

УДК 528.063

### ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ФАКТИЧЕСКОЙ ТОЧНОСТИ СМОДЕЛИРОВАННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ОБРАБОТКИ РАВНОТОЧНЫХ И НЕРАВНОТОЧНЫХ ПО ПОСТРОЕНИЮ НИВЕЛИРНЫХ СЕТЕЙ

*д-р техн. наук, проф. В.И. МИЦКЕВИЧ;  
канд. техн. наук, доц. Г.Е. ГОЛОВАНЬ; Д.В. УСОВ; О.О. УСОВА  
(Полоцкий государственный университет)*

Приведены сведения о новой методике определения фактической точности измерений и о возможностях этой методики при применении программного комплекса «Россия – Беларусь», предназначенного для решения различных систем линейных алгебраических уравнений, с сообщением пользователю Комплекса новых сведений о фактической точности каждого измерения независимо от начальных априорных характеристик ошибок в наблюдениях при одинаковых свободных членах параметрических уравнений. Данная характеристика определяется программным путем по методике профессора В.И. Мицкевича. Для получения фактической точности измерений программа не требует никаких конкретных первоначальных сведений ни о стандартах кем-то ранее выполненных наблюдений, ни о законах распределения ошибок этих измерений. Последняя задача решается итеративным путем, многократным обращением к программному комплексу «Россия – Беларусь», всякий раз предварительно изменяя исходную информацию о стандартах измерений на вновь полученные характеристики фактической точности измерений на предыдущей итерации.

Равноточные нивелирные сети, разработанные в Полоцком государственном университете в 2009 году, отвечают следующим четырём требованиям к их построению: они должны быть замкнутыми; стандарты превышений – одинаковыми; исходные пункты отсутствуют; количество примыкающих к пунктам превышений неизменно на всех пунктах нивелирного построения. Если такие сети уравнивать по методу наименьших квадратов, то ошибки высотного положения на пунктах сети будут одинаковыми и при равном количестве реперов и превышений точность сети в 1,2...1,5 раза будет выше по сравнению с неравноточной сетью при одинаковых свободных членах параметрических уравнений.

Цель данного исследования – проанализировать результаты вычислений, полученные при уравнивании равноточных и неравноточных нивелирных сетей для четырех примеров для апробации комплекса «Россия – Беларусь» и подачи рекомендаций к практическому применению нового метода.

Применим уравнивание для оценки точности следующих равноточных и неравноточных нивелирных сетей [1–3].

