### **MIESIĘCZNIK**

## POLOCKI.

Tom I.

Rok 1818.

«Вестник Полоцкого государственного университета» продолжает традиции первого в Беларуси литературнонаучного журнала «Месячник Полоцкий».

# ВЕСНІК ПОЛАЦКАГА ДЗЯРЖАУНАГА УНІВЕРСІТЭТА Серыя С. Фундаментальныя навукі

У серыі С навукова-тэарэтычнага часопіса друкуюцца артыкулы, якія прайшлі рэцэнзаванне, змяшчаюць новыя навуковыя вынікі ў галіне інфарматыкі і матэматыкі, фізікі.

# ВЕСТНИК ПОЛОЦКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА Серия С. Фундаментальные науки

В серии С научно-теоретического журнала публикуются статьи, прошедшие рецензирование, содержащие новые научные результаты в области информатики и математики, физики.

# HERALD OF POLOTSK STATE UNIVERSITY Series C. Fundamental sciences

Series C includes reviewed articles which contain novelty in research and its results in computer science and mathematics, physics.

#### Адрес редакции:

Полоцкий государственный университет, ул. Блохина, 29, г. Новополоцк, 211440, Беларусь тел. + 375 (214) 53 34 58, e-mail: vestnik@psu.by

Отв. за выпуск В.А. Груздев, С.Г. Ехилевский, А.А. Козлов. Редактор О.П. Михайлова.

Подписано к печати 30.03.2016. Бумага офсетная 65 г/м $^2$ . Формат  $60\times84^1/_8$ . Ризография. Усл. печ. л. 15,58. Уч.-изд. л. 17,23. Тираж 100 экз. Заказ 1130.

### ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 621.372:004.415.24

# СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД: ЗАЩИТА ИНФОРМАЦИИ, ПОМЕХОЗАЩИЩЕННОСТЬ, ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ

д-р техн. наук, проф. В.К. ЖЕЛЕЗНЯК, канд. техн. наук Д.С. РЯБЕНКО, С.В. ЛАВРОВ (Полоцкий государственный университет)

Опираясь на основные положения системного подхода, разработана модель защиты информации во взаимосвязи с помехозащищенностью и помехоустойчивостью. Помехозащищенность в низкочастотном диапазоне оценивают сформированным стабильным шумовым сигналом с помощью колец Гельмгольца. На основании помехоустойчивости оптимальным приемником устанавливают меру защиты речевой информации научно-обоснованным численным значением показателя разборчивости речи. Полноту оценки защищенности объектов информатизации обеспечивают в соответствии с требованиями научно-методических документов.

Ключевые слова: защита информации, помехоустойчивость, помехозащищенность.

**Введение.** Информационная безопасность устанавливает необходимость разработки системы защиты информации (ЗИ), включающей требования, положения и рекомендации основных законодательных актов, нормативно-методических документов государственных учреждений и организаций, материалов международных конференций в области ЗИ, а также международных стандартов в области безопасности информации и информационных технологий. Основными принципами, на которых строится такая система, являются [1]:

- системность и комплексный подход создания системы ЗИ с учетом всех взаимосвязанных изменяющихся во времени элементов, условий и значимых факторов;
- разумная достаточность при создании системы 3И, предполагающая такой уровень защиты, при котором затраты, риски от возможного ущерба были бы приемлемыми;
  - гибкость системы ЗИ с последующим (поэтапным) наращиванием уровня защищенности;
  - непрерывности ЗИ на всех этапах жизненного цикла ее функционирования;
- ценности информации при использовании ее в различных областях целенаправленной деятельности по разработке и эксплуатации сложных высокотехнологичных систем [1].

Основной проблемой создания системы ЗИ являются показатели ее безопасности. Системные меры безопасности реализуют показатели [1]:

- защищенности охраняемых сведений системы;
- защищенности целостности оперативной информации;
- защищенности от блокирования информации;
- защищенности информации от силовых воздействий.

Угрозами информационной безопасности являются модели [1]:

- вскрытия охраняемых сведений;
- нарушения целостности оперативной информации;
- блокирования информации;
- силового воздействия на информацию.

**Модель защиты информации.** Объекты информатизации (ОИ) включают автоматизированные системы формирования, обработки, преобразования, анализа, синтеза моделирования сигналов различного назначения в аналоговой, цифровой форме. Системы многофункционального и многомерного назначения представляются многоуровневыми моделями. Анализ таких моделей характеризуется при недостаточном объеме априорных сведений.

К априорным сведениям любого назначения информационных систем предъявляют требования высокой точности, чувствительности, помехозащищенности, высокого разрешения по частоте. Не менее сложной задачей является определение целевой функции и критериальных показателей. К таковым предъявляются требования полноты, обобщенности, непротиворечивости, предпочтительности, эффективности.

Защищенность на ОИ устанавливается как приоритетное направление. Параметры, важнейшие характеристики защищенности определяют тесную связь с параметрами и характеристиками информационных систем ОИ. Информационные поля рассеивания формируют каналы утечки информации (КУИ) информационных систем. Параметры информационных сигналов, наведенные информационными полями рассеивания, являются случайными. Представление информационных полей рассеивания является векторным со случайными численными значениями и направлениями. Уровни излучений информационных полей рассеивания снижают их локализацией и схемно-конструктивными решениями. Нормированный показатель, устанавливающий защищенность КУИ от утечки, соответствует значению δ. В случае недостижимости значения δ используют методы активного подавления маскирующими шумовыми сигналами, снижая помехозащищенность информационных систем ОИ. Повышение помехозащищенности ОИ обеспечивает их энергетическую и структурную скрытность [2]. Модель ЗИ представлена на рисунке 1.

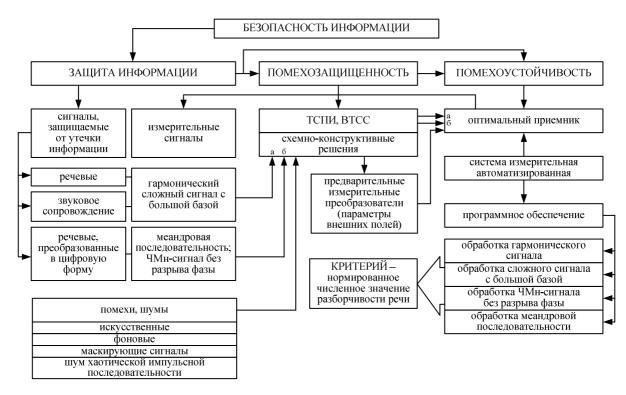


Рисунок 1 - Модель защиты информации

На рисунке 1 представлены следующие сокращения: ТСПИ – технические средства передачи информации; ВТСС – вспомогательные технические средства и системы; а, б – параметры сигналов на входе.

Система измерительная автоматизированная с программными компонентами генерирует измерительные сигналы и измерение их параметров, преобразовывает физические поля рассеивания в сигналы КУИ первичными измерительными преобразователями и обрабатывает оптимальным приемником. В зависимости от сигналов, защищаемых от утечки информации, различают измерительные сигналы:

- гармонический сложный сигнал с большой базой (линейно-частотно-модулированный ЛЧМ)
   для речевых сигналов и сигналов звукового сопровождения видео;
- меандровая последовательность для речевых сигналов, преобразованных в битовую последовательность;
- частотно-манипулированный сигнал без разрыва фазы для речевых сигналов, преобразованных в цифровую форму.

Система измерительная автоматизированная осуществляет сбор первичной информации от всех видов КУ речевой информации (акустический, виброакустический, электроакустический, магнитный, электрический, наводок сигналов рассеивания этих каналов на цепи управления, питания и заземления) путем преобразования физических информационных полей рассеивания в электрический сигнал. Сис-

тема оценивает величину разборчивости речи в КУИ со слабыми сигналами в шумах высокого уровня в соответствии с требованиями нормативно-методических документов и обеспечивает полноту оценки защищенности ОИ.

Контроль защищенности речевой информации и принятых мер 3И опирается на оценку физических параметров сигналов и фоновых шумов в КУИ с последующим автоматизированным расчетом обоснованного критерия – нормированного значения величины разборчивости речи.

Для оценки помехозащищенности в НЧ-диапазоне частот формируют стабильный шумовой сигнал. Такой сигнал формируется мерами напряженности магнитного поля в виде катушек (колец) Гельмгольца, по которым протекает электрический ток [3]. К таким катушкам предъявляются требования высокой точности, высокой стабильности по времени, обеспечения большого объема рабочего однородного поля. Кроме колец Гельмгольца используют системы контуров с током и соленоиды, обеспечивающие однородное поле и малые поля рассеивания за их пределами при наименьшем числе элементов системы [3–5].

Катушка Гельмгольца представляет два круговых контура одинакового радиуса R либо два квадратных контура с одинаковыми сторонами квадратов (рис. 2). Катушка Гельмгольца в виде круговых либо квадратных контуров должна обеспечивать выполнение следующего условия 2a = R, где 2a — расстояние между катушками, R — радиус каждого из круговых контуров. Весьма высокой однородностью магнитного поля обладает катушка Гельмгольца, выполненная на квадратном каркасе, который проще в изготовлении. Они пригодны для использования при формировании достаточно однородного поля в большом объеме.

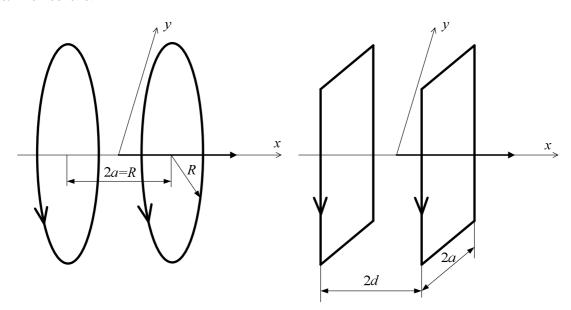


Рисунок 2 – Кольца Гельмгольца: 2d – расстояние между секциями; 2a – сторона квадрата, образуемая обмоткой

Достаточно высокая равномерность поля квадратной катушки достигается при соотношении размеров d/a = 0.5445 [3].

Напряженность поля в центре квадратной катушки Гельмгольца определяется [3]:

$$H_{\rm u} = \frac{0.64806 In}{a} \left( 1 - 0.5388 \frac{\Delta}{a} \right),\tag{1}$$

где n – число витков одной секции;

 $\Delta$  – параметр неточности изготовления катушки,  $\Delta = (2d - 0.5445 \cdot 2a)$ .

