

## ГЕОДЕЗИЯ

УДК 528.482.3:519.6

DOI 10.52928/2070-1683-2024-38-3-61-67

## АНАЛИЗ ДЕФОРМАЦИЙ ИНЖЕНЕРНЫХ СООРУЖЕНИЙ МЕТОДОМ ЛИНЕЙНОЙ РЕГРЕССИИ

**В.Н. КАШУРА, канд. техн. наук, доц. И.Е. РАК**  
(Белорусский национальный технический университет, Минск)  
inggeod@bntu.by

В статье рассмотрены математические методы для анализа смещений деформационных марок, установленных в действующем тоннеле метрополитена, находящемся в зоне строительства пересадочной станции, в целях прогнозирования изменений значений абсолютной осадки и сдвига деформационных марок. Выполнен расчет значений вертикальных смещений деформационных марок (абсолютная осадка) и общих изменений положения марок в плане (сдвиг) с начала деформационных наблюдений. С помощью линейного регрессионного анализа на коротком промежутке времени найдены положительные линейные зависимости между значениями абсолютной осадки, сдвигом деформационных марок и пройденным временем. Рассмотрена возможность применения искусственного интеллекта для решения этой задачи.

**Ключевые слова:** деформации инженерных сооружений, прогнозирование деформаций, анализ деформации, линейная регрессия, искусственный интеллект.

**Введение.** Во всем разнообразии деформационных измерений исследование осадок сооружений занимает наиболее значительное место: во-первых, осадка сооружения является причиной многих видов деформаций, особенно неравномерных, во-вторых, по величинам осадок можно вычислить некоторые другие виды деформаций, например, прогиб, крен.

Осадку каждой отдельной точки сооружения может быть определена как разность отметок этой точки, полученных в двух различных (по времени) циклах наблюдений и в одной системе счета высот<sup>1</sup>. Вертикальные смещения сооружений зависят, прежде всего, от физико-механических свойств грунтов, различных техногенных факторов, а также таких случайных факторов, как влажность, уровень грунтовых вод, температура грунта и другие. Сопутствуя измерениям и действуя совместно, эти факторы нарушают закономерность развития смещений во времени. Поэтому так важен качественный прогноз, который бы позволил глубже понять механизмы и причины, вызвавшие деформации, что в конечном счете способствовало бы улучшению проектных решений, технологий строительства и эксплуатации объекта. Надежность прогноза зависит прежде всего от качества полевых измерений [1].

Разработка и внедрение математической модели и установление зависимости между случайными факторами и деформацией методами математической статистики является одним из важных направлений исследования деформаций [2]. Сегодня методы цифровой обработки результатов наблюдений являются более надежными и универсальными в сравнении с аналоговыми методами [3], а использование искусственного интеллекта (ИИ) в прогнозировании деформаций предоставляет мощный инструмент для повышения точности и эффективности прогнозов, так как ИИ способен анализировать большие объемы информации, выявлять скрытые закономерности и делать точные предсказания.

Вопросы статистической обработки результатов наблюдений за деформациями и прогнозирование рассмотрены достаточно широко в специальной литературе [4–9]. Авторы статьи ставили перед собой цель рассмотреть в ней те вопросы, которые не освещались ранее или требуют современных подходов.

**Основная часть.** Особое значение при анализе результатов наблюдений за деформациями инженерных сооружений имеет выявление количественной зависимости между деформациями и возможными причинами их возникновения, выражение этой зависимости в виде математических уравнений и использование их для прогноза деформаций во времени. Для решения этих задач используется корреляционный анализ, в котором вычисляются количественные характеристики степени корреляционной связи.

Метод основан на вычислении коэффициентов парной корреляции или корреляционного соотношения между каждыми парами параметров по результатам экстремальных опытов. При наличии высокой корреляционной связи один из них выражается через другой корреляционным уравнением. Таким образом, происходит исключение параметра из пары при получении информации о нем по корреляционному уравнению.

Коэффициент парной корреляции:

$$r_{1,2} = \frac{\sum_1^n \Delta y_1 \Delta y_2}{\sqrt{\sum_1^n \Delta y_1^2 \cdot \sum_1^n \Delta y_2^2}}, \quad (1)$$

где  $\Delta y_1$  и  $\Delta y_2$  – разность между текущим и средним значениями параметров;  
 $n$  – количество измерений.