Пример 1

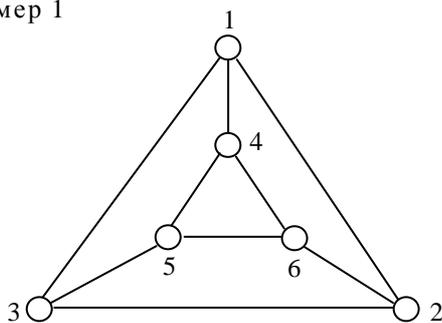


Рис. 1. Равноточная сеть

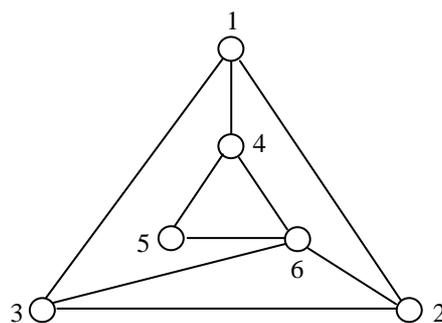


Рис. 2. Неравноточная сеть

Пример 2

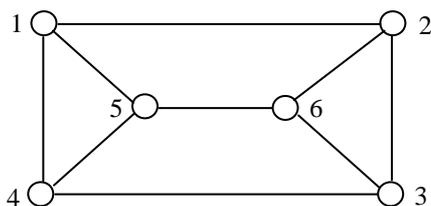


Рис. 3. Равноточная сеть

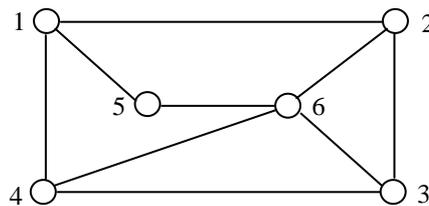


Рис. 4. Неравноточная сеть

Пример 3

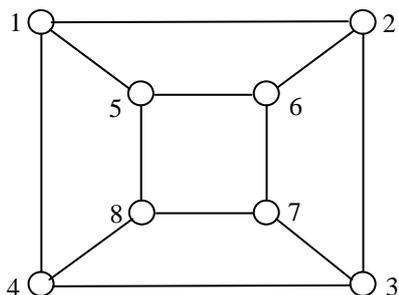


Рис. 5. Равноточная сеть

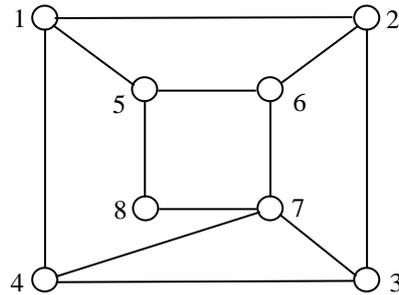


Рис. 6. Неравноточная сеть

В таблицах 1–12 приведены результаты вычислений, где приняты следующие обозначения:  $M_{\max}$ ,  $M_{\min}$  – наибольшая и наименьшая ошибки высотного положения, мм;  $FT_{\max}$ ,  $FT_{\min}$  – наибольшая и наименьшая фактические точности измеренных превышений, мм; **G** – программа GAUSS [1]; **M** – программа MIZKEVICH [1]; **T** – программа TIXONOV [1]; **G<sub>m</sub>** – программа G модернизированная с уточнением  $FT$  путем зацикливания; **M<sub>m</sub>** – программа M модернизированная с уточнением  $FT$  путем зацикливания; **T<sub>m</sub>** – программа T модернизированная с уточнением  $FT$  путем зацикливания; **R** – равноточная нивелирная сеть; **NR** – неравноточная нивелирная сеть;  $R_1$  – неравноточный (незамкнутый) нивелирный ход.

Вектор свободных членов во всех вариантах одинаков и  $L_i = 1$ .

Таблица 1

Равноточная и неравноточная сети (пример 1),  $\sigma_i = 1$  мм

Программа	Тип сети	$M_{\max}$	$M_{\min}$	$FT_{\max}$	$FT_{\min}$
<b>G</b>	R	0,3221	0,3221	0,811	$3,9 \times 10^{-6}$
	NR	0,3537	0,2312	0,647	0,1840
<b>M</b>	R	0,3216	0,3216	0,811	$2,78 \times 10^{-6}$
	NR	0,3054	0,2000	0,647	0,1840
<b>T</b>	R	0,2484	0,2484	0,752	0,1480
	NR	0,1826	0,1759	0,644	0,2310
<b>G<sub>m</sub></b>	R	0,2067	0,1959	0,867	$1,09 \times 10^{-4}$
	NR	0,3642	0,1661	0,784	$3,89 \times 10^{-2}$
<b>M<sub>m</sub></b>	R	0,2098	0,0898	1,005	$4,80 \times 10^{-3}$
	NR	0,3636	0,1791	2,16	$3,7 \times 10^{-2}$
<b>T<sub>m</sub></b>	R	0,2759	0,2759	1,095	$4,36 \times 10^{-2}$
	NR	0,1943	0,1873	1,005	$0,84 \times 10^{-2}$

