

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ (ФИЗИКА)**

УДК 535.4

DOI 10.52928/2070-1624-2022-38-4-38-42

**ВЛИЯНИЕ ОБРАТНОГО ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО И ФОТОУПРУГОГО ЭФФЕКТОВ  
НА УКАЗАТЕЛЬНУЮ ПОВЕРХНОСТЬ НОРМАЛЬНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ  
ОБРАТНОГО ТЕНЗОРА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ КРИСТАЛЛА  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$** *канд. физ.-мат. наук М. А. АМАНОВА**(Институт телекоммуникаций и информатики Туркменистана, Ашхабад);**канд. физ.-мат. наук, доц. В. Н. НАВНЫКО, д-р физ.-мат. наук, проф. В. В. ШЕПЕЛЕВИЧ**(Мозырский государственный педагогический университет имени И. П. Шамякина)*

*Построена и проанализирована указательная поверхность нормальной составляющей изменения компонент обратного тензора диэлектрической проницаемости фоторефрактивного кристалла  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  класса симметрии 23. Определены экстремальные значения указательной поверхности нормальной составляющей для кристалла  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  с записанной фазовой голографической решеткой. Показано, что совместное действие фотоупругого и обратного пьезоэлектрического эффектов приводит к изменению максимальных и минимальных значений нормальной составляющей изменения компонент обратного тензора диэлектрической проницаемости кристалла с волновым вектором голографической решетки, ориентированным вдоль кристаллографического направления [112].*

**Ключевые слова:** *пьезоэлектрический эффект, фотоупругий эффект, фоторефрактивный кристалл, диэлектрическая проницаемость, нормальная составляющая, указательная поверхность.*

**Введение.** Влияние фотоупругого и обратного пьезоэлектрического эффектов на свойства голограмм в кубических фоторефрактивных кристаллах впервые рассмотрено в работе [1]. Теоретическая модель дифракционной эффективности фотоиндуцированных фазовых голограмм в кубических фоторефрактивных кристаллах класса симметрии 23 с одновременным учетом оптической активности, электрооптического, фотоупругого и обратного пьезоэлектрического эффектов предложена в работах [2; 3].

В [4] приведены аналитические выражения для нахождения изменения компонент обратного тензора диэлектрической проницаемости для фоторефрактивных кристаллов класса симметрии 23, полученные с учетом электрооптического, фотоупругого и обратного пьезоэлектрического эффектов, а также исследованы зависимости изменения компонент обратного тензора от направления вектора голографической решетки. В [5] показано, что при учете фотоупругого и обратного пьезоэлектрического эффектов полученные теоретические и экспериментальные зависимости коэффициента усиления при двухволновом взаимодействии для пропускающей голограммы, сформированной в кристалле  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  (BSO) среза (110), от ориентационного угла, образованного вектором голографической решетки и направлением [001], качественно совпадают.

Предложенные в [4] выражения применяются для нахождения постоянных связи, содержащихся в уравнениях связанных волн, при расчете выходных характеристик голографических решеток, сформированных в кубических фоторефрактивных кристаллах. Например, в [6] теоретически и экспериментально изучено влияние оптической активности и пьезоэлектрического эффекта на двухволновое взаимодействие при наличии пропускающей голографической решетки в кубическом фоторефрактивном кристалле среза (110). Получены выражения для определения оптимальных азимутов поляризации предметной и опорной световых волн, при которых достигается наибольшая степень энергетического обмена между этими волнами. Закономерности усиления предметной волны при двухволновом взаимодействии на пропускающей голографической решетке рассмотрены в [7]. Показано, что оптимизация энергетического обмена при двухволновом взаимодействии должна производиться с учетом вклада фотоупругого и обратного пьезоэлектрического эффектов.

В настоящей работе произведен анализ влияния фотоупругого и обратного пьезоэлектрического эффектов на указательную поверхность нормальной составляющей изменения обратного тензора диэлектрической проницаемости кристалла  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  (ВТО) с волновым вектором голографической решетки, ориентированным вдоль кристаллографического направления [112]. Изучены закономерности изменения компонент обратного тензора диэлектрической проницаемости кристалла под действием фотоупругого и обратного пьезоэлектрического эффектов.

**Теоретическая модель.** При численных расчетах использованы параметры кристалла ВТО (таблица), заимствованные из работ [1; 5].

