

УДК 517.977

DOI 10.52928/2070-1624-2025-44-1-14-24

## МОДЕЛЬ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ ДЛЯ РЕГУЛИРОВАНИЯ СОЦИОКУЛЬТУРНОГО ПРОЦЕССА В УСЛОВИЯХ НЕТОЧНОСТИ ДИАГНОСТИКИ

канд. физ.-мат. наук Т. И. ПЕСЕЦКАЯ

(Белорусский государственный университет культуры и искусств, Минск)

*Рассматривается проблема моделирования социокультурных процессов с помощью динамических систем управления. Изучены вопросы описания управляемого объекта социокультурного пространства набором измеримых показателей, полученных путем параметризации качественных характеристик. Предложены подходы к моделированию процессов регулирования ценностных ориентиров актора социокультурного пространства для достижения социально значимых целей с помощью динамических систем с управлением типа обратной связи. Представлен алгоритм построения оптимального управления с обратной связью в дискретном времени, учитывающий ограничения на ресурсы управления и неточность измерений состояний объекта управления. В качестве примера рассматривается модель, основанная на социокультурных измерениях Г. Хофстеде.*

**Ключевые слова:** регулирование процессов социокультурного пространства, социокультурные измерения, динамические системы управления, оптимальное управление с обратной связью.

**1. Теория управления и управление социокультурными процессами.** Сегодня можно с уверенностью утверждать, что современная теория управления развита достаточно глубоко для ее применения в управлении сложными техническими системами и технологическими процессами. В условиях развития современных информационных технологий и постоянно множачихся, совершенствующихся алгоритмов обработки больших данных, которые применяются в системах искусственного интеллекта и искусственного разума, основанных на изучении феноменов когнитивного функционала человека и поведения социальных групп, возрастает актуальность математического моделирования деятельности как отдельного индивида, личности, так и социума в целом, а также вычислительных методов обработки социальных и культурологических данных, формирующих аналитическую основу для принятия решений целевого регулирования социума и управления социокультурными процессами [1]. В социологии модели теории оптимального управления используются в основном для моделирования распространения социальных проблем (например, преступности, алкоголизма, злоупотребления психоактивными веществами) через контакты с «пораженными» субъектами социума [2], а также для моделирования процессов обучения [3]. Ставшие уже классическими модели основаны на формализации объекта управления в виде нелинейной системы дифференциальных уравнений с неопределенностью [2; 4], как правило, заданной стохастически, что актуализирует исследование подходов к построению алгоритмов управления, не требующих нахождения решения в явном виде, а использующих позиционные ряды наблюдений состояний объекта управления для построения управляющего воздействия в реальном времени [5]. Цель работы – обосновать возможность использования разработок теории управления для управления недетерминированными динамическими системами с неопределенностью в реальном времени для решения задач регулирования социокультурных процессов.

**2. Понятие социокультурного измерения и состояние объекта социокультурного пространства.** С точки зрения математического моделирования социум является самым сложным объектом математической формализации. Прежде всего социокультурные процессы описываются с помощью концептуально-качественных характеристик. Помимо этого, необходимы подходы к формированию количественных измерений состояний объекта управления социокультурного пространства, которые позволяют иерархизировать и типологизировать социальные явления и пригодны для построения динамических систем управления. Следуя концепции социокультурного пространства Е. Ю. Шакировой [6], определим социокультурное пространство как многоуровневый, многоэтапный и разноплановый синтез феноменов деятельности и взаимодействий социокультурных акторов (как единичных, так и коллективных), результирующий наполнение пространства характерным действующим акторам содержанием: смыслы, идеи, убеждения, традиции, ценности, знаковые формы, символы, системы аксио-семантических координат. Соответственно, состояние объекта социокультурного пространства определим в контексте координат его содержательных характеристик эквивалентным набором измеримых показателей. Традиционно в современных социокультурных исследованиях методики перевода качественных характеристик в измеримые количественные показатели осуществляется с помощью параметризации или введения шкал для количественной оценки той либо иной характеристики.

Первые подходы в сфере социокультурных измерений предложил нидерландский социолог Г. Хофстеде, который ввел шесть показателей, характеризующих культуру [7] по стобалльной шкале, соответственно сопоставив качественным характеристикам количественные эквиваленты (таблица 1).

Таблица 1. – Измерения Г. Хофстеде

	Нижняя граница измерения	Шкала	Верхняя граница измерения
1.	МАЛАЯ	0 ↔ 100	БОЛЬШАЯ
	Ориентирование на «голос» каждого, в том числе в принятии решений. Порождает неявное управление лидеров через управленческую горизонталь	ДИСТАНЦИЯ ВЛАСТИ	Ориентирование на достойного лидера, делегирование лидеру полномочий в принятии решений. Порождает управленческую вертикаль
2.	КОЛЛЕКТИВИЗМ	0 ↔ 100	ИНДИВИДУАЛИЗМ
	«Мы»-культура. Решение принимается в пользу Мы, даже если в ущерб «Я»	АВТОНОМНОСТЬ	«Я»-культура. Решение принимается в пользу Я, даже если в ущерб «Мы»
3.	ФЕМИННОСТЬ	0 ↔ 100	МАСКУЛИННОСТЬ
	Ориентирование на гарантированное обеспечение социума (горизонтальный рост)	КОНКУРЕНЦИЯ	Ориентирование на конкуренцию (вертикальный рост)
4.	ПРИНЯТИЕ	0 ↔ 100	ИЗБЕГАНИЕ
	Краткосрочное планирование, принятие риска, вариабельность действующих законов, правил, политик	НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ	Долгосрочное планирование, предпочтение не рисковать, стабильность действующих законов, правил, политик
5.	КРАТКОСРОЧНАЯ	0 ↔ 100	ДОЛГОСРОЧНАЯ
	«Настоящее определяется прошлым», в большей степени доверяют традициям, чтят историю	ПЕРСПЕКТИВА	«Настоящее для будущего», в меньшей степени учитывается прошлое, история, традиции, прагматическая культура
6.	НИЗКАЯ	0 ↔ 100	ВЫСОКАЯ
	Ориентирование на «самопрощение» и «самопоощрение»	ИНДУЛЬГЕНЦИЯ	Ориентирование на наказание, если виновен, поощрение, если заслужил

Таким образом, в данной модели состояние актора социокультурного пространства характеризуется шестью координатами. Например, если акторами выступают страны, представленные на рисунке 1, то их координаты в разные моменты времени будут принимать значения, представленные в таблице 2.