Таблица 2

Равноточная и неравноточная сети (пример 1),  $\sigma_i = 5$  мм

Программа	Тип сети	$M_{\max}$	$M_{\min}$	$FT_{\max}$	$FT_{\min}$
<b>G</b>	R	0,3242	0,3242	0,817	$1,541 \times 10^{-4}$
	NR	0,3395	0,2397	0,565	0,187
<b>M</b>	R	0,2567	0,1918	0,916	$2,825 \times 10^{-2}$
	NR	0,2569	0,1976	0,691	0,194
<b>T</b>	R	0,3204	0,3204	0,867	0,179
	NR	0,2835	0,2041	0,744	0,264
<b>G<sub>m</sub></b>	R	0,2458	0,0950	0,912	$4,10 \times 10^{-3}$
	NR	0,2990	0,1195	0,864	
<b>M<sub>m</sub></b>	R	0,7416	0,3838	4,31	0,13
	NR	0,8077	0,3374	4,52	0,17
<b>T<sub>m</sub></b>	R	0,3109	0,3109	0,987	0,096
	NR	0,2113	0,1771	0,795	0,019

Таблица 3

Равноточная и неравноточная сети (пример 1),  $\sigma_i = 10$  мм

Программа	Тип сети	$M_{\max}$	$M_{\min}$	$FT_{\max}$	$FT_{\min}$
<b>G</b>	R	0,3797	0,3797	0,824	$2,5 \times 10^{-3}$
	NR	0,3692	0,3065	0,666	0,191
<b>M</b>	R	0,2945	0,2562	0,864	0,205
	NR	0,2272	0,1947	0,723	0,230
<b>T</b>	R	0,3204	0,3204	0,867	0,171
	NR	0,2835	0,2041	0,744	0,265
<b>G<sub>m</sub></b>	R	0,2045	0,1171	0,789	0,141
	NR	0,1684	0,0998	0,754	0,162
<b>M<sub>m</sub></b>	R	2,936	2,0000	17,2	0,500
	NR	3,420	1,6651	31,9	$4,2 \times 10^{-3}$
<b>T<sub>m</sub></b>	R	0,3110	0,3110	0,986	$9,6 \times 10^{-2}$
	NR	0,2113	0,1521	0,795	0,0193

Таблица 4

Равноточный и неравноточный нивелирный ход (замкнутый и вытянутый ходы),  $\sigma_i = 1$  мм

Программа	Тип сети	$M_{\max}$	$M_{\min}$	$FT_{\max}$	$FT_{\min}$
<b>G</b>	R	2,8058	2,8058	1,141	1,117
	R	1,5412	0,8868	$9,9 \times 10^{-3}$	$5,9 \times 10^{-4}$
<b>M</b>	R	2,8099	2,8019	1,166	1,012
	R <sub>1</sub>	0,2596	0,1472	0,061	$6,1 \times 10^{-3}$
<b>T</b>	R	1,0868	1,0868	1,272	0,359
	R <sub>1</sub>	1,2086	1,0085	1,302	0,722
<b>G<sub>m</sub></b>	R	4,7842	3,7711	1,897	1,579
	R <sub>1</sub>	0,4287	0,1137	0,042	$8,5 \times 10^{-3}$
<b>M<sub>m</sub></b>	R	5,5536	5,0230	2,154	1,395
	R <sub>1</sub>	3,4071	1,6563	0,0757	$6,6 \times 10^{-3}$
<b>T<sub>m</sub></b>	R	0,0699	0,0699	0,116	$8,0 \times 10^{-4}$
	R <sub>1</sub>	–	–	–	–

Таблица 5

Равноточный и неравноточный нивелирный ход (замкнутый и вытянутый ходы),  $\sigma_i = 5$  мм

