как измеренные расстояния, так и горизонтальные углы, и углы наклона измеренных линий. На основании математической модели возможно оценить точность определения постоянной поправки дальномера.

На станции определения постоянной поправки (рис. 1) в точках 1, 2 и 3 устанавливаются штативы с закрепленными на них подставками. Точки на местности не фиксируются. В точке 1' на высоте инструмента закрепляется в подставке электронный дальномер.

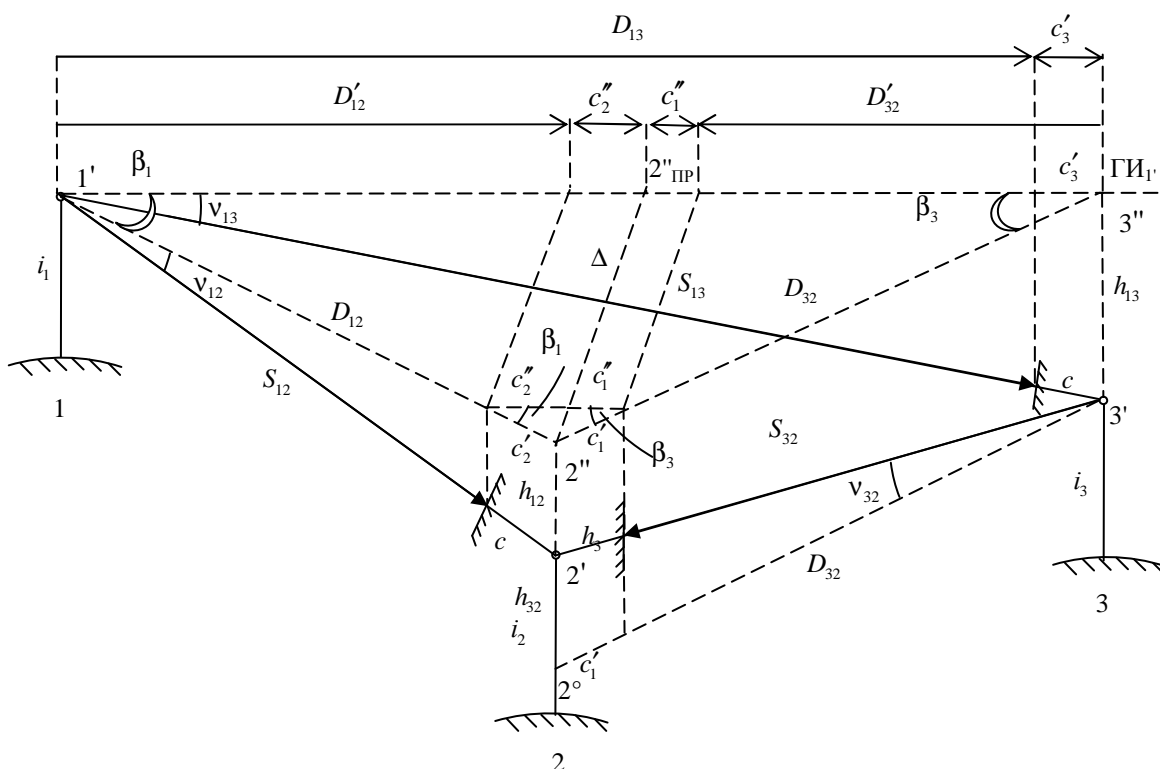


Рисунок 1 – Пространственные параметры линий на станции определения постоянной дальномера

Поочередно на подставки в точках 2' и 3' на высотах инструмента  $i_2$  и  $i_3$  устанавливается отражатель и измеряются длины  $S_{12}$ ,  $S_{13}$ , углы наклона этих линий  $v_{12}$ ,  $v_{13}$  и горизонтальный угол  $\beta_1$ . Затем в точке 3' на подставку устанавливается электронный тахеометр, измеряется наклонное расстояние  $S_{32}$ , угол наклона этой линии  $v_{32}$  и горизонтальный угол  $\beta_3$ . Все три полученные значения расстояний содержат постоянную поправку дальномера  $c$ . Обычно постоянная поправка имеет отрицательное значение, то есть измеренная линия длиннее фактической. На рисунке 1 для упрощения чертежа измеренные линии изображены короче, чем фактические, поэтому величина  $c$  имеет положительное значение.