Таблица. – Параметры кристалла ВТО

Физическая величина	Обозначение	Значение	Единица измерения
Показатель преломления	$n$	2,58	–
Электрооптический коэффициент	$r$	$-4,75 \times 10^{-12}$	м/В
Коэффициенты упругости	$c_1$	$13,7 \times 10^{10}$	Н/м <sup>2</sup>
	$c_2$	$2,8 \times 10^{10}$	Н/м <sup>2</sup>
	$c_3$	$2,6 \times 10^{10}$	Н/м <sup>2</sup>
Пьезоэлектрический коэффициент	$e_0$	1,1	Кл/м <sup>2</sup>
Фотоупругие постоянные	$P_1$	-0,173	–
	$P_2$	0,001	
	$P_3$	0,002	
	$P_4$	0,005	
Амплитуда напряженности электрического поля пространственного заряда	$E_{sc}$	$0,6 \times 10^3$	В/м
Длина волны	$\lambda$	633	нм

Для нахождения изменения обратного тензора диэлектрической проницаемости  $\Delta \hat{b}$  используют равенство

$$(\hat{\epsilon}_0 + \Delta \hat{\epsilon})(\hat{b}_0 + \Delta \hat{b}) = 1,$$

Проанализируем изменение обратного тензора диэлектрической проницаемости  $\Delta \hat{b}$  под действием электрического поля голографической решетки с вектором напряженности  $\vec{E}_{sc}$ , направленным вдоль [112]. Для характеристики изменения тензорного свойства в заданном направлении используем указательную поверхность нормальной составляющей изменения компонент обратного тензора диэлектрической проницаемости, которая описывается уравнением [8; 9]

$$\chi(\vec{r}) = \vec{r} \Delta \hat{b} \vec{r} = \Delta b_{mn} r_m r_n,$$

где  $\chi$  – нормальная составляющая изменения обратного тензора в направлении единичного вектора  $\vec{r}$ ;  $r_m, r_n$  – компоненты единичного вектора  $\vec{r}$ .

Нормальная составляющая  $\chi$  численно равна проекции вектора  $\Delta \hat{b} \vec{r}$  на направление, параллельное вектору  $\vec{r}$ .

В кристаллографической системе вектор  $\vec{r}$  задается выражениями

$$r_1 = r \cos \alpha \sin \beta;$$

$$r_2 = r \sin \alpha \sin \beta;$$

$$r_3 = r \cos \beta,$$

где  $\alpha$  – угол между осью [100] и проекцией вектора  $\vec{r}$ , перпендикулярной оси  $x_1$ ;

$\beta$  – угол между осью [001] и вектором  $\vec{r}$ .

**Полученные результаты и их обсуждение.** В теоретической кристаллофизике для пространственного представления тензоров зачастую используется метод указательных поверхностей. При построении указательной поверхности тензора, как правило, получается пространственная фигура, состоящая из овалов, главные полуоси которых пропорциональны самим компонентам тензоров, и принадлежащая одному из известных классов указательных поверхностей [8].

При построении указательной поверхности следует учитывать, что для некоторых направлений вектора  $\vec{r}$  нормальные составляющие изменения обратного тензора могут принимать отрицательные значения. В этом случае удобно окрашивать часть указательной поверхности в белый цвет, если нормальная

составляющая обратного тензора имеет положительный знак, и в черный цвет, если нормальная составляющая  $\chi$  имеет отрицательное значение.

На рисунке 1 представлена указательная поверхность нормальной составляющей изменения обратного тензора диэлектрической проницаемости, рассчитанная при  $\vec{E}_{sc} \parallel [112]$ , где  $\vec{E}_{sc}$  – вектор напряженности электрического поля пространственно разделенных зарядов фоторефрактивного кристалла со сформированной внутри голографической решеткой.

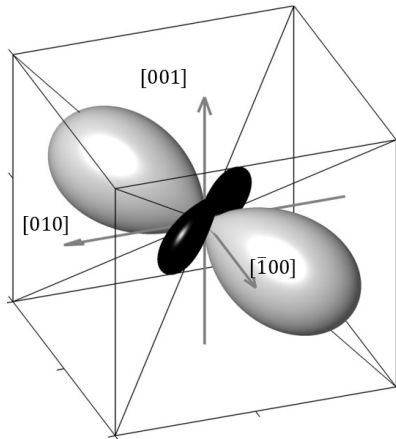


Рисунок 1. – Указательная поверхность нормальной составляющей изменения обратного тензора диэлектрической проницаемости

С использованием полученной указательной поверхности легко определить кристаллографические направления, вдоль которых достигаются наибольшие изменения обратного тензора диэлектрической проницаемости фоторефрактивного кристалла ВТО. Нахождение таких направлений в кристаллографической системе координат позволяет установить условия достижения наибольшей амплитуды фазовой голографической решетки. Решение этой задачи имеет большое практическое значение, поскольку полученные данные могут использоваться при расчете геометрической схемы и условий реверсивной записи и считывания фоторефрактивных голографических решеток с наибольшими выходными энергетическими характеристиками (дифракционная эффективность фазовой голограммы, коэффициент усиления предметной волны).