<sup>1</sup> СН 1.02.01-2019. Инженерные изыскания для строительства. – Минск: РУП «СТРОЙТЕХНОРМ», 2020. – 120 с.

Рассчитанное значение коэффициента парной корреляции сравнивают с табличным (критическим) значением  $r_{кр}$ , исходя из заданного уровня доверия  $\alpha = 0,05$  и степени свободы  $f = n - 2$ .

В данной работе искалась только положительная корреляция. Если опытное значение  $r_{1,2} \geq r_{кр}$ , то положительная линейная корреляция существует.

Линейная зависимость между величинами  $y_1$  и  $y_2$  выражается в следующем виде:

$$y_2 = a_0 + b_1 y_1. \quad (2)$$

В случае положительной линейной корреляции параметры уравнения (2) рассчитывались по формулам:

$$b_1 = \frac{\sum_1^n \Delta y_1 \Delta y_2}{\sum_1^n (y_1 - \bar{y}_1)^2}; \quad (3)$$

$$a_0 = \bar{y}_2 - b_1 \bar{y}_1, \quad (4)$$

где  $\bar{y}_1$  и  $\bar{y}_2$  – средние значения соответствующих величин.

Для выполненного анализа использовались данные геодезического мониторинга участка действующего тоннеля метрополитена, который находится в зоне нового строительства пересадочной станции. На деформационном участке были заложены 41 деформационная марка, расположенные на 7 чугунных тубинговых кольцах тоннеля метрополитена. Наблюдения за плано-высотным перемещением обделки тоннеля метрополитена в зоне влияния нового строительства выполнялись с помощью электронного тахеометра методом «свободной станции», на деформационные марки, с периодичность один раз в месяц, согласно программе наблюдений, с января 2021 года по февраль 2023 года.

Для регрессионного анализа результатов геодезического мониторинга использовались данные ведомости изменения плано-высотного положения деформационных марок.

Фрагмент ведомости представлен на рисунке 1.

| GR5              |   |          |         |            |        |        |       |            |        |        |    |    |    |
|------------------|---|----------|---------|------------|--------|--------|-------|------------|--------|--------|----|----|----|
| =(G05-\$D5)*1000 |   |          |         |            |        |        |       |            |        |        |    |    |    |
|                  | A | B        | C       | D          | E      | F      | GN    | GO         | GP     | GQ     | GR | GS | GT |
| 3                |   |          |         | 27.01.2021 |        |        | №     | 28.02.2023 |        |        |    |    |    |
| 4                |   | № кольца | № точки | X          | Y      | H      | точки | X          | Y      | H      | X  | Y  | H  |
| 5                |   | 1        | 1-1     | 3,09       | -2,259 | -0,295 | 1-1   | 3,087      | -2,257 | -0,295 | -3 | 2  | 0  |
| 6                |   |          | 1-2     | 3,11       | -2,199 | 1,484  | 1-2   | 3,109      | -2,198 | 1,484  | -1 | 1  | 0  |
| 7                |   |          | 1-3     | 3,031      | -1,286 | 2,585  | 1-3   | 3,032      | -1,287 | 2,586  | 1  | -1 | 1  |
| 8                |   |          | 1-4     | 2,977      | 1,491  | 2,621  | 1-4   | 2,981      | 1,492  | 2,622  | 4  | 1  | 1  |
| 9                |   |          | 1-5     | 2,912      | 2,675  | 1,347  | 1-5   | 2,914      | 2,677  | 1,348  | 2  | 2  | 1  |
| 10               |   |          | 1-6     | 2,957      | 2,555  | -0,38  | 1-6   | 2,959      | 2,557  | -0,379 | 2  | 2  | 1  |
| 11               |   | 2        | 2-1     | 1,673      | -2,281 | -0,282 | 2-1   | 1,672      | -2,281 | -0,281 | -1 | 0  | 1  |
| 12               |   |          | 2-2     | 1,696      | -2,249 | 1,535  | 2-2   | 1,696      | -2,248 | 1,536  | 0  | 1  | 1  |
| 13               |   |          | 2-3     | 1,679      | -1,248 | 2,654  | 2-3   | 1,679      | -1,249 | 2,654  | 0  | -1 | 0  |
| 14               |   |          | 2-4     | 1,63       | 0,377  | 2,936  | 2-4   | 1,631      | 0,377  | 2,937  | 1  | 0  | 1  |
| 15               |   |          | 2-5     | 1,586      | 1,704  | 2,521  | 2-5   | 1,586      | 1,707  | 2,522  | 0  | 3  | 1  |
| 16               |   |          | 2-6     | 1,859      | 2,706  | 1,264  | 2-6   | 1,86       | 2,708  | 1,265  | 1  | 2  | 1  |
| 17               |   |          | 2-7     | 2,217      | 2,533  | -0,423 | 2-7   | 2,219      | 2,535  | -0,424 | 2  | 2  | -1 |