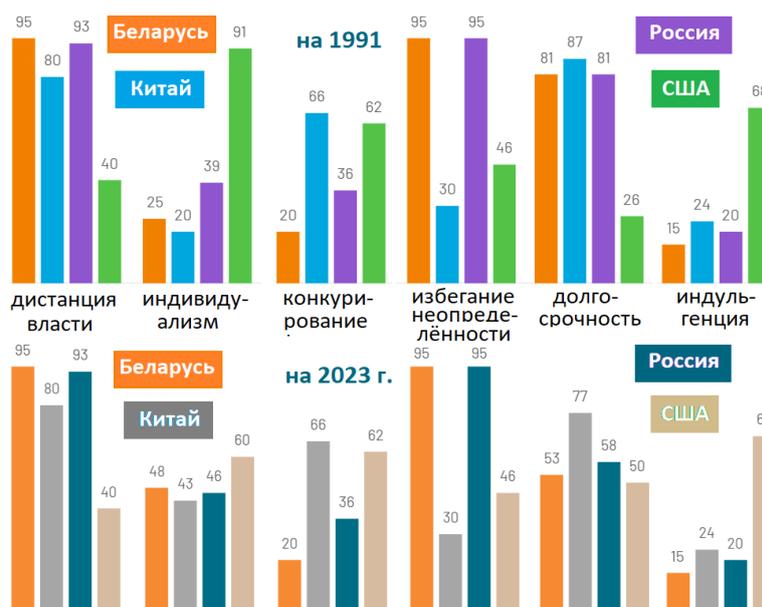


Рисунок 1. – Сравнение Беларуси, России, Китая и США по измерениям Г. Хофстеде (данные получены с помощью конструктора ресурса «The Culture Factor»<sup>1</sup>)

<sup>1</sup> URL: [www.theculturefactor.com](http://www.theculturefactor.com).

Таблица 2. – Пример состояний акторов социокультурного пространства

Беларусь	Китай	Россия	США
$X_B(1991) =$ = (95, 25, 20, 95, 81, 15)	$X_C(1991) =$ = (80, 20, 66, 30, 87, 24)	$X_R(1991) =$ = (93, 39, 36, 95, 81, 20)	$X_U(1991) =$ = (40, 91, 62, 46, 26, 68)
$X_B(2023) =$ = (95, 48, 20, 95, 53, 15)	$X_C(2023) =$ = (80, 43, 66, 30, 77, 24)	$X_R(2023) =$ = (93, 46, 36, 95, 58, 20)	$X_U(2023) =$ = (40, 60, 62, 46, 50, 68)

Как мы видим, состояния акторов социокультурного пространства меняются со временем (хотя некоторые показатели векторов состояний в данном примере не изменяются, что мы обсудим далее), то есть наблюдается некоторая динамика системы

$$\dot{x} = f(x, \rho, t), \quad (1)$$

где  $x$  – вектор состояния динамической системы;

$f$  – вектор-функция, описывающая динамику системы;

$\rho$  – вектор-функция, описывающая воздействия на систему, если таковые имеются;

$t$  – время.

**3. Моделирование управления социокультурным процессом.** Прежде чем перейти непосредственно к моделированию, рассмотрим понятие «социокультурный процесс». Под самим процессом в социокультурном пространстве будем понимать последовательную смену состояний объекта или актора социокультурного пространства в его развитии во времени. Согласно П. Сорокину (1889–1968), социокультурный процесс представляет собой «взаимовлияние фундаментальных идей и социальных процессов»; в свою очередь, Р. Будон (1934–2013) дополняет это определение, подчеркивая, что социокультурное проявляется «через соотношение социальной структуры, идей и ценностей, циркулирующих в обществе» [8]. Таким образом, в контексте данного исследования определим социокультурный процесс как последовательную смену состояний объекта или актора социокультурного пространства, приводящую к формированию/изменению ценностей или универсалий в данном социокультурном пространстве. В таблице 3 (основана на схеме из [9, с. 16]) приведены этапы управления таким процессом.

Таблица 3. – Этапы управления социокультурным процессом (\*• – принятие/передача управляющего воздействия)

Этап	Описание	Управление	
1. Концептуальная часть	Целеполагание (например, уточнение общественного идеала, определение социального заказа)	←/↓	↑/←
2. Диагностическая подготовка	Изучение объекта или социального актора (выявление «проблемного поля», изучение интересов, запросов)	↓/↓	
3. Проектная основа	Структуризация содержания и данных (отбор и формирование содержания, организация его в конкретную проектную форму)	↓/↓	
4. Прогностическая подготовка	Создание прогностической модели (определение стратегических и тактических целей и задач, перевод их в диагностические цели и задачи, систематизация и параметризация)	↓/↓	
5. Процессуальная часть	Организация и управление процессами (например, регулирования состояний социального актора или создания и реализации проекта)	↓↑/↓	
6. Аналитическая часть	Анализ результатов (диагностирование и экспертная оценка достигнутых результатов)	↓/↑↓	
7. Переход на новую ступень	Формирование рекомендаций перспектив	↓/→	→/↑

Как отмечает Г. Н. Новикова [9, с. 16], данная схема содержит управляющую подсистему (см. таблицу 3, этапы 5, 6), другими словами, в терминах теории управления, мы можем сказать, что управляющая подсистема представляет собой систему оптимального управления с обратной связью, которая строится по результатам измерений состояний объекта управления (см. таблицу 3, этап 6), где основой определения целевой функции является целеполагание (см. таблицу 3, этап 1).

Вернемся к примеру с измерениями Г. Хофстеде (см. таблицу 2), где мы видим, что некоторые показатели остались неизменными в точках измерения состояний  $t_1 = 1991$  и  $t_2 = 2023$ . Однако анализ с помощью аналитического конструктора ресурса «The Culture Factor» показывает, что изменения в данные измерений вносились на основе разрозненных исследований показателей, при этом последние обновления данных выполнены согласно исследованию [10], в котором были изучены лишь такие измерения как «индивидуализм» и «долгосрочность». Следует отметить, что согласно исходным измерениям 1991 г. из шести

показателей Г. Хофстеде значимую корреляцию, равную 0,72, имеют два измерения: «дистанция власти» и «коллективизм – индивидуализм», таким образом, мы можем с достаточно большой вероятностью полагать, что данный показатель по странам тоже изменился, но не измерен. В этом случае говорят об измерительном устройстве, которое измеряет в момент времени  $t$  не конкретные состояния системы, а некоторый выходной сигнал

$$\dot{x} = f(x, \rho, t), \quad y = h(x, t), \quad (2)$$

где  $y$  – вектор измеренных выходных сигналов;  
 $h(x, t)$  – вектор-функция, описывающая процесс измерения.

