

## СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ АЛГОРИТМА ОПТИМИЗАЦИИ ПЛАНОВОГО ПОЛОЖЕНИЯ ПОДКРАНОВЫХ ПУТЕЙ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ПРЯМЫМИ

канд. техн. наук К.И. МАРКОВИЧ,  
канд. техн. наук, доц. А.М. ДЕГТЯРЕВ,  
канд. техн. наук, доц. В.В. ЯЛТЫХОВ

(Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой)

*В статье представлены исследования по определению пространственного положения подкрановых путей мостовых кранов с использованием новейших геодезических электронных приборов вместо традиционных устройств, рекомендованных нормативными документами. Рассмотрены геометрические требования к кранам и подкрановым путям, факторы износа подкрановых рельсов, назначение допусков и их величина, геодезические работы при эксплуатации подкрановых путей. Рассмотрены методы получения оптимальных параметров геометрических систем для подкрановых путей мостовых кранов путем минимизации суммы квадратов смещений осей рельсов относительно двух параллельных прямых с дополнительным условием.*

**Ключевые слова:** мостовой кран, подкрановые пути, рельсы, ширина колеи, оптимальные параллельные прямые, метод наименьших квадратов.

**Введение.** Развитие мировой промышленности и ее глобальная диверсификация требуют совершенствования соответствующих технологий производственных процедур и процессов. Мостовые краны являются одним из наиболее распространенных средств перемещения элементов оборудования и продукции на промышленных предприятиях. Они предназначены для подъема и перемещения грузов в заданной зоне (пространстве) как в горизонтальном, так и в вертикальном направлении. Под постоянным воздействием статических и динамических нагрузок, неравномерной осадки оснований, деформаций подкрановых конструкций и других факторов геометрия подкрановых путей нарушается. Поэтому для обеспечения безопасной и нормальной работы крана необходим систематический контроль геометрических параметров его ходовой части и подкрановых путей. Иначе это может приводить к остановке производства и экономическим потерям.

Для обеспечения безопасных условий эксплуатации кранов и подкрановых конструкций геометрическая форма подкрановых путей должна удовлетворять следующим требованиям:

- подкрановые балки должны быть параллельны и горизонтальны;
- рельсы должны быть параллельны, горизонтальны, прямолинейны и принадлежать одной плоскости;
- расстояние между осями рельсов (ширина колеи) должно соответствовать номинальному расстоянию между вертикальными осями ходовых колес крана, т.е. длине пролета крана [1].

Также при эксплуатации подкрановых путей в результате усилий от воздействия элементов крана на подкрановые конструкции и действия ряда других неблагоприятных факторов происходит износ рельсовых путей, ослабление крепежных узлов и деформации подкрановых конструкций, приводящие к отклонениям их геометрических параметров от проектного значения. Эти отклонения нарушают нормальную работу кранов и подкрановых конструкций. При движении крана по рельсовым путям, имеющим непараллельность и непрямолинейность рельсов, а также отклонения ширины колеи от проектного значения, изменяется направление движения крана. Реборды ходовых колес крана «набегают» на рельсы, вызывая боковые усилия, создающие сопротивление движению крана. Силовые воздействия ходовых колес крана, передаваемые через подкрановые балки на основные конструкции здания, снижают его эксплуатационные качества. При этом ускоряется износ рельсов и колес кранов, что вызывает дополнительные затраты на ремонтные работы. Существенные отклонения ширины колеи от номинального значения и непрямолинейность рельсов иногда являются причиной схода кранов с рельсов.

Отклонение геометрической формы подкрановых путей от идеальной задано допусками на их строительство, монтаж и эксплуатацию. Если во время эксплуатации превышает указанное значение этих допусков, необходимо выполнить рихтовку рельсов подкранового пути.

Правилами устройства и безопасной эксплуатации грузоподъемных кранов<sup>1</sup> установлены предельные значения допустимых отклонений геометрических параметров подкрановых путей от проектных, не вызывающие существенных нарушений условий работы кранов и мало влияющие на траекторию их движения. Такие допуски указаны в таблице 1.

