

УДК 621.866+004.7

ИЗБЫТОЧНЫЙ ВЕЙВЛЕТНЫЙ СЛОВАРЬ ДЛЯ РАЗРЕЖЕННОЙ ДЕКОМПОЗИЦИИ СИГНАЛОВ ВИБРАЦИИ

Ю.П. АСЛАМОВ, А.П. АСЛАМОВ, канд. тех. наук И.Г. ДАВЫДОВ, А.В. ЦУРКО
(Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск)

Автоматические системы вибрационной диагностики позволяют решать задачу оценки технического состояния роторного оборудования без привлечения экспертов. Для повышения качества обработки нестационарных вибрационных сигналов автоматическими системами предложено проводить анализ вибрационных сигналов во временной области на основе разреженной декомпозиции. Рассмотрены вопросы построения избыточного словаря вейвлет-функций для диагностики подшипников качения и зубчатых передач. Приведены результаты тестирования алгоритма разреженной вейвлетной декомпозиции на модельных сигналах.

Ключевые слова: вибродиагностика, разреженная декомпозиция, базис, вейвлет-преобразование.

Введение. В настоящее время для оценки технического состояния роторного оборудования преимущественно используются методы спектрального анализа на основе преобразования Фурье. При этом каждому дефекту оборудования ставится в соответствие набор определенных частот в спектре или спектре огибающей вибрации. Заключение о наличии дефекта оборудования и степени его развития делается по результатам сравнения найденного набора частот с некоторым шаблоном [1–3]. Простота и универсальность указанного подхода, а также обширная база шаблонов дефектов, наработанная за время его практического применения, обусловили популярность спектральных методов в практике вибрационной диагностики промышленного оборудования.

Однако использование спектральных методов на основе преобразования Фурье как единственного и универсального инструмента вибрационной диагностики невозможно по ряду причин:

- 1) низкая эффективность диагностики оборудования с нестационарным режимом работы ввиду свойств преобразования Фурье;
- 2) качество обнаружения дефектов напрямую зависит от полноты и точности составления кинематической схемы оборудования. При этом параметры многих элементов оборудования в процессе эксплуатации могут изменяться, что негативно сказывается на точности диагностики;
- 3) требуется высокая точность определения скорости вращения вала.

С одной стороны, указанные недостатки могут быть частично устранены при помощи алгоритмов слежения за частотой, передискретизации сигнала, а также методов уточнения скорости вращения вала [4, 5].

С другой стороны, решением могут выступать методы обработки вибрационных сигналов в частотно-временной области. Вейвлет-преобразование позволяет анализировать особенности сигнала с использованием локализованных во времени и по частоте математических функций – вейвлетов. Однако с точки зрения вибрационной диагностики применение вейвлет-преобразования в основном ограничено построением скейлограммы сигнала для поиска диапазонов частот с высоким удельным энергетическим вкладом [6, 7].

Для вибрационной диагностики подшипников качения и зубчатых передач роторного оборудования с нестационарным режимом работы авторами статьи предложено анализировать форму вибрационных сигналов во временной области. С этой целью рассмотрены вопросы построения избыточного словаря вейвлет-функций для алгоритма разреженной декомпозиции. Представлены результаты экспериментов на модельных сигналах.

Основная часть. Обработка сигналов во временной области базируется на теории аппроксимации. Пусть $\mathcal{B} = \{g_m\}_{m \in \mathbb{N}}$ есть ортонормированный базис гильбертова пространства \mathbb{H} , тогда любая функция $x \in \mathbb{H}$ может быть разложена по этому базису

$$x = \sum_{m=0}^{+\infty} \langle x, g_m \rangle g_m,$$

где $\langle x, y \rangle$ – скалярное произведение.

В базисах Фурье и вейвлет-базисах для эффективного представления равномерно гладких сигналов может быть использована линейная аппроксимация. При этом вместо представления x всеми скалярными произведениями $\{\langle x, g_m \rangle\}_{m \in \mathbb{N}}$ используются только первые M .

Для эффективного представления сигналов с изолированными особенностями используется нелинейная аппроксимация. В этом случае сигнал $x \in \mathbb{N}$ аппроксимируется M векторами, адаптивно выбранными из ортонормированного базиса $\mathcal{B} = \{g_m\}_{m \in \mathbb{N}}$. Пусть x_M есть проекция x на M векторов, индексы которых содержатся в I_M , тогда сигнал аппроксимации

$$x_M = \sum_{m \in I_M} \langle x, g_m \rangle g_m. \quad (1)$$

Погрешность аппроксимации есть сумма оставшихся коэффициентов

$$e_M = \|x - x_M\|^2 = \sum_{m \notin I_M} |\langle x, g_m \rangle|^2, \quad (2)$$

где $\|x\| = \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt \right)^{1/2}$ – норма функции $x(t)$.

