

УДК 519.1:519.8:004.6

**ЭКСПЕРТНОЕ РАНЖИРОВАНИЕ ВАЖНОСТИ ЧАСТНЫХ КРИТЕРИЕВ
ОПТИМАЛЬНОСТИ РАСПИСАНИЯ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ****М.В. ДЕКАНОВА***(Полоцкий государственный университет)*

Получена количественная (расчетная) оценка качества экспертов. Произведены расчеты суммарного отклонения мнений каждого эксперта по всем критериям, отклонения мнений каждого эксперта от среднего мнения группы по всем критериям. Вычислена степень согласованности мнений экспертов (дисперсия оценок). Для определения весовых коэффициентов за основу взят метод ранжирования. Экспериментальным путем рассчитаны весовые коэффициенты для критериев оптимизации расписания.

Введение. Предположим, что предложенную в статье [1] гиперграфовую модель составления расписания реализует некая специально разработанная система, тогда в качестве входной информации будут выступать исходные данные, частные критерии оптимизации расписания, весовые коэффициенты. Выходные данные – сгенерированное расписание занятий.

В качестве частных критериев оптимизации расписания занятий в университете предлагаем использовать следующие.

1. Равномерность распределения занятий по количеству «пар» в день (K_1).
2. Минимизация количества дней, занятых учебной нагрузкой (K_2).
3. Минимизация количества «окон» (K_3).
4. Равномерность распределения занятий по количеству «пар» в течение планового периода – двух недель (K_4).
5. Возможность проведение занятий в определенную смену (K_5).
6. Отсутствие занятий в определенные дни для преподавателей, например, методические дни (K_6).

Критерии оптимизации расписания занятий рассматриваем как частные критерии. Предлагается построить обобщенный аддитивный критерий, который объединяет (свертывает) все частные критерии в одну целевую функцию [2], представляющую собой взвешенную сумму частных критериев:

$$F = \sum_{i=1}^6 w_i K_i,$$

где w_i – весовой коэффициент критерия K_i ; $0 \leq w_i \leq 1$; $\sum_{i=1}^6 w_i = 1$.

Из существующих методов решения многокритериальной задачи [3] выбран метод аддитивной свертки критериев, т.к. он прост в использовании и дает достаточно приемлемые результаты.

Коэффициенты w_i определяются на основе экспертных оценок.

Веса критериев – самое тонкое место в проблеме критериального анализа. Чаще всего веса назначают, исходя из интуитивного представления о сравнительной важности критериев. Однако исследования показывают, что человек (эксперт) не способен непосредственно назначать критериям корректные численные веса. Необходимы специальные процедуры получения весов [4, 6, 8].

Основная идея экспертных методов состоит в том, чтобы использовать интеллект людей, их способность искать и находить решение слабо формализованных задач [4].

Методы экспертных оценок являются комплексами психологических и математических процедур получения от специалистов-экспертов информации о важности рассматриваемых критериев, анализа и обобщения (консолидации) с целью выработки рациональных решений.

Формирование экспертной группы осуществляет экспертная комиссия. Качество работы последней является основополагающим и критическим фактором для достижения максимальной объективности и точности экспертных оценок риска.

Формирование экспертной группы начинается с выбора кандидатов в эксперты. При их выборе рекомендуется использовать контрольные листы, которые содержат требования к образованию (теоретической подготовке), технологической компетентности (опыт работы по направлению деятельности), опыту работы в составе экспертных комиссий и групп, профессионализму и объективности, отсут-

вию личной заинтересованности в результатах экспертизы, наличие положительных рекомендаций и отзывов [5, 6, 8].

После выбора кандидатов в эксперты проводится количественная (расчетная) оценка их качеств и отсеивание некоторых кандидатов. Простейший подход к последней процедуре основан на оценке близости мнения эксперта к среднему мнению группы. В случае большого расхождения кандидат «отбраковывается» [7].