К моделям управления динамическими системами по неполным измерениям состояний мы перейдем в дальнейших работах. В данном исследовании мы сосредоточимся на измерениях всех состояний системы с допуском некоторой погрешности измерения  $\xi(t)$ . Так, опираясь на имеющиеся данные ресурса «The Culture Factor», построим динамическую модель поведения актора социокультурного пространства, в данном случае страны, с двумя состояниями:  $x_1$  – «индивидуализм – коллективизм»,  $x_2$  – «долгосрочность», тогда система (2) примет вид

$$\dot{x} = f(x, \rho, t), \quad y(t) = x(t) + \xi(t). \quad (3)$$

В случае с показателями измерений Г. Хофстеде поведение социального актора состоит в смене состояний ( $x_1, x_2$ ) или ценностных социокультурных ориентиров «индивидуализм – коллективизм» и «долгосрочное – краткосрочное планирование».

Отметим, что современные технологии построения социокультурных измерений базируются на масштабных опросах, таких как, например, World Values Survey<sup>2</sup>, где ответы переводятся в числовые эквиваленты с разной вариативностью дискретных шкал, динамические же модели имеют дело с кусочно-непрерывными функциями. Будем полагать, что социокультурный процесс имеет кусочно-непрерывную динамику, а измерение с помощью дискретной шкалы лишь аппроксимирует измеренное состояние социального актора. Таким образом, погрешности измерений будет аккумулироваться функцией

$$\xi_* \leq \xi(t) \leq \xi^*, \quad (4)$$

которую мы также будем считать кусочно-непрерывной.

Вернемся к вопросу об управляющей подсистеме схемы управления социокультурным процессом (см. таблицу 3). Как было отмечено выше, управление ведется согласно целеполаганию. Определим целеполагание управлением поведением социокультурного актора. В исследованиях Г. Хофстеде [7] обнаружена взаимосвязь факторов «индивидуализм – коллективизм» и «долгосрочность» с экономическим поведением социокультурного актора. Так, в главе «I, We and They» книги «Cultures and Organizations: Software of the Mind» авторы отмечают, что коллективистские культуры зачастую характеризуются сильной социальной сплоченностью и взаимопомощью, что может обусловить более стабильную социальную среду, которая способствует вложению долгосрочных инвестиций, а «...компании в странах с высоким показателем «долгосрочности» склонны к долгосрочному планированию, инвестициям в будущее, стратегическому развитию и завоеванию доли рынка. Они более терпимы к медленным результатам и отдают приоритет долгосрочной устойчивости над краткосрочной прибылью» [7, с. 244]. Рассмотрим вариант реализации долгосрочного национального проекта. В этом случае благоприятно, когда ценностные ориентиры актора социокультурного пространства тяготеют к «коллективному» и «долгосрочному» паттернам.

Если мы посмотрим на показатели Беларуси (здесь социальным актором выступает страна как коллективный актор социокультурного пространства), то можем отметить, что за 32 года показатель «индивидуализм» вырос на 23 пункта – с 25 до 48, а показатель «долгосрочность» снизился на 28 пунктов – с 81 до 53. Предположим, что мы ставим задачу регулирования данных показателей с целью реализации большого национального проекта, требующего долгосрочных инвестиций и приложения усилий в некоторый период  $\bar{T}$ , и нам необходимо, чтобы состояние показателей ( $x_1, x_2$ ) за промежуток времени  $t \in T = [t_*, t^*]$ ,  $t^* - t_* < \bar{T}$  достигло некоторого удовлетворимого множества

$$x(t^*) \in X^* = \{x \in R^n : \bar{g}_* \leq x(t^*) \leq \bar{g}^*\}, \quad (5)$$

с наименьшими затратами управляющих усилий на промежутке управления

$$\varphi(t^*) = \int_{t_*}^{t^*} b'|u(t)| dt \rightarrow \min. \quad (6)$$

<sup>2</sup> URL: [www.worldvaluessurvey.org](http://www.worldvaluessurvey.org).

Динамическую систему (3) будем считать линейной:

$$\dot{x} = \mathbf{A}x(t) + u(t) + w(t). \quad (7)$$

Так, коэффициенты матрицы  $\mathbf{A}$  в (7) для общего случая  $x = x(t) \in R^n$  можно определить с помощью имеющихся наблюдений в моменты времени  $\bar{t}_1 < \bar{t}_2 < t_*$ :

$$X_1(\bar{t}_1) = \{x_1^j(\bar{t}_1), j = \overline{1, p}\}, \quad X_2(\bar{t}_1) = \{x_2^j(\bar{t}_1), j = \overline{1, p}\}, \quad \dots, \quad X_n(\bar{t}_1) = \{x_n^j(\bar{t}_1), j = \overline{1, p}\}; \quad (8)$$

$$X_1(\bar{t}_2) = \{x_1^j(\bar{t}_2), j = \overline{1, p}\}, \quad X_2(\bar{t}_2) = \{x_2^j(\bar{t}_2), j = \overline{1, p}\}, \quad \dots, \quad X_n(\bar{t}_2) = \{x_n^j(\bar{t}_2), j = \overline{1, p}\}, \\ x_i = \psi(x_i^j, j = \overline{1, p}), \quad x_2 = \psi(x_2^j, j = \overline{1, p}), \quad x_n = \psi(x_n^j, j = \overline{1, p}), \quad (9)$$

и, используя многофакторную линейную регрессию, прийти к соотношению

$$\frac{x_i(\bar{t}_2) - x_i(\bar{t}_1)}{\bar{t}_2 - \bar{t}_1} = a_{i0} + a_{i1}x_1(\bar{t}_1) + \dots + a_{i-1}x_{i-1}(\bar{t}_1) + a_{i+1}x_{i+1}(\bar{t}_1) + \dots + a_{in}x_n(\bar{t}_1), \quad i = \overline{1, n}. \quad (10)$$

Поясним, что в качестве состояния  $x_i$  в формулах (9) – (10) мы рассматриваем агрегированный показатель, характеризующий социокультурного актора, выраженного коллективом (например, гражданами страны), однако измерения мы проводим, опрашивая некоторую выборку единиц коллектива  $\{x_i^j, j = \overline{1, p}\}$  (граждан для страны) (8), и далее получаем агрегированное значение  $x_i = \psi(x_i^j, j = \overline{1, p})$ , которым, как правило, является среднее значение

$$x_i = \psi(x_i^j, j = \overline{1, p}) = \frac{1}{p} \sum_{j=1}^p x_i^j. \quad (11)$$

При этом для построения коэффициентов регрессии, использованных в (10), и соответственно коэффициентов матрицы  $\mathbf{A}$  в (7) используются значения выборок  $\{x_i^j, j = \overline{1, p}\}$ ,  $i = \overline{1, n}$  (8), а в самой модели (7) задействованы агрегированные переменные (9), (11).