Чтобы минимизировать погрешность аппроксимации e_M , индексы в I_M должны соответствовать M векторам, имеющим скалярные произведения с наибольшей амплитудой $\langle x, g_m \rangle$. Эти векторы наилучшим образом коррелируют с x , поэтому они могут быть интерпретированы как наиболее характерные для x . Погрешность нелинейной аппроксимации обязательно меньше, чем погрешность линейной аппроксимации, которая выделяет M векторов аппроксимации независимо от x .

Во многих случаях для достижения лучших аппроксимаций ортогональностью базисных функций пренебрегают. При этом стандартной является практика формирования базиса \mathcal{B} на основе анализируемого сигнала [8]. К преимуществам данного подхода можно отнести гибкость и высокую эффективность аппроксимации.

Вибрационный сигнал может быть эффективно представлен M векторами аппроксимации, выбранными на основе анализа его скейлограммы. Для построения скейлограммы предложено использовать вейвлет *Morlet*, имеющий минимальное частотно-временное разрешение [9]. Анализ скейлограммы подразумевает поиск выраженных областей с высоким энергетическим вкладом (поиск максимумов), результатом которого является набор собственных частот оборудования. Однако с точки зрения анализа формы вибрационных сигналов в окрестности найденных собственных частот использование одиночного базиса, построенного на основе одной базисной функции, не эффективно.

Комплексные сигналы, такие как аудиозаписи, вибрационные сигналы или изображения, часто содержат структуры, которые не могут быть хорошо представлены несколькими векторами некоторого одиночного базиса. Действительно, малые словари, такие как базисы, имеют ограниченные возможности разреженного представления сигналов. Крупные словари, включающие большое количество шаблонов, могут увеличить разреженность и, следовательно, повысить эффективность алгоритмов сжатия, шумоподавления и распознавания образов [8].

В частности, в работах [10, 11] для эффективного кодирования речевой информации использовалась итерационная процедура разложения сигнала по модели *gammatone*, на основе которой осуществлялся синтез избыточного словаря \mathcal{D} . Концепция итерационного разложения сигнала по избыточному словарю $\mathcal{D} = \{\phi_p\}_{p \in \Gamma}$ семейств вейвлет-функций легла в основу алгоритма разреженной вейвлетной декомпозиции [12].

Разреженная декомпозиция. Как известно, временной сигнал $x(t)$ может быть представлен в виде суперпозиции определенных базисных функций $\{\phi_m\}_{m \in \mathbb{N}}$. Тогда выражение для полученной аппроксимации $x_M(t)$ может быть записано в виде

$$x_M(t) = \sum_m \sum_i c_{m,i} \phi_m(t - \tau_{m,i}), \quad (3)$$

где $c_{m,i}$ и $\tau_{m,i}$ – амплитудный коэффициент и временная позиция m -й базисной функции $\phi_m(t)$ соответственно. Каждой базисной функции ϕ_m также ставится в соответствие определенная частота заполнения f_m .

Более общий способ объяснения выражения (3) заключается в том, что базисные функции φ_m существуют во все моменты времени сигнала $x(t)$, а ненулевые коэффициенты определяют положение базисной функции. В этом случае модель (3) может быть записана в виде свертки

$$x_M(t) = \sum_m \int c_m(\tau) \varphi_m(t - \tau) d\tau,$$

где $c_m(\tau)$ – амплитудный коэффициент в момент времени τ для базисной функции φ_m .

Ошибка аппроксимации e_M определяется выражением (2).

Выражение (3) описывает декомпозицию сигнала $x(t)$ по базисным функциям $\{\varphi_m\}_{m \in \mathbb{N}}$, результатом которой является так называемое разреженное представление (*sparse representation*) сигнала \mathbf{X} . Под разреженным представлением сигнала будем понимать совокупность пар амплитудных и временных коэффициентов $\{c_{m,i}, \tau_{m,i}\}_{(m,i) \in \mathbb{N}^2}$ для каждой базисной функции φ_m , т.е. $\mathbf{X} = \mathbf{X}(\varphi, c, \tau)$. В таком случае сигнал может быть представлен в виде пиков (*spikes*) на плоскости «амплитуда-время» для каждой базисной функции φ_m (рисунок 3, в).

Разреженное представление сигнала \mathbf{X} является неудобным с точки зрения автоматической обработки, поэтому вводится понятие спектра базисных функций (БФ-спектр) \mathbf{W}^{BF} . БФ-спектр есть распределение энергии сигнала аппроксимации x_M по базисным функциям $\{\varphi_m\}_{m \in \mathbb{N}}$. Коэффициенты БФ-спектра рассчитываются как

$$w_m^{BF} = \|x_m(t)\|^2, \quad (4)$$

где $x_m(t)$ – аппроксимация сигнала $x(t)$, соответствующая m -й базисной функции φ_m с набором коэффициентов $\{c_{m,i}, \tau_{m,i}\}_{i \in \mathbb{N}}$ разреженного представления \mathbf{X} :

$$x_m(t) = \sum_i c_{m,i} \varphi_m(t - \tau_{m,i}). \quad (5)$$

Разреженная декомпозиция сигнала (3) есть итерационный процесс. Под одной итерацией декомпозиции понимается процедура вычитания из сигнала $x(t)$ одной базисной функции φ_m и расчета соответствующих ей параметров $\{c_{m,i}, \tau_{m,i}\}_{(m,i) \in \mathbb{N}^2}$.