Напряженность поля в центре квадратных катушек при значительном отклонении от числа 0,5445 определяют по отношению d/a [3]:

$$H_{\rm u} = \frac{4a^2 \ln}{\pi (a^2 + d^2)\sqrt{2a^2 + d^2}}.$$
 (2)

Сдвоенные кольцевые и квадратные катушки колец Гельмгольца применяют в системах сдвоенных катушек для получения высокой степени равномерности поля. Напряженность поля уменьшается для квадратных катушек [3]:

$$H_{_{\rm II}} = \frac{0.64806 I n_{_{\rm I}}}{a_{_{\rm I}}} \left( 1 - \frac{a_{_{\rm I}}^4}{a_{_{\rm I}}^4} \right). \tag{3}$$

Проблема повышения помехозащищенности и защищенности от утечки информации ОИ является актуальной. Локализацию информационных магнитных полей рассеивания реализуют их экранированием с одновременной вынужденной деформацией полезного сигнала. Снижение весогабаритных характеристик аппаратуры весьма актуально. Экранам присуще изменять свои экранирующие свойства при воздействии на них ударов и вибраций. Актуальным является локализация полей рассеивания. Пассивные методы ЗИ повышают энергетическую и структурную скрытность [2], но не решают в полной мере поставленную проблему помехозащищенности и ЗИ, так как эти проблемы взаимоисключающие.

Для повышения защищенности информации практикуют активные методы защиты. Активные методы защиты основаны на формировании маскирующих сигналов, которые повышают порог чувствительности при приеме информационных полей рассеивания. Таким образом, при определенных энергетических показателях (отношение сигнал/шум) обеспечивается защищенность ОИ повышением порога чувствительности приема информационных полей рассеивания. Информационные поля рассеивания характеризуются многовекторностью, формирующих информационное векторное поле.

Важным является разрушение КУИ активными способами – путем маскирования информационных и демаскирующих параметров сигналов маскирующими помехами. Активные методы ЗИ основаны на формировании преднамеренных шумов, обладающих необходимой эффективностью по заданному критерию эффективности, выбор которого обоснован в [6].

Для маскирования широко используют белый шум с ограниченной полосой [7]. Спектральные составляющие белого шума равномерно распределены по всему диапазону задействованных частот. Функция распределения плотности вероятности имеет вид [7]

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-A)^2}{2\sigma^2}},$$
 (4)

где  $\sigma^2$  – дисперсия шума;

А – математическое ожидание случайной величины.

Полностью свойства случайного процесса описываются этим распределением. Методика обработки результатов наблюдений случайного процесса на статистическую устойчивость наблюдений известна [7]. Функция распределения и ее числовые характеристики являются полными характеристиками случайных величин.

Маскирующие помехи, сформированные непосредственно из сигнала (видео-, речевой), наиболее адаптированы к его параметрам [8]. В качестве источников генерации преднамеренных маскирующих шумов широко распространены шумовые диоды.

Основные параметры и характеристики помехи определяются источниками генерации преднамеренных маскирующих шумов, а усилительные каскады формируют частотный диапазон, при необходимости ограничивая его. Необходимые коррекции вводятся для регулировки напряжения, мощности выходных сигналов, согласования с нагрузкой, выполнения измерительных и контролирующих функций параметров и характеристик.

**Генератор маскирующих сигналов.** Структура маскирующих шумов представляет сумму флуктуационной (шумовой) и импульсной компонент [7]. В импульсной компоненте сосредоточена значительная часть энергии, поэтому она оказывает существенное влияние на прием и обработку информационного сигнала в КУИ:

$$f(x) = \frac{1 - \alpha}{\sqrt{2\pi}\sigma_{th}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_{th}^2}\right) + \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}\sigma_{tt}} \exp\left(\frac{x^2}{2\sigma_{tt}^2}\right). \tag{5}$$

Функция f(x) = f(x;t) состоит из двух гауссовых плотностей вероятности, параметры которых  $\sigma_{\phi}^2$  и  $\sigma_{\mu}^2$  характеризуют соответственно дисперсии флуктуационной и импульсной компонент. Коэффициент  $\alpha$  определяет импульсную составляющую шума.

Применительно к спектральному оцениванию очень важной является матрица Тёплица. Матрица обладает тем свойством, что все ее элементы, расположенные на любой диагонали, идентичны.

Спектральное оценивание шумов генератора маскирующего шума соответствует теплицевой диагональной матрице, т.е. оно t [i, j] идентично.

Моделирование невырожденного многомерного нормального распределения определяется корреляционной матрицей

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & . & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & . & K_{2n} \\ . & . & . & . \\ K_{n1} & K_{n2} & . & K_{nn} \end{bmatrix},$$
(6)

где  $K_{ij} = M\left((\xi_i - m_1)(\xi_i - m_j)\right)$ , вектор  $\xi$  определяется специальным линейным преобразованием вектора  $\eta = (\eta_1,...,\eta_n)$ , компоненты которого суть нормально распределенные случайные величины с параметрами m = 0,  $\sigma = 1$ .

Для формирования маскирующего сигнала из шумового сигнала выделяют такие частотные спектры, которые соответствуют резонансным, т.е. усиленным частотным областям спектра речи (формантам) [9], каждого гласного звука речи. Затем выбирают по одному резонансному частотному спектру из каждой i-й группы частотных спектров, соответствующих спектру речевого сигнала, и смешивают между собой, где i=1,2,...,N. После чего спектральные составляющие усиливают. Причем смешиваемые усиленные (резонансные) частотные области спектра выбирают по случайному закону через установленные интервалы времени.

Актуальным является повышение надежности защиты речевых сигналов одновременно в аналоговой и цифровой форме, видеосигналов и сигналов звукового сопровождения, сигналов передачи данных.

Маскирующий сигнал формируют для энергетического подавления маскируемого сигнала. Предложен вариант формирования маскирующей помехи [10], основной принцип которого заключается в том, что формируют шумовой сигнал, из которого создают маскирующий сигнал, затем шумовой и маскирующий сигналы суммируют. Для формирования маскирующего сигнала сформированный шумовой сигнал усиливают и разделяют на n параллельных полос от нижней частоты  $f_{\rm H}$  до верхней  $f_{\rm Bi}$ , где  $i=\overline{1,n}$ , причем каждая последующая полоса от  $f_{\rm H}$  до  $f_{\rm Bi+1}$  шире всех предыдущих полос  $(f_{\rm H} \div f_{\rm BI}) < (f_{\rm H} \div f_{\rm BI}) < ... < (f_{\rm H} \div f_{\rm BI})$ .

Усиливают сигнал каждой полосы. Затем такие сигналы преобразуют в хаотическую импульсную последовательность (ХИП) с различными случайными длительностями т и случайными периодами. Полученные ХИП каждой полосы регулируют по амплитуде, суммируют ХИП всех полос, и сигнал полученной ХИП нормируют. В результате получают маскирующий сигнал, который суммируют с шумовым сигналом. Суммарный сигнал возводят в квадрат по амплитуде, в результате получают шумовую помеху. Данную шумовую помеху суммируют с другой шумовой помехой, сформированной аналогичным образом, сумму сигналов усиливают, согласуют с нагрузкой, получая маскирующую помеху.

Предложенный метод [10] формирования маскирующей помехи реализуют следующим образом. Формируют шумовой сигнал. Сформированный шумовой сигнал усиливают и разделяют параллельной фильтрацией на n сигналов. Развязывающие согласующие усилительные каскады согласуют по входу и выходу фильтров нижних частот. Следовательно, изменяется верхняя частота шумового процесса (шумового сигнала), при увеличении  $f_{\rm B}$  — увеличивается и число пересечений случайного процесса и соответственно уменьшается среднее значение длительности импульсов [11]. Разбивая полосу шумового сигнала на ряд полос с различными частотами  $f_{\rm B}$ , формируют импульсы с различной шириной и скважностью.

Из импульсов с различной шириной и скважностью формируют N входов ХИП. Поскольку частоты среза  $f_{\rm B}$  полосовых шумовых сигналов отличны, длительность импульсов и частота повторения ХИП случайны. Чем ниже частота среза  $f_{\rm B}$ , тем большая длительность импульсов превышает длительность импульсов ХИП, сформированных более высокими по частоте  $f_{\rm B}$  шумовыми сигналами, из которых образуют импульсную последовательность. Далее формируют спектральные характеристики ХИП, близкие к спектральным характеристикам видеосигнала или речевого сигнала в цифровой форме, или цифровых сигнальных последовательностей. Для формирования маскирующей помехи производят возведение в квадрат по закону хи-квадрат распределения суммы маскирующего сигнала и шумового, которые являются нормально распределенными случайными величинами.

Хаотическую импульсную последовательность каждой полосы регулируют по амплитуде и суммируют последовательности всех полос. Сигнал полученной ХИП нормируют, в результате получают маскирующий сигнал. Данный маскирующий сигнал суммируют с шумовым сигналом с нормальным распределением, суммарный сигнал возводят в квадрат по закону хи-квадрат распределения [12] с известным числом степеней свободы v=2.

В результате получаем шумовую помеху. Данную шумовую помеху суммируют с другой шумовой помехой, сформированной аналогичным образом, сумму сигналов усиливают, согласуют с нагрузкой, получая маскирующую помеху.

В суммарном сигнале на выходе сумматора присутствуют низкочастотные, среднечастотные и высокочастотные составляющие ХИП. Их отображение на экране представляется в виде линий различной длины и точек. Суммированием хаотических импульсных сигналов, возведенных в квадрат, реализуется закон хи-квадрат распределения. Наличие среднечастотных и высокочастотных составляющих хорошо разрушает краевые очертания изображений.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Общесистемные вопросы защиты информации / под. общ. ред. А.А. Сахнина М.: Радиотехника, 2003.
- 2. Помехоустойчивость систем со сложными сигналами / Г.И. Тузов [и др.] ; под. ред. Г.И. Тузова. М. : Радио и связь. 1985. 264 с.
- 3. Магнитные измерения / Е.Т. Чернышев [и др.]. М.: Изд-во стандартов, 1969. 248 с.
- 4. Средства измерения параметров магнитного поля / Ю.В. Афанасьев [и др.]. Л.: Энергия, 1979. 320 с.
- 5. Студенцов, Н.В., Построение безмоментных мер магнитной индукции с однородным полем / Н.В. Студенцов, В.Н. Хорев // Проблемы повышения точности средств измерений магнитной индукции : сб. науч. тр. ; под ред. Н.В. Студенцова и В.Я. Ширмана. Л. : Энергоатомиздат, 1983. С. 7–13.
- 6. Железняк, В.К. Защита информации от утечки по техническим каналам : учеб. пособие / В.К. Железняк. СПб. : ГУАП, 2006. 188 с.
- 7. Тихонов, В.И. Проблема пересечений уровней случайными процессами / В.И. Тихонов, В.И. Хименко // Радиотехника и электроника. 1998. № 5, Т. 43. С. 501—523.
- 8. Железняк, В.К., Автоматизированная оценка маскирующего шума вречевом диапазоне частот / В.К. Железняк, Р.С. Карасев // Информационные системы и технологии (IST 2009): материалы V Междунар. конференциифорума, Минск, 16-17 ноября 2009 г.: в 2 ч. / редкол.: Н.И. Листопад [и др.]. Минск, 2009. Ч. 2. С. 42–46.
- 9. Военные коммутационные системы и телефония / Л.П. Щербина [и др.] ; под ред. Л.П. Щербины. Л. : ВАС, 1990. 424 с.
- 10. Способ формирования сигнала для маскирования речевых сигналов, видеосигналов и сигналов передачи данных : пат. 19227 Респ. Беларусь, МПК Н 04К 1/00, Н 04К 3/00 / В.К. Железняк, Д.С. Рябенко ; дата публ. 30.06.2015.
- 11. Бендат, Дж.С. Основы теории случайных шумов и ее применение / Дж.С. Бендат ; пер. с англ. под ред. В.С. Трачева. М. : Наука, 1965. 464 с.
- 12. Иган, Дж. Теория обнаружения сигналов и анализ рабочих характеристик / Дж. Иган ; пер. с англ. под ред. Б.Ф. Ломова. М. : Наука, 1983. 216 с.
- 13. Тихонов, В.И. Оптимальный прием сигналов / В.И. Тихонов. М. : Радио и связь, 1983. 320 с.