Далее ошибки моделирования (9), (10), а также действующие на систему неизвестные возмущения обобщим ограниченной функцией  $w(t)$ , которую будем считать кусочно-непрерывной:

$$w(t) \in W(\cdot) = \{w(t) \in R^n: \omega_* \leq w(t) \leq \omega^*\}. \quad (12)$$

Поскольку любые ресурсы управления исчерпываемы, то управляющее воздействие также будет ограниченным:

$$u(t) \in U(\cdot) = \{u(t) \in R^n: u_* \leq u(t) \leq u^*\}. \quad (13)$$

В рассматриваемом нами случае регулирования социокультурного процесса формирования ценностных ориентиров актора социокультурного пространства управляющим ресурсом выступают соответствующие информационные потоки, обеспечение которых, во-первых, затратно, а во-вторых, при слишком большой насыщенности может привести к эффекту информационного переизбытка, что также приводит к ограничениям (13) на управляющие воздействия.

Как мы видим из методологии построения социокультурных показателей, их значения всегда ограничены минимумом и максимумом шкалы:

$$x(t) \in X(t) = \{x \in R^n: g_* \leq x(t) \leq g^*\}. \quad (14)$$

Измерения, реализуемые опросами, не гарантируют точность, что отражено измерительным устройством (3), (4), и должно быть учтено для начального состояния:

$$x(t_*) = x_0 \in X_* = \{x \in R^n: g_{0*} \leq x(t) \leq g_{0}^*\}. \quad (15)$$

Таким образом, задачу регулирования социокультурного процесса формирования ценностных ориентиров актора социокультурного пространства можно свести к оптимальному управлению линейной динамической системой по неточным измерениям состояний объекта управления (рисунок 2).

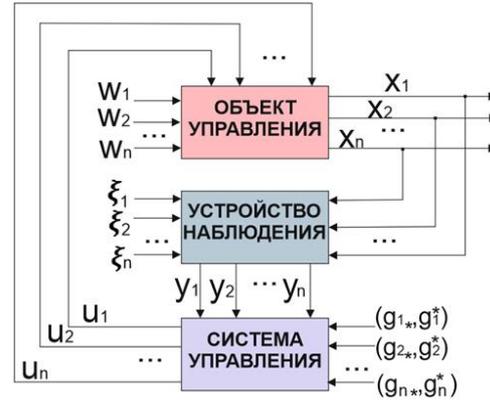


Рисунок 2. – Управление системой по неточным измерениям состояний объекта управления

**4. Терминальная задача оптимального управления по неточным измерениям состояний системы управления.** Обобщив основные уравнения (3) – (7), (12) – (15), полученные в результате моделирования управления социокультурным процессом, приходим к терминальной задаче оптимального управления по неточным измерениям состояний системы управления:

$$\begin{aligned} \varphi(t^*) &= \int_{t_*}^{t^*} b' |u(t)| dt \rightarrow \min, \quad \dot{x} = Ax(t) + u(t) + w(t), \quad t \in T = [t_*, t^*]; \\ u(t) \in U(\cdot) &= \{u(t) \in R^n: u_* \leq u(t) \leq u^*\}; \quad w(t) \in W(\cdot) = \{w(t) \in R^n: \omega_* \leq w(t) \leq \omega^*\}; \\ x(t) \in X(t) &= \{x(t) \in R^n: g_* \leq x(t) \leq g^*\}; \quad y(t) = x(t) + \xi(t), \quad \xi_* \leq \xi(t) \leq \xi^*; \\ x(t_*) &= x_0 \in X_* = \{x \in R^n: g_{0*} \leq x \leq g_0^*\}; \quad x(t^*) \in X^* = \{x \in R^n: \bar{g}_* \leq x(t^*) \leq \bar{g}^*\}, \end{aligned} \quad (16)$$

где  $x(t) = (x_j(t), j = \overline{1, n}), t \in T$ , –  $n$ -вектор состояния системы в момент времени  $t$ ;

$A$  –  $n \times n$ -матрица системы с заданными значениями;

$b$  – заданный  $n$ -вектор весов целевой функции;

$u(t) = (u_i(t), i = \overline{1, n}), t \in T$ , – значение управления, ограниченное условием (13);

$y(t) = (y_j(t), j = \overline{1, n}), t \in T$ , –  $n$ -вектор измерений состояний системы в момент времени  $t$ ;

$w(t) = (w_i(t), i = \overline{1, n}), t \in T$ , и  $\xi(t) = (\xi_i(t), i = \overline{1, n})$  – неизвестные возмущение и ошибка измерений, которые могут реализовываться любыми кусочно-непрерывными функциями, значения которых удовлетворяют соответственно условиям (12) и (4);

$g_{0*}, g_0^* \in R^n; g_*, g^* \in R^n; \bar{g}_*, \bar{g}^* \in R^n; u_*, u^* \in R^n; \xi_*, \xi^* \in R^n; \omega_*, \omega^* \in R^n$  – заданные  $n$ -векторы.

Таким образом, априорная неопределенность системы управления характеризуется неизвестным начальным состоянием  $x_0$ , принадлежащим ограниченному множеству  $X_*$ , ошибками измерений в пределах от  $\xi_*$  до  $\xi^*$  и множеством ограниченных кусочно-непрерывных функций  $W(\cdot)$ . Построение решения задач типа (16) невозможно в явном виде до начала процесса управления. В этом случае используются алгоритмы для построения дискретной управляющей последовательности в режиме реального времени [5]. Другими словами, задача (16) погружается в класс задач генерации оптимального управления с обратной связью, требующих доступности измерений состояний управляемой системы (16) в некоторые дискретные моменты времени периода  $T$ . Следуя логике, представленной в [11], для моделей управления динамическими системами регулирования ценностных ориентиров актора социокультурного пространства в условиях точных измерений его состояний, погрузим задачу (16) в класс задач с дискретными управлениями

$$u(t) = u(t_* + kh), \quad t \in [t_* + kh, t_* + (k+1)h], \quad k = \overline{0, N-1}, \quad h = \frac{t^* - t_*}{N}, \quad (17)$$

при условии, что в дискретные моменты времени  $t_* + kh, k = \overline{0, N-1}$ , осуществляются неточные измерения состояний системы с помощью измерительного устройства (3), (4)

$$y(t_* + kh) = x(t_* + kh) + \xi(t_* + kh), \quad \xi_* \leq \xi(t_* + kh) \leq \xi^*. \quad (18)$$

Тогда с учетом (17) задача (16) примет вид

$$\sum_{k=0}^{N-1} b' |u(t_* + kh)| \rightarrow \min, \quad (19)$$

$$\dot{x} = \mathbf{A}x(t) + u(t) + w(t), \quad y(t) = x(t) + \xi(t), \quad t \in T, \quad (20)$$

$$\xi_* \leq \xi(t) \leq \xi^*, \quad x_0 \in X_*, \quad u(t) \in U(\cdot), \quad w(t) \in W(\cdot), \quad x(t) \in X(\cdot), \quad x(t^*) \in X^*. \quad (21)$$