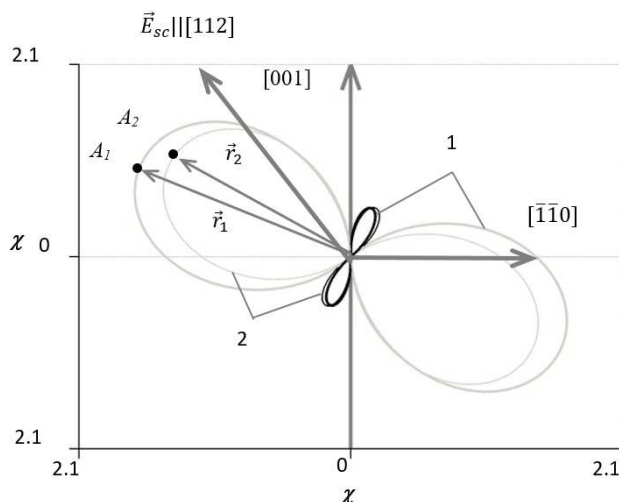
Указательная поверхность, полученная при  $\vec{E}_{sc} \parallel [112]$ , представляет собой сложную фигуру, состоящую из двух частей: две белых яйцеобразных соприкасающихся поверхности и перпендикулярная им поверхность, которая состоит из двух соприкасающихся торообразных черных частей. Как видно из построения, наибольшие положительные значения обратного тензора диэлектрической проницаемости фоторефрактивного кристалла достигаются в случае, если волновые векторы световых волн при распространении в кристалле приближаются или совпадают по направлению с поворотной осью симметрии третьего порядка (кристаллографическое направление  $[111]$ ). Наибольшие значения черной составляющей указательной поверхности достигаются в случае, если волновые векторы световых волн приближаются или совпадают по направлению с осями, лежащими в перпендикулярной поворотной оси третьего порядка плоскости.

Следует отметить, что аналогичная задача для различных ориентаций вектора напряженности электрического поля голографической решетки относительно кристаллографической системы координат была рассмотрена в [10]. В частности, в [10] рассмотрен случай, когда вектор  $\vec{E}_{sc}$  ориентирован вдоль направления  $[\bar{1}\bar{1}\bar{2}]$ . Решение задачи для случая, когда  $\vec{E}_{sc} \parallel [112]$ , имеет важное значение, поскольку позволяет провести сравнение изменений обратного тензора диэлектрической проницаемости при ориентации вектора  $\vec{E}_{sc}$  вдоль симметрично эквивалентных направлений. При сравнении указательной поверхности, представленной на рисунке 1, с результатами работы [10] можно заключить, что изменение направления вектора  $\vec{E}_{sc}$  относительно кристаллографических осей координат приводит к изменению ориентации указательной поверхности, но не влияет на знак нормальной составляющей.

На рисунке 1 указательная поверхность рассчитана с учетом совместного вклада фотоупругого и обратного пьезоэлектрического эффектов. Для анализа влияния указанных эффектов на обратный тензор диэлектрической проницаемости кристалла ВТО удобно проанализировать сечение представленной на рисунке 1 указательной поверхности плоскостью, проходящей через начало координат и параллельной кристаллографическому срезу  $(\bar{1}10)$ . На рисунке 2 представлены сечения указательной поверхности, соответствующие максимальным и минимальным значениям нормальной составляющей изменения обратного тензора диэлектрической проницаемости. При этом линии  $l$  соответствуют случаю,

когда фотоупругий и обратный пьезоэлектрический эффекты учитывались при расчетах, а линиями 2 обозначены графики, рассчитанные без учета этих эффектов.