Рисунок 1. – Ведомость изменения плано-высотного положения деформационных марок по циклам наблюдений

По имеющимся материалам наблюдений по каждой из деформационных марок вычислялись показатели вертикальных и горизонтальных деформаций: абсолютная осадка и сдвиг<sup>2</sup>.

Абсолютная осадка вычисляется как разность высотных отметок в начальной ( $H_0$ ) и последующих ( $H_j$ ) сериях наблюдений:

$$S_{(0)j} = H_j - H_0, \quad (5)$$

где  $H_j$  – высотная отметка деформационной марки в текущем цикле наблюдений;

$H_0$  – высотная отметка деформационной марки в начальном цикле наблюдений.

Общее изменение положения марки в плане (сдвиг) с начала наблюдений  $D_{(0)j}$  вычисляется по следующей формуле:

$$D_{(0)j} = \sqrt{dx_{(0)j}^2 + dy_{(0)j}^2}, \quad (6)$$

<sup>2</sup> СН 3.03.05-2020. Метрополитены. Строительные нормы Республики Беларусь. – Минск: М-во архитектуры и стр-ва Респ. Беларусь, 2021. – 84 с.

где  $dx_{(0)j}$  и  $dy_{(0)j}$  – смещения в плане каждой марки с момента начала наблюдений рассчитывается по формулам:

$$dx_{(0)j} = X_j - X_0; \quad (7)$$

$$dy_{(0)j} = Y_j - Y_0, \quad (8)$$

где  $X_0, Y_0$  – координаты марки в нулевом цикле;

$X_j, Y_j$  – координаты марки в текущем цикле.

Все деформационные характеристики вычислялись с использованием уравненных координат и высот контрольных точек.

Исследования проводились в 3 этапа.

**На первом этапе** для исследования был взят начальный 10-месячный период наблюдений с 07.04.21 года по 05.01.22 года (10 циклов) и проведен анализ зависимостей между сдвигом и пройденным временем для всех деформационных марок. Искался только тип зависимости, указывающий на устойчивый рост величины сдвига с течением времени, а именно – положительная линейная зависимость.

Для выполнения расчетов по формулам (1), (3), (4) была создана таблица в Microsoft Excel.

На рисунке 2 представлена таблица анализа связи между сдвигом марки 1-5 и временем за 10 циклов деформационных измерений.

|     | B  | C      | D                     | E            | F            | G              | H              | I                       | J  | K | L        | M | N |
|-----|--|--------|-----------------------|--------------|--------------|----------------|----------------|-------------------------|--|---|----------|---|---|
| 117 | y1 - число пройденных дней, y2 - сдвиг марки 1-5 |        |                       |              |              |                |                |                         | коэффициент парной корреляции  |   | 0,664387 |   |   |
| 118 |  | y1     | $b_2 = a_0 + b_1 y_1$ | $\Delta y_1$ | $\Delta y_2$ | $\Delta y_1^2$ | $\Delta y_2^2$ | $\Delta y_1 \Delta y_2$ | табл значение (n=10 p=0,95)  |   | 0,632    |   |   |
| 119 | 1  | 70     | 1,0000                | -143,40      | -0,951       | 20563,56       | 0,905          | 136,40                  | есть линейная зависимость?   |   | ИСТИНА   |   |   |
| 120 | 2  | 97     | 1,0000                | -116,40      | -0,951       | 13548,96       | 0,905          | 110,72                  | <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">           уравнение <math>y_2 = a_0 + b_1 y_1</math><br/>           b1 = 0,0072<br/>           a0 = 0,42<br/> <math>y_2 = 0,42 + 0,0072 y_1</math> </div> |   |          |   |   |
| 121 | 3  | 130    | 1,4142                | -83,40       | -0,537       | 6955,56        | 0,288          | 44,78                   |  |   |          |   |   |
| 122 | 4  | 186    | 1,0000                | -27,40       | -0,951       | 750,76         | 0,905          | 26,06                   |  |   |          |   |   |
| 123 | 5  | 211    | 2,2361                | -2,40        | 0,285        | 5,76           | 0,081          | -0,68                   |  |   |          |   |   |
| 124 | 6  | 234    | 1,4142                | 20,60        | -0,537       | 424,36         | 0,288          | -11,06                  |  |   |          |   |   |
| 125 | 7  | 270    | 3,6056                | 56,60        | 1,654        | 3203,56        | 2,737          | 93,64                   |  |   |          |   |   |
| 126 | 8  | 283    | 3,6056                | 69,60        | 1,654        | 4844,16        | 2,737          | 115,15                  |  |   |          |   |   |
| 127 | 9  | 310    | 2,2361                | 96,60        | 0,285        | 9331,56        | 0,081          | 27,52                   |  |   |          |   |   |
| 128 | 10   | 343    | 2,0000                | 129,60       | 0,049        | 16796,16       | 0,002          | 6,33                    |  |   |          |   |   |
| 129 | средние  | 213,40 | 1,9512                |              | $\Sigma$     | 76424,40       | 8,93           | 548,85                  |  |   |          |   |   |