Многозначную функцию

$$X(\tau, t, u_\tau^t) = \{x(t | \tau, x_\tau, u_\tau^t(\cdot), w_\tau^t(\cdot)), x_\tau(\cdot) \in X_\tau^t(\cdot) \in W_\tau^t(\cdot) \in W_\tau^t(\cdot)\}, \quad (22)$$

где

$$\begin{aligned} W_\tau^t &= \{w_\tau^t(\cdot) = (w(s): w(s) \in W), s \in T_\tau^t\}, \quad T_\tau^t = [\tau, t]; \\ T_\tau^t &= \{x_\tau^t(\cdot) = (x(s): x(s) \in X), s \in T_\tau^t\}, \quad T_\tau^t = [\tau, t], \end{aligned} \quad (23)$$

соответствующую управлению  $u_\tau^t(\cdot) = (u(s), s \in [\tau, t])$  и множеству возмущений (23), назовем множеством траекторий системы (20) на временном интервале  $T_\tau^t = [\tau, t]$ , где  $x(t | \tau, x_\tau, u_\tau^t(\cdot), w_\tau^t(\cdot))$  является индивидуальной траекторией детерминированной системы (20) с начальным состоянием  $x_\tau = x(\tau)$ , управлением  $u_\tau^t(\cdot)$  и возмущением  $w_\tau^t(\cdot)$ . Другими словами, многозначная функция  $X(\tau, t, u_\tau^t)$  (22) – это множество индивидуальных траекторий  $x(t | \tau, x_\tau, u_\tau^t(\cdot), w_\tau^t(\cdot))$  детерминированной системы (20) с фиксированным состоянием  $x_\tau = x(\tau)$  и управлением  $u_\tau^t(\cdot)$  при всех возможных возмущениях  $w_\tau^t(\cdot)$ .

Дискретное управление  $u(t | x_\tau)$ ,  $t \in T_\tau^{t^*}$ , назовем допустимым программным управлением (программой) для системы (20) на интервале  $T_\tau^t = [\tau, t]$ , если оно удовлетворяет ограничению (13) и соответствующее ему априорное распределение  $X(t^*) = X(\tau, t^*, u_\tau^{t^*})$  терминального состояния  $x(t^*)$  является подмножеством терминального множества (5):

$$u(t | x_\tau) \in U, \quad t \in T_\tau^{t^*} \quad \text{и} \quad X(\tau, t^*, u_\tau^{t^*}) \subset X^*. \quad (24)$$

Оптимальным программным управлением  $u^0(t | x_\tau)$ ,  $t \in T_\tau^{t^*}$ , для системы (19) – (21) является управление (22), доступное на интервале  $T_\tau^{t^*}$ , которое минимизирует целевую функцию стоимости (19). Оптимальное программное управление  $u^0(t | x_\tau)$ ,  $t \in T_\tau^{t^*}$  не только с гарантией переводит систему на терминальное множество (5), но и обеспечивает наименьшее значение целевой функции (19) при наихудших реализациях  $w_\tau^t(\cdot) \in W$  на промежутке времени  $t \in T_\tau^{t^*}$ . Построение оптимального управления по принципу обратной связи в реальном времени подразумевает построение оптимальных программных управлений  $u^0(t | x_\tau)$ ,  $t \in T_\tau^{t^*}$ , в дискретные моменты времени  $t \in T$  при неточных измеренных состояниях системы  $y_\tau$  и их применение на интервале  $t \in T_\tau^{\tau+h}$ . Вычисление оптимального управления с обратной связью обеспечивает уменьшение неопределенности системы за счет снижения накопленного эффекта возмущений и минимизации затрат в процессе управления.

**5. Позиционная программная оптимизация и построение управления с обратной связью.** Для построения оптимального управления  $u^0(t)$ ,  $t \in T = [t_*, t^*]$ , с обратной связью в классе дискретных управлений (17) сведем задачу оптимизации недетерминированной системой (19) – (21) к задаче оптимального управления, детерминированной линейной системой. Для этого запишем индивидуальную траекторию системы (20) с помощью формулы Коши:

$$x(t | \tau, x_\tau, u_\tau^t(\cdot), w_\tau^t(\cdot)) = e^{\mathbf{A}(t-\tau)} x(\tau) + \int_\tau^t e^{\mathbf{A}(t-s)} u(s) ds + \int_\tau^t e^{\mathbf{A}(t-s)} w(s) ds, \quad t \in T_\tau^{t^*}. \quad (25)$$

Учитывая, что управление осуществляется в классе дискретных управлений (17), представим (25) в дискретном виде:

$$x(t | \tau, x_\tau, u_\tau^t(\cdot), w_\tau^t(\cdot)) = e^{A(t-\tau)} x(\tau) + \sum_{k=k_\tau}^{N_t} u(t_* + kh) \times \int_{t_*+kh}^{t_*+(k+1)h} e^{A(t-s)} ds + \sum_{k=k_\tau}^{N_t} w(t_* + kh) \times \int_{t_*+kh}^{t_*+(k+1)h} e^{A(t-s)} ds, \quad (26)$$

$$(k_\tau, N_t: t_* + kh = \tau; t_* + (N_t + 1)h = t; t, \tau \in \{t_* + kh, k = \overline{0, N-1}\}, t > \tau).$$

В дискретные моменты времени  $t \in \{t_* + kh, k = \overline{1, N-1}\}, t > \tau$ , доступны неточные измерения (18) состояний системы (20), которые, по сути, при допустимом управлении  $u(t | x_\tau)$  должны удовлетворять условиям (5) и (14):

$$g_* \leq e^{A(t-\tau)} x(\tau) + \sum_{k=k_\tau}^{N_t} \left[ (u(t_* + kh) + w(t_* + kh)) \times \int_{t_*+kh}^{t_*+(k+1)h} e^{A(t-s)} ds \right] + \xi(t) \leq g^*; \quad (27)$$

$$\bar{g}_* \leq e^{A(t^*-\tau)} x(\tau) + \sum_{k=k_\tau}^{N_t} \left[ (u(t_* + kh) + w(t_* + kh)) \times \int_{t_*+kh}^{t_*+(k+1)h} e^{A(t-s)} ds \right] + \xi(t^*) \leq \bar{g}^*.$$