Выбор метода сбора и обработки результатов экспертного оценивания базируются на соответствующей процедуре опроса. С этой точки зрения методы экспертного оценивания подразделяются на две большие группы: коллективной работы экспертов и получения индивидуального мнения эксперта [4, 6].

Выбор экспертной комиссии, расчет весовых коэффициентов критериев – значимые вопросы для задачи оптимизации составления расписания учебных занятий в университете. Решение данных вопросов может сильно изменить конечный результат [4, 7, 10].

Расчет оценки компетенции экспертов. Допустим, что по результатам отбора кандидатов в эксперты качественным методом было выбрано четыре эксперта с одинаковыми или очень близкими параметрами соответствия заявленным требованиям отбора. Зачетная численность экспертной группы – четыре человека: два диспетчера, преподаватель с достаточно большим стажем работы и заведующий кафедрой. Диспетчеры в университете – люди самые опытные и знающие в вопросах составления расписания занятий, поэтому их включение в экспертную группу само собой разумеющийся факт. Далее необходимо было включить эксперта, представляющего интересы преподавателей, – преподаватель с достаточно большим стажем работы, а также эксперта, представляющего интересы студентов, – обычно это заведующий кафедрой.

Итак, четырем кандидатам ($n = 4$) было предложено проранжировать 6 критериев (K_1, \dots, K_6).

Наиболее важному критерию присваивается 1-й ранг, наименее важному 6-й.

По результатам ранжирования определены:

– матрица-строка 1-го эксперта $|\alpha_1| = |1, 2, 3, 4, 5, 6|$;

– матрица-строка 2-го эксперта $|\alpha_2| = |2, 1, 4, 3, 6, 5|$;

– матрица-строка 3-го эксперта $|\alpha_3| = |1, 3, 2, 5, 6, 4|$;

– матрица-строка 4-го эксперта $|\alpha_4| = |2, 3, 1, 4, 5, 6|$.

Общая матрица ранжирования представлена в таблице 1.

Таблица 1 – Общая таблица результатов ранжирования

i	j					
	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	1	4	3	6	5
3	1	3	2	5	6	4
4	2	3	1	4	5	6
Σ	6	9	10	16	22	21

Средние значения рангов представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Среднее значение рангов

Ранги	j					
	Обозначение критерия					
	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6
Сумма рангов	6	9	10	16	22	21
Среднее значение	6/4	9/4	10/4	16/4	22/4	21/4

Приведем пример вычисления нескольких элементов для построения матрицы отклонений мнений экспертов от среднего мнения:

$$i = 1; j = 1: 1 - (6/4) = - 2/4;$$

$$i = 2; j = 1: 2 - (6/4) = + 2/4;$$

$$i = 3; j = 1: 1 - (6/4) = - 2/4;$$

$$i = 4; j = 1: 2 - (6/4) = + 2/4;$$

$$\begin{aligned}
 i = 1; j = 4: & 4 - (16/4) = 0; \\
 i = 2; j = 4: & 3 - (16/4) = -4/4; \\
 i = 3; j = 4: & 5 - (16/4) = +4/4; \\
 i = 4; j = 4: & 4 - (16/4) = 0.
 \end{aligned}$$

Матрица отклонений мнений экспертов от среднего мнения:

$$D =$$

	1	2	3	4
1	2/4	2/4	2/4	2/4
2	1/4	5/4	3/4	3/4
3	2/4	6/4	2/4	6/4
4	0	4/4	4/4	0
5	2/4	2/4	2/4	2/4
6	3/4	1/4	5/4	3/4

Суммарное отклонение мнений i -го эксперта по всем критериям представлено в таблице 3.

Таблица 3 – Суммарное отклонение мнений i -го эксперта по всем критериям

Номер эксперта	1	2	3	4
Среднее отклонение	10/4	20/4	18/4	16/4

Суммарное отклонение мнений всех экспертов по всем критериям:

$$\overline{\Delta\alpha} = \frac{10+20+18+16}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{64}{24} = 2\frac{4}{6} \approx 2,6.$$

Среднее отклонение мнений i -го эксперта от среднего мнения группы по всем критериям представлено в таблице 4.

