

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 621.396.96

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПУНКТОВ ПРИЕМА И ИСТОЧНИКА РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ НА ТОЧНОСТЬ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ

*А.Х. АЛЬ-ОДХАРИ, канд. техн. наук, доц. Г.А. ФОКИН
(Санкт-Петербургский государственный университет
телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича);
И.В. ФЕДОРЕНКО*

*(Военная академия связи им. Маршала Советского Союза С.М. Будённого, Санкт-Петербург);
канд. техн. наук Д.С. РЯБЕНКО, С.В. ЛАВРОВ
(Полоцкий государственный университет)*

Выполнена оценка влияния геометрического распределения пунктов приема и источника радиоизлучения на точность позиционирования. Результаты исследования показывают, что геометрический фактор снижения точности (GDOP) оказывается наименьшим, когда источник радиоизлучения находится в центре между пунктами приема. Его величина составляет 0,99 для 4 пунктов приема и быстро возрастает, если источник радиоизлучения перемещается от центра. При увеличении количества пунктов приема геометрический фактор снижения точности уменьшается, что приводит к повышению точности позиционирования.

***Ключевые слова:** разностно-дальномерный метод, геометрический фактор снижения точности, алгоритм Ньютона – Гаусса, определение местоположения, источник радиоизлучения.*

Введение. Геометрическое расположение пунктов приема (ПП) и источника радиоизлучения (ИРИ) оказывает влияние на точность позиционирования. Наиболее общий параметр, используемый для оценки влияния геометрии взаимного расположения на точность позиционирования ИРИ, – геометрический фактор снижения точности (Geometric Dilution of Precision – GDOP), который является мерой того, насколько ошибка в определении местоположения зависит от взаимного расположения пунктов приема и ИРИ.

Для определения координат источника радиоизлучения широко применяется разностно-дальномерный метод (РДМ) [1–9]. Погрешность определения координат источника радиоизлучения РДМ зависит от точности определения временных задержек прихода сигнала на пункт приема (ПП). В работе [1] выполнена оценка точности позиционирования подвижного ИРИ традиционным РДМ. При построении рабочей зоны позиционирования вводят понятие геометрического фактора системы, связывающего точность местоопределения ИРИ с взаимным расположением ПП и источника радиоизлучения [6]. Недостатком существующих методов определения координат ИРИ (в том числе РДМ) является значительное влияние геометрического фактора на точность их определения. В настоящей работе выполнено исследование влияния геометрического распределения ПП и ИРИ на точность позиционирования для четырех пунктов приема.

1. Модель измерений разностно-дальномерного метода

Одним из эффективных методов определения координат ИРИ является разностно-дальномерный метод (Time Difference of Arrival – TDOA) [4]. Данный метод основан на измерении времени распространения сигнала от ИРИ до приемника так, чтобы на его основе можно было рассчитать расстояние между ИРИ и приемником. Для определения пространственных координат ИРИ необходимо измерение как минимум трех значений разностей дальностей от ИРИ до трех пар опорных точек [9]. При этом измерения должны быть независимыми [10]. Поэтому для обеспечения измерений в пространстве минимально необходимо иметь четыре опорных ПП, что позволяет организовать три независимые пространственные базы.

Пусть местоположению ИРИ соответствует вектор координат $x = [x, y]^T$. Тогда расстояние от ИРИ до j -го пункта приема с координатами $x_j = [x_j, y_j]^T$ определяется следующим образом:

$$d_j = \sqrt{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2}, \quad j = 1, 2, \dots, M. \quad (1)$$

Линии постоянной разности рассчитывают относительно одного ПП, называемого опорным, например, первого пункта приема, тогда можно записать следующие выражения для разностей прихода сигналов:

$$d_{j,1} = d_j - d_1, \quad j = 2, \dots, M. \quad (2)$$

На практике первичные измерения разницы дальностей подвержены аддитивному белому гауссовскому шуму (АБГШ) n_j . С учетом ошибки измерения линий постоянной разности r_j определяются следующим выражением:

$$r_j = d_{j,1} + n_j. \quad (3)$$

Для получения оценки вектора \tilde{x} необходимо решить систему из $(N - 1)$ нелинейных уравнений (3) относительно неизвестных координат источника, которую можно записать в векторном виде следующим образом [2]:

$$r = d_1(x) + n, \quad (4)$$

где

$$r = [r_2, r_3, \dots, r_M]^T, \quad (5)$$

$$n = [n_2, n_3, \dots, n_M]^T, \quad (6)$$

$$d_1(x) = \begin{bmatrix} \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2} - \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} \\ \sqrt{(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2} - \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} \\ \vdots \\ \sqrt{(x - x_M)^2 + (y - y_M)^2} - \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Для нахождения координат источника радиоизлучения требуется решить систему нелинейных уравнений (4).