Для остановки процесса декомпозиции может быть применено пороговое правило

$$\frac{\|x_M\|^2}{\|x\|^2} \leq \eta_E, \quad (6)$$

где η_E – энергетический порог.

Однако использование порогового правила (6) затруднительно по причине игнорирования им качества аппроксимации сигнала, т.е. возможны случаи достижения порога η_E при высоком значении ошибки аппроксимации e_M . Поэтому используется пороговое правило вида

$$1 - \frac{e_M}{\|x(t)\|^2} \leq \eta, \quad (7)$$

где η – заданный уровень аппроксимации, $0 < \eta < 1$.

Увеличение количества итераций разложения уменьшает ошибку аппроксимации e_M , но увеличивает вычислительную сложность алгоритма. В связи с чем эффективность аппроксимации сигнала $x(t)$ с заданной точностью η при помощи разреженной декомпозиции (3) обратно пропорциональна количеству итераций декомпозиции (3). Очевидно, что для повышения эффективности декомпозиции требуется увеличить количество нулевых коэффициентов \mathbf{X} , т.е. повысить разреженность представления сигнала. Это достигается выбором базисных функций $\{\varphi_m\}_{m \in \mathbb{N}}$ на основе особенности анализируемого сигнала.

Базис разреженной вейвлетной декомпозиции. Выбор базисных функций φ_m разреженной декомпозиции не имеет жестких ограничений, кроме тех, что φ_m должна быть вещественной функцией с конечной энергией. Авторами статьи в качестве базисных функций предложено использовать вейвлеты, вследствие их хорошей локализации во времени и по частоте и автономности получаемых на их основе базисов.

Основными объектами вибрационной диагностики, дефектное состояние которых сопровождается ударными процессами, являются подшипники качения и зубчатые передачи. В работе [13] авторами были предложены вейвлет-функции, предназначенные для обнаружения ударных процессов в сигналах вибрации указанных элементов. Для диагностики подшипников качения предложено использовать вейвлет *MEXP*, а для зубчатых передач – вейвлеты *MORL* и *SINP* [13].

Представленные вейвлеты имеют эффективный, а не компактный носитель, ввиду наличия экспоненциального закона убывания в описывающих их математических выражениях. Под длиной эффективного носителя понимается интервал, на котором сосредоточена большая часть энергии вейвлета

$$\Delta T_{eff} = t_2 - t_1, t_2 > t_1 \Rightarrow \frac{\int_{t_1}^{t_2} |\psi(t)|^2 dt}{\|\psi\|^2} = 1 - \varepsilon, \quad (8)$$

где $\varepsilon \leq 0,05$ – доля энергии вейвлета вне эффективного носителя.

Для вейвлетов *MEXP*, *MORL* и *SINP* длина эффективного носителя ΔT_{eff} есть функция циклической частоты ω_0 и коэффициента формы *FF*, т.е. $\Delta T_{eff} = \Delta T_{eff}(\omega_0, FF)$. Нормированная длина эффективного носителя $\overline{\Delta T_{eff}}(FF)$ рассчитывается как

$$\overline{\Delta T_{eff}}(FF) = \frac{\Delta T_{eff}(\omega_0, FF) \cdot \omega_0}{2\pi}. \quad (9)$$

Из выражения (9) следует, что посредством изменения коэффициента формы *FF* может быть получены вейвлеты одного типа $\mathcal{D}^\Psi = \{\psi(\omega_0, FF_i)\}_{i \in \mathbb{N}}$ с различными частотно-временным разрешением в пределах одной несущей циклической частоты ω_0 . Совокупность *MEXP*-, *MORL*- и *SINP*-семейств образует словарь базисных функций \mathcal{D} разреженной декомпозиции.

Оценка формы сигнала во временной области на основе разреженной вейвлетной декомпозиции заключается в анализе распределения энергии сигнала по типам вейвлетов и их коэффициентам формы. С этой целью для получения стабильного разложения вводится набор правил формирования словаря базисных функций \mathcal{D} . Процесс формирования словаря \mathcal{D} разреженной декомпозиции в пределах фиксированной циклической частоты ω_0 разбит на несколько этапов.

Шаг 1. Рассчитывается минимальная $\overline{\Delta T_{eff.min}}$ и максимальная $\overline{\Delta T_{eff.max}}$ нормированные длины эффективного носителя формируемого вейвлетного словаря \mathcal{D} .