<sup>1</sup> Правила по обеспечению промышленной безопасности грузоподъемных кранов (с изм. 2021) / М-во по чрезвычайным ситуациям Респ. Беларусь. – Минск: Энергопресс, 2021. – 330 с.

Таблица 1. – Предельные величины отклонений рельсовых путей (в плане и профиле) от проектного

№ п/п	Допуски	Допустимое отклонение от проектного, мм
1	Разность отметок рельсов в одном поперечном сечении на опорах	40
2	Разность отметок рельсов на соседних колоннах	10
3	Сужение или уширение колеи рельсового пути	15
4	Взаимное смещение торцов стыкуемых рельсов в плане и по высоте	2
5	Зазоры в стыках рельсов (при температуре 0 °С и длине 12,5 м)	6

Для проверки соответствия геометрических параметров мостовых кранов и подкрановых путей требованиям «Правил...» должен быть предусмотрен систематический геодезический контроль планово-высотного положения рельсовых путей, геометрии моста и ходовых колес крана. Такой контроль производится путем специальных геодезических измерений, которые приходится выполнять в особенных условиях, присущих действующим цехам промышленных предприятий. Эти условия характеризуются высокой плотностью технологического оборудования, плохой освещенностью, вибрацией, большими перепадами температуры, сильными конвекционными потоками воздуха, расположением путей на высоте, наличием токопроводов вблизи рельсов и др.

Одним из основных факторов, оказывающих влияние на выбор и возможность осуществления той или иной методики геодезической съемки подкрановых путей, является их доступность для непосредственных измерений.

Геодезические работы на подкрановых путях включают следующие измерения [1; 2]:

- определение высотного положения подкрановых рельсов;
- определение планового положения осей рельсов;
- измерение смещения оси рельса с оси подкрановой балки и расстояния от оси рельсов до граней колонн;
- измерение расстояния между осями рельсов подкранового пути и осями колес мостовых кранов.

Помимо этого, следует производить дополнительные измерения, определяющие:

- размеры существующих подкладок и подливок под подкрановые балки;
- фактический пролет крана и величину перекоса крана;
- отклонение колонн от вертикали на уровне подкранового пути.

Необходимая точность измеряемых элементов требует совершенствования используемых методов и технологий. В настоящее время классический метод определения прямолинейности и нивелирования заменяется трехмерным полярным методом, основанным на использовании точных тахеометров. Применение полярного метода сокращает продолжительность необходимых операционных перерывов, но не устраняет их, а также не устраняет перемещение измерительного персонала по подкрановому пути.

Выбор системы отсчета, ее форма и положение по отношению к рельсам определяются отношениями в цехе (окружающей средой), где установлен кран (ограничения, связанные с производством, несущей конструкцией крана и т.д.). Обычно координаты точек, соответствующих элементам конструкции мостового крана, определяются в местной системе координат тахеометра с произвольно ориентированной осью  $x$ , от которой отсчитывается дирекционный угол  $\alpha$ . Эту систему координат можно рассматривать как внешнюю систему координат.

Перед выполнением измерений на подкрановых путях рельсы делятся на участки, определяются точки измерения, которые отмечают на верхней части рельса – в его центре – с помощью специального устройства типа «ножниц» и центрального пунсона [3] (рисунок 1).



Рисунок 1. – Устройство типа «ножниц» для разметки центра рельса на их верхней части (головке)

Также возможно использование специального устройства с круглым уровнем, магнитами для установки на рельс и резьбой для крепления отражателя (рисунок 2).



Рисунок 2. – Специальное устройство с круглым уровнем и магнитами для установки и центрирования на рельсе отражателя

Расстояние между точками измерения выбирается в соответствии с типом и конструкцией кранового пути, а также с учетом требований, сформулированных в соответствующих нормативных документах. В случае мостовых кранов положение измерительных точек выбирается по вертикальным осям колонн, поддерживающих рельсовый путь, и, при необходимости, посередине между ними.

Измерительный прибор закрепляют непосредственно на рельсе с помощью специального зажима (фиксатора) или вне рельса, используя классический штатив. Во время проведения измерений кран фиксируется в крайнем положении. Таким образом, невозможно произвести измерение по всей длине рельсового пути.

