УДК 519.876

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ КРИТИЧЕСКИ ВАЖНЫХ ОБЪЕКТОВ ИНФОРМАТИЗАЦИИ В ЗАДАЧАХ КОЛИЧЕСТВЕННОГО АНАЛИЗА ЖИВУЧЕСТИ

канд. техн. наук, доц. Н.М. БОБОВИЧ
(Академия МВД Республики Беларусь, Минск)

Рассматривается задача математического моделирования структуры критически важных объектов информатизации для количественного анализа живучести и управления ею с использованием метода сопряжения случайных структур по производительности. Приведенные алгоритмы эквивалентного преобразования реальных структур в их последовательно-параллельные аналоги позволяют в процессе исследования живучести наиболее полно учесть существующие реальные взаимосвязи между структурными элементами критически важного объекта информатизации.

Ключевые слова: *объект информатизации, аналитический алгоритм, структурные элементы критически важного объекта информатизации, комплекс моделей количественной оценки живучести критически важного объекта информатизации, метод сопряжения случайных структур по производительности.*

Введение. Общей особенностью количественной оценки показателей живучести критически важных объектов информатизации (КВОИ) является статистический характер оцениваемых показателей на всех иерархических уровнях: элемент–подсистема–система в целом. Возможность представления производительности на высших уровнях в виде операторов сопряжения, представляющих собой ее функциональную зависимость от производительностей на более низких уровнях, позволяет свести задачу количественной оценки живучести по показателю «производительность» к задачам расчета статистических характеристик функций случайных аргументов [1].

Сложность и громоздкость функциональных зависимостей между производительностями элементов и образуемых ими реальных систем существенно затрудняет прямое решение задачи. Поэтому предлагается использовать метод сопряжения случайных структур (систем) по производительности, который позволяет представить исследуемую систему в виде совокупности последовательно-параллельных связей, установить взаимно-однозначное соответствие между аналитическим выражением оператора сопряжения и его графическим отображением, а также упростить запись алгоритмов вычисления производительности и расчет ее статистических характеристик.

Основная часть. Алгоритмы вычисления производительностей элементарных звеньев и элементарных цепей назовем элементарными операторами сопряжения.

Под сопряжением понимается объединение элементов (элементарных звеньев) подсистемы в работоспособные элементарные цепи, которые включают набор элементов, необходимый и достаточный для получения на выходе отличной от нуля производительности.

Алгоритмы вычисления производительностей элементарного звена и элементарной цепи соответственно имеют вид:

$$I_i = \sum_{j=1}^{m_i} I_{ij} \left(j = \overline{1, m_i} \right), \tag{1}$$

$$I = \min_{(i)} \{I_i\} \left(i = \overline{1, n} \right). \tag{2}$$

Для графического изображения элементарных операторов сопряжения используются параллельное объединение элементов в звене и последовательное – в цепи (рисунки 1, 2).

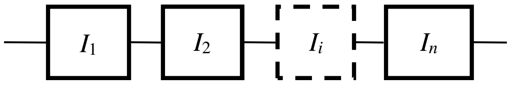


Рисунок 1. – Последовательное соединение элементов подсистемы

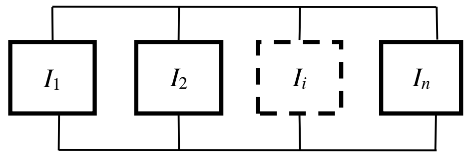


Рисунок 2. – Параллельное соединение элементов подсистемы

Алгоритм вычисления производительности некоторой k-й подсистемы через производительности ее структурных элементов:

$$I = \min_{(i)} \left\{ \sum_{j=1}^{m_i} I_{ij}^{(k)} \right\}. \quad (3)$$

Графическое изображение оператора сопряжения (3) представляет собой структурную схему сопряжения k-й подсистемы, которая включает исчерпывающее множество работоспособных элементарных цепей, имеющихся в подсистеме.