Программа	Тип сети	$M_{\max}$	$M_{\min}$	$FT_{\max}$	$FT_{\min}$
<b>G</b>	R	1,9806	1,9806	1,956	1,685
	R	2,4400	1,9961	2,520	0,949
<b>M</b>	R	1,8671	1,8401	1,964	1,578
	R <sub>1</sub>	1,9488	1,5471	3,615	0,030
<b>T</b>	R	1,7457	1,7457	1,733	0,490
	R <sub>1</sub>	1,9782	1,7293	1,775	1,165
<b>G<sub>m</sub></b>	R	1,8682	1,0256	1,327	0,805
	R <sub>1</sub>	1,6194	0,9600	1,150	0,278
<b>M<sub>m</sub></b>	R	20	10	5,6	2,1
	R <sub>1</sub>	200	8,3	1367	$1,3 \times 10^{-3}$
<b>T<sub>m</sub></b>	R	0,0699	0,0699	0,116	$8,0 \times 10^{-4}$
	R <sub>1</sub>	–	–	–	–

Таблица 6

Равноточный и неравноточный нивелирный ход (замкнутый и вытянутый ходы),  $\sigma_i = 10$  мм

Программа	Тип сети	$M_{\max}$	$M_{\min}$	$FT_{\max}$	$FT_{\min}$
<b>G</b>	R	1,3231	1,3231	1,965	0,765
	R	1,4284	1,3315	2,186	1,359
<b>M</b>	R	1,1394	1,0175	2,408	1,040
	R <sub>1</sub>	1,2141	1,1095	2,084	1,558
<b>T</b>	R	1,7457	1,7457	1,734	0,490
	R <sub>1</sub>	1,9782	1,7292	1,731	1,165
<b>G<sub>m</sub></b>	R	1,8739	1,5592	1,090	0,170
	R <sub>1</sub>	2,6080	1,0360	4,4	0,370
<b>M<sub>m</sub></b>	R	17,7	6,5	10,3	3,01
	R <sub>1</sub>	22,4	14,08	13,7	3,56
<b>T<sub>m</sub></b>	R	0,070	0,070	0,116	$8,0 \times 10^{-4}$
	R <sub>1</sub>	–	–	–	–

Таблица 7

Равноточная и неравноточная сети (пример 2),  $\sigma_i = 1$  мм

Программа	Тип сети	$M_{\max}$	$M_{\min}$	$FT_{\max}$	$FT_{\min}$
<b>G</b>	R	0,4426	0,4426	1,161	0,090
	NR	0,4200	0,2860	0,900	$2,5 \times 10^{-4}$
<b>M</b>	R	0,4471	0,4430	1,171	$4,3 \times 10^{-3}$
	NR	0,4215	0,2864	0,905	$4,8 \times 10^{-3}$
<b>T</b>	R	0,3317	0,3372	0,950	$7,5 \times 10^{-3}$
	NR	0,2557	0,2441	0,892	$1,8 \times 10^{-2}$
<b>G<sub>m</sub></b>	R	0,2856	0,2309	0,976	$7,8 \times 10^{-3}$
	NR	0,2320	0,0550	0,892	$9,0 \times 10^{-7}$
<b>M<sub>m</sub></b>	R	48,9	14,4	47,2	$7,2 \times 10^{-4}$
	NR	0,4591	0,0845	4,16	$9,7 \times 10^{-5}$
<b>T<sub>m</sub></b>	R	0,2476	0,2476	0,905	0,106
	NR	0,1867	0,1783	0,874	$6,4 \times 10^{-2}$

Таблица 8

Равноточная и неравноточная сети (пример 2),  $\sigma_i = 5$  мм

Программа	Тип сети	$M_{\max}$	$M_{\min}$	$FT_{\max}$	$FT_{\min}$
<b>G</b>	R	0,4211	0,4211	1,170	0,089
	NR	0,3925	0,2831	0,751	$2,3 \times 10^{-4}$
<b>M</b>	R	0,3764	0,2860	1,023	0,088
	NR	0,3015	0,2019	0,797	$2,3 \times 10^{-3}$
<b>T</b>	R	0,4278	0,4278	1,129	$8,6 \times 10^{-3}$
	NR	0,3898	0,2831	1,030	$1,9 \times 10^{-2}$
<b>G<sub>m</sub></b>	R	0,1924	0,1767	0,981	$7,3 \times 10^{-3}$
	NR	0,1381	0,0865	0,969	$8,4 \times 10^{-3}$
<b>M<sub>m</sub></b>	R	1,5030	1,1146	3,911	0,227
	NR	1,4082	0,6660	10,08	0,799
<b>T<sub>m</sub></b>	R	0,2919	0,2919	0,805	0,197
	NR	0,2388	0,1734	0,744	0,088