Рисунок 2. – Анализ связи между сдвигом деформационной марки 1-5 и пройденным временем за 10 циклов измерений

Табличное критическое значение для уровня доверия  $\alpha=0,05$  и 10 циклов наблюдений равно 0,632. В данном случае, для марки 1-5, рассчитанное значение коэффициента корреляции больше критического, значит присутствует положительная линейная зависимость между сдвигом деформационной марки 1-5 и временем.

Для марки 1-5 были рассчитаны коэффициенты уравнения линейной зависимости по формулам (3), (4). Уравнение линейной зависимости для марки 1-5 приняло следующий вид:

$$y_2 = 0,42 + 0,0072 y_1, \quad (9)$$

где  $y_1$  – число пройденных дней;

$y_2$  – сдвиг деформационной марки 1-5.

Доступность данных позволила провести анализ 41 деформационной марки. Из них зависимость была выявлена в 7 случаях, а именно для марок 1-5, 2-5, 3-6, 4-2, 4-4, 6-5, 7-6.

На **втором этапе** проведен такой же анализ для значений абсолютной осадки с использованием измерений того же периода. Из рассмотренной 41 деформационной марки положительная линейная зависимость от времени не была выявлена ни для одной.

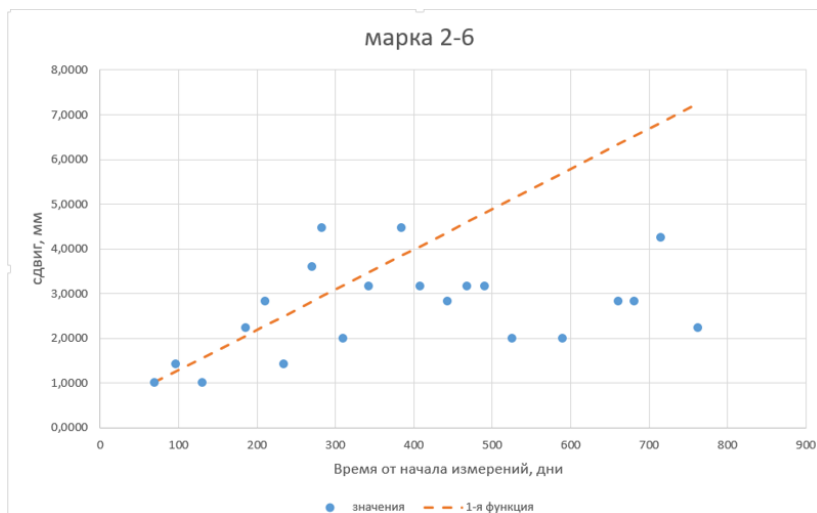
На **третьем этапе** был выполнен более глубокий анализ зависимости между сдвигом и пройденным временем. Были выбраны 7 деформационных марок, а именно марки 1-5, 2-5, 3-6, 4-2, 4-4, 6-5, 7-6, в которых была обнаружена линейная зависимость на первом этапе, а также деформационная марка 7-7. Для деформационной марки 7-7 зависимость на первом этапе не была обнаружена, однако она была выбрана для анализа из-за того, что имела максимальные значения смещения в плане среди всех деформационных марок в двух последних измерениях.