Минимальная нормированная длина эффективного носителя $\overline{\Delta T_{eff.min}}$ вейвлетного словаря \mathcal{D} определяется базисной функцией *MEXP* вследствие того, что ударные импульсы в подшипниках качения имеют малую длительность. Эмпирически установлено, что уменьшение коэффициента формы FF^{MEXP} вейвлета *MEXP* ниже определенного значения приводит к смещению центральной несущей частоты

вейвлета f_0 и, как следствие, смещению его Фурье-образа. Значительное отклонение f_0 от номинального значения может стать причиной некорректной обработки сигналов. Поэтому минимальное значение коэффициента формы FF_{min}^{MEXP} семейства $MEXP$ выбрано выше $FF \geq 0,878$ для достижения относительного сдвига частоты f_0 на уровне $\overline{\Delta f_0} < 1\%$. К тому же минимальное количество осцилляций ударного процесса в подшипниках качения, начиная с которого может быть различим экспоненциальный закон убывания, составляет $\overline{\Delta T_{eff}} > 4$. По указанным причинам в качестве минимального значения коэффициента формы вейвлета $MEXP$ выбрано $FF_{min}^{MEXP} = 1$, для которого $\overline{\Delta T_{eff}.min} = 4,35$ (осц.).

Максимальная нормированная длина эффективного носителя вейвлетов $\overline{\Delta T_{eff}.max}$ ограничивается потенциально возможным количеством зубьев на шестернях. В соответствии со справочными материалами [14] количество зубьев в диапазоне $z = [10, 100]$ покрывает 90–95% видов зубчатых передач. Так как коэффициент формы FF вейвлета AMP соответствует количеству зубьев шестерни с абразивным износом [8], то $FF_{max}^{AMP} \geq 100$. Максимальное значение коэффициента формы FF_{max}^{MORL} семейства вейвлетов $MORL$ определяется как $FF_{max}^{MORL} = \arg\left(\frac{\overline{\Delta T_{eff}.max}^{AMP}}{\overline{\Delta T_{eff}.max}}\right)$, а максимальная нормированная длина эффективного носителя вейвлетов словаря должна быть не менее $\overline{\Delta T_{eff}.max} \geq 68,5$ (осц.).

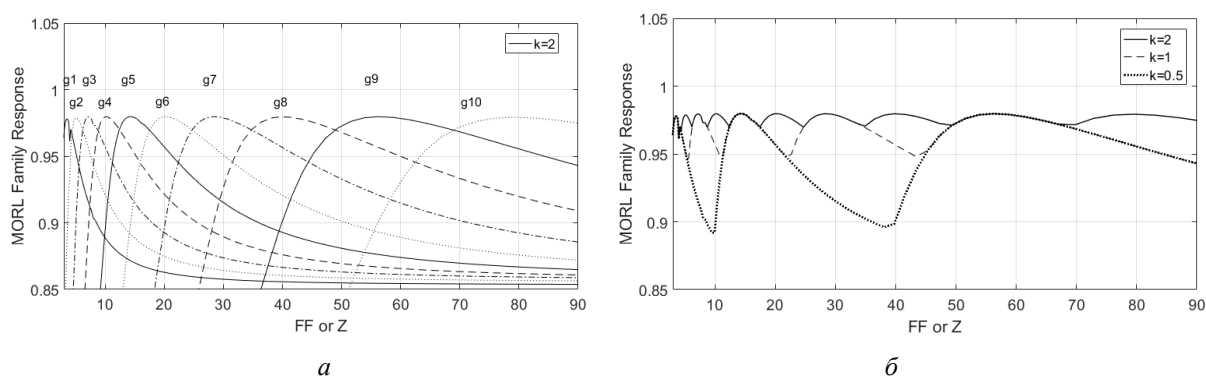
Шаг 2. Формируется решетка значений нормированных длин эффективного носителя $\left\{\overline{\Delta T_{eff}.i}\right\}_{i \in \mathbb{N}}$ по правилу

$$\overline{\Delta T_{eff}.i} = \overline{\Delta T_{eff}.min} \cdot 2^{\frac{i}{k}}, \quad (10)$$

где $\overline{\Delta T_{eff}.min}$ – минимальная нормированная длина эффективного носителя вейвлетов, равная для всех семейств, т.е. $\overline{\Delta T_{eff}.min} = \overline{\Delta T_{eff}^{MEXP}}(FF_{min}^{MEXP}) = \overline{\Delta T_{eff}^{MORL}}(FF_{min}^{MORL}) = \overline{\Delta T_{eff}^{SINP}}(FF_{min}^{SINP})$;

k – коэффициент перекрытия откликов вейвлетов одного семейства [8], $k \in \mathbb{N}$.

На рисунке 1 представлен пример отклика семейства вейвлетов $MORL$ на амплитудно-модулированный сигнал с коэффициентом модуляции $m = 0,5$.



a – отклик вейвлетов $MORL$ в пределах семейства; **б** – результирующий отклик семейства $MORL$
Рисунок 1. – Отклик семейства вейвлетов $MORL$ на тестовый сигнал

Предложено использовать значение коэффициента перекрытия $k = 2$, которое обеспечивает неравномерность результирующего отклика семейств базисных функций для различных воздействий на уровне $\Delta resp_{dB}^{k=2} = -19,82$ дБ (1,01%) [7]. В то же время для $k = 1$ и $k = 0,5$ неравномерность отклика составляет $\Delta resp_{dB}^{k=1} = -14,80$ дБ (3,31%) и $\Delta resp_{dB}^{k=0,5} = -10,06$ дБ (9,86%) соответственно.