Исходя из неточно измеренного состояния системы  $y(\tau)$  и ограничений на ошибку измерения (4), получаем

$$x(\tau) = y(\tau) - \xi(\tau).$$

Тогда условия (27) для построения допустимого гарантированного программного управления  $u(t | x_\tau), t \in T_\tau^t$ , в момент времени  $\tau \in \{t_* + kh, k = \overline{1, N-1}\}$  примут вид

$$g_*(\tau, t) \leq \sum_{k=k_\tau}^{N_t} u(t_* + kh) \times \int_{t_*+kh}^{t_*+(k+1)h} e^{A(t-s)} ds \leq g^*(\tau, t), \quad t \in \{t_* + kh, k = \overline{1, N-1}\};$$

$$\bar{g}_*(\tau, t^*) \leq \sum_{k=k_\tau}^{N-1} u(t_* + kh) \times \int_{t_*+kh}^{t_*+(k+1)h} e^{A(t-s)} ds \leq \bar{g}^*(\tau, t^*),$$

где

$$g_*(\tau, t) = g_* - e^{A(t-\tau)} y(\tau) - \alpha_*(\tau, t) - \xi_*, \quad g^*(\tau, t) = g_* - e^{A(t-\tau)} y(\tau) - \alpha^*(\tau, t) - \xi^*, \quad (28)$$

$$\bar{g}_*(\tau, t^*) = \bar{g}_* - e^{A(t^*-\tau)} y(\tau) - \alpha^*(\tau, t^*) - \xi_*, \quad \bar{g}^*(\tau, t^*) = \bar{g}_* - e^{A(t^*-\tau)} y(\tau) - \alpha^*(\tau, t^*) - \xi^*, \quad (29)$$

$$\alpha_*(\tau, t) = - \max_{\xi_* \leq \xi \leq \xi^*} e^{A(t-\tau)} \xi + \min_{w(t) \in W, t \in T_\tau^t} \sum_{k=k_\tau}^{N_t} w(t_* + kh) \times \int_{t_*+kh}^{t_*+(k+1)h} e^{A(t-s)} ds, \quad (30)$$

$$\alpha^*(\tau, t) = - \min_{\xi_* \leq \xi \leq \xi^*} e^{A(t-\tau)} \xi + \max_{w(t) \in W, t \in T_\tau^t} \sum_{k=k_\tau}^{N_t} w(t_* + kh) \times \int_{t_*+kh}^{t_*+(k+1)h} e^{A(t-s)} ds. \quad (31)$$

Однако, учитывая наличие ошибок измерения (4) в процессе управления, полученный сигнал измерительного устройства  $y(\tau)$  в момент времени  $\tau$  может лежать на границе допустимого множества значений  $x(\tau)$ , определяемого ограничениями (20) – (21). Соответственно, порожаемое этим сигналом множество возможных состояний  $x(\tau) \in X_y(\tau) = \{x : y(\tau) - \xi^* \leq x \leq y(\tau) - \xi_*\}$  системы управления (19) – (21) будет иметь точки, не принадлежащие множеству допустимых значений  $x(\tau)$ , и для корректировки ограничений (28) (по аналогии (29)) применяется следующий алгоритм:

$$g_*(\tau, t) := \min \left[ g_*(\tau, t), g_*(\tau - h, t) - u(\tau - h) \int_{\tau-h}^{\tau} e^{A(t-s)} ds \right];$$

$$g^*(\tau, t) := \max \left[ g^*(\tau, t), g^*(\tau - h, t) - u(\tau - h) \int_{\tau-h}^{\tau} e^{A(t-s)} ds \right], \quad \tau \neq t_*.$$

Таким образом, вычисление оптимальных программных управлений  $u^0(t|x_\tau)$ ,  $t \in T_\tau^*$ , в моменты времени  $\tau \in \{t_* + kh, k = 1, N-1\}$  сводится к решению детерминированной задачи линейного программирования:

$$\sum_{k=k_\tau}^{N-1} b^k |u(t_* + kh)| \rightarrow \min; \quad (32)$$

$$g_*(\tau, t) \leq \sum_{k=k_\tau}^{N-1} u(t_* + kh) \times \int_{t_*+kh}^{t_*+(k+1)h} e^{A(t-s)} ds \leq g^*(\tau, t), t \in T_\tau^* / t^*; \quad (33)$$

$$\bar{g}_*(\tau, t^*) \leq \sum_{k=k_\tau}^{N-1} u(t_* + kh) \times \int_{t_*+kh}^{t_*+(k+1)h} e^{A(t-s)} ds \leq \bar{g}^*(\tau, t^*). \quad (34)$$

Оптимальное управление типа обратной связи для исходной задачи (16) синтезируется в режиме реального времени по мере получения измерений состояний (18), вычислением оптимального программного управления  $u^0(t|x_\tau)$ ,  $t \in T_\tau^*$ , для системы (32) – (34) и применением его на промежутке времени  $[\tau, \tau + h]$ . Для момента времени  $\tau = t_*$  слагаемые (30), (31) примут вид

$$\alpha_*(t_*, t) = \min_{x \in X_*} (e^{A(t-t_*)} x) + \min_{w(t) \in W, t \in T_{t_*}^*} \sum_{k=0}^{N-1} w(t_* + kh) \times \int_{t_*+kh}^{t_*+(k+1)h} e^{A(t-s)} ds;$$

$$\alpha^*(t_*, t) = \max_{x \in X_*} (e^{A(t-t_*)} x) + \max_{w(t) \in W, t \in T_{t_*}^*} \sum_{k=0}^{N-1} w(t_* + kh) \times \int_{t_*+kh}^{t_*+(k+1)h} e^{A(t-s)} ds.$$

Алгоритмы решения задач типа (30) – (32), разработанные в рамках теории синтеза оптимальных систем [12] позволяют быстро решать задачи, корректируя решения, построенные на предыдущем шаге.

**6. Регулирование ценностных ориентиров актора социокультурного пространства в условиях неточности диагностики.** В качестве актора социокультурного пространства для рассматриваемого нами случая возьмем Республику Беларусь. Основываясь на данных таблицы 2 и рисунка 1, мы видим динамику роста показателя «индивидуализм» и динамику снижения показателя «долгосрочная перспектива» во временном интервале [1991, 2023]. Основываясь на рассуждениях пункта 3 и данных ресурса «The Culture Factor», определим параметры динамической системы управления (16) с состояниями  $(x_1(t), x_2(t))$ , соответствующими динамике развития показателей социокультурных измерений «индивидуализм» и «долгосрочная перспектива»:

$$\varphi(t^*) = \int_0^5 (0,6 \cdot u_1 + 0,4 \cdot u_2) dt \rightarrow \min, \quad (35)$$

$$\dot{x}_1(t) = -0,02 \cdot x_1(t) - u_1(t) + w_1(t), \quad \dot{x}_2(t) = -0,013 \cdot x_2(t) + u_2(t) + w_2(t), \quad x_1(0) = 48, \quad x_2(0) = 53,$$

$$y(t) = x(t) + \xi(t), \quad \xi(t) \in E = \{\xi \in R^2, |\xi_j(t)| \leq 1\}, \quad w(t) \in W = \{w \in R^2, |w_j(t)| \leq 0,3\},$$

$$u(t) \in U = \{u(t) \in R^2 : 0 \leq u_1 \leq 3, 0 \leq u_2 \leq 4, t \in T\}, \quad x(t) \in X = \{x \in R^2, 0 \leq x_j \leq 100\}, t \in [0,5],$$

$$x(0) \in X^* = \{x \in R^2, |x_1 - 48| \leq 1, |x_2 - 53| \leq 1\}, \quad x(5) \in X^* = \{x \in R^2, 28 \leq x_1 \leq 43,65 \leq x_2 \leq 80\}.$$