2. Алгоритм решения уравнения разностно-дальномерного метода

Для решения уравнений (4) могут применяться прямые и итерационные алгоритмы решения нелинейных задач [1, 10, 11]. Для оценивания ошибок определения местоположения ИРИ в пространстве РДМ ограничимся итеративным способом вычисления координат, предположив, что в результате прямого решения системы (4) известно некоторое начальное (нулевое) приближение вектора координат ИРИ $x_e^{(0)} = [x^{(0)}, y^{(0)}]^T$. На первой итерации вычисляется первое приближение вектора координат $x_e^{(1)} = [x^{(1)}, y^{(1)}]^T$, на второй – второе и т.д. Существует множество итеративных методов решения систем из N нелинейных уравнений, содержащих N переменных, описанных в [2]. Воспользуемся методом Ньютона – Гаусса как одним из наиболее эффективных и быстро сходящихся [3].

Разложим функцию r в ряд Тейлора в точке с координатами $x_e^{(0)}$ и ограничимся линейным членом разложения [10, 12]:

$$r = d(x^{(0)}) + \left[\frac{\partial d^T}{\partial x}(x^{(0)}) \right]^T (\tilde{x} - x^{(0)}) = d(x^{(0)}) + H \cdot (\tilde{x} - x^{(0)}), \quad (8)$$

где H – матрица Якоби,

$$H = \left[\frac{\partial d^T}{\partial x}(x^{(0)}) \right]^T = \begin{bmatrix} \frac{x-x_2}{d_2} - \frac{x-x_1}{d_1} & \frac{y-y_2}{d_2} - \frac{y-y_1}{d_1} \\ \frac{x-x_3}{d_3} - \frac{x-x_1}{d_1} & \frac{y-y_3}{d_3} - \frac{y-y_1}{d_1} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{x-x_k}{d_M} - \frac{x-x_1}{d_1} & \frac{y-y_k}{d_M} - \frac{y-y_1}{d_1} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Линейное выражение (8) может быть преобразовано к виду

$$\tilde{x} = x^{(0)} - H^{-1}(r - d(x^{(0)})). \quad (10)$$

Выражение (10) представляет собой векторную форму системы линейных уравнений.

Метод Ньютона – Гаусса работает по принципу минимизации целевой функции

$$\varepsilon(x) = (r - d_1(x))^T (r - d_1(x)) \quad (11)$$

и позволяет получить оценку координат ИРИ методом наименьших квадратов

$$\tilde{x} = \arg \min_x \varepsilon(x). \quad (12)$$

Выражение для оценки вектора координат имеет следующий вид:

$$\tilde{x} = x^{(0)} + (H^T H)^{-1} H^T (r - d(x^{(0)})). \quad (13)$$

Уравнения (13) позволяют оценить вектор координат ИРИ при наличии начального приближения и $(N-1)$ измерений разностей дальностей от N пунктов приема до ИРИ.

3. Геометрический фактор снижения точности в разностно-дальномерном методе

Используя выражение (13), рассмотрим основные соотношения, характеризующие влияние геометрического распределения ПП РДМ относительно ИРИ на точность определения местоположения. Для этого уравнение, связывающее погрешности определения разностей дальностей и координат ИРИ с учетом (13), запишем в виде

$$\tilde{x} - x = (H^T H)^{-1} H^T (r - d(x)). \quad (14)$$

В выражении (14) $\tilde{x} - x = \delta_x = [\delta_x \quad \delta_y]^T$ – вектор ошибок определения координат ИРИ; $r - d(x) = \delta_R = [\delta_{2,1}, \delta_{3,1}, \dots, \delta_{N,1}]^T$ – вектор ошибок измерения разностей дальностей от ПП до ИРИ относительно первого ПП.

Представим выражение (14) в виде

$$\delta_x = (H^T H)^{-1} H^T \delta_R. \quad (15)$$

Считаем, что математические ожидания ошибок определения координат ИРИ и измерения разностей дальностей (δ_x и δ_R) равны нулю, т.е. $E_x = E_R = 0$ [5]. Тогда ковариационные матрицы ошибок определения вектора координат ИРИ и ошибок вычисления разностей расстояний имеют следующий вид:

$$\text{Cov}(\delta_x) = E[(\delta_x - E_x)(\delta_x - E_x)^T] = E[\delta_x \delta_x^T], \quad (16)$$

$$\text{Cov}(\delta_R) = E[(\delta_R - E_R)(\delta_R - E_R)^T] = E[\delta_R \delta_R^T]. \quad (17)$$

С учетом (15) ковариационную матрицу $\text{Cov}(\delta_x)$ (16) представим как

$$\text{Cov}(\delta_x) = (H^T H)^{-1} H^T \text{Cov}(\delta_R) \left((H^T H)^{-1} H^T \right)^T = \text{Cov}(\delta_R) (H^T H)^{-1}. \quad (18)$$

Диагональными членами матриц $\text{Cov}(\delta_x)$ и $\text{Cov}(\delta_R)$ являются дисперсии ошибок пространственных координат (σ_x^2, σ_y^2) и дисперсии определения разностей расстояний ($\sigma_{R2,1}^2, \sigma_{R3,1}^2, \dots, \sigma_{RN,1}^2$) соответственно.