Обработка данных измерений по рельсам, определение боковых и вертикальных отклонений точек измерения выполняются в соответствии с используемой методикой измерений. Требования к точности определения отклонений задаются нормативными документами, сформулированными в общем виде в форме пределов (допусков), которые отражают эксплуатационную нагрузку и геометрические параметры (длина, пролет рельсов) кранового пути и крана. Общепринято, что контроль и оценка крана должны производиться на основе стандартов, которые применялись при их проектировании.

Кран, не отвечающий основным требованиям по геометрии, должен быть выведен из эксплуатации, и необходимо произвести его исправление – рихтовку. Для рихтовки определяют значения, которые должны применяться при выпрямлении рельсов и крана, в каждом поперечном сечении, как в боковом, так и в вертикальном направлении.

Ранее для определения значений рихтовки в плановом положении обычно использовались графические процедуры. Они начинались с графического представления отклонений и допусков интервалов в виде полос. Затем производился поиск оптимального положения рельса внутри полосы допуска отдельно для обоих рельсов. Такое определение значений выпрямления приводило к двум линиям, которые не могли быть параллельными, и поэтому необходимо было проверить пролет рельса (допуск) в каждом сечении.

В противовес этому методу мы предлагаем использовать аналитические процедуры, приводящие к строгому решению. В большинстве этих процедур используется классический метод наименьших квадратов (МНК), который «генерирует» положение осей рельсов в оптимальном прямолинейном и параллельном положениях.

**Основная часть.** Выбор параметров объекта, удовлетворяющих определенным геометрическим требованиям к точности положения его конструктивных элементов, является задачей оптимизации положения. Она предполагает выбор такого варианта управления положением объекта, при котором достигается минимальное или максимальное значение некоторого критерия, характеризующего качество управления. Выделяют безусловные и условные методы оптимизации.

Исходя из требований, предъявляемых к подкрановым путям, таким критерием является степень геометричности (прямолинейность, плоскостность, горизонтальность и т.п.) элементов.

Возникает задача нахождения выровненного положения линий, плоскостей и поверхностей сооружений с целью исправления (рихтовки) деформированных элементов сооружений с минимальными затратами средств, труда и времени. Проектная идеальная форма объекта задается проектными координатами, а реальная – фактическими. Методы решения таких задач рассматривались в [4; 5].

При разработке методов геодезического обеспечения оптимальных параметров геометрических систем целесообразно рассматривать такие общие методологические особенности применения аппарата исследований операций, как:

- выбор критерия и построение математической модели исследуемого объекта;
- отыскание оптимального решения с помощью методов математического программирования.

При этом необходимо учитывать степень постоянства исходных и искоемых параметров системы, их взаимосвязь и обусловленность, возможность применения доступных алгоритмов решения задач и характер использования результатов.

Математическая процедура поиска наилучшей подходящей прямой для заданного набора точек выполняется путем минимизации суммы квадратов смещений («остатков») точек относительно прямой. Вместо абсолютных значений смещений используется сумма квадратов смещений, поскольку это позволяет рассматривать остатки как непрерывную дифференцируемую величину. Однако, поскольку используются квадраты смещений, удаленные точки могут оказывать непропорциональное влияние на решение, свойство, которое может быть желательным или нежелательным в зависимости от решаемой проблемы.

При оптимизации положения рельсов по сути должны выполняться два условия:

- оси рельса 1 и рельса 2 должны быть параллельны;
- расстояние между осями рельсов должно равняться какой-либо проектной величине  $d$ .

Решение поставленной задачи можно выполнить, используя модели двух видов.

1. Для оптимизации, учитывающей только изменение значений координат по оси  $y$ , используется модель вида

$$y = a \cdot x + b + \varepsilon, \quad (1)$$

где  $a$  и  $b$  являются коэффициентами функции регрессии;

$x, y$  – измеренные значения;

$\varepsilon$  – случайные погрешности измеряемых значений.

До недавнего времени такая модель использовалась наиболее часто и стала традиционной. Обусловлено это тем, что она позволяет легко учитывать неопределенности точек данных вдоль осей, а также обеспечивает гораздо более простую аналитическую форму для расчета параметров.