Таблица 4 – Среднее отклонение мнений i -го эксперта от среднего мнения группы по всем критериям

Номер эксперта	1	2	3	4
Суммарное отклонение мнений экспертов по всем критериям	2,67			
Суммарное среднее отклонение по каждому эксперту	10/4 = 2,50	20/4 = 5,00	18/4 = 4,50	16/4 = 4,00
Модуль частного отклонения	0,17	2,33	1,83	1,33

Получаем матрицу-строку модулей частных отклонений:

$$|\overline{D}| = |0,17; 2,33; 1,83; 1,33|.$$

Кортеж отклонений:

$i = 1$	$i = 4$	$i = 3$	$i = 2$	(новые номера)
1	4	3	2	

Следовательно, эксперт, имеющий новый номер $i = 4$, имеет мнения наиболее удаленные от среднего мнения экспертов.

В теории экспертных оценок разработан ряд методов проведения экспертизы. Наиболее эффективными оказались методы ранжирования и приписывания баллов [4, 6–8, 10].

Определение коэффициентов важности критериев оптимизации с использованием метода ранжирования для задачи составления расписания. Более подробно этапы определения коэффициентов важности с использованием метода ранжирования рассмотрим на следующем примере. Предположим, что четыре эксперта проранжировали 6 критериев. Результат опроса экспертов относительно важности критериев представлен в таблице 1. В данной таблице представлены ранги, присвоенные экспертами рассматриваемым критериям оптимизации.

Далее необходимо вычислить весовые коэффициенты рассматриваемых частных критериев оптимизации. Результаты представлены в таблице 5.

Сумма рангов шести критериев:

$$\sum_{i=1}^m r_i = 6 + 9 + 10 + 16 + 22 + 21 = 84.$$

Весовые коэффициенты [4] рассматриваемых критериев в результате произведенного эксперимента принимают следующие значения: $\lambda_1 = 0,07, \lambda_2 = 0,11, \lambda_3 = 0,12, \lambda_4 = 0,19, \lambda_5 = 0,26, \lambda_6 = 0,25$.

Если сложить все полученные весовые коэффициенты, то в сумме получится единица, что подтверждает верность расчетов: $\sum_{i=1}^m \lambda_i = 1$.

Таблица 5 – Весовые коэффициенты частных критериев

Эксперты	Критерии					
	Критерий K_1	Критерий K_2	Критерий K_3	Критерий K_4	Критерий K_5	Критерий K_6
Эксперт 1	1	2	3	4	5	6
Эксперт 2	2	1	4	3	6	5
Эксперт 3	1	3	2	5	6	4
Эксперт 4	2	3	1	4	5	6
Σ сумма рангов	6	9	10	16	22	21
$\sum_{i=1}^m r_i = 84$						
веса	$6/84 = 0,07$	$9/84 = 0,11$	$10/84 = 0,12$	$16/84 = 0,19$	$22/84 = 0,26$	$21/84 = 0,25$

Таким образом, можно сделать вывод, что, по мнению экспертов наиболее важным является первое требование.

Обработка результатов экспертных оценок. Если рассматривать результаты оценок каждого из экспертов как реализации некоторой случайной величины, то к ним можно применять методы математической статистики. Среднее значение оценки для i -го критерия:

$$\bar{r}_i = \frac{\sum_{j=1}^L r_{ji}}{L} = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L r_{ji} = \frac{r_i}{L}.$$

Среднее значение \bar{r}_i выражает коллективное мнение группы экспертов. Степень согласованности мнений экспертов характеризуется величиной $\sigma_i^2 = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L (r_{ji} - \bar{r}_i)^2$, называемой дисперсией оценок. Ясно, что чем меньше значение дисперсии, тем с большей уверенностью можно опираться на найденные значения \bar{r}_i оценки степени важности частного критерия $Fi(X)$. В качестве меры надёжности приведённой экспертизы принимают $\beta = \frac{\sigma_i}{r_i}$, называемой вариацией.