Проведем горизонтальную плоскость, которая соответствует горизонту инструмента точки 1' ( $GI_1'$ ) и проходит через точки 1', 2'', 3''. Спроектируем на эту плоскость каждую из измеренных линий и постоянную дальномера  $c$ . Воспользовавшись соответствующими углами наклона  $v_{ij}$ , получим горизонтальные расстояния  $D_{ij}$  и горизонтальные составляющие  $c'_i$  постоянной поправки дальномера. Далее на горизонтальное расстояние  $(D_{13} + c'_3)$  спроецируем два других горизонтальных расстояния и составляющие постоянной поправки дальномера, которые расположены под углами  $\beta_1$  и  $\beta_3$  к первому. Получим проекции  $D'_{12}$ ,  $c''_2$ ,  $D'_{32}$ ,  $c''_1$ . Тогда при условии, что

$$D_{13} + c'_3 = D'_{12} + c''_2 + D'_{32} + c''_1, \tag{3}$$

величина постоянной поправки дальномера

$$c = \frac{S_{12} \cos v_{12} \cos \beta_1 + S_{32} \cos v_{32} \cos \beta_3 - S_{13} \cos v_{13}}{\cos v_{13} - \cos v_{12} \cos \beta_1 - \cos v_{32} \cos \beta_3}. \tag{4}$$

Формула (3) дает возможность определить постоянную поправку дальномера по значениям измеренных наклонных расстояний  $S_{12}$ ,  $S_{13}$ ,  $S_{32}$ , горизонтальных углов  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  и углов наклона  $v_{12}$ ,  $v_{32}$ ,  $v_{13}$ . Это трехмерная математическая модель определения постоянной поправки. Понятно, что измерения углов можно производить, если дальномер закреплен на теодолите (например, СТ-5) или отдельно – при помощи теодолита.

Для электронных тахеометров, которые дают возможность получить горизонтальные проложения, формулу (4) можно записать в таком виде:

$$c = \frac{D_{12} \cos \beta_1 + D_{32} \cos \beta_3 - D_{13}}{\cos v_{13} - \cos v_{12} \cos \beta_1 - \cos v_{32} \cos \beta_3}. \quad (5)$$

Из рисунка 1 видно, что все пространственные элементы есть обязательные аргументы для определения поправки  $c$  в формуле (4), а потому являются математически независимыми и некоррелированными между собой. С учетом этого обстоятельства после дифференцирования (4) и без учета членов высших порядков средняя квадратическая ошибка постоянной поправки дальномера составит

$$m_c^2 = \frac{1}{B^2} \left\{ (S_{12}^2 - h_{12}^2 - \Delta^2) \left( \frac{m_{S_{12}}}{S_{12}} \right)^2 + (S_{32}^2 - h_{32}^2 - \Delta^2) \left( \frac{m_{S_{32}}}{S_{32}} \right)^2 + (S_{13}^2 - h_{13}^2) \left( \frac{m_{S_{13}}}{S_{13}} \right)^2 + \left[ h_{12}^2 + h_{32}^2 + h_{13}^2 - \Delta^2 \left( 2 - \frac{1}{\cos^2 v_{12}} - \frac{1}{\cos^2 v_{32}} \right) \right] \left( \frac{m_v}{\rho} \right)^2 + 2\Delta^2 \left( \frac{m_\beta}{\rho} \right)^2 \right\}, \quad (6)$$

где  $B = \cos v_{13} - \cos v_{12} \cos \beta_1 - \cos v_{32} \cos \beta_3$ ;  $h_{ij}$  – превышения измеренных линий относительно точек стояния дальномера;  $m_{S_{ij}}$  – СКП измерения линий;  $m_v$ ,  $m_\beta$  – СКП измерения вертикальных и горизонтальных углов.