Поступила 02.03.2016

# SYSTEM APPROACH: INFORMATION PROTECTION, NOISE IMMUNITY, NOISE STABILITY

#### V. ZHELEZNYAK, D. RYABENKO, S. LAVROV

The model of protection of the information in interrelation with noise immunity and a noise stability by means of the system concept is developed. Noise immunity in low frequency range of frequencies estimate a stable noise signal by means of Helmholtz coils. The optimum receiver establishes a measure of protection of the speech information the scientifically-proved numerical value of an indicator of legibility of speech on the basis of noise stability. Requirements of scientifically-methodical documents realize completeness of an estimation of security in information objects.

Keywords: information protection, noise immunity, noise stability.

#### УДК 004.048:378.14.015.62

# ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО АНАЛИЗА ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ДАННЫХ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ УСПЕШНОСТИ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

канд. техн. наук, доц. А.Ф. ОСЬКИН (Полоцкий государственный университет); Д.А. ОСЬКИН

(Белорусский государственный экономический университет, Минск)

Рассмотрены цели и задачи интеллектуального анализа образовательных данных. Приведены результаты разбора итогов первой экзаменационной сессии, полученные с помощью кластерного анализа, выполненного в среде системы интеллектуального анализа данных WEKA. На основе полученных результатов прогнозируется успешность дальнейшей учебной деятельности. Качество прогноза проверяется путем построения ROC-кривой, выполненного с использованием надстройки AtteStat для табличного процессора MS Excel.

**Ключевые слова:** интеллектуальный анализ образовательных данных, прогноз успешности обучения, *ROC*-анализ.

**Введение**. Интеллектуальный анализ образовательных данных (от англ. Educational Data Mining, далее – EDM) – совокупность методов и алгоритмов анализа данных, накапливаемых в учебном заведении в процессе его деятельности с целью выявления скрытых, неочевидных, практически полезных и интерпретируемых знаний об учебном процессе и его участниках для поддержки и принятия решений.

Источниками данных для EDM становятся базы данных университетских систем управления обучением, результаты промежуточных и итоговых аттестаций по дисциплинам, письменные работы студентов, учебная документация, ведущаяся на кафедрах и в деканатах, демографические данные, результаты опросов и анкетирований, социальные сети и т.д.

Интеллектуальный анализ образовательных данных (далее – ИАОД) сравнительно молодое направление научных исследований. Первая международная конференция по EDM прошла в 2008 году в Монреале. С тех пор конференции стали проводится ежегодно. Конференции проходили в Испании, Великобритании, США, Греции. Последняя, 8-я конференция, EDM 2015, была проведена в июне 2015 года в Мадриде, на базе Национального университета дистанционного образования (UNED). С 2010 года издается международный журнал «Educational data mining». С октября по декабрь 2013 года на Интернетресурсе «Coursera» (https://www.coursera.org) профессор Колумбийского университета Райан Бейкер (Ryan Baker), один из ведущих специалистов в области ИАОД, провел курс под названием «Від Data in Eduation» [1]. В курсе рассматривались вопросы использования методов математической статистики, машинного обучения и интеллектуального анализа данных в образовании.

Весьма актуальным это научное направление становится для Республики Беларусь, в высшей школе которой идут серьезные реформы.

**Цели и задачи ИАОД.** Главной целью ИАОД является повышение качества подготовки специалистов. В последнее 10-летие появился ряд исследований, конкретизирующих эту глобальную цель. Так, авторы работы [2] предлагают определять цели применения ИАОД в зависимости от точки зрения конечного пользователя. Они выделяют четыре категории конечных пользователей: обучающиеся, преподаватели, исследователи и администраторы. Цели каждой из этих категорий сведены в таблицу 1.

Таблица 1 – Цели конечных пользователей систем ИАОД

Пользователи	Цели
Обучающиеся	Получить рекомендации по индивидуализации образовательной траектории. Получить более качественную обратную связь с преподавателем. Улучшить успеваемость
Преподаватели	Применять технологии и методы обучения, наиболее подходящие для данной, конкретной группы обучающихся. Улучшить понимание социальных, поведенческих и когнитивных аспектов учебного процесса
Исследователи	Развивать и сравнивать между собой различные методы и алгоритмы ИАОД. Оценивать эффективность и результативность учебного процесса
Администраторы	Принимать обоснованные управленческие решения. Оптимизировать распределение ресурсов учебного заведения

В соответствии с перечисленными целями можно сформировать следующие типовые задачи, решаемые средствами ИАОД.

**Для обучающихся.** Осознанное формирование индивидуальной образовательной траектории. Правильный выбор факультативных дисциплин и дисциплин по выбору. Профессиональная ориентация и точный выбор сферы будущей профессиональной деятельности.

**Для преподавателей.** Разделение студентов на кластеры и подбор для каждого кластера оптимальной технологии и наиболее эффективных методов обучения. Оптимизация структуры и содержания лекционного курса. Прогнозирование успешности учебной деятельности.

**Для исследователей.** Разработка методов объективной оценки эффективности и результативности учебного процесса. Разработка новых технологий и методов обучения. Совершенствование существующих и разработка новых методов и алгоритмов ИАОД.

Для администраторов. Поддержка принятия научно обоснованных управленческих решений.

Продемонстрируем возможности ИАОД на примере решения задачи предсказания успешности учебной деятельности.

**Постановка задачи.** Имеются результаты сдачи первой экзаменационной сессии некоторой группой студентов. На основе этих данных требуется построить прогноз успешности завершения обучения для этих студентов.

Методика построения прогноза. Проведенный нами анализ базировался на результатах работы со студентами первого курса специальности 1-40 01 01 «Программное обеспечение информационных технологий» 2007 года приема. Кафедра технологий программирования учреждения образования «Полоцкий государственный университет», на которой было выполнено настоящее исследование, является выпускающей по данной специальности. Как видно из таблицы 2, в 2007 году на первом курсе обучалось 46 человек, причем только 15 из них были приняты в счет плана приема, остальные обучались за счет личных средств или на основании трехсторонних договоров с предприятиями.

Итоги первой экзаменационной сессии представлены в таблице 2.

Студенты сдавали экзамены по четырем дисциплинам: «Истории Беларуси», «Высшей математике», «Основам алгоритмизации и программирования» (ОА и П), «Начертательной геометрии и графике» (НГ и Г). Последний столбец таблицы содержит признак успешного завершения обучения в плановый срок в 2012 году («У» – успешное завершение, «ОТЧ» – отчисление в процессе обучения).

Для проведения анализа и построения прогноза мы использовали Data Mining систему WEKA и надстройку AtteStat для табличного процессора MS Excel. Оба программных продукта являются свободно распространяемым программным обеспечением и могут быть загружены из сети Интернет.

Система WEKA позволяет выполнить три вида поиска закономерностей: классификацию, кластеризацию и поиск ассоциаций. Мы остановились на кластеризации, позволяющей разбить исследуемое множество объектов на группы, без каких бы то ни было предварительных условий. При этом при проведении анализа мы учитывали только оценки, полученные студентами в ходе экзаменационной сессии.

Система выделила два кластера: «0», в который вошло двадцать два объекта, и «1», с двадцатью четырьмя объектами. На этом этапе анализа мы решили посмотреть, в какой из кластеров попали студенты, обучающиеся на бюджетной основе. Картина получилась весьма впечатляющая (табл. 3 и 4).

Все 100% студентов-бюджетников оказались в кластере «0». Успеваемость в кластере – 100%, средний балл – 7,25.

Совершенно иначе выглядит ситуация в кластере «1». Сюда попали все студенты, обучающиеся на договорной основе. Семнадцать из них не смогли пройти сессию без двоек, а семь человек получили две и более неудовлетворительные оценки. Средняя успеваемость по кластеру -29%, средний балл -4,25.

Основываясь на визуальном анализе полученных результатов, можно сделать вывод о том, что нахождение в кластер «0» позволяет с высокой вероятностью прогнозировать успешное завершение обучения в плановый срок, а кластер «1» является зоной риска и нахождение в нем свидетельствует о большой вероятности отчисления из вуза.

Для проверки этой гипотезы выполним ROC-анализ полученных результатов.

ROC-кривая (от англ. Receiver Operating Characteristic – рабочая характеристика приемника) – график, позволяющий оценить качество бинарной классификации. Поскольку классов два, один из них называется классом с положительными исходами, второй – с отрицательными исходами. ROC-кривая показывает зависимость количества верно классифицированных положительных примеров от количества неверно классифицированных отрицательных примеров. В терминологии ROC-анализа первые называются истинно положительным множеством, вторые – ложно отрицательным. При этом предполагается, что

у классификатора имеется некоторый параметр, варьируя который, мы будем получать то или иное разбиение на два класса. Этот параметр часто называют порогом или точкой отсечения.