На этом этапе были использованы данные со всех доступных 21 цикла измерений от апреля 2021 г. до февраля 2023 г. В итоге для каждой деформационной марки имелось 21 значение (для марки 7-7 имелось 20 значений из-за одного не проведенного измерения).

На данном этапе также искалась положительная линейная зависимость между сдвигом и пройденным временем. Анализ производился аналогично предыдущим шагам с соответствующе выбранным табличным критическим значением.

В итоге из восьми анализируемых деформационных марок положительная линейная зависимость между сдвигом и пройденным временем была подтверждена в 4 случаях, а именно для марок 1-5, 6-5, 7-6 и деформационной марки 7-7, для которой изначально линейная зависимость не была найдена.

Для каждой из восьми анализируемых на третьем этапе деформационных марок были построены графики, показывающие зависимости между сдвигом и пройденным временем. На рисунке 3 представлен график, показывающий зависимость между сдвигом деформационной марки 2-6 и временем.



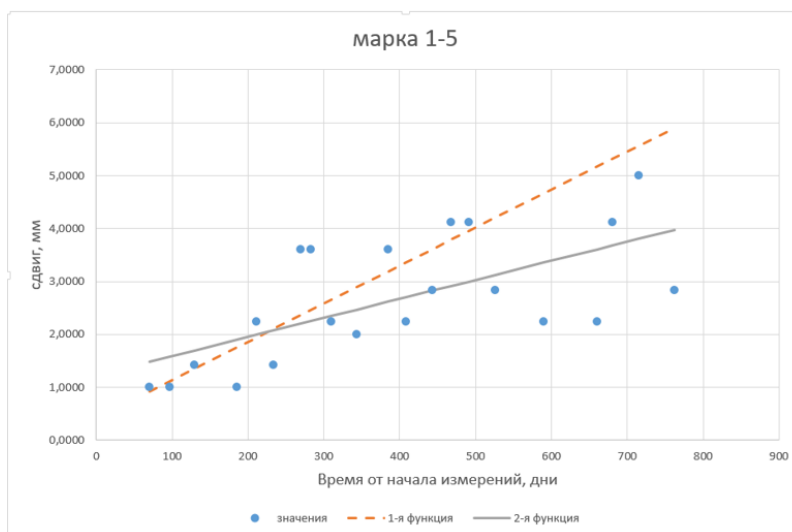
**Рисунок 3. – График зависимости между сдвигом деформационной марки 2-6 и пройденным временем**

На графике точки обозначают сдвиг марки 2-6, штриховая линия обозначает уравнение зависимости, полученное на первом этапе в результате анализа 10 циклов измерений. Значения этой зависимости достаточно точно совпадают со значениями в первой половине измерений и не совпадают со значениями во второй половине измерений, а именно, значения сдвига деформационных марок во второй половине измерений очевидно ниже, чем величины, соответствующие зависимости из первого этапа. Эта зависимость предсказывает рост величины сдвига деформационной марки, в то время как реальные его значения остаются примерно такими же.

Значит, для деформационных марок 2-6, 3-6, 4-2, 4-4 не существует положительной связи сдвига со временем, а получение связей на первом этапе анализа было случайным.

Из этого можно сделать вывод о том, что десяти циклов деформационных измерений может быть недостаточно для того, чтобы точно определить наличие положительной линейной связи между сдвигом деформационной марки и пройденным временем. Таким образом, можно сказать, что зависимость, полученная на основании небольшого числа циклов деформационных измерений, склонна предсказывать более высокие значения сдвига по сравнению с реальными значениями, получаемыми в результате дальнейших измерений, а иногда и вообще выявлять зависимость там, где она не присутствует.