2. В последнее время в связи с развитием вычислительной техники получает все большее распространение модель, которая вносит корректировки в координаты по обеим осям и минимизирует квадраты остатков  $r$ , которые нормальны к модельной линии, вида

$$a \cdot x + b \cdot y + c - r = 0. \quad (2)$$

Предварительные исследования вопроса показали, что моделирование отдельно первой и второй линии, а также моделирование без использования проектных условий не целесообразно, так как в большинстве случаев приводит к недопустимым значениям в параллельности и расстоянии между линиями. Таким образом, будем использовать модель (2), которая для двух параллельных линий 1 и 2 и при заданном по нормали проектном расстоянии  $d$  между ними будет иметь вид

$$\begin{aligned} a \cdot x_{(1)} + b \cdot y_{(1)} + c_1 &= r_1; \\ a \cdot x_{(2)} + b \cdot y_{(2)} + c_2 &= r_2 \end{aligned} \quad (3)$$

при условиях

$$\begin{aligned} r^T \cdot r &\rightarrow \min; \\ a^2 + b^2 &= 1; \\ c_2 - c_1 &= d. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $(x_{(1)}, y_{(1)})$ ,  $(x_{(2)}, y_{(2)})$  – вектора координат 1 и 2 линии, вектор-столбец  $r = [r_1 \quad r_2]^T$  – вектор остатков по нормали от текущей точки до модельной линии. Остатки  $r$  будут оптимальны по первому условию (4), нормальные – при соблюдении второго условия (4), равенство коэффициентов  $a$  и  $b$  при координатах позволит получить две параллельные линии, а третье условие (4) гарантирует, что расстояние между ними будет равно проектному значению  $d$ .

Систему (3) целесообразнее представить в следующем виде:

$$\begin{bmatrix} x_{(1)} & y_{(1)} & e_n & z_n \\ x_{(2)} & y_{(2)} & z_n & e_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} \rightarrow A \cdot x = r, \quad (5)$$

где  $e_n$  – вектор-столбец из единиц размерности  $n$ ;

$z_n$  – вектор-столбец из нулей размерности  $n$ .

Задача (5) в общем виде решается на основе условной минимизации Лагранжа. Для записи целевой минимизируемой функции Лагранжа  $\Phi_L$  в матричном виде введем матрицу  $E_2$  и  $f$

$$E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad f = [0 \quad 0 \quad -1 \quad 1].$$

Тогда минимизируемую функцию можно записать как

$$\Phi_L = x^T \cdot R \cdot x - \lambda_1 \cdot (x^T \cdot E_2 \cdot x - 1) - 2 \cdot \lambda_2 \cdot (f \cdot x - 16,5). \quad (6)$$

Здесь  $r^T \cdot r = (x^T \cdot A^T) \cdot (A \cdot x) = x^T \cdot R \cdot x$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  – неопределенные множители Лагранжа, проектное значение  $d$  было принято равным 16,5 м. Минимум функции в точке  $x$  можно найти или любым численным методом, или выполнив аналитически обычную процедуру поиска условного минимума, получив нелинейную систему уравнений вида

$$\begin{bmatrix} R & -E_2 \cdot x & -f \\ x^T \cdot E_2 & 0 & 0 \\ f & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_4 \\ 1 \\ 16,5 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Система (7) решается любым численным итерационным методом.

Для апробации предлагаемого алгоритма выполним расчет коэффициентов уравнения прямых по координатам точек, которые приведены в таблице 2.