Например, для структуры, изображенной ни рисунке 3, алгоритм вычисления производительности может быть записан в следующем виде:

$$I = \min\{[\min(I_1, I_2 + I_3) + \min(I_4, I_5), I_6]\}.$$

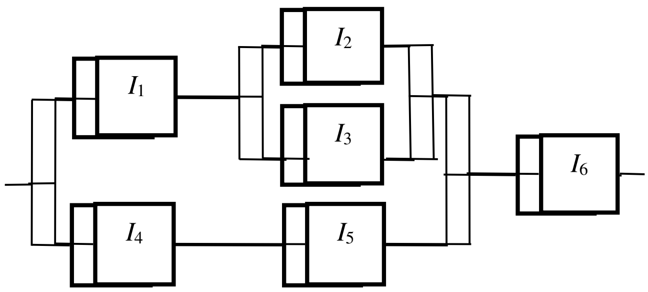


Рисунок 3. – Структурно-функциональная схема системы

Кроме последовательно-параллельных связей структурная схема сопряжения может содержать различные типы перекрестных связей. Основными из них являются различные виды заменяемости между элементами технологических звеньев, связи с усилением, простоем и некоторые другие (таблица).

В таблице приняты следующие обозначения:

I – производительность системы и ее аналога;

I_i, I_j – производительность подсистемы;

I_{ij} – производительность универсальной части подсистемы;

I_{ii} – производительность невзаимозаменяемой подсистемы;

β_{ij} – относительная трудоемкость операций;

α – коэффициент усиления;

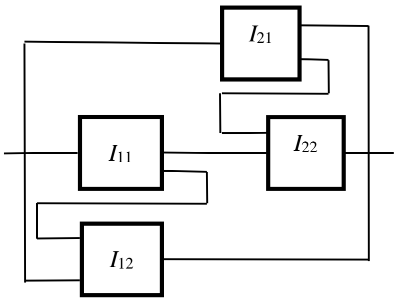
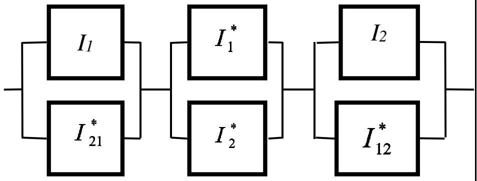
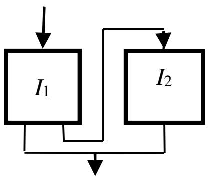
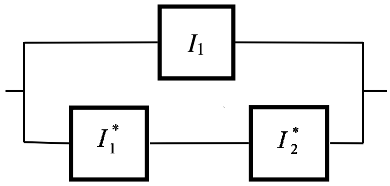
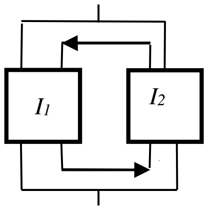
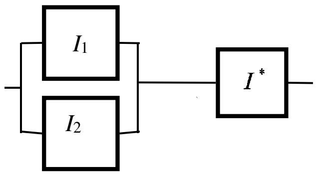
I^* – производительность, ограниченная фронтом работ;

$B = \beta_{ij}\beta_{ji}$ – характеристика организации структуры. Этот параметр характеризует степень совершенства системы по ее исходной организации.

Алгоритмы преобразования перечисленных связей к их последовательно-параллельным аналогам приведены в работах [2, 3].

Операторы сопряжения для функциональных связей, отличных от последовательно-параллельных, существенно зависят от управления структурой подсистемы, которое определяет распределение элементов между выполняемыми в подсистеме технологическими операциями. Поэтому эквивалентное преобразование таких функциональных связей к их последовательно-параллельным аналогам осуществляется при оптимальном распределении ресурса элементов подсистемы по критерию максимума производительности на ее выходе.