Воспользовавшись формулой (6), можно рассчитать СКП определения постоянной поправки электронных дальнометров, параметры точности которых составляют:  $m_s = 2 \text{ мм} + 2 \text{ мм}$ ;  $m_\beta = m_v = 10''$ . Исходными данными будут значения:  $\Delta$ ,  $v_{12}$ ,  $v_{13}$ ,  $m_\beta$ ,  $m_v$ ,  $m_{S_{ij}}$ . При этом центральный штатив устанавливается посередине, между двумя другими штативами, или он смещен со середины створа по перпендикуляру на величину  $\Delta$ . Линии  $S_{12}$  и  $S_{13}$  имеют равные углы наклона к горизонту ( $v_{12} = v_{13}$ ). Пренебрегая значением постоянной поправки дальномера, которое не превышает для большинства моделей электронных дальнометров нескольких сантиметров [1], и на основании рисунка 1 имеем:

$$\beta_1 = \beta_2 = \arctg \frac{2\Delta}{S_{13} \cos v_{13}}; D_{12} = D_{32} = \sqrt{\left( \frac{S_{13} \cos v_{13}}{2} \right)^2 + \Delta^2}; S_{12} = \frac{D_{12}}{\cos v_{12}};$$

$$h_{12} = S_{12} \sin v_{12}; h_{13} = S_{13} \sin v_{13}; h_{32} = h_{13} - h_{12}; v_{32} = \arctg \frac{h_{32}}{D_{32}}; S_{32} = \frac{D_{32}}{\cos v_{32}}.$$

Контроль:  $\Delta = S_{32} \cos v_{32} \sin \beta_3$ .

Результаты расчетов по данным формулам и формуле (6) приведены в таблицах 1–3, в которых  $m_s$  – значения СКП измерения расстояний (при условии, что  $m_{S_{12}} = m_{S_{13}} = m_{S_{32}} = m_s$ ), соответствующие первым трем слагаемым формулы (6),  $m_v$  – СКП измерения вертикальных углов (четвертое слагаемое формулы (6)),  $m_\beta$  – СКП измерения горизонтальных углов (пятое слагаемое формулы (6)). Последний столбец таблиц соответствует СКП определения постоянной поправки дальномера из трех приемов.

Таблица 1 – Значения  $m_c$  для расстояния  $S_{13} = 25 \text{ м}$

$v_{12}^\circ = v_{13}^\circ$	$\Delta$ , м	$\beta^\circ$	$m_s$ , мм	$m_v$ , мм	$m_\beta$ , мм	$m_c$ , мм	$m_c / \sqrt{3}$ , мм
$S_{13} = 25 \text{ м}$							
0	0	0	3,58	0	0	3,58	2,07
0	2	4,57	3,58	0	0,14	3,59	2,07
0	4	9,09	3,60	0	0,27	3,60	2,08
10	0	0	3,50	0,26	0	3,50	2,02
10	2	9,23	3,51	0,27	0,14	3,52	2,03
10	4	18,00	3,56	0,28	0,27	3,58	2,07
20	0	0	3,41	0,54	0	3,46	2,00
20	2	9,66	3,43	0,55	0,14	3,48	2,01
20	4	18,81	3,48	0,59	0,27	3,54	2,04
							$m_{S_{13}} = 2,05 \text{ мм}$

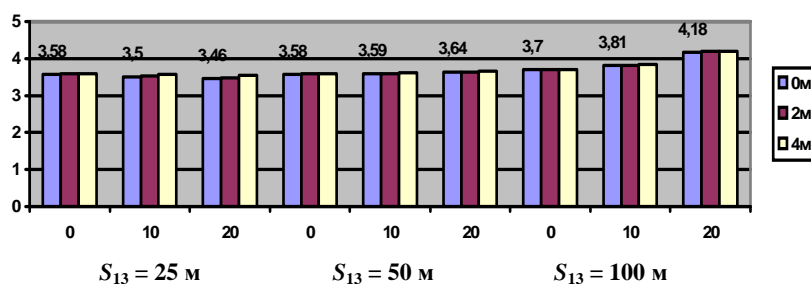
Таблица 2 – Значения  $m_c$  для расстояния  $S_{13} = 50$  м