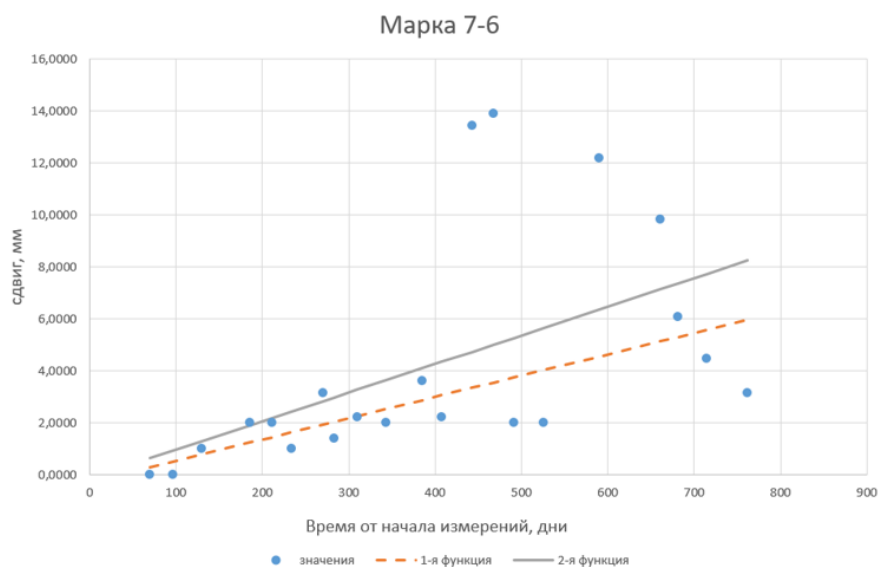
Графики для деформационных марок 1-5 (рисунок 4), 6-5 имеют похожий вид.



**Рисунок 4. – График зависимости между сдвигом деформационной марки 1-5 и пройденным временем**

Для этих деформационных марок 1-5 и 6-5 зависимость была найдена на обоих этапах анализа. Однако очевидно, что значения сдвига деформационных марок после 10 цикла измерений значительно ниже, чем величины, соответствующие зависимости из первого этапа.

С другой стороны, по графику для деформационной марки 7-6 (рисунок 5) было определено, что в этом случае полученные зависимости почти совпадают, и предсказания первой зависимости о сдвигах деформационных марок во второй половине цикла измерений оказываются даже немного заниженными.

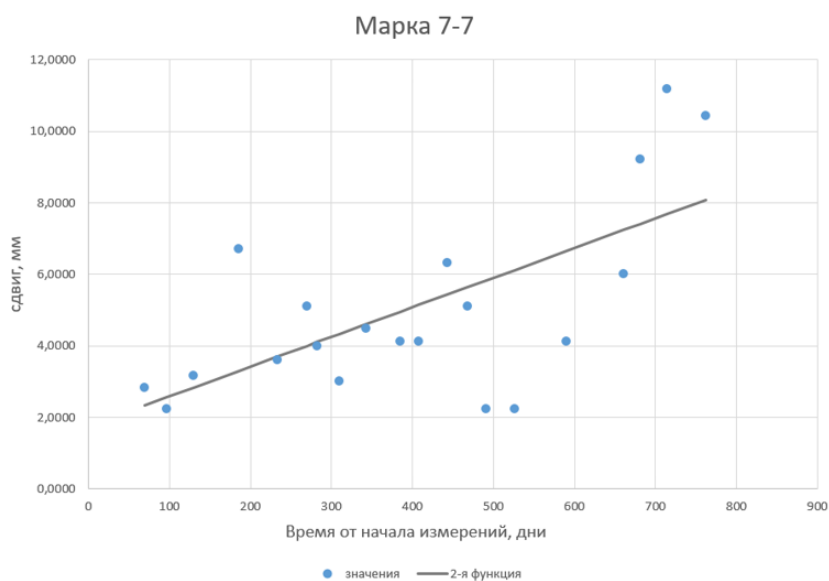


**Рисунок 5. – График зависимости между сдвигом деформационной марки 7-6 и пройденным временем**

Для деформационной марки 7-6, несмотря на большую вариацию значений сдвига, можно говорить об устойчивом тренде на его рост с течением времени.

Таким образом, можно сказать, что зависимость, полученная на основании небольшого числа циклов деформационных измерений, склонна предсказывать более высокие значения сдвига по сравнению с реальными значениями, получаемыми в результате дальнейших измерений, а иногда и вообще выявлять зависимость там, где она не присутствует. Однако иногда предсказания могут оказаться довольно точными.

Для деформационной марки 7-7 на первом этапе зависимость не была найдена, однако после анализа 20 циклов измерений был найден устойчивый тренд роста показателя сдвига с пройденным временем, а также значения, даже превышающие тренд, на последних нескольких измерениях (рисунок 6).