Таблица 2 – Итоги первой экзаменационной сессии

Персональный код студента	История Беларуси	Высшая математика	ОА и П	НΓиΓ	Признак успешности
200740010100	4	4	2	5	ОТЧ
200740010101	4	2	2	2	ОТЧ
200740010102	4	4	2	4	ОТЧ
200740010103	9	10	7	5	У
200740010104	2	6	2	4	ОТЧ
200740010105	7	6	7	6	У
200740010106	9	9	10	9	<i>y</i>
200740010107	4	7	4	6	отч
200740010108	6	4	5	4	отч
200740010109	6	4	2	2	отч
200740010110	4	6	5	4	отч
200740010111	4	2	4	5	отч
200740010111	9	7	7	4	<i>y</i>
200740010112	7	4	5	4	отч
200740010113	2	2	4	4	отч
200740010114	5	7	10	5	<i>014</i>
200740010113	8	9	5	4	<i>y</i>
200740010117	8	6	5	6	<i>y</i>
200740010117	9	9	7	6	<i>y</i>
200740010119	4	2	6	6	<i>y</i>
200740010119	8	8	6	7	у У
200740010120	6	7	4	4	отч
	7	9			
200740010122			10	5	y
200740010123	4	9	8	7	У
200740010124	8	9	9	7	У
200740010125	5	2	5	4	отч
200740010126	8	9	8	9	У
200740010127	6	6	6	5	У
200740010128	4	6	2	5	У
200740010129	9	7	6	6	<i>y</i>
200740010130	7	5	4	5	ОТЧ
200740010131	4	4	2	4	ОТЧ
200740010132	4	4	4	4	ОТЧ
200740010133	7	6	7	5	<b>y</b>
200740010134	8	8	7	9	<b>y</b>
200740010135	4	6	5	6	y
200740010136	5	2	4	4	y
200740010137	4	2	4	5	ОТЧ
200740010138	6	2	2	6	y
200740010139	6	4	2	6	y
200740010140	4	2	4	4	ОТЧ
200740010141	8	7	8	8	y
200740010142	6	6	8	8	ОТЧ
200740010143	9	9	9	6	y
200740010144	8	6	6	7	y
200740010145	9	6	4	7	$oldsymbol{y}$

Таблица 3 – Кластер «0»

Персональный код студента	История Беларуси	Высшая математика	ОА и П	НΓиΓ	Средний балл	Признак
200740010106	9	9	10	9	9,25	y
200740010126	8	9	8	9	8,5	y
200740010124	8	9	9	7	8,25	y
200740010143	9	9	9	6	8,25	y
200740010134	8	8	7	9	8	y
200740010103	9	10	7	5	7,75	y
200740010118	9	9	7	6	7,75	y
200740010122	7	9	10	5	7,75	y
200740010141	8	7	8	8	7,75	$\boldsymbol{y}$
200740010120	8	8	6	7	7,25	$\boldsymbol{y}$
200740010123	4	9	8	7	7	y
200740010129	9	7	6	6	7	y
200740010142	6	6	8	8	7	ОТЧ
200740010112	9	7	7	4	6,75	$\boldsymbol{y}$
200740010115	5	7	10	5	6,75	ОТЧ
200740010144	8	6	6	7	6,75	$\boldsymbol{y}$
200740010105	7	6	7	6	6,5	$\boldsymbol{y}$
200740010116	8	9	5	4	6,5	y
200740010145	9	6	4	7	6,5	y
200740010117	8	6	5	6	6,25	y
200740010133	7	6	7	5	6,25	y
200740010127	6	6	6	5	5,75	$oldsymbol{y}$

Таблица 4 – Кластер «1»

Персональный код студента	История Беларуси	Высшая математика	ОА и П	НΓиΓ	Средний балл	Признак
200740010107	4	7	4	6	5,25	ОТЧ
200740010121	6	7	4	4	5,25	ОТЧ
200740010130	7	5	4	5	5,25	отч
200740010135	4	6	5	6	5,25	y
200740010113	7	4	5	4	5	отч
200740010108	6	4	5	4	4,75	отч
200740010110	4	6	5	4	4,75	отч
200740010119	4	2	6	6	4,5	y
200740010139	6	4	2	6	4,5	y
200740010128	4	6	2	5	4,25	y
200740010125	5	2	5	4	4	отч
200740010132	4	4	4	4	4	отч
200740010138	6	2	2	6	4	y
200740010100	4	4	2	5	3,75	отч
200740010111	4	2	4	5	3,75	отч
200740010136	5	2	4	4	3,75	$oldsymbol{y}$
200740010137	4	2	4	5	3,75	отч
200740010102	4	4	2	4	3,5	ОТЧ
200740010104	2	6	2	4	3,5	ОТЧ
200740010109	6	4	2	2	3,5	отч
200740010131	4	4	2	4	3,5	ОТЧ
200740010140	4	2	4	4	3,5	ОТЧ
200740010114	2	2	4	4	3	ОТЧ
200740010101	4	2	2	2	2,5	отч

В нашем случае положительным исходом будем считать успешное окончание высшего учебного заведения в установленный срок, а отрицательным исходом – отчисление из вуза в процессе обучения. Количественную интерпретацию ROC-анализа дает показатель AUC (от англ. Area Under ROC Curve – площадь под ROC-кривой) – площадь, ограниченная ROC-кривой и осью доли неверно классифициро-

ванных отрицательных примеров. Чем выше показатель AUC, тем качественнее классификатор, при этом значение 0,5 демонстрирует непригодность выбранного метода классификации (соответствует случайному гаданию).

В качестве классификатора в нашем анализе был использован средний балл студента. Из таблиц 3 и 4 нетрудно видеть, что пороговым значением является значение 5,75. Студенты, имеющие средний балл больше или равный 5,75, относятся к кластеру «0», а студенты, у которых средний балл ниже 5,75, – к кластеру «1».

ROC-анализ выполнялся в табличном процессоре MS Excel с использованием надстройки AtteStat. Результаты представлены на рисунке.

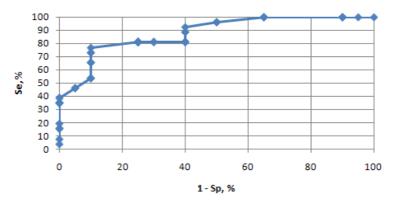


Рисунок – Результаты ROC-анализа

На рисунке Se – чувствительность, доля истинно положительных случаев, Sp – специфичность, доля истинно отрицательных случаев, правильно идентифицированных моделью.

Показатель AUC = 0,88, что является очень хорошим результатом и убедительно подтверждает выдвинутую нами гипотезу.

Выводы. Результаты первой экзаменационной сессии являются хорошим индикатором учебной деятельности.

Совместное применение ROC- и кластерного анализа позволяет строить эффективный прогноз успешности учебной деятельности.

Для успешного обучения студентов, попадающих в кластер «1», представляется целесообразным:

- выделение студентов, вошедших в этот кластер, в отдельную группу;
- закрепление за этой группой наиболее опытных преподавателей;
- введение в группе обязательной контролируемой самостоятельной работы;
- выполнение анализа и индивидуального планирования самостоятельной работы для каждого студента этой группы с учетом личных склонностей, способностей и возможностей.

Совершенно очевидно, что обязательным условием успешности обучения студентов, вошедших в кластер «1», становятся высокий уровень самодисциплины и высокая мотивация к получению соответствующей профессии.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Big Data in Education [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://www.coursera.org/course/bigdata-edu. Дата доступа: 12.01.2016.
- 2. Romero, C. Data mining in education / C. Romero, S. Ventura // Wiley interdisciplinary reviews. Data mining and knowledge discovery. 2013. № 3(1). P. 12–27.
- 3. Оськин, А.Ф. Информационно-образовательная среда поддержки управляемой самостоятельной работы студентов / А.Ф. Оськин // Вышэйшая школа. 2007. № 5. С. 67–72.

Поступила 16.03.2016

#### APPLICATION OF EDUCATINAL DATA MINING FOR PREDICTING OF ACADEMIC SUCCESS

#### A. OSKIN, D. OSKIN

The goals and objectives of educational data mining are considered. The results of the first examination session, obtained by cluster analysis carried out in the environment of the system of data mining WEKA, are analysed. Further academic success is predicted on the basis of the acquired results. The quality of the prediction is checked by constructing ROC-curve with the help of AtteStat add-in for MS Excel spreadsheet processor.

**Keywords:** educational data mining, predicting of academic success, ROC-analysis.

#### УДК 621.317+681.849

### ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ ВЫДЕЛЕНИЯ ФРАКТАЛЬНЫХ СТРУКТУР ИЗ ЦИФРОВЫХ СИГНАЛОВ МЕТОДОМ МАКСИМУМОВ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

д-р техн. наук, проф. О.В. РЫБАЛЬСКИЙ (Национальная академия внутренних дел, Киев); В.В. ЖУРАВЕЛЬ

(Государственный научно-исследовательский экспертно-криминалистический центр МВД Украины, Киев);

канд. техн. наук, доц. В.И. СОЛОВЬЁВ

(Восточноукраинский национальный университет им. В. Даля, Северодонецк); д-р техн. наук, проф. В.К. ЖЕЛЕЗНЯК (Полоцкий государственный университет)

Разработана модель выделения мультифрактальных структур из шумов цифровых фонограмм, используемых в качестве идентификационных признаков в экспертных исследованиях аппаратуры цифровой звукозаписи и цифровых фонограмм.

**Ключевые слова:** аппаратура цифровой звукозаписи, вейвлет-преобразование, цифровая фонограмма, фрактал, экспертиза.

Введение. Разработка инструментария для проведения экспертиз материалов и средств цифровой звукозаписи в процессе своего развития привела к созданию нового направления, основанного на использовании паразитных параметров аппаратуры цифровой звукозаписи (АЦЗЗ), фиксируемых в виде шумов цифровых фонограмм (ЦФ) [1, 2]. Эти параметры являются идентификационными признаками, используемыми в такой экспертизе. Создаваемый экспертный инструментарий должен удовлетворять ряду условий, в частности условиям реализуемости выделения этих признаков из ЦФ и применения методов обработки, обеспечивающих повторяемость и стабильность получаемых результатов.

В ряде работ показано, что эти признаки имеют мультифрактальную структуру. Для выделения фрактальных структур из сигналов, представленных в цифровой форме, используется вейвлет-анализ [3]. Выделение таких структур проводится по максимумам вейвлет-преобразования [4]. В работе [5] было показано, что использование вейвлета Морле обеспечивает наиболее точное выделение максимумов вейвлет-преобразования, отвечающих фрактальным структурам, содержащимся в цифровых сигналах (ЦС), записанных на ЦФ.

Цель работы – показать модель, ставшей основанием применения метода максимумов вейвлетпреобразования для выделения мультифрактальных структур из ЦФ, являющихся идентификационными признаками АЦЗЗ.