$v_{12}^\circ = v_{13}^\circ$	$\Delta$ , м	$\beta^\circ$	$m_s$ , мм	$m_v$ , мм	$m_b$ , мм	$m_c$ , мм	$m_c / \sqrt{3}$ , мм
$S_{13} = 100$ м							
0	0	0	3,58	0	0	3,58	2,07
0	2	4,57	3,58	0	0,14	3,59	2,07
0	4	9,09	3,60	0	0,27	3,60	2,80
10	0	0	3,55	0,52	0	3,59	2,07
10	2	4,64	3,56	0,53	0,14	3,60	2,08
10	4	9,23	3,60	0,54	0,27	3,62	2,09
20	0	0	3,47	1,08	0	3,64	2,1
20	2	4,87	3,47	1,09	0,14	3,64	2,10
20	4	9,66	3,49	1,10	0,27	3,67	2,12
							$m_{S_{13}} = 2,1$ мм

Таблица 3 – Значения  $m_c$  для расстояния  $S_{13} = 100$  м

$v_{12}^\circ = v_{13}^\circ$	$\Delta$ , м	$\beta^\circ$	$m_s$ , мм	$m_v$ , мм	$m_b$ , мм	$m_c$ , мм	$m_c / \sqrt{3}$ , мм
$S_{13} = 50$ м							
0	0	0	3,70	0	0	3,70	2,13
0	2	2,29	3,70	0	0,14	3,70	2,14
0	4	4,57	3,70	0	0,27	3,71	2,14
10	0	0	3,67	1,05	0	3,81	2,20
10	2	2,33	3,67	1,05	0,14	3,82	2,20
10	4	4,64	3,67	1,05	0,27	3,83	2,21
20	0	0	3,58	2,16	0	4,18	2,42
20	2	2,44	3,58	2,16	0,14	4,19	2,42
20	4	4,87	3,59	2,17	0,27	4,2	2,43
							$m_{S_{13}} = 2,2$ мм

Рисунок 2 иллюстрирует результаты расчетов. Приведены значения: по вертикали – СКП постоянной дальномера; по горизонтали – значения углов наклона, равные  $0^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ . Цифры над изображением соответствуют значениям СКП постоянной дальномера для положения среднего штатива в створе и нулевых значений углов наклона.

Рисунок 2 – Диаграмма зависимости  $m_c$  от  $\Delta$  и углов наклона для разных значений  $S_{13}$ 

Анализ данных таблиц 1–3 и диаграммы позволяет сделать следующие *выводы*:

- увеличение расстояния между крайними штативами вызывает постепенное увеличение погрешности определения постоянной дальномера;
- увеличение смещения среднего штатива от створа на несколько метров приводит к постепенному росту погрешности определения постоянной дальномера;
- увеличение углов наклона измеряемых линий относительно линии горизонта обеспечивает плавное уменьшение погрешности определения постоянной дальномера – для расстояний между крайними штативами до трех десятков метров и меньше и плавное увеличение погрешности определения постоянной дальномера для больших расстояний;

- среднее значение постоянной дальномера, определенное с трех станций, не превышает точность измерения линий при расстояниях между крайними штативами до 50 м, улов наклона до  $20^\circ$ , отклонения от створа до 4 м и точность измерения линий при расстоянии между крайними штативами до 100 м, углов наклона до  $10^\circ$ , отклонения от створа до 4 м.

Последний вывод свидетельствует о том, что при указанных ограничениях точность определения постоянной дальномера тремя приемами практически равна постоянной составляющей 2 мм в формуле точности данного электронного дальномера  $m_S = 2 \text{ мм} + 2 \text{ мм} \cdot S \cdot 10^{-6}$ . В этом случае после введения поправки в измеренную линию ее СКП составит  $m_{S'} = \sqrt{m_S^2 + m_{c_{cp}}^2}$ .

Такая точность измерения линий может удовлетворять конкретному виду геодезических работ.