Таблица 9

Равноточная и неравноточная сети (пример 2),  $\sigma_i = 10$  мм

Программа	Тип сети	$M_{\max}$	$M_{\min}$	$FT_{\max}$	$FT_{\min}$
<b>G</b>	R	0,4119	0,4119	1,173	0,090
	NR	0,3878	0,3210	0,9174	$9,5 \times 10^{-4}$
<b>M</b>	R	0,3106	0,2534	1,084	0,029
	NR	0,2469	0,1947	1,033	0,046
<b>T</b>	R	0,4278	0,4278	1,129	$8,6 \times 10^{-3}$
	NR	0,3898	0,2831	1,030	0,020
<b>G<sub>m</sub></b>	R	0,1889	0,1435	0,956	0,020
	NR	0,1350	0,1076	0,990	0,043
<b>M<sub>m</sub></b>	R	2,12	1,58	11,4	0,46
	NR	1,927	0,933	6,7	0,77
<b>T<sub>m</sub></b>	R	0,2919	0,2919	0,805	0,197
	NR	0,2388	0,1734	0,744	0,088

Таблица 10

Равноточная и неравноточная сети (пример 3),  $\sigma_i = 1$  мм

Программа	Тип сети	$M_{\max}$	$M_{\min}$	$FT_{\max}$	$FT_{\min}$
<b>G</b>	R	0,3872	0,3872	0,687	$1,5 \times 10^{-5}$
	NR	0,4979	0,3418	0,824	0,065
<b>M</b>	R	0,3933	0,3891	0,681	0,016
	NR	0,5000	0,3454	0,845	0,099
<b>T</b>	R	0,2740	0,2740	0,793	0,231
	NR	0,2913	0,2840	0,931	0,109
<b>G<sub>m</sub></b>	R	0,2962	0,2912	0,518	$1,0 \times 10^{-5}$
	NR	0,5582	0,2630	0,945	$7,6 \times 10^{-5}$
<b>M<sub>m</sub></b>	R	0,0143	0,037	1,949	$4,8 \times 10^{-6}$
	NR	38,99	4,45	55,2	$4,4 \times 10^{-3}$
<b>T<sub>m</sub></b>	R	0,1209	0,1209	0,512	$4,3 \times 10^{-3}$
	NR	0,1864	0,1762	0,615	0,137

Таблица 11

Равноточная и неравноточная сети (пример 3),  $\sigma_i = 5$  мм

Программа	Тип сети	$M_{\max}$	$M_{\min}$	$FT_{\max}$	$FT_{\min}$
<b>G</b>	R	0,3858	0,3858	0,698	$4,6 \times 10^{-4}$
	NR	0,4791	0,3511	0,844	0,066
<b>M</b>	R	0,3391	0,2852	0,761	0,011
	NR	0,3898	0,2802	0,844	0,050
<b>T</b>	R	0,3871	0,3871	0,761	0,279
	NR	0,4727	0,3608	0,902	1,17
<b>G<sub>m</sub></b>	R	0,2976	0,2160	0,789	$1,3 \times 10^{-3}$
	NR	0,2691	0,1870	0,922	0,018
<b>M<sub>m</sub></b>	R	1,6974	1,0923	3,86	1,24
	NR	1,4948	0,8609	4,40	1,00
<b>T<sub>m</sub></b>	R	0,1708	0,1708	0,619	$5,2 \times 10^{-3}$
	NR	0,2408	0,1838	0,581	0,051