**Основная часть.** Рассмотрим модель выделения и обработки таких структур из пауз в речевой информации, содержащейся в ЦФ. Предположим, что  $A(t_i)$  — значение величины отсчета реализации шума фрагмента паузы ЦФ в момент времени  $t_i$ . Рассмотрим вариант дискретного вейвлет-преобразования для временного ряда ЦС в паузе на основе комплексного вейвлета Морле

$$C(t_i, \omega_b, \omega_c) = \frac{1}{N} \sum_{t_i=0}^{N} \left[ \left| \sum_{t_j=0}^{N_m} C_{mor} \left( t_i - t_j, \omega_b, \omega_c \right) \otimes A(t_i - t_j) \right| \right], \tag{1}$$

где  $C(\omega_b, \omega_c)$  – среднее значение модуля коэффициента вейвлет-преобразования при фиксированных параметрах  $\omega_b$ ,  $\omega_c$ ;

 $\omega_c$  – центральная частота вейвлета;

 $\omega_b$  – параметр ширины вейвлета;

N — количество дискретных отсчетов совокупности сигналов в паузе Ц $\Phi$ , по которым осуществляется усреднение;

 $N_m$  – количество отсчетов для вычисления свертки вейвлета Морле и дискретных отсчетов значений величины сигнала шума;

 $t_{i}$ ,  $t_{i}$  – временные дискретные отсчеты при  $t_{i} > t_{i}$  [4].

Таким образом, применение операции свертки сигнала шума паузы и вейвлета Морле позволяет получить максимумы значений модуля коэффициентов вейвлет-преобразования для отдельной паузы и для всего ряда пауз, выделенных из ЦФ. Это, в свою очередь, позволяет построить скейлограммы, как для каждой отдельной паузы, так и для всей их совокупности, представляющие собой самоподобные структуры, выделяемые из шумов паузы.

На рисунке представлена иллюстрация для совокупности пауз ЦФ зависимости  $C(F_b,F_c)$ , где  $F_b=\frac{\omega_b}{2\pi},\ F_c=\frac{\omega_c}{2\pi}$ .

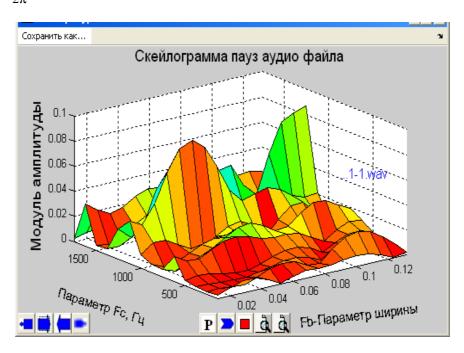


Рисунок – Скейлограмма пауз ЦФ

Такой вид скейлограммы определяется тем, что свертка этих сигналов во временной области запишется как их произведение в частотной области. Построим модель такого преобразования. Известно, что вейвлет Морле в частотной области имеет вид

$$\Psi(j\omega) = \sqrt{2}\pi^{\frac{1}{4}} \left( e^{-\frac{(\omega - \omega_c)^2}{2}} - e^{-\frac{\omega^2}{2}} \cdot e^{-\frac{\omega_c^2}{2}} \right), \tag{2}$$

а спектр сигнала  $S(t) = A_m \cos \omega t$  на выходе системы аналого-цифро-аналогового преобразования (АЦАП) записывается как

$$S_{C}(j\omega) = \frac{A_{m}\omega_{\pi}}{\omega}\sin\omega\frac{T_{1}}{2}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\left[\delta(\omega-\omega_{0}-k\omega_{\pi})+\delta(\omega+\omega_{0}-k\omega_{\pi})\right],$$
(3)

где  $\omega_{\text{Д}}$  – частота дискретизации сигнала [2; 5].

Тогда, рассматривая сигнал в паузе как  $S(j\omega) = A_m \cos \omega t$ , соотношение (1) в частотной области в общем виде представляется как

$$S_{\Sigma}(b,c) = \frac{A_{m}\omega_{\Pi}}{\omega}\sin\omega_{0}\frac{T}{2}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\left[\delta\left(\omega-\omega_{0}-k\omega_{\Pi}\right)+\delta\left(\omega+\omega_{0}-k\omega_{\Pi}\right)\times\sqrt{2\pi^{\frac{1}{4}}}\left(e^{\frac{-\left(\omega-\omega_{C}\right)^{2}}{2}}-e^{\frac{-\omega^{2}}{2}}\cdot e^{\frac{-\omega_{c}^{2}}{2}}\right)\right] = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{$$

$$= \frac{A_{m}\omega_{\Lambda}\sqrt{2\pi^{\frac{1}{4}}}}{2\pi|b|^{\frac{1}{2}}\omega}\sin\omega_{0}\frac{T}{2}\left[\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{1}{(\omega_{0}-k\omega_{\Lambda})}e^{j(\omega_{0}-k\omega_{\Lambda})c}\cdot\left(e^{-\frac{\left[b(\omega_{0}-k\omega_{\Lambda})-\omega_{c}\right]^{2}}{2}}-e^{-\frac{b^{2}(\omega_{0}-k\omega_{\Lambda})^{2}}{2}}\cdot e^{-\frac{\omega_{c}^{2}}{2}}\right)+\tag{4}$$

$$+\sum_{k=-\infty}^{\infty}\frac{1}{\left(\boldsymbol{\omega}_{0}+k\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{\Pi}}\right)}e^{j\left(\boldsymbol{\omega}_{0}+k_{1}\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{\Pi}}\right)c}\cdot\left(e^{-\frac{b\left[\left(\boldsymbol{\omega}_{0}+k\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{\Pi}}\right)-\boldsymbol{\omega}_{c}\right]^{2}}{2}}-e^{-\frac{b^{2}\left(\boldsymbol{\omega}_{0}+k\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{\Pi}}\right)^{2}}{2}}\cdot e^{-\frac{\boldsymbol{\omega}_{c}^{2}}{2}}\right),$$

где b, c – параметры масштабирования вейвлета.

На скейлограмме, продемонстрированной на рисунке, показаны фрактальные образования, выделенные из ряда пауз в речевой информации, записанной на ЦФ методом максимумов вейвлет преобразования.

Их выделение обеспечивает возможность последующей статистической обработки, что необходимо для сравнительных исследований ЦФ при проведении криминалистической идентификации АЦ33 и установления оригинальности ЦФ.

**Вывод.** Разработана математическая модель, описывающая процесс выделения идентификационных признаков из Ц $\Phi$ , представляемых в виде фрактальных структур, образующихся в Ц $\Phi$  при воздействии паразитных параметров АЦЗЗ на записываемые ЦС.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Рыбальский, О.В. Современные методы проверки аутентичности магнитных фонограмм в судебно-акустической экспертизе / О.В. Рыбальский, Ю.Ф. Жариков. Киев : Нац. акад. внутр. справ України, 2003. 300 с.
- 2. Рибальський, О.В. Застосування вейвлет-аналізу для виявлення слідів цифрової обробки аналогових і цифрових фонограм у судово-акустичній експертизі / О.В. Рибальський. Киев : Нац. акад. внутр. справ України, 2004. 167 с.
- 3. Малла, С. Вэйвлеты в обработке сигналов: пер. с англ. / С. Мала. М.: Мир, 2005. 670 с.
- 4. Соловьёв, В.И. Идентификация аппаратуры аудиозаписи по статистическим характеристикам аудиофайлов / В.И. Соловьёв // Реєстрація та обробка інформації. 2013. Т. 14, № 1. С. 59–70.
- 5. Рыбальский, О.В. Применение вейвлета Морле при создании методов и аппаратуры для проведения экспертиз материалов цифровой видеозвукозаписи / О.В. Рыбальский, В.И. Соловьёв, В.К. Железняк // Вест. Полоц. гос. ун-та. Сер. С. Фундаментальные науки. 2015. № 4. С. 14–16.

Поступила 02.03.2016

# GENERALIZED MODEL OF SELECTION OF FRACTAL STRUCTURES FROM DIGITAL SIGNALS BY METHOD OF MAXIMUMS OF WEVLET TRANSFORMATION

### O. RYBALSKY, V. ZURAVEL, V. SOLOVYOV, V. ZHELEZNYAK

The model of selection of multifractal structures is worked out from noises of the digital phonograms, used as the identification signs used for expert researches of apparatus of the digital audio recording and digital phonograms.

**Keywords:** apparatus of the digital audio recording, wevlet transformation, digital phonogram, fractal, examination.

#### УДК 621.391.8

### ФОРМИРОВАНИЕ ВИДЕОШУМОВЫХ КАДРОВ ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЗАЩИЩЕННОСТИ ВИДЕОСИГНАЛА ОТ УТЕЧКИ ПО ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ КАНАЛАМ

д-р техн. наук, проф. В.К. ЖЕЛЕЗНЯК, канд. техн. наук А.В. БАРКОВ (Полоцкий государственный университет)

Предложено формирование видеошумовых кадров из хаотических импульсных последовательностей для обеспечения защищенности видеосигнала от утечки по электромагнитным каналам, которое реализует метод адаптивного маскирования статических видеокадров систем передачи и средств вычислительной техники формированием статического (неподвижного) видеошумового кадра. Исследовано количественное изменение защищенности видеокадра предложенным методом адаптивного маскирования статическим видеошумовым кадром. Эффективность метода маскирования синхронными и адаптивными видеошумовыми кадрами подтверждена исследованием количественного изменения защищенности видеокадра. Метод обеспечивает лучшее качество маскирования и исключает улучшение отношения сигнал/шум по сравнению с динамическим пропорционально отношению  $\sqrt{n}/\sqrt{k}$ . Исследования подтвердили преимущества маскирования статического видеокадра синхронными видеошумовыми кадрами, которое по сравнению с динамическим инумом не позволяет выделить видеокадр, уменьшает его разборчивость и повышает защищенности видеосигнала.

*Ключевые слова:* технические каналы утечки, защищенность видеосигнала, синхроимпульс, маскирование видеосигналов, статический видеокадр.

**Введение.** Развитие методов и средств обнаружения и восстановления видеосигналов из шумов высокого уровня в каналах утечки информации (КУИ) определило обоснование разработки новых методов и средств обеспечения защищенности видеосигналов. Современные методы восстановления видеосигнала определяют направление развития методов его защиты от утечки.

Анализ средств маскирования выявил, что известные генераторы шума не формируют синхронных с передаваемым сигналом статических маскирующих помех для достижения положительного технического эффекта. Выявлены особенности маскирования сигнальных видеокадров шумовыми сигналами, которые показали, что изображение маскируется динамическим шумом менее эффективно из-за несинхронного его накопления [1, 2].

Реализация современных методов и средств защиты видеосигналов возможна разработкой адаптивных методов их маскирования для улучшения защищенности синхронным накоплением. Маскирование синхронными и адаптивными видеошумовыми кадрами затрудняет восстановление видеокадра синхронным накоплением, значительно снижает его четкость и улучшает защищенность видеосигнала [2].