Чтобы ошибка определения постоянной поправки дальномера не влияла на точность измерения коротких линий  $S_{\min}$ , необходимо выполнить измерения для  $N$  приемов, вычислить среднее значение  $c_{cp}$  и выполнить следующее условие:

$$m_{c_{cp}} = \frac{1}{3} m_{S_{\min}}. \quad (7)$$

Значение  $m_{S_{\min}} = a$  (с учетом формулы точности электронного дальномера  $m_S = a + b \cdot S_{\text{км}}$ ). Тогда количество приемов с учетом формулы (7) и известной зависимости

$$m_{c_{cp}} = \frac{m_c}{\sqrt{N}}$$

будет определяться по выражению

$$N = 9 \frac{m_c^2}{a^2}. \quad (8)$$

Например, для  $S_{13} = 25 \text{ м}$ ,  $v_{12} = v_{13} = 10^\circ$ ,  $\Delta = 4 \text{ м}$ ,  $m_c = 3,58 \text{ мм}$  (см. табл. 1),  $a = 2 \text{ мм}$  получим  $N = 29$  приемов.

В каждом новом приеме необходимо менять положение крайнего и среднего штативов.

Из формулы (4) видно, что при условии  $v_{12} = v_{13} = v_{32}$  и  $\beta_1 = \beta_3$

$$c = S_{13} - (S_{12} + S_{32}). \quad (9)$$

Полученная зависимость (9) соответствует размещению приборов в створе линии  $1' \dots 3'$ , которая может быть наклонной (рис. 3).

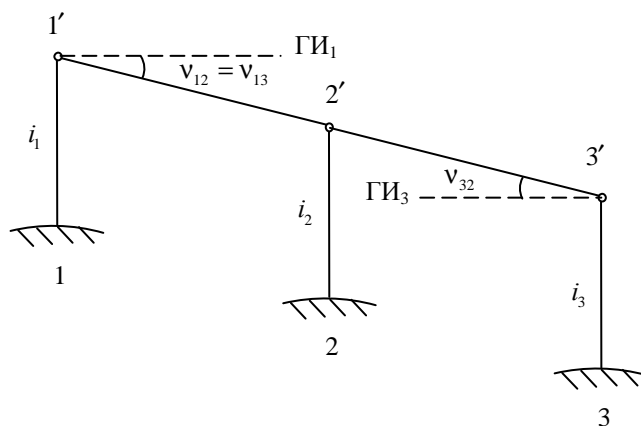


Рисунок 3 – Размещение штативов на наклонной линии

По формуле (9) рассчитывается постоянная поправка для безбазисного створного способа. Это доказывает, что для створного безбазисного способа определения постоянной поправки дальномера штати-

вы с дальномером и отражателем можно размещать на одной наклонной линии и не стремиться их устанавливать на равной высоте, как это требуется, например, в [1].

**Заключение.** В результате теоретических исследований получена новая формула для вычисления постоянной поправки электронных дальномеров безбазисным внестворным способом с учетом углов наклона измеряемых линий и горизонтальных углов.

Выведена формула для определения средней квадратической погрешности определения постоянной поправки дальномера для данного способа и проведена оценка точности ее определения для электронных дальномеров с заданными параметрами точности.

Предложенная методика позволяет определять постоянную поправку дальномера на местности с выраженным рельефом.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ворошилов, А.П. Определение постоянной поправки дальномера электронного тахеометра / А.П. Ворошилов // Геопрофи. – 2005. – № 4. – С. 46–47.
2. Крячок, С.Д. До визначення постійної поправки електронних віддалемірів / С.Д. Крячок // Вісник геодезії та картографії. – 2015. – № 2. – С. 4–7.

Поступила 06.12.2015

#### ON THE DETERMINATION OF CONSTANT CORRECTION ELECTRONIC RANGEFINDER IN FIELD CONDITIONS

**S. KRYACHOK**

*The mathematical model for determining the constant correction for measuring distances of electronic rangefinder without the use of baselines is developed. For its realization measured horizontal angles with three stations in the direction of extreme and average tripods, lines and vertical angles of lines. On the basis of this model is developed a formula to determine the mean square error of constant correction. Made the calculation precision of the instruments with the error of measurement of distances  $2 + 2$  ppm, horizontal and vertical angles  $10''$ . Found the tendency of changes in the accuracy of determining the constant corrections depending on the measured distances and angles, as well as deviations the average tripod from mid line extreme tripods.*