**Рисунок 6. – График зависимости между сдвигом деформационной марки 7-7 и пройденным временем**

Таким образом, отсутствие зависимости на непродолжительном цикле деформационных измерений не исключает возможность ее наличия на более продолжительном цикле измерений, и при получении неожиданно больших абсолютных значений сдвига с начала наблюдений деформационных марок необходимо проверять наличие зависимости сдвига от пройденного времени, даже если ранее она не была найдена.

Используя похожий принцип разбиения данных [10], для анализа собранных данных можно применить и более сложные статистические методы прогноза временных рядов, а также методы искусственного интеллекта. Для этого данные необходимо разбить по времени на три части и использовать полученные части следующим образом: первую часть – для обучения статистических моделей и (или) моделей искусственного интеллекта с всевозможными параметрами, вторую часть – для проверки прогноза моделей и выбора тех моделей, которые лучше всего предсказывают будущие значения, третью часть – для дополнительной проверки выбранных наилучших моделей. При этом, каждая часть данных должна представлять значимый набор измерений. В связи с этим, для такого анализа общее число измерений должно составлять не меньше пятидесяти.

**Заключение.** На основании вышесказанного можно сделать следующие выводы.

1. Была найдена четкая положительная линейная зависимость между сдвигом с начала наблюдений и пройденным временем для четырех деформационных марок. Соответственно, для этих деформационных марок можно построить оценки, которые укажут, через какое время можно ожидать, что значения показателя сдвига превысят недопустимый уровень, и планировать возможность дальнейшего проведения строительных работ и принятия мер по уменьшению воздействия объекта строительства, исходя из этой оценки. При проведении будущих измерений на деформационных марках 1-5, 6-5, 7-6 и 7-7 необходимо уделять особое внимание, т.к. можно утверждать, что с высокой вероятностью значение сдвига продолжит увеличиваться.

2. Выявлено, что отсутствие зависимостей и видимых увеличений для абсолютной осадки указывает на стабильность этого параметра для всех деформационных марок.

3. Проведенный анализ показал, что наличие сдвига на одном наборе измерений не гарантирует сохранение зависимости на более широком наборе измерений. Для обнаружения устойчивых зависимостей в подобных случаях необходимо производить много измерений в течение долгого промежутка времени. Также было выявлено, что предварительный анализ зависимостей на более коротком промежутке может быть использован для исключения из измерений деформационных марок, на которых зависимости явно не наблюдаются, однако появление высоких значений параметра может говорить о наличии зависимости, даже если она не была обнаружена раньше.

4. Установлено, что метод парной корреляции может использоваться для анализа деформации инженерных сооружений с целью прогнозирования будущих значений. Для получения точных оценок необходимо производить измерения регулярно на протяжении долгого времени и получать не менее двадцати измерений. Однако меньшее число измерений может быть использовано для предварительной оценки зависимости и обнаружения деформационных марок, на которых существование положительной зависимости от времени более вероятно.

5. Выявленные положительные линейные зависимости свидетельствуют о том, что в некоторых частях тоннеля наблюдается стабильно возрастающая деформация, которая может быть вызвана новым строительством рядом с тоннелем. В этой зоне необходимо проводить дальнейшие измерения для контроля выявленных сдвигов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Геодезические методы исследования деформаций сооружений / Зайцев А.К., Марфенко С.В., Михелев Д.Ш. и др. – М.: Недра, 1991. – 272 с.
2. Гуляев Ю.П. Прогнозирование деформаций сооружений на основе результатов геодезических наблюдений: моногр. – Новосибирск: СГГА, 2008. – 256 с.
3. Павлов А.И. Цифровое моделирование при мониторинге деформаций // Образовательные ресурсы и технологии. – 2016. – № 4(16). – С. 98–106.
4. Измерение вертикальных смещений сооружений и анализ устойчивости реперов / Ганьшин В.Н., Стороженко А.Ф., Ильин А.Г. и др. – М.: Недра, 1981. – 215 с.
5. Гридчин А.Н. Выбор оптимального метода подбора уравнений осадок при их прогнозировании // Методы инженерной геодезии в ирригационном и гидротехническом строительстве. – Ростов-на-Дону, 1973. – С. 11–16.
6. Михелев Д.Ш., Рунов И.В., Голубцов А.И. Геодезические измерения при изучении деформации крупных инженерных сооружений. – М.: Недра, 1977. – 152 с.
7. Нестеренок М.С. О прогнозировании затухающей осадки // Геодезия и аэрофотосъемка. – 1972. – № 4. – С. 77–81.
8. Новак В.Е., Горелов В.А., Ямбаев Х.К. Вероятностно-статистический анализ результатов створных измерений, производимых оптическим методом // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Проектирование. – 1975. – № 11. – С. 39–44.
9. Садакова Н.М. Анализ осадок сооружений средствами математической статистики // Публикации Московского института железнодорожного транспорта. – 1971. – № 378. – С. 40–53.
10. Барлиани А.Г. Математические методы обработки и анализа пространственных данных на ЭВМ. – Новосибирск: СГУГиТ, 2017. – 145 с.