В связи с возможностью восстановления видеосигнала в канале утечки и специфики его структуры целью данной работы является реализация формирования маскирующей помехи видеосигнала. В работе [3] предложен метод адаптивного маскирования статических видеокадров систем передачи и средств вычислительной техники формированием статического (неподвижного) видеошумового кадра для адаптивного маскирования статических видеокадров. Для защищенности видеосигнала от утечки по электромагнитным каналам, которое реализуется разработанным методом [3], исследованы преимущества адаптивного маскирования видеошумовым цветным кадром, количественное изменение защищенности видеокадра предложенным методом адаптивного маскирования статическим видеошумовым кадром при синхронном накоплении видеокадров.

**Формирование видеошумовых кадров.** Прикладное использование визуальной информации с цифровым кодированием видеосигнала, проецирование его на большие экраны с построением композитных видеокадров, сопровождение их звуковой информацией, широкое использование неподвижных видеокадров обусловили необходимость находить новые решения для обеспечения защищенности видеосигналов (видеокадров).

Известен ряд генераторов шума, например, генератор шума стационарный [5] для защиты помещений и объектов электронно-вычислительной техники от утечки конфиденциальной информации за счет побочных электромагнитных излучений компьютеров и другой оргтехники. Приведенный генератор и аналогичные ему не учитывают синхронность данных и не дают возможность формирования синхронных с сигналом статических маскирующих помех для достижения положительного технического эффекта. В связи с этим возникла задача разработать и обосновать на новых принципах обеспечение защищенности видеокадров синхронным и адаптивным видеошумовым кадром, его воспроизведение синхронно

с видеокадром в канале утечки. В качестве маскирующего предложен и обоснован сигнал хаотической импульсной последовательности (ХИП) [6], которая используется при формировании видеошумовых кадров для обеспечения защищенности видеосигнала от утечки по электромагнитным каналам.

Структурная схема технической реализации формирования видеошумовых кадров для обеспечения защищенности видеосигнала от утечки по электромагнитным каналам представлена на рисунке 1. Она демонстрирует взаимосвязь блоков, реализованных аппаратно и программно. Техническая реализация включает аппаратный генератор ХИП, измерительный широкополосный аналого-цифровой и цифроаналоговый преобразователь (АЦП/ЦАП) L-CARD E20-10, электронно-вычислительную машину (ЭВМ) (использован Notebook) с программным обеспечением формирования видеошумового кадра, широкополосный усилитель видеодиапазона, к которому подключено устройство, воспроизводящее видеошумовой кадр в канал утечки. В таблице 1 приведены для опции ЦАП основные технические характеристики измерительного широкополосного АЦП/ЦАП.

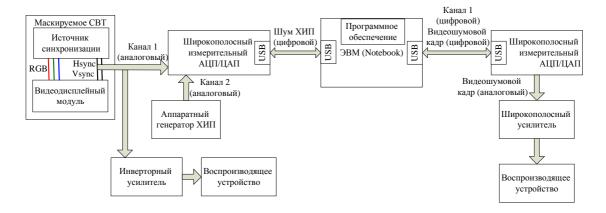


Рисунок 1 — Структурная схема технической реализации формирования видеошумовых кадров для обеспечения защищенности видеосигнала от утечки по электромагнитным каналам

Таблица 1 – Основные технические характеристики измерительного широкополосного АЦП/ЦАП (опция ЦАП)

Параметр	Величина
Количество каналов	2
Разрядность АЦП	12 бит
Время установления	8 мкс
Выходной диапазон	± 5 B

Компенсация синхроимпульсов в канале утечки реализована по синхроимпульсам маскируемого средства вычислительной техники (СВТ) (см. рис. 1, канал 1 – аналоговый) их противофазной подачей в канал утечки преобразованием инвертным усилителем, выход которого подключен ко входу воспроизводящего устройства.

Маскирование видеосигнала СВТ формирования видеошумовых кадров для обеспечения его защищенности от утечки по электромагнитным каналам (см. рис. 1) реализуется следующим образом. От исследуемого (маскируемого) СВТ подают синхроимпульсы по аналоговому каналу 1 на широкополосный измерительный АЦП/ЦАП, одновременно по каналу 2 подается шум ХИП аппаратного генератора. Широкополосный измерительный АЦП/ЦАП передает оцифрованные сигналы синхронизации и шума ХИП подключением по шине USB на ЭВМ (Notebook). Разработанное программное обеспечение формирует видеошумовой кадр из шумов ХИП, параметры синхронизации видеошумового кадра задаются по данным синхроимпульсов маскируемого СВТ, переданных по каналу 1. Сформированный цифровой видеошумовой кадр синхронно с видеокадром маскируемого видеосигнала подается по шине USB на цифровой вход широкополосного измерительного АЦП/ЦАП. С аналогового выхода АЦП/ЦАП сигнал подается на широкополосный усилитель видеодиапазона, к которому подключено воспроизводящее устройство.

Таким образом, сформированные видеошумовые кадры синхронно с кадрами видеосигнала воспроизводятся в канал утечки, что обеспечивает лучшее качество маскирования и исключает улучшение отношения сигнал/шум (ОСШ) при синхронном накоплении статических кадров видеосигнала.

**Исследование защищенности видеосигнала синхронным и адаптивным видеошумовым кадром.** Исследовано маскирование синхронными и адаптивными видеошумовыми кадрами, затрудняющими восстановление видеокадра синхронным накоплением, для повышения защищенности видеосигнала.

Энергетический показатель оценки защищенности [7, с. 64] характеризует нормативные параметры по ОСШ. Информативный показатель защищенности характеризует правильный прием сообщения конечным получателем.

Если получателем сигнала является человек, то критерий верности должен выбираться на основе свойств восприятия человеком данного вида сообщения. Так, например, при передаче изображений верность принятия должна строиться на основе психофизиологических свойств зрения [8, с. 45].

Восприятие человеком изображения характеризуется подобием принятого сигнала исходному. Возможность выделения контуров крупноплановых элементов тестового изображения и мелкодетальных определяет правильность приема. Оценку защищенности видеосигнала по информативному параметру определяют по восстановленному видеокадру.

Исследовано количественное изменение защищенности видеокадра методом адаптивного маскирования статическим видеошумовым кадром, реализуемым предложенным средством.

Количественная оценка улучшения находящегося в статике видеокадра к шуму пропорциональна частоте кадров  $f_v$  и времени T, т.е. количество накопленных кадров может быть представлено формулой  $n = f_v \cdot T$ . Улучшение ОСШ при синхронном накоплении зашумленного видеокадра  $G_p$ :

$$G_n = \sqrt{n} = \sqrt{f_v \cdot T} \ . \tag{1}$$

Для адаптивного маскирования видеокадров сформированы по двум каналам видеошумовые кадры, каждый из которых поочередно воспроизводится в КУИ с частотой  $f_k$ . Пусть K – количество видеошумовых кадров, воспроизводимых по одному каналу, тогда за время T в КУИ воспроизводится  $K \cdot k$  кадров, где k – количество смен видеошумового кадра за время T. Смена видеошумового кадра соответствует переключению канала формирователя, длительность воспроизведения одного видеошумового кадра  $T_k$  в КУИ:

$$T_k = \frac{T}{L}. (2)$$

Тогда частота обновления видеошумовых кадров  $f_k = \frac{1}{T_c}$ .

При накоплении K видеокадров одного канала, которые воспроизводятся за время  $T_k$ , улучшение ОСШ не происходит, так как видеошумовой кадр статичен и неизменен в течение периода времени воспроизведения в КУИ, тогда  $G_n = \sqrt{f_k \cdot T_k} = 1$ .

За время T в КУИ при адаптивном маскировании n информативных видеокадров видеошумовыми кадрами улучшение ОСШ накопленного видеокадра на основании (1) составит

$$G_p = \sqrt{n} = \sqrt{f_k \cdot T_k \cdot k} = \sqrt{k} \ . \tag{3}$$

Повышение защищенности W при адаптивном маскировании, которое состоит в практическом ограничении накопления видеокадров и улучшении ОСШ, исходя из формул (1)–(3), пропорционально длительности воспроизведения видеошумового кадра в КУИ:

$$W = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{k}} = \sqrt{\frac{n \cdot T_k}{T}}.$$
 (4)

Зависимость повышения защищенности W от длительности видеошумового кадра  $T_k$  для времени T представлена на рисунке 2.

Накопление видеосигнала, зашумленного динамическим шумом, улучшает ОСШ по сравнению с предложенным видеошумом пропорционально отношению  $\sqrt{n}/\sqrt{k}$ , где n – число видеокадров, k – количеством смен шумового видеокадра в течение времени T, что значительно повышает четкость изображения. Маскирование синхронными и адаптивными видеошумовыми кадрами затрудняет восстановление видеокадра синхронным накоплением и улучшает защищенность видеосигнала.

Обозначим  $G_{p\_dyn}$  зависимость изменения ОСШ накопленного видеокадра при маскировании динамическим шумом n статических видеокадров (1) за время T. Обозначим  $G_{p\_stat}$  зависимость изменения ОСШ накопленного видеокадра при маскировании статическим видеошумовым кадром с частотой смены видеошумового кадра  $f_k$  за время T. Величины  $1/G_{p\_dyn}$  и  $1/G_{p\_stat}$  представляют собой изменение защищенности видеокадров при их синхронном накоплении, которое обратно пропорционально улучшению ОСШ при накоплении.

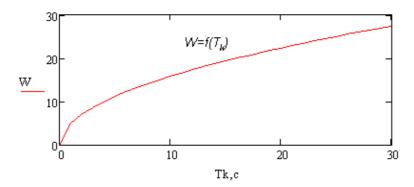


Рисунок 2 – Зависимость защищенности видеосигнала от длительности видеошумового кадра  $W = f(T_{\iota})$ 

На рисунке 3 представлена зависимость изменения защищенности маскируемых видеокадров длительностью 30 с синхронным накоплением при маскировании динамическим шумом и статическими видеошумовыми кадрами длительностью  $T_k = 10$  с.

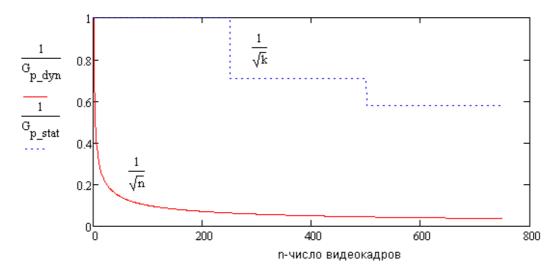


Рисунок 3 — Зависимость защищенности при синхронном накоплении от числа видеокадров  $(G_{p,dyn}$  — динамический шум,  $G_{p,stat}$  — статический видеошумовой кадр)

Как видно из рисунка 3, защищенность статическими видеокадрами остается неизменной за время воспроизведения одного канала формирователя видеошумовых кадров, защищенность динамическим шумом значительно снижется при синхронном накоплении и асимптотически стремится к нулю.