Таблица 2. – Координаты центров рельсов подкрановых путей

Левый рельс				Правый рельс			
№	x, м	y, м	r, мм	№	x, м	y, м	r, мм
1	0,000	0,000	4,2	51	-10,602	12,635	-10,4
2	3,622	3,028	14,1	52	-6,993	15,678	-0,4
3	8,193	6,872	9,1	53	-2,422	19,523	5,3
4	12,793	10,732	10,6	54	2,179	23,381	1,7
5	17,384	14,600	0,1	55	6,769	27,251	14,3
6	21,991	18,468	-0,1	56	11,381	31,112	5,6
7	26,577	22,319	-0,7	57	15,965	34,967	10,9
8	31,182	26,180	3,1	58	20,571	38,826	4,9
9	35,758	30,018	6,0	59	25,143	42,668	7,6
10	40,364	33,886	5,2	60	29,749	46,536	8,5
11	44,975	37,775	-8,5	61	34,362	50,422	18,6
12	49,576	41,628	-1,0	62	38,963	54,276	11,9
13	54,121	45,452	-7,4	63	43,517	58,089	4,0
14	58,741	49,319	1,6	64	48,129	61,966	7,9
15	63,342	53,169	11,3	65	52,731	65,814	-4,1
16	66,759	56,018	26,4	66	56,144	68,668	-12,7

Для данных, приведенных в таблице 2, решение задачи будет следующее:

$$\begin{aligned} a &= -0,642986099978838; \\ b &= 0,765877846156946; \\ c_1 &= -0,00424 \text{ м}; \\ c_2 &= -16,50424 \text{ м}; \\ \lambda_1 &= -1,2223; \\ \lambda_2 &= -0,1477. \end{aligned}$$

Первое (нелинейное) условие оказывает большее влияние, чем второе (линейное) практически на порядок.

Значения целевой функции  $r^T \cdot r = 0,002835$ , а остатки  $r_i$  в мм для выполнения рихтовки. Знаки уклонений от прямой  $r_i$  приняты таким образом, что смещение внутрь пролета имеет знак «-», а наружу – знак «+».

Реализация алгоритма не совсем проста, но возможны упрощения. Во-первых, можно отдельно, используя, например, регрессию Деминга для модели (2), получить угол наклона линии при учете сдвига по обеим осям координат. Во-вторых, если собрать координаты двух линий в один массив, то получим линию, проходящую через центр тяжести из координат для двух линий. В-третьих, зная проектное расстояние  $d$ , развести линии относительно центра тяжести на величину  $d/2$ , получив таким образом две линии с выполненными условиями параллельности и расстояния.

Регрессия Деминга находит прямую наилучшего сглаживания для двумерного набора данных и отличается от простой линейной регрессии тем, что она принимает во внимание ошибки в наблюдении как по оси  $x$ , так и по оси  $y$ . Регрессия является более общим случаем метода полных наименьших квадратов, которая имеет более сложную структуру модели ошибок [6].

Для набора точек, как показано на рисунке 3, линия регрессии проходит через центр тяжести скопления точек – точку со средними значениями  $u$  и  $x$  (средние из всех точек – для двух линий).

Для регрессии Деминга используется ранее представленная модель (1). Ее коэффициенты можно получить на основе корреляционной матрицы  $K$ , составленной для совместных векторов  $[x \ y]$ , или, не учитывая степени свободы  $t$ , по матрице девиат  $S$  вида

$$S = \begin{bmatrix} s_x^2 & s_{xy} \\ s_{xy} & s_y^2 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} s_x^2 &= \sum (x_i - \bar{x})^2; \\ s_y^2 &= \sum (y_i - \bar{y})^2; \\ s_{x,y} &= \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}). \end{aligned} \quad (9)$$

Коэффициент  $a$  определяют по формуле:

$$a = \frac{s_y^2 - s_x^2 + \sqrt{(s_x^2 - s_y^2)^2 + 4s_{x,y}^2}}{2s_{x,y}}. \quad (10)$$