При выбранном значении $k = 2$ коэффициент корреляции Пирсона между i -м и $(i+1)$ -м вейвлетом одного семейства попарно равен $r(\Psi_i, \Psi_{i+1}) = r(\Psi_{i+1}, \Psi_{i+2}) = 0,9708$.

Шаг 3. Семейство вейвлетов \mathcal{D}^Ψ формируется на основе решетки значений коэффициентов формы $\{FF_i^\Psi\}_{i \in \mathbb{N}}$, где $FF_i^\Psi = \arg(\overline{\Delta T_{eff}^\Psi}(FF_i))$ при $\overline{\Delta T_{eff}^\Psi}(FF_i) = \overline{\Delta T_{eff}^\Psi}_i$. Все вейвлеты семейства $\mathcal{D}^\Psi = \{\Psi(FF_i)\}_{i \in \mathbb{N}}$ нормируются $\overline{\Psi}_i = \Psi_i / \|\Psi_i\|$. В результате составлен словарь $\mathcal{D} = \{\mathcal{D}^{MEXP}, \mathcal{D}^{MORL}, \mathcal{D}^{SINP}\}$. Значения коэффициентов формы FF и нормированных длин эффективного носителя $\overline{\Delta T_{eff}}$ вейвлетов представлены в таблице.

Таблица. – Параметры вейвлетных семейств

Вейвлет	Параметры	Длина эффективного носителя $\overline{\Delta T_{eff, min}} \times m$									
		$\times 1$	$\times \sqrt{2}$	$\times 2$	$\times 2\sqrt{2}$	$\times 4$	$\times 4\sqrt{2}$	$\times 8$	$\times 8\sqrt{2}$	$\times 16$	$\times 16\sqrt{2}$
MEXP ("m")	FF	1,02	1,56	2,28	3,32	4,80	6,87	9,78	14,01	20,07	–
	$\overline{\Delta T_{eff}}$	4,35	6,26	8,74	12,29	17,34	24,46	34,46	48,95	68,69	–
MORL ("g")	FF	0,65	1,39	2,75	5,59	10,96	21,95	43,55	86,22	170,71	338,01
	$\overline{\Delta T_{eff}}$	4,16	6,12	8,82	12,22	17,20	24,66	34,72	48,78	68,28	96,8
SINP ("s")	FF	1,01	1,47	2,11	3,01	4,27	6,07	8,60	12,18	17,26	24,46
	$\overline{\Delta T_{eff}}$	4,34	6,06	8,66	12,26	17,3	24,46	34,56	48,78	68,96	97,1
–	№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Декомпозицию сигналов (1) по избыточному вейвлетному словарю $\mathcal{D} = \{\mathcal{D}^{MEXP}, \mathcal{D}^{MORL}, \mathcal{D}^{SINP}\}$ будем называть разреженной вейвлетной декомпозицией.

Результаты и их обсуждение. Для проверки свойств сформированного словаря \mathcal{D} используются модельные сигналы. В силу ограниченного объема статьи представлены результаты тестирования только на сигналах, имитирующих абразивный износ шестерен зубчатой передачи и выраженный дефект подшипника качения.

Частота зацепления зубчатой передачи определяется выражением

$$f_Z = Z \cdot f_1,$$

где f_1 – частота вращения вала (шестерни);

Z – количество зубьев на шестерне [2, 3].

Тогда в соответствии с [15] для имитации сигналов зубчатых передач с дефектами используется тестовый сигнал вида

$$s(t, FF) = \sum_i \sum_j A_{i,j} \cdot \sin\left(2\pi f_i t \left(1 + \frac{n_{i,j}}{Z}\right)\right), \tag{12}$$

где f_i – i -я гармоника частоты зацепления, [Гц];

j – порядковый номер боковых составляющих;

$n_{i,j}$ – номер гармоник;

$A_{i,j}$ – амплитуда гармоник.