Таблица – Примеры функциональных связей и их последовательно-параллельных аналогов

Типовые функциональные связи	Последовательно-параллельный аналог	Оператор сопряжения
С взаимозаменяемостью 		$I = \min(I_1^*, I_2^*, I_1^{**}, I_2^{**})$ $I_i^* = I_i + \beta_{ij} I_{il}$ $I_i^{**} = \frac{I_i + \beta_{ij} + I_{ji}}{1+\beta_{ij}}$ $i, j = 1,2$ $i \neq j$
С усилением 		$I = I_1 + \min(I_1^*, I_2^*)$ $I^* + (\alpha - 1) I_1$ $I = (1 - \frac{1}{\alpha}) I_2$
С простоями 		$I = \min(I^*, I_1 + I_2)$

Достаточно адекватной моделью структуры отдельных подсистем и КВОИ в целом, элементы которых связаны между собой функциональными связями отличными от последовательно-параллельных, является однородная структура с заменяемостью.

Однородная структура с заменяемостью представляет собой структуру, в которой любой элемент может функционировать с отличной от нуля производительностью не более чем в двух элементарных звеньях. При этом относительные трудоемкости операций в этих звеньях отвечают условию:

$$\beta_{lr}^{(k)} \beta_{rl}^{(k)} = 1, \tag{4}$$

где $\beta_{lr}^{(k)} = \frac{I_r^{(k)}}{I_l^{(k)}}$, $\beta_{rl}^{(k)} = \frac{I_l^{(k)}}{I_r^{(k)}}$ – соответственно относительные трудоемкости операций r относительно операций l и операций l относительно операций r.

Физически это условие означает, что перемещение элементов между подсистемами не увеличивает их совместной производительности, т.е. система в исходном состоянии оптимальна по распределению элементов между подсистемами.

Производительность однородной структуры с заменяемостью может быть определена с помощью методики, изложенной в работе [2].

Любая система со случайной фиксированной структурой может быть сбалансирована, если ресурс заменяемости позволяет сбалансировать ее по производительности всех элементарных звеньев. Производительность сбалансированной структуры максимальна. Эта максимально возможная производительность для однородной структуры определяется величиной

$$I_{\max\max} = \frac{\sum \beta_{ir} I_i}{\sum \beta_{ir}}, \tag{5}$$

где r – фиксированный индекс произвольно выбранного элемента подсистемы.

Для доказательства (5) суммарную производительность всех элементов структуры, приведенную к производительности произвольно выбранного элементарного звена, запишем в следующем виде:

$$I_{\sum(r)} = \beta_{1r} I_1 + \beta_{2r} I_2 + ... + I_r + ... + I_n \beta_{nr} . \quad (6)$$

Распределим $I_{\sum(r)}$ между звеньями, соблюдая условие равенства производительностей:

$$\Delta I_1 \beta_{r1} = \Delta I_2 \beta_{r2} = ... = \Delta I_r = ... = \Delta I_n \beta_{rn} , \quad (7)$$

где $\Delta I_1, \Delta I_2, ..., \Delta I_n$ – производительности, выделяемые в 1, 2, …, n звеньях из приведенной к r-му звену суммарной производительности элементов (6);

$\beta_{r1}, \beta_{r2}, ..., \beta_{rn}$ – коэффициенты приведения производительности r-го звена к 1, 2, …, n звеньям.

Из равенства (7) для любого i = 1, 2, ..., n следует, что

$$\Delta I_i = \frac{\Delta I_r}{\beta_{ri}} .$$

Так как по условию $\sum_{i=1}^{n} \Delta I_i = I_{\sum(r)}$, то

$$I_{\sum(r)} = \Delta I_r \left(\frac{1}{\beta_{r1}} + \frac{1}{\beta_{r2}} + ... + 1 + ... + \frac{1}{\beta_{rn}}\right) . \quad (8)$$

Принимая во внимание свойство однородной структуры (4) и выражение (6), окончательно получим сбалансированные производительности звеньев и равную им производительность на выходе структуры:

$$\Delta I = \Delta I_r = \frac{\sum_{(i)} \beta_{ir} I_i}{\sum_{(i)} \beta_{ik}} . \quad (9)$$