**1 – с учетом фотоупругого и пьезоэлектрического эффектов;  
2 – без учета фотоупругого и пьезоэлектрического эффектов**  
Рисунок 2. – Сечения указательной поверхности, изображенной на рисунке 1



Кристаллографические направления, вдоль которых достигаются наибольшие значения нормальной составляющей  $\chi$  лежат в плоскости сечения и не совпадают по направлению с вектором напряженности электрического поля пространственно разделенных зарядов  $\vec{E}_{sc}$ . Под действием фотоупругого и обратного пьезоэлектрического эффектов происходит трансформация указательной поверхности нормальной составляющей обратного тензора диэлектрической проницаемости кристалла ВТО. Имеет место увеличение ( $A_2 \rightarrow A_1$ ) наибольшего значения нормальной составляющей обратного тензора диэлектрической проницаемости в белой части указательной поверхности. Легко видеть, что при этом происходит смещение максимума в плоскости сечения на угловое расстояние порядка нескольких градусов, измеренное между векторами  $\vec{r}_1$  и  $\vec{r}_2$ , которые на рисунке 2 проведены к точкам  $A_1$  и  $A_2$  соответственно. Для черной составляющей указательной поверхности при учете совместного вклада фотоупругого и обратного пьезоэлектрического эффектов имеет место уменьшение максимального значения нормальной составляющей  $\chi$ . Экстремальные направления черной составляющей указательной поверхности практически не изменяются. Такое различие действия указанных эффектов на белую и черную составляющие части указательной поверхности может объяснять различное действие этих эффектов на выходные энергетические характеристики пропускающих и отражательных голограмм. Для пропускающих голографических решеток учет совместного вклада фотоупругого и обратного пьезоэлектрического эффектов приводит, как правило, к уменьшению наибольших значений ее выходных энергетических характеристик, а для отражательных голографических решеток – к увеличению.

**Закключение.** Таким образом, исследована зависимость нормальной составляющей изменения компонент обратного тензора диэлектрической проницаемости фоторефрактивного кристалла  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  от пространственной ориентации кристалла. Определены кристаллографические направления, вдоль которых достигаются наибольшие и наименьшие значения нормальной составляющей изменения компонент обратного тензора диэлектрической проницаемости кристалла, в котором сформирована голографическая решетка с волновым вектором, ориентированным вдоль направления [112]. Показано, что учет совместного вклада фотоупругого и обратного пьезоэлектрического эффектов приводит к увеличению максимальных положительных значений нормальной составляющей и уменьшению отрицательных значений нормальной составляющей. При этом в кристаллографической системе координат происходит изменение ориентации осей белой составляющей указательной поверхности, вдоль которых достигаются максимальные положительные значения нормальной составляющей. Экстремальные направления черной составляющей указательной поверхности практически не изменяются.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Степанов, С. И. Фотоупругий вклад в фоторефрактивный эффект в кубических кристаллах / С. И. Степанов, С. М. Шандаров, Н. Д. Хатьков // ФТТ. – 1987. – Т. 24, № 10. – С. 3054–3058.
2. Mandel, A. Light diffraction in holographic arrays – different mechanisms of photorefractive effect in ferroelectrics / A. Mandel, N. Khatkov, S. Shandarov // Ferroelectrics. – 1988. – Vol. 83. – P. 215–220.
3. Shepelevich, V. V. Light diffraction by holographic gratings in optically active photorefractive piezocrystals / V. V. Shepelevich, S. M. Shandarov, A. E. Mandel // Ferroelectrics. – 1990. – V. 110. – P. 235–249.

4. Шандаров, С. М. Изменение тензора диэлектрической проницаемости в кубических фоторефрактивных кристаллах под действием электрического поля голографической решетки / С. М. Шандаров, В. В. Шепелевич, Н. Д. Хатков // *Опт. и спектр.* – 1991. – Т. 70, № 5. – С. 1068–1073.
5. Solymar, L. The physics and applications of photorefractive materials / L. Solymar, D.J. Webb, A. Grunnet-Jepsen. – Oxford : Clarendon Press, 1996. – 494 p.
6. Shepelevich, V. V. Orientation and polarization effects of two-beam coupling in a cubic optically active photorefractive piezoelectric BSO crystal / V. V. Shepelevich, N. N. Egorov, V. Shepelevich // *J. Opt. Soc. Am. B.* – 1994. – Vol. 11, № 8. – P. 1394–1402.
7. Optimization of two-wave interaction efficiency in cubic photorefractive sillenite-type crystals with optical rotary power and piezoeffect in diffusion regime / V. V. Shepelevich [et al.] // *Ferroelectrics.* – 1999. – Vol. 234 (1/4). – P. 289–309.
8. Сиротин, Ю. И. Основы кристаллофизики / Ю. И. Сиротин, М. П. Шаскольская. – М. : Наука, 1979. – 639 с.
9. Сонин, А. С. Курс макроскопической кристаллофизики / А. С. Сонин. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 256 с.
10. Навныко, В. Н. Изменение компонентов обратного тензора диэлектрической проницаемости кристалла  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  под действием электрического поля пространственного заряда / В. Н. Навныко, М. А. Аманова, В. В. Шепелевич, В. А. Юдицкий // *Вестн. Брэсц. ун-та. Сер. 4, Фізика, матэматыка.* – 2019. – № 2. – С. 24–34.