#### REFERENCES

1. Zaitsev, A.K., Marfenko, S.V., Mikhelev, D.Sh., Vasyutinskii, I.Yu., Klyushin, E.B., Ivanov, M.V. & Yambaev Kh.K. (1991). *Geodezicheskie metody issledovaniya deformatsii sooruzhenii*. Moscow: Nedra. (In Russ.).

2. Gulyaev, Yu.P. (2008). *Prognozirovanie deformatsii sooruzhenii na osnove rezul'tatov geodezicheskikh nablyudenii: monogr.* Novosibirsk: SGGA. (In Russ).
3. Pavlov, A.I. (2016). Tsifrovoe modelirovanie pri monitoringe deformatsii [Digital modeling in monitoring deformation]. *Obrazovatel'nye resursy i tekhnologii [Educational Resources and Technologies]*, 4(16), 98–106. (In Russ, abstr. in Engl.). DOI: 10.21777/2312-5500-2016-4-98-106.
4. Gan'shin, V.N., Storozhenko, A.F., Il'in, A.G. & Budenkov, N.A. (1981). *Izmerenie vertikal'nykh smeshchenii sooruzhenii i analiz ustoichivosti reperov.* Moscow: Nedra. (In Russ).
5. Gridchin, A.N. (1973). *Vybor optimal'nogo metoda podbora uravnenii osadok pri ikh prognozirovanii. Metody inzhenernoi geodezii v irrigatsionnom i gidrotekhnicheskom stroitel'stve.* Rostov-na-Donu. (In Russ).
6. Mikhelev, D.Sh., Runov, I.V. & Golubtsov, A.I. (1977). *Geodezicheskie izmereniya pri izuchenii deformatsii krupnykh inzhenernykh sooruzhenii.* Moscow: Nedra. (In Russ).
7. Nesterenok, M.S. (1972). O prognozirovanii zatukhayushchei osadki. *Geodeziya i aerofotos"emka*, (4), 77–81. (In Russ).
8. Novak, V.E, Gorelov, V.A. & Yambaev, Kh.K. (1975). Veroyatnostno-statisticheskii analiz rezul'tatov stvornykh izmerenii, proizvodimykh opticheskim metodom. *Voprosy atomnoi nauki i tekhniki. Ser. Proektirovanie*, (11), 39–44. (In Russ).
9. Sadakova, N.M. (1971). Analiz osadok sooruzhenii sredstvami matematicheskoi statistiki. *Publikatsii Moskovskogo instituta zheleznodorozhnogo transporta*, (378), 40–53. (In Russ).
10. Barliani, A.G. (2017). *Matematicheskie metody obrabotki i analiza prostranstvennykh dannykh na EVM.* Novosibirsk: SGUGiT. (In Russ).

Поступила 21.09.2024

## ANALYSIS OF STRUCTURE DEFORMATIONS VIA LINEAR REGRESSION

V. KASHURA, I. RAK  
(Belarusian National Technical University, Minsk)

*In this article, mathematical methods for analysis of displacement of deformation marks installed at an active subway tunnel were explored with the purpose of forecasting the change of the values of vertical and horizontal displacements of deformation marks. The values of vertical and horizontal displacements of deformation marks from the positions at the start of measurements are calculated. Using linear regression analysis, positive linear correlations between horizontal and vertical displacement values and elapsed time are found on a short time interval. The possibility of using artificial intelligence for solving this problem is discussed.*

**Keywords:** structure deformation, deformation forecasting, deformation analysis, linear regression, artificial intelligence.