Выражение (18) свидетельствует о том, что соотношение между погрешностями измерения разностей расстояний и определения координат ИРИ зависит только от вида матрицы H , т.е. от геометрии взаимного расположения ПП и ИРИ.

Предполагая, что ошибки в измерениях являются случайными, независимыми, имеют нулевое среднее и дисперсии σ_R^2 , ковариационная матрица ошибок измерения разностей расстояний принимает следующий вид:

$$\text{Cov}(\delta_R) = \sigma_R^2 I_{n \times n}, \quad (19)$$

а ковариационная матрица ошибок определения вектора координат ИРИ

$$\text{Cov}(\delta_x) = \sigma_R^2 I_{n \times n} (H^T H)^{-1} = \sigma_R^2 (H^T H)^{-1}, \quad (20)$$

где $I_{n \times n}$ – единичная матрица из $n \times n$ элементов.

Таким образом, дисперсии погрешностей определения координат являются функциями диагональных элементов матрицы $(H^T H)^{-1}$. Приняв $\sigma_R^2 = 1$, определим среднеквадратическое отклонение ошибки определения местоположения ИРИ в пространстве следующим образом:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} = \sqrt{\text{tr Cov}(\delta_x)}, \quad (21)$$

где $\text{tr}(\bullet)$ – след матрицы.

В общем случае коэффициент геометрии определения местоположения ИРИ РДМ имеет вид [13, 14]

$$\text{GDOP} = \frac{\sqrt{\text{tr Cov}(\delta_x)}}{\sigma_R} = \sqrt{\text{tr} (H^T H)^{-1}}. \quad (22)$$

Таким образом, коэффициент геометрии представляет собой число, устанавливающее во сколько раз ошибка определения местоположения больше ошибки определения разностей дальностей в зависимости от геометрического расположения ПП, описываемого матрицей H .

4. Результаты моделирования

На основе формулы (22) были проведены расчеты распределения коэффициента GDOP для четырех пунктов приема. Результаты представлены на рисунке 1.

На рисунке 1 представлено распределение геометрического фактора снижения точности позиционирования для 4 ПП. Это распределение подтверждает, что коэффициент GDOP является наименьшим, когда ИРИ находится в центре между ПП, где составляет 0,99, и быстро возрастает, если ИРИ перемещается из центра. В [6] показано, что минимальный коэффициент геометрии для РДМ равен $2/\sqrt{M}$ (M – количество ПП) в двухмерном пространстве.

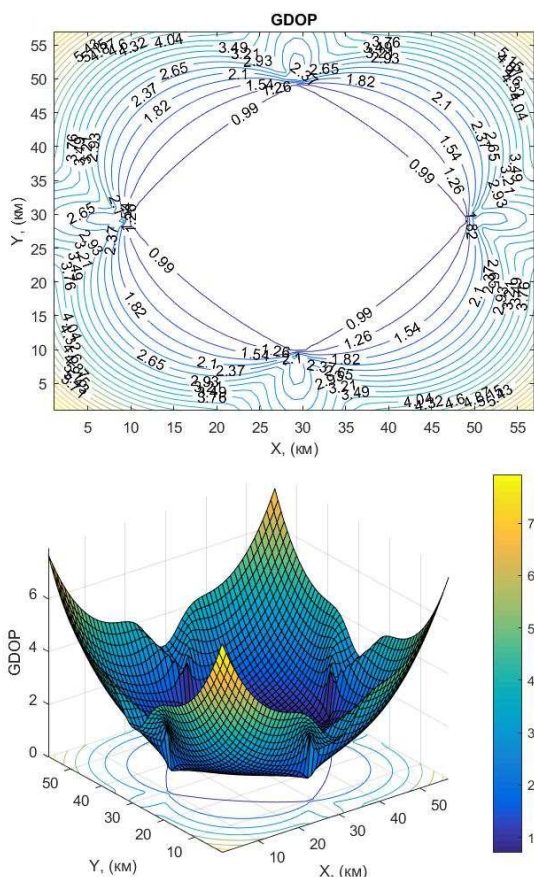


Рисунок 1. – Распределение коэффициента GDOP для 4 пунктов приема

Проанализировав распределение коэффициента GDOP (рисунок 1), можно сделать вывод о том, что имеется явная зависимость между расположением пунктов приема и ИРИ распределением геометрического фактора.