## REFERENCES

1. Stepanov, S. I., Shandarov, S. M., & Khatkov N. D. (1987) Fotouprugij vklad v fotorefraktivnyj effekt v kubicheskikh kristallakh [Photoelastic contribution to the photorefractive effect in cubic crystals]. *FTT*, 24(10), 3054–3058. (In Russ.).
2. Mandel, A., Khatkov, N., & Shandarov, S. (1988) Light diffraction in holographic arrays – different mechanisms of photorefractive effect in ferroelectrics. *Ferroelectrics*, (83), 215–220.
3. Shepelevich, V. V., Shandarov, S. M., & Mandel, A. E. (1990) Light diffraction by holographic gratings in optically active photorefractive piezocrystals. *Ferroelectrics*, (110), 235–249.
4. Shandarov, S. M., Shepelevich, V. V., & Khatkov, N. D. (1991) Izmenenie tenzora dielektricheskoy pronitsaemosti v kubicheskikh fotorefraktivnykh kristallakh pod dejstviem elektricheskogo polya golograficheskoy reshetki [Variation of the permittivity tensor in cubic photorefractive crystals under the action of the electric field of a holographic grating]. *Optika i spektroskopiya [Optics and Spectroscopy]*, 70(5), 1068–1073. (In Russ.).
5. Solymar, L., Webb, D. J., & Grunnet-Jepsen, A. (1996) *The physics and applications of photorefractive materials*. Oxford: Clarendon Press. (In Russ.).
6. Shepelevich, V. V., Egorov, N. N., & Shepelevich V. (1994) Orientation and polarization effects of two-beam coupling in a cubic optically active photorefractive piezoelectric BSO crystal. *Journal of the Optical Society of America B*, 11(8), 1394–1402.
7. Shepelevich, V. V., Egorov, N. N., Khomutovskiy, P. P., Von Bally, G., Weber, M., & Firsov, A. A (1999) Optimization of two-wave interaction efficiency in cubic photorefractive sillenite-type crystals with optical rotary power and piezoeffect in diffusion regime. *Ferroelectrics*, 234(1/4), 289–309.
8. Sirotnin, Yu. I., & Shaskolskaya, M. P. (1979) *Osnovy kristallogfiziki [Fundamentals of crystal physics]*. – Moscow: Nauka. (In Russ.).
9. Sonin, A. S. (2006) *Kurs makroskopicheskoy kristallogfiziki [Macroscopic crystal physics course]*. Moscow: FIZMATLIT. (In Russ.).
10. Navnyko, V. N., Amanova, M. A., Shepelevich, V. V., & Yuditskij, V. A. (2019) Izmenenie komponentov obratnogo tenzora dielektricheskoy pronitsaemosti kristalla  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  pod dejstviem elektricheskogo polya prostranstvennogo zarjada [Change in the components of the inverse permittivity tensor of the  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  crystal under the action of the electric field of the space charge]. *Vesnik Brestskaga universiteta. Seriya 4, Fizika, matematyka [Vesnik of Brest University. Series 4. Physics. Mathematics]*, (2), 24–34. (In Russ., abstr. in Engl.)

Поступила 18.02.2022

**INFLUENCE OF INVERSE PIEZOELECTRIC AND PHOTOELASTIC EFFECTS  
ON THE INDEX SURFACE OF THE NORMAL COMPONENT INVERSE  
TENSOR DIELECTRIC PERMEABILITY OF THE  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  CRYSTAL**

**M. AMANOVA, V. NAUNYKA, V. SHEPELEVICH**

*The index surface of the normal component of variation of the inverse tensor dielectric constant of the photorefractive  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  crystal of 23 symmetry class is constructed and analyzed. The extremal values of the index surface of the normal component for  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  crystal with formed holographic grating are determined. It is shown that the combined action of the photoelastic and inverse piezoelectric effects leads to a change in the maximum and minimum values of the normal component of variation of the inverse tensor dielectric constant of the crystal with the wave vector of the holographic grating oriented along the crystallographic direction [112].*

**Keywords:** piezoelectric effect, photoelastic effect, photorefractive crystal, dielectric constant, normal component, index surface.