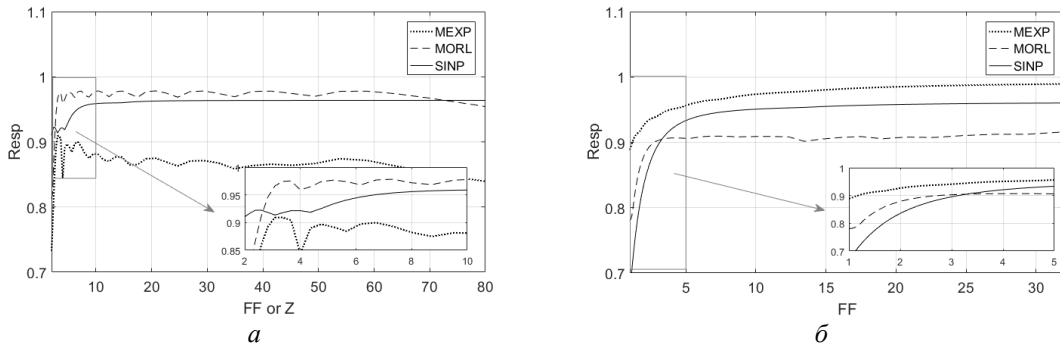
Для имитации абразивного износа шестерни используется сигнал (12) с одной гармоникой частоты зацепления f_z и одиночными боковыми валовыми составляющими $f_z \pm f_1$. Индекс амплитудной модуляции $m = 0,5$.

Для имитации сигналов дефектного подшипника качения используется периодическая последовательность экспоненциальных импульсов вида

$$s_0^{\text{EXP}}(t, \omega, FF) = \begin{cases} \sin(\omega t) \cdot \exp\left(-\frac{2\pi FF}{\omega} t\right), & 0 \leq t < \infty \\ 0, & -\infty < t < 0 \end{cases}. \quad (13)$$

Благодаря коэффициенту формы FF в выражении (13) регулируется скорость затухания ударных импульсов. Частота следования импульсов $F = 50$ Гц.

Тестирование базиса производится в терминах отклика $\text{resp}(\psi, FF)$ [13]. При этом сравниваются результирующие отклики семейств вейвлетов $\mathcal{D}^{\text{MEXP}}$, $\mathcal{D}^{\text{MORL}}$ и $\mathcal{D}^{\text{SINP}}$ на тестовые сигналы (12) и (13). Результаты сравнения представлены на рисунке 2.



а – амплитудно-модулированный сигнал; **б** – экспоненциальные ударные импульсы
Рисунок 2. – Результирующий отклик семейств вейвлетов

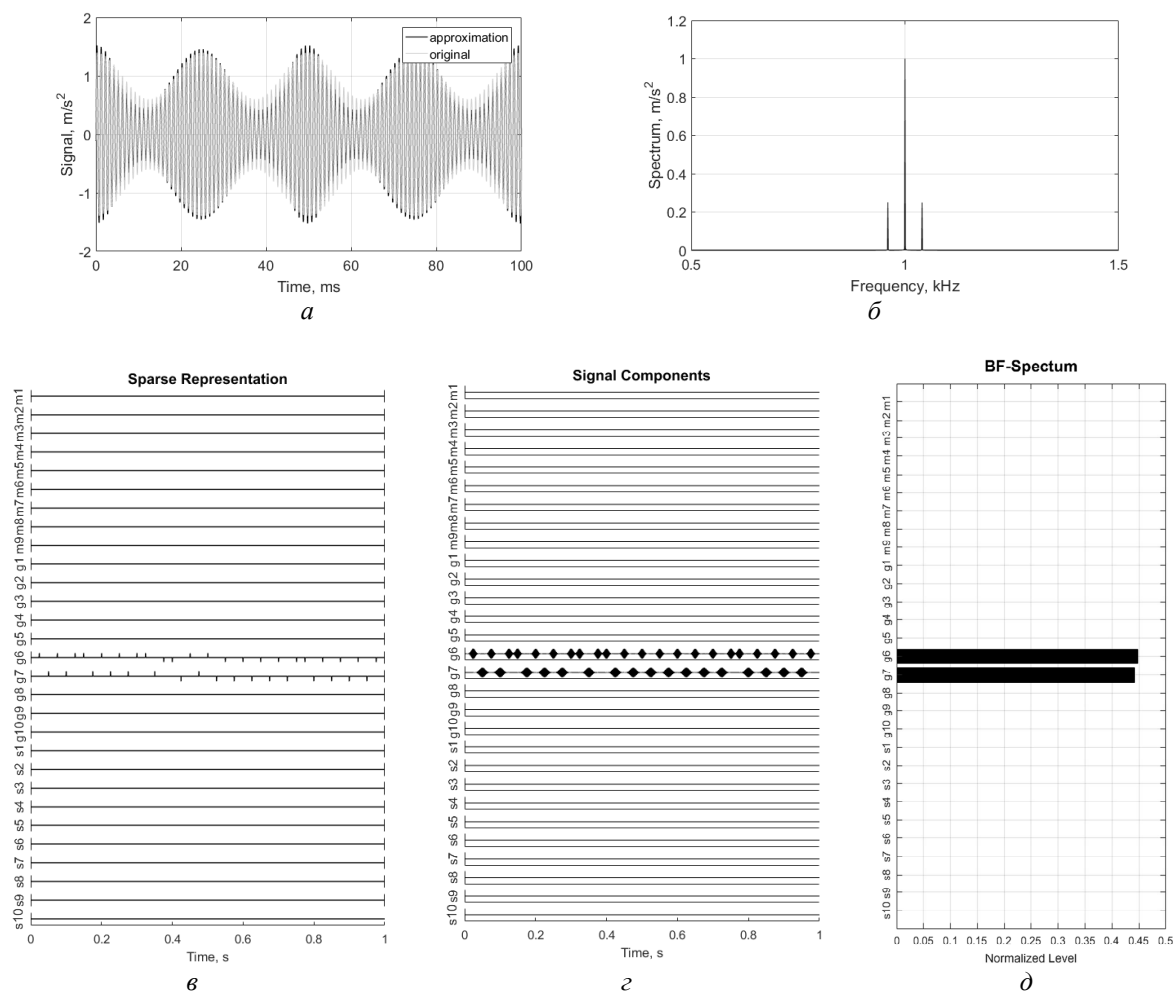
Как показано на рисунке 2, семейство вейвлетов $MORL$ обладает в среднем на 1,1–1,6% большим откликом на амплитудно-модулированные сигналы, чем $SINP$, и на 10,2–13% большим откликом, чем семейство $MEXP$. В то же время семейство вейвлетов $MEXP$ обладает в среднем на 2,4–2,9% большим откликом на экспоненциальные сигналы, чем семейство $SINP$, и на 7,9–8,4% большим, чем семейство $MORL$.