Проведем вычисления. Для $L = 4, L$ – количество экспертов.

Имеем $r_1 = 17, r_2 = 6, r_3 = 15, r_4 = 7, r_5 = 14, r_6 = 8$.

Определим среднее значение оценки для i -го критерия.

$$\bar{r}_1 = \frac{r_1}{L} = \frac{17}{4} = 4,25.$$

$$\bar{r}_2 = \frac{r_2}{L} = \frac{6}{4} = 1,50.$$

$$\bar{r}_3 = \frac{r_3}{L} = \frac{15}{4} = 3,75.$$

$$\bar{r}_4 = \frac{r_4}{L} = \frac{7}{4} = 1,75.$$

$$\bar{r}_5 = \frac{r_5}{L} = \frac{14}{4} = 3,50.$$

$$\bar{r}_6 = \frac{r_6}{L} = \frac{8}{4} = 2,00.$$

Рассчитаем дисперсию оценок, т.е. степень согласованности мнений экспертов.

$$\begin{aligned} \delta_1^2 &= \frac{1}{4} \left((r_{11} - \bar{r}_1)^2 + (r_{21} - \bar{r}_1)^2 + (r_{31} - \bar{r}_1)^2 + (r_{41} - \bar{r}_1)^2 \right) = \\ &= 0,25 \left((4 - 4,25)^2 + (4 - 4,25)^2 + (5 - 4,25)^2 + (4 - 4,25)^2 \right) = 0,25 \times 0,75 = 0,1875. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_2^2 &= \frac{1}{4} \left((r_{12} - \bar{r}_2)^2 + (r_{22} - \bar{r}_2)^2 + (r_{32} - \bar{r}_2)^2 + (r_{42} - \bar{r}_2)^2 \right) = \\ &= 0,25 \left((2 - 1,50)^2 + (1 - 1,50)^2 + (1 - 1,50)^2 + (2 - 1,50)^2 \right) = 0,25 \times 1 = 0,2500. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_3^2 &= \frac{1}{4} \left((r_{13} - \bar{r}_3)^2 + (r_{23} - \bar{r}_3)^2 + (r_{33} - \bar{r}_3)^2 + (r_{43} - \bar{r}_3)^2 \right) = \\ &= 0,25 \left((4 - 3,75)^2 + (3 - 3,75)^2 + (5 - 3,75)^2 + (3 - 3,75)^2 \right) = 0,25 \times 2,75 = 0,6875. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_4^2 &= \frac{1}{4} \left((r_{14} - \bar{r}_4)^2 + (r_{24} - \bar{r}_4)^2 + (r_{34} - \bar{r}_4)^2 + (r_{44} - \bar{r}_4)^2 \right) = \\ &= 0,25 \left((2 - 1,75)^2 + (2 - 1,75)^2 + (2 - 1,75)^2 + (1 - 1,75)^2 \right) = 0,25 \times 0,75 = 0,1875. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_5^2 &= \frac{1}{4} \left((r_{15} - \bar{r}_5)^2 + (r_{25} - \bar{r}_5)^2 + (r_{35} - \bar{r}_5)^2 + (r_{45} - \bar{r}_5)^2 \right) = \\ &= 0,25 \left((4 - 3,50)^2 + (3 - 3,50)^2 + (3 - 3,50)^2 + (4 - 3,50)^2 \right) = 0,25 \times 1 = 0,2500. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_6^2 &= \frac{1}{4} \left((r_{16} - \bar{r}_6)^2 + (r_{26} - \bar{r}_6)^2 + (r_{36} - \bar{r}_6)^2 + (r_{46} - \bar{r}_6)^2 \right) = \\ &= 0,25 \left((2 - 2,00)^2 + (3 - 2,00)^2 + (2 - 2,00)^2 + (1 - 2,00)^2 \right) = 0,25 \times 2 = 0,50. \end{aligned}$$

Значение дисперсии для первого критерия имеет наименьшее значение. Это означает, что на оценку степени важности первого частного критерия можно полагаться с большей уверенностью.