Приведем доказательство, что полученное значение (9) является единственным и оптимальным. Для этого предварительно покажем справедливость равенства:

$$\beta_{ir} \beta_{rl} = \beta_{ir} .$$

По определению (4), $\beta_{ir} = \frac{I_r}{I_i}$, $\beta_{rl} = \frac{I_l}{I_r}$, отсюда

$$\beta_{ir} \beta_{rl} = \frac{I_r}{I_i} \frac{I_l}{I_r} = \frac{I_l}{I_i} = \beta_{il} .$$

С учетом этого

$$\Delta I = \frac{\sum_{(i)} \beta_{ir} I_i}{\sum_{(i)} \beta_{il}} \frac{\beta_{rl}}{\beta_{rl}} = \frac{\sum_{(i)} \beta_{il} I_i}{\sum_{(i)} \beta_{il}} = \text{const} .$$

При любом $l \ (l = \overline{1, n})$, т.е. полученный результат не зависит от выбора звена, к которому приводится производительность при расчете сбалансированной структуры.

Покажем, что перемещение элементов между звеньями в сбалансированной однородной структуре не повышает ее производительности. Для этого достаточно показать, что уносимая из r-го звена производительность I_r строго компенсируется (и не более) переводимой в него производительностью I_l из l-го звена. При перемещении только между двумя звеньями это следует из равенства $I_r = \beta_{lr} I_l$. При последовательных перемещениях между несколькими звеньями равенство $\beta_{rl}\beta_{\ln} = \beta_{rn}$ сводит их к перемещению между двумя конечными звеньями.

Доказанное вытекает также из свойства $\beta_{rl}\beta_{lr} = 1$, в соответствии с которым однородная структура всегда сохраняет нормальную организацию, в которой перемещение элементов между звеньями не приводит к повышению производительности подсистемы.

Таким образом, полученная сбалансированная структура имеет максимальную производительность, следовательно, решение является единственным и оптимальным.

Заключение. Сложность и громоздкость функциональных зависимостей между производительностями элементов и образуемых ими реальных систем существенно затрудняет решение задачи моделирования их структуры. Предлагаемый подход, основанный на использовании метода сопряжения случайных структур (систем) по производительности, позволяет представить исследуемую систему в виде совокупности последовательно-параллельных связей, установить взаимно-однозначное соответствие между аналитическим выражением оператора сопряжения и его графическим отображением, а также упростить запись алгоритмов вычисления производительности и расчет ее статистических характеристик. Кроме того, такое представление в ряде случаев позволяет анализировать влияние структуры на живучесть системы непосредственно, без ее количественных показателей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – М. : Наука, 1969. – С. 564.
2. Александров, Г. В. Методология и инженерные методики расчета живучести сложных систем военного назначения / Г. В. Александров // Научно-методические материалы по оценке эффективности комплексов авиационного вооружения. – М. : ВВИА, 1980. – С. 183–197.
3. Бобович, Н.М. Методы оценки ущербов в задачах количественного анализа живучести критически важных объектов информатизации / Н.М. Бобович, В.В. Маликов // Доклады БГУИР 4 (82). – Минск, 2014. – С. 59–66.

Поступила 31.10.2017

MODELING OF STRUCTURE INFORMATION CRITICAL OBJECTS IN PROBLEMS OF THE QUANTITATIVE ANALYSIS OF SURVIVABILITY

N. BOBOVICH

The article considers the problem of mathematical modeling of the structure of information critical facilities for the quantitative analysis of survivability and management using the method of random mating structures on performance. The above algorithms for equivalent transformation of real structures in their series-parallel analogs allow in the vitality of research more fully into account there is a real relationship between the structural elements of the critical facility information, which have a significant impact on its vitality.

Keywords: *object of informatization, analytical algorithm, structural elements of crucial object of informatization, complex of models of a quantitative assessment of a survivability critical of important object of informatization, method of random mating structures on performance.*