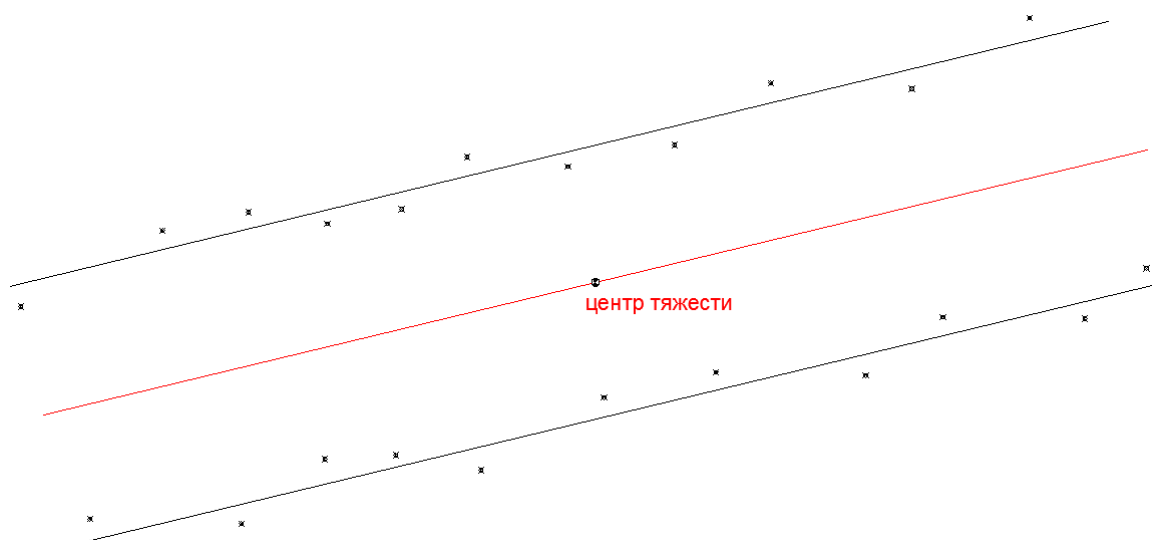


Рисунок 3. – Линия, проходящая через центр тяжести из координат для двух подкрановых рельс

Коэффициент  $b$  (для красной линии на рисунке 3) по стандартной формуле будет равен

$$b = \bar{y} - a \cdot \bar{x}. \quad (11)$$

Коэффициенты получены для совместной линии, проходящей через центр тяжести (см. рисунок 3, красная линия). Для учета условия на проектное расстояние  $d$  находим

$$|\beta_{01} - \beta_{02}| = d\sqrt{\beta_1^2 + 1} \tag{12}$$

и вычисляем коэффициенты сдвига для линии 1 и 2 как

$$\beta_0 \pm \frac{1}{2}|\beta_{01} - \beta_{02}|. \tag{13}$$

Для апробации предлагаемого алгоритма был выполнен расчет коэффициентов уравнения прямых по координатам точек, которые приведены в таблице 2. В результате вычислений по формулам (10)–(13) было получено:

$$\begin{aligned} a &= 0,839541299924135; \\ b_0 &= 10,7774847579735; \\ b_1 &= 0,00553209095127; \\ b_2 &= 21,5494374249957. \end{aligned}$$

Значение  $d$  было принято 16,5 м. По уравнениям прямых и координатам точек, приведенным в таблице 2, были вычислены отклонения точек от прямой по формуле:

$$r_i = \frac{(y_i - a \cdot x_i - b_0)}{\sqrt{a^2 + 1}}. \tag{14}$$

Полученные значения с точностью до 0,1 мм совпали с предыдущим вариантом решения ( $r_i$ ) в таблице 2. По многолетнему опыту в основном визуализируется фактическое положение подкранового пути в обоих направлениях. Чертеж заполняется числовыми значениями отклонений, а также значениями ширины колеи [7; 8]. Пример возможной визуализации результатов приведен на рисунке 4. Здесь отклонения рельсов от прямой показаны для случая, когда прямые проходят через начальную и конечную точки.

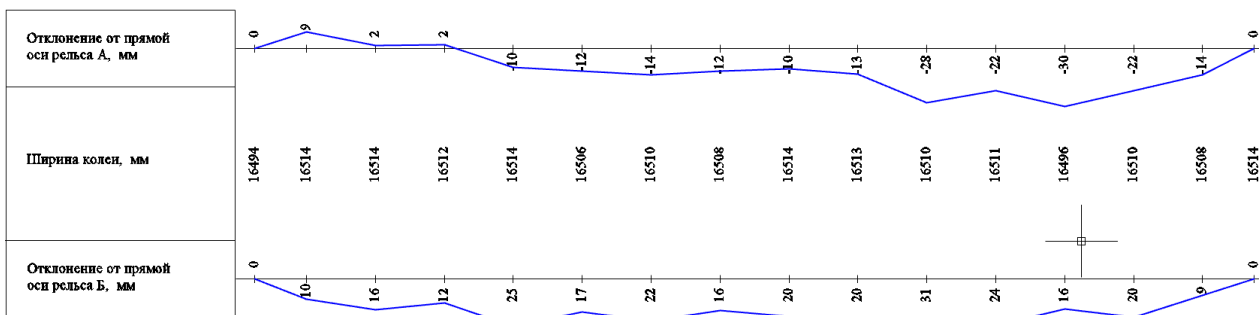


Рисунок 4. – Пример визуализации результатов фактического положения подкрановых путей