Исследованная зависимость повышения защищенности при маскировании видеошумовыми кадрами подтверждает представленные результаты экспериментов эффективности маскирования статическими видеошумовыми кадрами ХИП по отношению к динамическому белому шуму [3]. Шум каждого статического видеошумового кадра накапливается синхронно с сигналом, что улучшает защищенность по сравнению с динамическим видеошумом по ОСШ видеокадра пропорционально отношению  $\sqrt{n}/\sqrt{k}$ . Так, при накоплении видеосигнала со среднестатистической длительностью 30 с при n=1800 и k=1 защищенность повышается примерно в 42 раза по ОСШ.

**Вывод.** Предложено формирование видеошумовых кадров [4] из хаотических импульсных последовательностей для обеспечения защищенности видеосигнала от утечки по электромагнитным каналам,

которое реализует метод адаптивного маскирования статических видеокадров систем передачи и средств вычислительной техники формированием статического (неподвижного) видеошумового кадра [3].

Эффективность метода маскирования синхронными и адаптивными видеошумовыми кадрами подтверждена исследованием количественного изменения защищенности видеокадра. Предложенный метод обеспечивает высокое качество маскирования и исключает улучшение ОСШ по сравнению с динамическим пропорционально отношению  $\sqrt{n}/\sqrt{k}$ . Исследования подтвердили преимущества маскирования статического видеокадра синхронными видеошумовыми кадрами, которое по сравнению с динамическим шумом не позволяет выделить видеокадр, уменьшает его разборчивость и повышает защищенности видеосигнала.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Барков, А.В. Формирование маскирующей помехи для защиты видеосигнала от утечки по техническим каналам / А.В. Барков, В.К. Железняк // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. С. Фундаментальные науки. 2012. № 12. С. 40–45.
- 2. Барков, А.В. Маскирование RGB-видеокадров синхронным и адаптивным шумовым RGB-видеокадром / А.В. Барков, В.К. Железняк // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. С. Фундаментальные науки. 2013. № 12. С. 2–7.
- 3. Барков, А.В. Метод маскирования статических и динамических RGB-видеокадров синхронным и адаптивным шумовым RGB-видеокадром / А.В. Барков, В.К. Железняк // Вестник связи. 2014. № 1(123). С. 22–25.
- 4. Устройство для формирования маскирующей помехи: пат. 19096 Респ. Беларусь, МПК Н 03В 29/00, Н 04К 3/00 / В.К. Железняк, А.В. Барков, С.Н. Абраменко; дата публ. 19.10.2012.
- 5. «Гном-3» генератор шума, стационарный [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.infosecur.ru/shop/guard\_info/pemin/gnom3.
- 6. Барков, А.В. Экспериментальное исследование метода адаптивного маскирования видеосигнала от утечки по техническим каналам / А.В. Барков, В.К. Железняк // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. С. Фундаментальные науки. 2014. № 4. С. 18–23.
- 7. Железняк, В.К. Защита информации от утечки по техническим каналам : учеб. пособие / В.К. Железняк. СПб. : ГУАП, 2006. 188 с.
- 8. Харкевич, А.А. Борьба с помехами / А.А. Харкевич. 2-е изд., испр. М. : Наука, 1965. 275 с.

Поступила 16.03.2016

# THE MEANS OF FORMATION VIDEO NOISE FOR VIDEO PROTECTED AGAINST LEAKAGE THROUGH ELECTROMAGNETIC CHANNEL

#### V. ZHELEZNYAK, A. BARKOV

Proposed means of formation video noise frames of chaotic pulse sequences to ensure security of the video signal from the electromagnetic leakage channels that implements a method of adaptive masking static motion transmission systems and computer aids the formation of a static (stationary) video noise frame. Studied the quantitative change of a video security of the proposed method of adaptive masking video noise static scenes. The effectiveness of the method of masking and synchronous adaptive video noise staff supported by a study of the quantitative changes in the vulnerability of the video frame, the method provides a better quality of mask and eliminates the signal to noise ratio improvement in comparison with the dynamic proportionally  $\sqrt{n}/\sqrt{k}$ . Studies have confirmed the benefits of video frame synchronous static masking video noise frames, which in comparison with the dynamic noise does not allow to select a video frame reduces its legibility and improves the security of the video.

*Keywords:* technical leakage channels, security video signal, clock pulse, masking video, static video frame.

#### УДК 519.876

### АНАЛИТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ВЕРОЯТНОСТИ ПОРАЖЕНИЯ СТРУКТУРНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КРИТИЧЕСКИ ВАЖНОГО ОБЪЕКТА ИНФОРМАТИЗАЦИИ В ЗАДАЧАХ ОЦЕНКИ ЕГО ЖИВУЧЕСТИ

канд. техн. наук, доц. Н.М. БОБОВИЧ (Академия МВД Республики Беларусь, Минск)

Рассмотрен аналитический алгоритм расчета вероятности выхода из строя структурных элементов критически важного объекта информатизации в результате воздействия внешних дестабилизирующих факторов. Количественное значение этой вероятности является исходным для последующих разработки комплекса моделей количественной оценки и исследования живучести критически важного объекта информатизации методом анализа случайных структур (систем) по производительности.

**Ключевые слова:** информатизация, дестабилизирующий фактор, аналитический алгоритм, объект информатизации, структурные элементы критически важного объекта информатизации, комплекс моделей количественной оценки живучести критически важного объекта информатизации, метод анализа случайных структур по производительности.

**Введение.** Способность критически важных объектов информатизации (КВОИ) выполнять возлагаемые на них задачи в условиях целенаправленных и нецеленаправленных дестабилизирующих воздействий определяется их живучестью.

Основой исследования живучести сложных систем является прогноз их возможных состояний при дестабилизирующих воздействиях и анализ осуществимых путей управления факторами, формирующими эти состояния [1].

Рассмотрение методов расчета живучести сложных организационно-технических систем показало, что для количественной оценки живучести территориально распределенного КВОИ целесообразно использовать метод анализа случайных структур (систем) по производительности, суть которого состоит в определении производительности исследуемой системы путем изучения ее структуры и устойчивости структурных элементов к воздействию дестабилизирующих факторов [2].

**Основная часть.** Общей особенностью количественной оценки показателей живучести является статистический характер оцениваемых показателей на всех иерархических уровнях: элемент-подсистемасистема в целом. Возможность представления производительности на высших уровнях в виде операторов сопряжения, представляющих собой ее функциональную зависимость от производительностей на более низких уровнях, позволяет свести задачу количественной оценки живучести КВОИ по показателю «производительность» к задачам расчета статистических характеристик функций случайных аргументов вида [2]:

$$I_i = \sum_{j=1}^{m_i} I_{ij} \left( j = \overline{1, m_i} \right), \tag{1}$$

$$I = \min_{(i)} \{I_i\} \left(i = \overline{1, n}\right),\tag{2}$$

где n — число технологических звеньев в системе;

 $m_i$  — число элементов, выполняющих (обеспечивающих выполнение) i-ю технологическую операцию.

Расчет математических ожиданий и дисперсий функций случайных аргументов вида (1) и (2) основывается на определении вероятности выхода из строя структурных элементов КВОИ.

При целенаправленных воздействиях внешних дестабилизирующих факторов вероятность выхода из строя элементов КВОИ может быть определена как вероятность выполнения следующих условий:

- $y_1$  обнаружение района расположений объекта;
- $y_2$  доразведка до получения сведений, достаточных для принятия решения об осуществлении воздействия;
  - уз принятие решения о воздействии на объект;
  - $y_4$  доставка средств воздействия в район дислокации объекта;
- $y_5$  превышение воздействия на элемент предела его физической устойчивости или блокирование элемента в зонах разрушения, заражения.

В соответствии с этим вероятность поражения элемента может быть определена в виде следующего произведения вероятностей [3]:

$$p = p(y_1) p(y_2 / y_1) p(y_3 / y_1 y_2) p(y_4 / y_1 y_2 y_3) p(y_5 / y_1 y_2 y_3 y_4).$$

Последний сомножитель может быть представлен в виде суммы:

$$p(y_5 / y_1 y_2 y_3 y_4) = p(y_n / y_1 y_2 y_3 y_4) + p(y_6 / y_1 y_2 y_3 y_4),$$

где первое слагаемое характеризует физическое поражение, а второе — вероятность блокирования элемента в зоне поражающего воздействия. Зависимость блокирования элемента от мощности и расстояния до центра взрыва  $G(R_{\delta},R)$  определяется для конкретного района дислокации и имеет вид, аналогичный координатному закону поражения (КЗП).

Совместное выполнение условий  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $y_3$ ,  $y_4$ ,  $y_5$  можно рассматривать как последовательно развивающийся во времени случайный процесс: разведка – доразведка – принятие решения – подготовка воздействия и его осуществление [3]. Обозначив через  $F_i\left(t_i\right)$  функции распределения моментов окончания составляющих процесса и пренебрегая временем принятия решения по сравнению со временем протекания остальных составляющих, формула для функции распределения момента воздействия приобретает следующий вид:

$$p_{y}(t) = p(T_{y} < t) = p(y_{3} / y_{1}y_{2}) \iint_{(t)} F_{4}(t_{4} / t_{1}t_{2}) dF_{2}(t_{4} / t_{1}) dF_{1}(t_{1}).$$

Вероятность выхода из строя элемента или его блокирования при осуществлении воздействия по району дислокации КВОИ определяется осреднением КЗП по всем возможным координатам взрыва:

$$p_{i} = \iint_{(\infty)} G(R_{i}, R) f(R_{u}, B_{n}, x, y) dxdy,$$

где i = n – индекс поражения элемента;

i = 6 – индекс блокирования;

 $R_i$  – радиус поражения (блокирования) – параметр КЗП;

 $R_{\psi}$   $B_{n}$  – смещение точки прицеливания относительно элемента и вероятность отклонения (параметры закона рассеивания координат взрыва).

Радиус поражения определяется видом элемента, его защищенностью и выбираемой противником мощности взрыва. Мощность взрыва выбирается противником по располагаемым данным о размере района дислокации ( $L_{max}$ ), защищенности элементов  $R_{n1p}$  (радиус поражения расчетного объекта при взрыве мощностью 1 тыс. т) и точности средств доставки  $B_n$ . Величина  $R_u$  определяется выбором точки прицеливания по известным данным о конфигурации района дислокации и размещении основных элементов КВОИ на площади дислокации.

Вероятность принятия решения о нанесении удара  $p_3 = p\left(y_3 / y_1 y_2\right)$  оценивается по соотношению числа объектов ударов в системе и выделяемых для ее поражения боеприпасов с учетом целераспределения [3].