Таблица 12

Равноточная и неравноточная сети (пример 3),  $\sigma_i = 10$  мм

Программа	Тип сети	$M_{\max}$	$M_{\min}$	$FT_{\max}$	$FT_{\min}$
<b>G</b>	R	0,4330	0,4330	0,709	$4,7 \times 10^{-3}$
	NR	0,4907	0,4137	0,859	$6,0 \times 10^{-2}$
<b>M</b>	R	0,2805	0,1937	0,788	0,041
	NR	0,2330	0,1799	1,069	0,086
<b>T</b>	R	0,3871	0,3871	0,959	0,279
	NR	0,4727	0,3608	1,173	0,125
<b>G<sub>m</sub></b>	R	0,2297	0,1579	0,897	$1,7 \times 10^{-3}$
	NR	0,2212	0,1672	0,887	0,032
<b>M<sub>m</sub></b>	R	3,1071	1,4497	7,60	0,775
	NR	2,5011	0,1399	5,22	0,653
<b>T<sub>m</sub></b>	R	0,1708	0,1708	0,619	0,054
	NR	0,2408	0,1837	0,581	0,081

**Выводы** по полученным вычислениям, представленным в таблицах 1–12:

- 1) как правило, для равноточных сетей  $M_{\max} = M_{\min}$  при применении программ **G** и **T**;
- 2)  $FT_{\max}$  наименьшая, как правило, при применении программ **G** и **T**;
- 3) Разность  $FT_{\max} - FT_{\min}$ , как правило, наименьшая при применении программ **G** и **G<sub>m</sub>**;
- 4) во всех случаях применение последних трех программ, указанных в таблицах 1–9, преждевременно при малом количестве измерений (как в таблицах 1–9);
- 5) вычисленные значения  $M_{\max}$  и  $FT_{\max}$  практически устойчивы для сетей *R* при различных  $\sigma_i$ ;
- 6) программы **G** и **T** дают реальные значения  $M_{\max}$  и  $FT_{\max}$ , близкие к  $L_i = 1$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Решение примера академика А.Н. Тихонова по обработке нивелирных сетей по программному комплексу «Россия – Беларусь» методом исключения строк из матрицы коэффициентов параметрических уравнений поправок / В.И. Мицкевич [и др.] // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Серия Ф. Строительство. Прикладные науки. – 2012. – № 16. – С. 126–131.
2. Усов, Д.В. Методика построения равноточных нуль-свободных нивелирных и спутниковых геодезических сетей / Д.В. Усов, О.О. Усова // Земля Беларуси. – 2009. – № 1. – С. 38–40.
3. Усов, Д.В. Равноточные геодезические нивелирные сети и их применение на геодезическом производстве / Д.В. Усов // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Серия Ф. Строительство. Прикладные науки. – 2012. – № 8. – С. 126–128.

Поступила 21.10.2014

**ABOUT DETERMINATION OF ACTUAL ACCURACY OF SIMULATED MEASUREMENTS  
BY RESULTS OF PROCESSING EQUALLY AND UNEQUALLY ACCURATES  
OF LEVELING NETWORKS CONSTRUCTION**

**V. MITSKEVICH, G. GOLOVAN, D. USOV, O. USOVA**

*The article provides the information about the new method of determining the actual accuracy of the measurements and the possibilities of this technique by the application of software "Russia – Belarus", designed for solving a variety of systems of linear algebraic equations, with informing a user about Complex of new information concerning factual accuracy of each measurement, regardless of the initial a priori characteristics of errors during observations with the same absolute terms of parametric equations. This characteristic is determined by software according to the method of Professor V.I. Mitskevich. For determining the actual measurement accuracy, the software does not require any specific initial information neither about the standards of earlier observations made by someone, nor about the laws of distribution of the errors of these measurements. The latter problem is solved by an iterative, repeated appeals to software complex "Russia – Belarus", each time pre-changing initial information about the standards of measurements on the newly obtained characteristics of actual measurement accuracy in the previous iteration.*