Здесь веса целевой функции при  $u(t)$  и ограничения  $u(t) \in U$  определяют стоимость управляющего воздействия и ограничения в управляющих ресурсах соответственно. В качестве управляющего ресурса в данном примере мы рассматриваем агрегированные информационные потоки, оказывающие воздействие на формирование ценностных ориентиров общества как актора социокультурного пространства. В вычислительном эксперименте на промежутке времени 5 лет рассмотрено построение управляющих воздействий в реальном времени по неточным измерениям состояний, осуществляемым каждые полгода. В качестве возмущений  $w(t) \in W$  и ошибок измерений  $\xi(t) \in E$  были взяты кусочно-линейные функции, принимающие постоянные значения в соответствующих границах модели (35) на каждом ежемесячном интервале.

Для управляемой динамической системы (35), моделирующей процесс регулирования динамики ценностных ориентиров актора социокультурного пространства, построены оптимальное программное управление и управление с обратной связью (рисунок 3). Значения целевой функции, достигаемые на оптимальном программном управлении и оптимальном управлении с обратной связью, а также терминальные значения состояний системы (35) представлены в таблице 4, соответствующие траектории системы – на рисунке 4.

Таблица 4. – Результаты управления

T = 5	Оптимальное программное управление	Оптимальное управление с обратной связью
Значение целевой функции	31,2	27,4
$x_1(t_*)$ – индивидуализм	48	
$x_1(t^*)$ – индивидуализм	28 < 39,3 < 43	28 < 41,3 < 43
$x_2(t_*)$ – долгосрочная перспектива	53	
$x_2(t^*)$ – долгосрочная перспектива	65 < 68,3 < 80	65 < 66,6 < 80

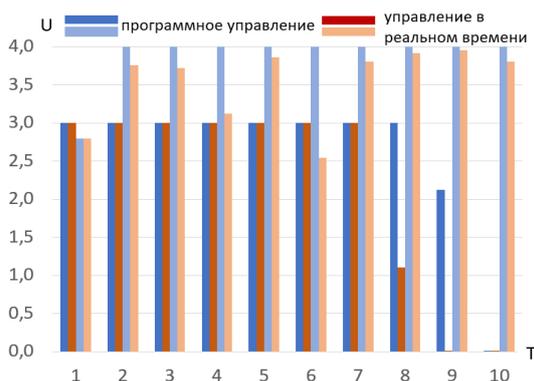


Рисунок 3. – Управляющие воздействия

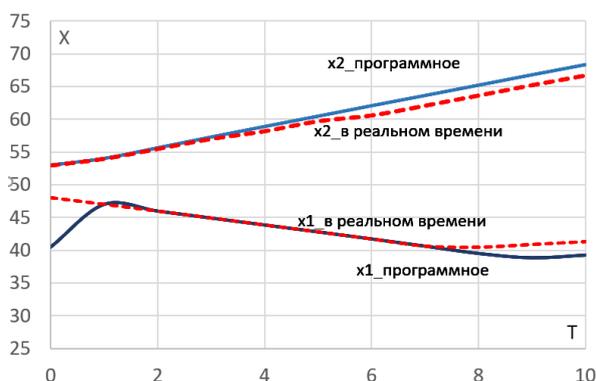


Рисунок 4. – Траектории управляемой системы

Как видно из проведенного эксперимента, управление с обратной связью позволяет значительно сократить расходы, связанные с управляющими воздействиями, достигая приемлемого результата. Для таких моделей необходимо тщательно планировать минимальные необходимые граничные терминальные значения траекторий регулируемого процесса, так как ключевая цель – сокращение расходов, что и обеспечивает оптимальное управление с обратной связью.

**Заключение.** Применение теории оптимального управления для регулирования социокультурных систем является достаточно новым направлением исследований. Это связано со сложностью построения самих динамических моделей социокультурных процессов и отслеживания результатов, поскольку помимо управляющих воздействий и учетных при моделировании факторов социум, как очень сложная система, генерирует ряд непредвиденных воздействий на управляемую систему, так называемых «черных лебедей» [13]. Однако само изучение динамики и влияния управляющих воздействий на социокультурный процесс помогает понять его основные тенденции и принимать более эффективные решения при регулировании развития социокультурного пространства. Современные системы интеллектуального анализа данных, включая информационные потоки социальных сетей, открывают возможности для применения алгоритмов оптимального управления к социокультурным системам для изучения динамики регулирования социокультурных процессов, таких, например, как развитие ценностных ориентиров общества, что может быть использовано для своевременной нейтрализации отрицательных ценностных тенденций. В данной работе мы предложили общие концепции и подходы применения теории оптимального управления, которые требуют дальнейшей проработки и развития для различных вариаций учета динамики и неопределенности социокультурных систем.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Big data research guided by sociological theory: a triadic dialogue among big data analysis, theory, and predictive models / J. D. Luo, J. Liu, K. Yang et al. // The Journal of Chinese Sociology. – 2019. – Vol. 6, iss. 11. – Art. ID 11. – DOI: [10.1186/s40711-019-0102-4](https://doi.org/10.1186/s40711-019-0102-4).
2. Comissiong D. M. G., Sooknanan J. A review of the use of optimal control in social models // International Journal of Dynamic and Control. – 2018. – № 6. – P. 780–787. – DOI: [10.1007/s40435-018-0405-3](https://doi.org/10.1007/s40435-018-0405-3).
3. Teklu S. W., Terefe B. B. Mathematical modeling analysis on the dynamics of university students animosity towards mathematics with optimal control theory // Sci Rep. – 2022. – № 12. – Art. ID 11578. – DOI: [10.1038/s41598-022-15376-3](https://doi.org/10.1038/s41598-022-15376-3).
4. Lee S., Jung E., Castillo-Chavez C. Optimal control intervention strategies in low-and high-risk problem drinking populations // SocioEconomic Planning Sciences. – 2010. – Vol. 44., iss. 4. – P. 258–265. – DOI: [10.1016/j.seps.2010.07.006](https://doi.org/10.1016/j.seps.2010.07.006).
5. Габасов Р., Кириллова Ф. М., Песецкая Т. И. Реализация в реальном времени оптимальных обратных связей по выходу для линейных систем в условиях неопределенности // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2005. – № 4. – С. 44–56.
6. Шакирова Е. Ю. Социокультурное пространство современности: основные характеристики // Культура. Духовность. Общество. – 2013. – № 7. – С. 174–180.