Дальнейшее исследование авторы связывают с оценкой введенного параметра для условий нахождения источника вне района расположения пунктов приема.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дворников, С.В. Теоретические основы координатометрии источников радиоизлучения : учеб. пособие / С.В. Дворников, В.Н. Саяпин, А.Н. Симонов. – СПб. : ВАС, 2007.
2. LTE positioning accuracy performance evaluation / M. Sivers, G. Fokin // Lecture Notes in Computer Science. – 2015. – Т. 9247. – P. 393–406.
3. Handbook of position location: Theory, Practice, and Advances / S.A. Zakavat, R.M. Buehrer // Wiley-IEEE. – 2011. – P. 1281. – ISBN 978-0-470-94342-7.
4. Основы построения и функционирования разностно-дальномерных систем координатометрии источников радиоизлучений : учеб. пособие / Р.В. Волков [и др.]; под ред. Р.В. Волкова. – СПб. : ВАС, 2013.
5. Сиверс, М.А. Позиционирование абонентских станций в сетях мобильной связи LTE разностно-дальномерным методом / М.А. Сиверс, Г.А. Фокин, О.Г. Духовницкий // Системы управления и информационные технологии. – 2015. – Т. 59, № 1. – С. 55–61.
6. Фокин, Г.А. Оценка точности позиционирования абонентских станций в сетях LTE разностно-дальномерным методом / Г.А. Фокин // Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании : IV Междунар. науч.-техн. и науч.-метод. конф., СПб., 3-4 марта 2015 : сб. науч. ст. : в 2 т. / Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций. – СПб., 2015. – Т. 1 – С. 170–173.
7. Аль-Одхари, А.Х. Локализация объектов в условиях неоднородного рельефа с использованием беспилотных летательных аппаратов / А.Х. Аль-Одхари, Г.А. Фокин // Наука и инновации в технических университетах : материалы Десятого Всерос. форума студентов, аспирантов и молодых уче-

- ных, СПб., 26-28 окт. 2016 / Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого. – СПб., 2016. – С. 7–9.
8. Киреев, А.В. Positioning objects in LTE networks by measuring the signal travel time / А.В. Киреев, Г.А. Фокин // Труды учебных заведений связи. – 2016. – Т. 2, № 1. – С. 68–72.
 9. Сиверс, М.А. Оценка возможностей метода разностно-дальномерного метода позиционирования абонентских станций в системах мобильной связи LTE средствами имитационного моделирования / М.А. Сиверс, Г.А. Фокин, О.Г. Духовницкий // Информационные технологии моделирования и управления. – 2016. – Т. 98, № 2. – С. 149–160.
 10. Ортега, Д. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными / Д. Ортега, В. Рейнболдт. – М. : Мир, 1975. – 558 с.
 11. Метод пространственно-временной фильтрации радиосигналов на основе антенных решеток произвольной пространственной конфигурации / В.Н. Саяпин [и др.] // Информация и космос. – 2006. – № 3. – С. 83–89.
 12. Глобальные системы позиционирования / Б.Б. Серапинас. – М. : ИКФ «Каталог», 2002. – 106 с.
 13. Семенюк С.С. Геометрический фактор разностно-дальномерной сети датчиков в пространстве / С.С. Семенюк, В.В. Уткин, Л.Н. Бердинских // Научные технологии. – 2012. – Т. 13. – № 8. – С. 66–73.
 14. Lee, H.B. Accuracy Limitations of Hyperbolic Multi-lateration Systems / H. B. Lee // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System. – 1975. – Vol. AES-11, № 1. – P. 16–29.

Поступила 02.03.2017

**RESEARCH OF INFLUENCE OF GEOMETRICAL DISTRIBUTION
OF POINTS OF RECEPTION AND RADIO EMISSION SOURCE
ON ACCURACY OF POSITIONING**

**A.H. AL-ODHARI, G. FOKIN, I. FEDORENKO,
D. RYABENKO, S. LAVROV**

The estimation of influence of geometric distribution of receiving point and a radio source on positional accuracy is executed in the present work. Results of research show, that GDOP is the least when the radio source is located in the center between receiving point and has value of 0,99 for 4 receiving points and quickly increases, if radio source moves away from the center. GDOP decreases when a quantity of receiving point at increases that leads to increase of positional accuracy.

Keywords: *time-difference method, geometric dilution of precision, Newton-Gauss algorithm, position location, radio source.*