Для анализа формы вибрационных сигналов во временной области используется алгоритм разреженной декомпозиции с использованием сформированного словаря \mathcal{D} . В качестве тестового сигнала $x(t)$ выбран (12), энергия которого сосредоточена в узкой полосе частот в окрестности $f_z = 1$ кГц (рисунк 3, *a*, *б*). Сигнал имеет следующие параметры: коэффициент формы (количество зубьев шестерни Z) $FF = 25$, длительность сигнала $T = 1$ с, отношение сигнал/шум $SNR = 60$ дБ, индекс амплитудной модуляции $m = 0,5$. Указанный сигнал имитирует сильный абразивный износ шестерен зубчатой передачи.

На рисунке 3, *в–д* представлены результаты применения разреженной вейвлетной декомпозиции к указанному сигналу при заданном уровне аппроксимации $\eta = 0,95$.

Как продемонстрировано на рисунке 3, при заданном уровне аппроксимации η тестовый сигнал полностью восстановлен. Семейство вейвлетов $\mathcal{D}^{\text{MEXP}} = \{\psi_i^{\text{MEXP}}\}_{i \in \mathbb{N}}$ обозначено как “*m*”, семейство $\mathcal{D}^{\text{MORL}} = \{\psi_i^{\text{MORL}}\}_{i \in \mathbb{N}}$ обозначено как “*g*”, а семейство $\mathcal{D}^{\text{SINP}} = \{\psi_i^{\text{SINP}}\}_{i \in \mathbb{N}}$ – как “*s*”. Тогда, например, семейство $MEXP$ может быть представлено в виде $\mathcal{D}^{\text{MEXP}} = \{m1, m2, \dots, m9\}$. Численные индексы в обозначениях базисных функций указывают на порядковый номер вейвлета в базисе (см. таблицу). Вейвлеты с равными индексами (например, *m3* и *g3*) имеют одинаковую длину эффективного носителя, т.е. $\overline{\Delta T_{\text{eff}}^{m3}} = \overline{\Delta T_{\text{eff}}^{g3}}$ (см. таблицу). Нормированная длина эффективного носителя вейвлетов $\overline{\Delta T_{\text{eff}}^{\psi}}_i$ возрастает с ростом порядкового номера i .

Разреженное представление X (см. рисунок 3, *в*) тестового амплитудно-модулированного сигнала $x(t)$ состоит из 39 пиков с амплитудными и временными коэффициентами $(c_{m,i}, \tau_{m,i})_{(m,i) \in \mathbb{N}^2}$: 22 пика приходится на вейвлет g_6 и 17 пиков на вейвлет g_7 . Наличие отклика сразу на двух вейвлетах объясняется тем, что для заданного количества зубьев шестерни $Z = 25$ (шт.) результирующий отклик семейства *MORL* имеет минимум, заключенный между вейвлетами g_6 и g_7 (см. рисунок 1). В соответствии с рисунком 1, *а*, максимальный отклик вейвлета g_6 сосредоточен на $Z_{g_6} \approx 20$ (шт.), а вейвлета g_7 – на $Z_{g_7} \approx 28$ (шт.).



***а* – сигнал и его аппроксимация; *б* – спектр сигнала
в – разреженное представление сигнала; *г* – компоненты сигнала аппроксимации;
д – нормированный БФ-спектр**
Рисунок 3. – Разреженная вейвлетная декомпозиция амплитудно-модулированного сигнала

По виду БФ-спектра может быть сделан вывод о наличии выраженных амплитудных-модуляций, которые в большинстве случаев свойственны зубчатым передачам при абразивном износе шестерен, а также может быть оценено количество зубьев дефектной шестерни при отсутствии кинематической схемы оборудования.