7. Hofstede G., Hofstede G. J., Minkov M. *Cultures and Organizations: Software of the Mind*. – 3<sup>rd</sup> ed. – McGraw Hill LLC, 2010. – 576 p.
8. Белогорцев В. Н. Социокультурный процесс: содержание и закономерности // Вестник РУДН. Серия: Философия. – 2009. – № 4. – С. 5–12.
9. Новикова Г. Н. Технологические основы социально-культурной деятельности: учеб. пособие. – М.: МГУКИ, 2010. – 158 с.
10. Minkov M., Kaasa A. Do dimensions of culture exist objectively? A validation of the revised Minkov-Hofstede model of culture with World Values Survey items and scores for 102 countries // *Journal of International Management*. – 2022. – Vol. 28, iss. 4. – Art. ID 100971. – DOI: [10.1016/j.intman.2022.100971](https://doi.org/10.1016/j.intman.2022.100971).
11. Pesetskaya, T. Real-Time Feedback Control Models for Regulating Values Development of the Social Actors // 2023 International Conference on Electrical, Communication and Computer Engineering (ICECCE), Dubai, United Arab Emirates. – IEEE, 2023. – P. 1–6. – DOI: [10.1109/ICECCE61019.2023.10442426](https://doi.org/10.1109/ICECCE61019.2023.10442426).
12. Габасов Р., Кириллова Ф. М. О проблеме синтеза оптимальных систем // Известия Иркутского государственного университета. Серия: Математика. – 2015. – № 14. – С. 55–63.
13. Талей Н. Н. Черный лебедь. Под знаком непредсказуемости. – М.: КоЛибри, 2007. – 736 с.

## REFERENCES

1. Luo, J. D., Liu, J., Yang, K., & Fu, X. (2019). Big data research guided by sociological theory: a triadic dialogue among big data analysis, theory, and predictive models. *The Journal of Chinese Sociology*, 6(11), 11. DOI: [10.1186/s40711-019-0102-4](https://doi.org/10.1186/s40711-019-0102-4).
2. Comissiong, D. M. G., & Sooknanan, J. A. (2018) Review of the use of optimal control in social models. *International Journal of Dynamic and Control*, (6), 780–787. DOI: [10.1007/s40435-018-0405-3](https://doi.org/10.1007/s40435-018-0405-3).
3. Teklu, S. W., & Terefe, B. B. (2022). Mathematical modeling analysis on the dynamics of university students animosity towards mathematics with optimal control theory. *Sci Rep*, (12), 11578. DOI: [10.1038/s41598-022-15376-3](https://doi.org/10.1038/s41598-022-15376-3).
4. Lee, S., Jung, E., & Castillo-Chavez, C. (2010). Optimal control intervention strategies in low-and high-risk problem drinking populations. *SocioEconomic Planning Sciences*, 44(4), 258–265. DOI: [10.1016/j.seps.2010.07.006](https://doi.org/10.1016/j.seps.2010.07.006).
5. Gabasov, R., Kirillova, F. M., & Pesetskaya, T. I. (2005). Real-time realization of optimal output feedbacks for linear systems under uncertainty. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 44(4), 542–554.
6. Shakirova, E. Ju. (2013). Sociokul'turnoe prostranstvo sovremennosti: osnovnye harakteristiki. *Kul'tura. Duhovnost'. Obshchestvo*, (7), 174–180. (In Russ.).
7. Hofstede, G., Hofstede, G. J., & Minkov, M. (2010). *Cultures and Organizations: Software of the Mind* (3<sup>rd</sup> ed.). McGraw Hill LLC.
8. Belogorcev, V. N. (2009). Sociokul'turnyj process: sodержanie i zakonmernosti [Social and cultural process: subject matter and principles]. *Vestnik RUDN. Serija: Filosofija [RUDN Journal of Philosophy]*, (4), 5–12. (In Russ., abstr. in Engl.).
9. Novikova, G. N. (2010). *Tehnologicheskie osnovy social'no-kul'turnoj dejatel'nosti*. Moscow: Publ. MGUKI.
10. Minkov, M., & Kaasa, A. (2022). Do dimensions of culture exist objectively? A validation of the revised Minkov-Hofstede model of culture with World Values Survey items and scores for 102 countries. *Journal of International Management*, 28(4), 100971. DOI: [10.1016/j.intman.2022.100971](https://doi.org/10.1016/j.intman.2022.100971).
11. Pesetskaya, T. (2023). Real-Time Feedback Control Models for Regulating Values Development of the Social Actors. In 2023 International Conference on Electrical, Communication and Computer Engineering (ICECCE) (1–6). IEEE. DOI: [10.1109/ICECCE61019.2023.10442426](https://doi.org/10.1109/ICECCE61019.2023.10442426).
12. Gabasov, R., & Kirillova, F. M. (2015). O probleme sinteza optimal'nyh system [On the Optimal Synthesis Problem for Control Systems]. *Izvestija Irkutskogo gosudarstvennogo universiteta. Serija: Matematika [The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics]*, (14), 55–63. (In Russ., abstr. in Engl.).
13. Taleb, N. N. (2007). *Chernyj lebed'. Pod znakom nepredskazuemosti*. Moscow: KoLibri. (In Russ.)

Поступила 10.03.2025

**DYNAMIC SYSTEM WITH FEEDBACK CONTROL MODEL  
FOR THE SOCIO-CULTURAL PROCESS REGULATION  
UNDER DIAGNOSTICS INACCURACY**

**T. PESETSKAYA**

*(Belarusian State University of Culture and Arts, Minsk)*

*This paper examines the problem of modeling socio-cultural processes using dynamic control systems. The issues of describing a controlled object of socio-cultural space by a set of measurable indicators obtained by parameterizing qualitative characteristics are considered. Approaches to modeling the processes of regulating the value orientations of an actor in socio-cultural space to achieve socially significant goals using dynamic systems with feedback control are proposed. An algorithm for constructing optimal control with feedback in discrete time within constraints on control resources and measurements inaccuracy is developed. A model based on Hofstede's socio-cultural dimensions is considered as an example.*

**Keywords:** *regulation of processes in socio-cultural space, socio-cultural dimensions, dynamic control systems, feedback optimal control.*