Для рассмотренного варианта оптимизации данных графическое представление приведено на рисунке 5.

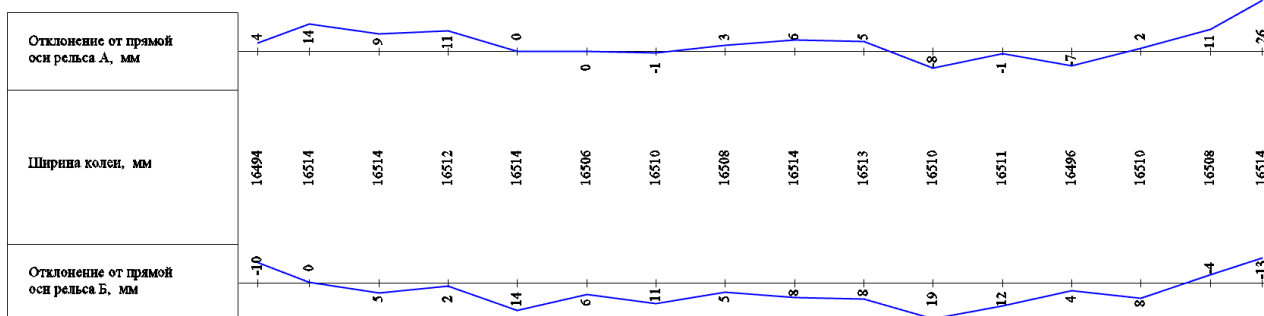


Рисунок 5. – Графическое представление данных для рихтовки подкрановых путей по варианту с использованием регрессии Деминга

Для сравнения результатов, полученных по строгому алгоритму на основе (6), (7) по модели (2), пересчитаем коэффициенты  $a$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  для модели (1) в коэффициенты  $a$ ,  $b$ ,  $c_1$ ,  $c_2$  из модели (2). Для этого просто нормируем коэффициенты модели (1) знаменателем из формулы (14). Полученные результаты приведены в таблице 3.

Таблица 3. – Пересчитанные коэффициенты для модели (2)

$a' =$	-0,642986090
$b' =$	0,765877855
$c_1' =$	-0,00424
$c_2' =$	-16,50424

Расхождения с точным методом для модели (2): коэффициент  $a$  в 9 знаке,  $b$  в 8 знаке, что соответствует примерно тысячным долям угловой секунды; коэффициенты сдвига одинаковы до десятых долей миллиметра.

**Заключение.** Анализ нормативной и технической литературы, рассмотренные алгоритмы получения оптимальных прямых и полученные численные результаты при камеральной обработке плановой съемки подкрановых путей позволяют сделать следующие выводы:

- результаты обработки плановой съемки подкрановых путей являются исходными данными для составления проекта рихтовочных работ;
- достоверность результатов плановой съемки подкрановых путей зависит не только от точности измерений, но и от корректности интерпретации результатов измерений и их графического представления;
- предлагаемый авторами метод расчета коэффициентов уравнений прямых на основе регрессии Деминга и параллельного сдвига прямых дает результаты, сопоставимые со строгим методом, основанным на стандартных процедурах оптимизации, но является намного более простым с вычислительной точки зрения;
- вычисленные параметры оптимальных прямых позволяют получить представление о реальной форме рельсовых путей в целом, что упрощает составление проекта рихтовки рельсовых путей.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Черников В.Ф. Контроль подкрановых путей геодезическими методами // Тр. НИИГАиК. – 1969. – Т. 19. – С. 153–160.
2. Ганьшин В.Н., Репалов М. Геодезические работы при строительстве и эксплуатации подкрановых путей. – М.: Недра, 1980. – 117 с.
3. Koráčík A., Erdélyi J. & Kyřinovič P. *Engineering Surveys for Industry*. – Cham: Springer Nature Switzerland AG, 2020. DOI: 10.1007/978-3-030-48309-8.
4. Баран П.И. Геодезические работы при монтаже и эксплуатации оборудования. – М.: Недра, 1990. – 233 с.
5. Дегтярев А.М., Ялтыхов В.В. Использование методов оптимизации для решения инженерно-геодезических задач // Вестн. СГУГиТ. – 2015. – № 1(29). – С. 24–33.
6. Deming W.E. *Statistical Adjustment of Data*. – New York: John Wiley and Sons Inc., 1943. – (Dover Publications Edition, 1985).
7. Шеховцов Г.А. Современные методы геодезического контроля ходовой части и путей мостовых кранов. – 2-е изд., перераб. и доп. – Н. Новгород: ННГАСУ, 2018. – 185 с.
8. Михайлов В.И., Скребков Г.В. О методике геодезического контроля подкрановых путей электронным тахеометром // Вестн. Белорус. нац. техн. ун-та. – 2011. – № 3. – С. 27–29.

#### REFERENCES

1. Chernikov, V.F. (1966). Kontrol' podkranovykh putei geodezicheskimi metodami. *Tr. NIIGAiK*, (19), (153–160). (In Russ.).
2. Gan'shin, V.N. & Repalov, I.M. (1980). *Geodezicheskie raboty pri stroitel'stve i ekspluatatsii podkranovykh putei*. Moscow: Nedra. (In Russ.).
3. Koráčík, A., Erdélyi, J. & Kyřinovič, P. (2020). *Engineering Surveys for Industry*. Cham: Springer Nature Switzerland AG. DOI: 10.1007/978-3-030-48309-8.
4. Baran, P.I. (1990). *Geodezicheskie raboty pri montazhe i ekspluatatsii oborudovaniya*. Moscow: Nedra. (In Russ.).
5. Degtyarev, A.M. & Yaltykhov, V.V. (2015). Ispol'zovanie metodov optimizatsii dlya resheniya inzhenerno-geodezicheskikh zadach [Optimization Methods for Engineering Geodesy Problems Solution]. *Vestn. SGUGiT [Vestnik SSUGT]*, 1(29), 24–33. (In Russ., abstr. in Engl.).
6. Deming, W.E. (1943). *Statistical Adjustment of Data*. New York: John Wiley and Sons Inc. (Dover Publications Edition, 1985).
7. Shekhovtsov, G.A. (2018). *Sovremennyye metody geodezicheskogo kontrolya khodovoi chasti i putei mostovykh kranov, 2-e izd., pererab. i dop.* Nizhny Novgorod: NNGASU. (In Russ.).
8. Mikhailov, V.I. & Skrebkov, G.V. (2011). O metodike geodezicheskogo kontrolya podkranovykh putei elektronnyim takheometrom. *Vestn. Belarus. nats. tekhn. un-ta*, (3), 27–29. (In Russ.).

Поступила 16.04.2024



**IMPROVEMENT OF THE ALGORITHM FOR OPTIMIZING THE PLANNED POSITION  
OF CRANE TRACKS BY PAR-ALLEL STRAIGHT LINES**

**K. MARKOVICH, V. YALTYKHOV, A. DEGTJAREV**  
*(Euphrosyne Polotskaya State University of Polotsk)*

*The article presents research on determining the spatial position of crane tracks of overhead cranes using the latest geodetic electronic devices instead of traditional devices recommended by regulatory documents. The geometric requirements for cranes and crane tracks, wear factors of crane rails, the purpose of tolerances and their values, geodetic work during the operation of crane tracks are considered. Methods for obtaining optimal parameters of geometric systems for crane tracks of bridge cranes by minimizing the sum of squared displacements of rail axes relative to two parallel straight lines with an additional condition are considered.*

**Keywords:** *overhead crane, crane tracks, rails, track gauge, optimal parallel lines, least squares method.*