Следует отметить, что другие дефекты зубчатых передач, такие как излом зубьев или повышенный зазор между шестернями, имеют иные шаблонные формы во временной области. Поэтому они могут быть обнаружены по концентрации энергии сигнала на других базисных функциях спектра. Например, при обработке вибрационного сигнала подшипника качения с дефектом колец или тел качения наибольшим откликом обладают вейвлеты *MEXP* (или *MORL* с низкими значениями коэффициента формы). О степени развития дефекта можно судить по разреженности БФ-спектра.

Заключение. В работе рассмотрены вопросы построения избыточного словаря вейвлетов для разреженной декомпозиции вибрационных сигналов. Словарь декомпозиции предложено формировать на базе семейств вейвлетов *MEXP*, *MORL* и *SINP*. В статье представлены результаты тестирования избыточного словаря на модельных сигналах, имитирующих дефекты зубчатых передач и подшипников качения. Предложен способ диагностики роторного оборудования на основе анализа спектра базисных функций разреженной вейвлетной декомпозиции. Дальнейшие исследования предлагается направить на разработку шаблонов дефектов подшипников качения и зубчатых передач с точки зрения спектра базисных функций, а также на анализ границ применимости предложенного способа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрамов, И.Л. Вибродиагностика энергетического оборудования : учеб. пособие по дисциплине «Диагностика в теплоэнергетике» / И.Л. Абрамов. – Кемерово, 2011. – 80 с.
2. Барков, А.В. Вибрационная диагностика машин и оборудования. Анализ вибрации : учеб. пособие / А.В. Барков, Н.А. Баркова. – СПб. : СПбГМТУ, 2004. – 156 с.
3. Костюков, В.Н. Основы виброакустической диагностики и мониторинга машин : учеб. пособие / В.Н. Костюков, А.П. Науменко. – Омск : Изд-во ОмГТУ, 2011. – 360 с. : ил.
4. Eltabach, M. Rotating machine speed estimation using vibration statistical approach / M. Eltabach, G. Govaert. – WCCM. – 2017 p.
5. Алгоритмы уточнения частоты вращения вала в задачах вибродиагностики роторного оборудования / Ю.П. Асламов [и др.] // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия В, Промышленность. Прикладные науки. – 2017. – № 11. – С. 51–58.
6. Акунин, М.В. Метод контроля состояния подшипников качения на основе сравнения вейвлет скейлограм : автореф. дис. ... канд. техн. наук / М.В. Акунин. – Казань, 2009.
7. Давыдов, И.Г. Диагностика качества подшипников качения с применением вейвлет-анализа / И.Г. Давыдов [и др.] // Доклады БГУИР. – 2005. – № 3 (11). – С. 48–52.
8. Mallat, S. A wavelet tour of signal processing. The sparse way / S. Mallat. – Academic Press, 2009.
9. Астафьева, Н.М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения / Н.М. Астафьева // Успехи физических наук. – 1996. – № 11, Т. 166.
10. Smith, E. Efficient coding of time relative structure using spikes / E. Smith, M. Lewicki // Neural Computation. – 2005. – Vol. 17, no. 1. – P. 19–45.
11. Smith, E. Efficient auditory coding / E. Smith, M. Lewicki // Nature. – 2006. – Vol. 439, no. 7079. – P. 978–982.
12. Разреженная вейвлетная декомпозиция в задачах вибродиагностики роторного оборудования / Ю.П. Асламов [и др.] // Доклады БГУИР. – 2017. – №8. – С. 91–98.
13. Асламов Ю.П. Вейвлет-функции для диагностики зубчатых передач / Ю.П. Асламов, А.П. Асламов, И.Г. Давыдов, А.В. Цурко // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия В, Промышленность. Прикладные науки – 2018. – № 3. – С. 38–46.
14. Зубчатые передачи : справ. / Е.Г. Гинзбург [и др.]. – Л. : Машиностроение, 1980 – 416 с.
15. McFadden, P. A revised model for extraction of periodic waveforms by time domain averaging / P. McFadden // Mechanical Systems and Signal Processing. – 1987. – Vol. 1, no. 1. – P. 83–95.

Поступила 02.03.2018

SPARSE DECOMPOSITION OF VIBRATION SIGNALS BY WAVELET REDUNDANT DICTIONARY

Y.P. ASLAMOV, A.P. ASLAMOV, I.G. DAVYDOV, A.V. TSURKO

Automatic systems of vibration-based diagnostics allow to solve problems of estimation of a technical condition of rotary equipment without involvement of experts. The quality of vibration-based diagnostics of rotary equipment with non-stationary work conditions by automatic systems can be improved by estimation of waveform of vibration signals on the basis of sparse decomposition. The problems of construction of redundant dictionary for diagnosis of rolling bearings and gearings are reviewed in article. The paper also presents the results of sparse wavelet decomposition testing on model signals.

Keywords: *vibration-based diagnostics, sparse decomposition, basis, wavelet transform.*