Статистическая обработка результатов экспертных оценок подобна статистической обработке результатов измерений. На достоверность экспертизы существенно влияют такие факторы, как численный состав экспертной группы, уровень компетентности экспертов; состав вопросов, представляемых экспертам и т.д.

Индивидуальные экспертные оценки также несут на себе печать случайности: настроение, самочувствие, обстановка, а также знание и опыт.

Заключение. Методы экспертных оценок являются комплексами психологических и математических процедур получения от специалистов-экспертов информации о важности рассматриваемых критериев, анализа и обобщения (консолидации) с целью выработки рациональных решений. В данной статье рассчитаны весовые коэффициенты критериев оптимизации задачи составления расписания методом ранжирования, сумма которых равна единице, что подтверждает верность расчетов. Описан процесс выбора кандидатов в эксперты, а также проведена оценка качества их мнений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Деканова, М.В. Математическая модель и алгоритм построения расписания учебных занятий университета / М.В. Деканова // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Серия С. Фундаментальные науки – 2013. – № 12. – С. 24–34
2. Черноуцкий, И.Г. Методы принятия решений / И.Г. Черноуцкий. – СПб. : БХВ, 2005. – 498 с.

3. Гафаров, Е.Р. Математические методы оптимизации при составлении учебного расписания / Е.Р. Гафаров, А.А. Лазарев // Новые информационные технологии в образовании : сб. науч. тр. – М. : 1С-Публишинг. – 2013. – Ч. 2. – С. 51–55.
4. Григоров, В.М. Эксперты в системе управления общественным производством / В.М. Григоров // М. : Мысль, 1976.
5. Малин, А.С. Исследование систем управления / А.С. Малин. – М. : ГУ ВШЭ, 2005. – 399 с.
6. Кафидов, В.В. Исследование систем управления / В.В. Кафидов. – М. : Академ. Проект, 2005. – 160 с.
7. Мишин, В.М. Исследование систем управления / В.М. Мишин. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2005.
8. Мухин, В.И. Исследование систем управления / В.И. Мухин. – М. : Экзамен, 2003. – 384 с.
9. Ползунова, Н.Н. Исследование систем управления / Н.Н. Ползунова. – М. : Академ. Проект, 2004. – 176 с.
10. Игнатъева, А.В. Исследование систем управления / А.В. Игнатъева. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2003. – 157 с.
11. Баронов, В.В. Автоматизация управления предприятием / В.В. Баронов. – М. : Инфра-М, 2000.
12. Логоша, Б.А. Комплекс моделей и методов оптимизации расписания занятий в вузе / Б.А. Логоша, А.В. Петропавловская // Экономика и математические методы. – 1993. – Т. 29. – № 4.
13. Танаев, В.С. Теория расписаний. Многостадийные системы / В.С. Танаев, Ю.Н. Сотсков, В.А. Струсевич. – М. : Наука, 1989. – 328 с.
14. Гафаров, Е.Р. Задачи теории расписаний. Алгоритмы и применение / Е.Р. Гафаров // Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук: управление и прикладная математика : тр. 49 науч. конф. / МФТИ. – Москва-Долгопрудный, 2006. – С. 82–83.

Поступила 20.09.2015

EXPERT RANKINGS OF IMPORTANCE OF INDIVIDUAL CRITERIA OF OPTIMALITY OF THE SCHEDULE UNDER CONDITIONS OF UNCERTAINTY

M. DEKANOVA

The quantitative (computational) evaluation of the quality experts. Calculated total rejection of the views of each expert on all the criteria, the deviation of each expert from the average views of the group on all criteria. The calculated degree of coherence of expert opinions (dispersion estimates). To determine the weighting coefficients based on the ranking method. Experimentally calculated weight factors for optimization criteria for the schedule.