В общем виде алгоритм вычисления вероятности поражения может быть представлен следующими зависимостями:

$$\begin{aligned} R_n &= R_n \left( \left( i \right), q, h \right), \\ q &= q \left( L_{\max}, R_{n1p}, B_n \right), \\ R_u &= R_u \left( x_{\xi}, y_{\xi} \right), \\ p_3 &= \frac{n_{\delta}}{n_{o\delta}} K, \quad p_3 \leq 1, \quad 0 \leq K \leq \frac{n_{o\delta}}{n_{\delta}}, \end{aligned}$$

где K – коэффициент, учитывающий целераспределение;

 $n_{o\delta}$  – число подсистем, являющихся объектами ударов;

 $n_{\delta}$  – число выделяемых на поражение КВОИ боеприпасов.

Объем восстановления определяется структурой потерь по степени тяжести поражения:

$$r_{k} = p(R_{nk}) - p(R_{nk-1}),$$

где  $R_{nk}$  – радиус k-й степени поражения (k = 1, 2, 3, 4).

Динамика восстановления может быть получена методом баланса сохраняемой производительности КВОИ ремонта (восстановления) и потребного ресурса на восстановление.

Окончательно производительность КВОИ определяется суммой производительностей сохраняемого и восстанавливаемого ресурсов, например, через их математические ожидания:

$$M\left[I(t)\right] = M\left[I_c\left(\sum_{(j)}I_{ij},\min\{I_i\}\right)\right] + M\left[\Delta I\left(I_c,t,r_{ik}\right)\right],$$

где  $I_c$  – сохраняемая производительность,

 $\Delta I$  – восстанавливаемая производительность.

Для получения количественной меры живучести через параметры системы и характеристики боевых воздействий в явном виде введем следующие, не противоречащие реальным процессам и ситуациям, допущения:

- 1. Разведка и доразведка осуществляются путем периодического наблюдения района дислокации КВОИ. Обнаруженная и доразведанная подсистема подвергается обстрелу до первого разрыва в районе ее дислокации. Потоки наблюдений и выстрелов считаются пуассоновскими.
- 2. Примем альтернативную модель выбора исходных данных для расчета мощности взрыва и определения точки прицеливания: противник использует фактические данные о размерах, компоновке и защищенности, если устанавливает их к моменту обстрела, в противном случае использует данные, предлагаемые проводимыми на подсистеме мероприятиями маскировки.
  - 3. Для координатного закона поражения принимается аналитическая аппроксимация вида [4, 5]:

$$G(R_n,R) = \sum_{(l)} B_l a^{-a_l \frac{R^2}{R_n^2}},$$

где  $B_1$ ,  $a_1$  – коэффициенты аппроксимирующей функции КЗП.

С учетом принятых допущений получим следующие аналитические зависимости для расчета количественной меры живучести КВОИ [2].

Вероятность поражения элемента:

$$p_{ii} = p_{v}(t) p_{n}.$$

Вероятность удара по району дислокации подсистемы:

$$p_{y}(t) = p(y_{3})\{p(y_{1}y_{2}) - \frac{\Lambda_{p}}{(\Lambda_{p} - \Lambda_{o})(\Lambda_{o} - \Lambda_{y})}(\Lambda_{o}e^{-\Lambda_{p}t} - \Lambda_{p}e^{-\Lambda_{y}t}) - \frac{\Lambda_{p}}{(\Lambda_{p} - \Lambda_{y})(\Lambda_{o} - \Lambda_{y})}(\Lambda_{y}e^{-\Lambda_{o}t} - \Lambda_{o}e^{-\Lambda_{y}t})\},$$

где  $\Lambda_p = \lambda_p r p_p$  – частота успешных разведок ( $\lambda_p$  – частота наблюдений при разведке; r – вероятность преодоления контура защиты;  $p_p$  – вероятность обнаружения при однократном наблюдении);

 $\Lambda_{_{\partial}} = \lambda_{_{\partial}} r p_{_{p}} -$  частота успешных доразведок ( $\lambda_{_{\partial}}$  – частота наблюдений при доразведке,  $p_{_{\partial}}$  – вероятность решения задачи доразведки при однократном наблюдении);

 $\Lambda_y = \lambda_y r p_y$  — частота успешных выстрелов ( $\lambda_y$  — частота обстрела,  $p_y$  — вероятность обнаружения района дислокации подсистемы).

Вероятность успешных доразведок по признаку ф:

$$p(y_1y_2) = 1 - e^{\Lambda_{p^t}} - \frac{\Lambda_p}{\Lambda_{\omega} - \Lambda_p} (e^{-\Lambda_{p^t}} - e^{\Lambda\phi t}), \quad \phi \in \{g, R_u, R_{n1p}, L_{\max}\},$$

где  $\Lambda_{\phi} = \lambda_{\sigma} r p_{\phi}$  — частота успешных доразведок по признаку  $\phi$  ( $R_{u}$  — выявление оптимальной точки прицеливания;  $L_{max}$  — выявление размера района дислокации подсистемы;  $R_{n1p}$  — выявление защищенности элементов подсистемы).

Вероятность принятия решения о нанесении удара:

$$p(y_3) = 1$$
, при  $n_{\delta} \ge n_{o\delta}$ ,

$$p(y_3) = \frac{n_\delta}{n_{o\delta}} K$$
, при  $n_\delta \le n_{o\delta}$ ,

$$0 \le K \le \frac{n_{o\delta}}{n_{\delta}},$$

где  $n_{o\delta} = n_{o} + n_{o\pi}$  – число объектов удара в КВОИ ( $n_{o}$  – число действительных объектов в составе КВОИ,  $n_{o\pi}$  – число эффективно существующих ложных объектов – обнаружен, но не распознан как ложный, – определяют по формуле

$$n_{_{9,n}} = \sum_{j=1}^{n_{_{3}}} p_{_{j}}(y_{_{1}}) - p_{_{j}}(y_{_{1}}y_{_{2}}),$$

 $n_{\pi}$  – число ложных объектов).

Мощность боеприпасов, выделенных для поражения подсистемы:

$$q = \left[ \frac{1.5}{R_{n1p\phi}} \left( 0.35 L_{\text{max}\phi} + 2.8 \frac{R_p^2}{L_{\text{max}\phi}} \right) \right]^3,$$

где  $R_n = \sqrt{2}\sigma$  – радиус рассеивания (характеристика ошибки стрельбы).

Вероятность поражения при нанесении удара:

$$p_n = \sum_{(l)} \frac{B_l R_n^2}{R_n^2 + a_l R_p^2} e^{-\frac{a_l R_u^2}{R_n^2 + a_l R_p^2}}$$

где  $R_n$  – радиус поражения структурного элемента КВОИ;

 $R_u$  – удаление элемента от точки прицеливания.

Заключение. Предложенный аналитический алгоритм расчета живучести КВОИ определяет непрерывную область значений ее количественной меры и конкретизирует множества параметров КВОИ и внешних дестабилизирующих факторов в виде количественных параметров, влияющих на живучесть. Анализ путей влияния на эти параметры позволит выявить те свойства КВОИ, которые определяют ее живучесть, и установить область и алгоритмы управления живучестью КВОИ.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. О некоторых мерах по обеспечению безопасности критически важных объектов информатизации [Электронный ресурс]: Указ Президента Республики Беларусь от 25 октября 2011 г. № 486 // levonevski.net. Режим доступа: http://www.levonevski.net/pravo/norm2013/num06/d06545.html. Дата доступа: 25.09.2015.
- 2. Бобович, Н.М. Аналитическая оценка живучести критически важного объекта информатизации / Н.М. Бобович, В.В. Маликов, С.А. Чюруканов // Доклады БГУИР. 2015. № 3(89). С. 96–100.
- 3. Вентцель, Е.С. Введение в исследование операций / Е.С. Вентцель. М.: Советское радио, 1964. С. 369.
- 4. Чепиженко, А.З. Радиоэлектронная аппаратура и ядерный взрыв / А.З. Чепиженко М. : Воениздат, 1997. C. 210.
- 5. Мырова, Л.О. Анализ стойкости систем связи к воздействию излучений / Л.О. Мырова, В.Д. Попов, В.И. Верхотуров. М.: Радио и связь, 1993. С. 186.

Поступила 15.03.2016

# ANALYSIS ALGORITHM OF CALCULATING THE PROBABILITY OF STRUCTURAL COMPONENTS OF CRITICAL INFORMATION OF THE OBJECT IN THE ASSESSMENT TASKS ITS SURVIVABILITY

### N. BOBOVICH

The article discusses the analytical algorithm for calculating the probability of failure of the structural elements of the critical information of an object by external destabilizing factors. The quantitative value of this probability is the source for the subsequent development of a set of models to quantify and study survivability critical information of the object method of analysis of random structures (systems) performance.

**Keywords:** informatization, the destabilizing factor, analytical algorithm, object of informatization, structural elements of crucial object of informatization, complex of models of a quantitative assessment of a survivability critical of important object of informatization, method of the analysis of casual structures on productivity.

#### УДК 621.391

### ИНФОРМАЦИОННЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПОДАВЛЕНИЯ КАНАЛОВ РАДИОСВЯЗИ С ДИСКРЕТНЫМИ ВИДАМИ МОДУЛЯЦИИ

д-р техн. наук, проф. С.В. ДВОРНИКОВ, А.А. ГУЛИДОВ, Я.А. ДОМБРОВСКИЙ (Военная академия связи им. Маршала Советского Союза С.М. Буденого, Санкт-Петербург); С.В. ЛАВРОВ, канд. техн. наук Д.С. РЯБЕНКО (Полоцкий государственный университет)

Представлены результаты обоснования по выбору в качестве показателя оценки эффективности подавления радиоканалов уточненного значения коэффициента подавления. К выбору значения коэффициента подавления предложено подходить исходя из помехоустойчивости сигнальной конструкции, используемой для передачи информации. Приведены аналитические расчеты, подтверждающие правомерность такого заключения, и данные компьютерного моделирования.

Ключевые слова: помехоустойчивость, коэффициент подавления, радиоканал.

**Введение.** Широкое применение в системах радиосвязи сигналов с дискретными видами модуляции стимулировало к поиску показателей оценки их эффективности в условиях деструктивных воздействий различной природы. Традиционный подход [1], базирующийся на расчете энергетического превосходства помехи над сигналом, является довольно грубым инструментом анализа, поскольку он в большей степени дает качественную оценку допустимого превышения, после которого система радиосвязи не способна выполнять свои функции по предназначению.

Вместе с тем данный вопрос имеет практическую ценность, в частности для систем контроля интенсивности физических полей и систем активного мониторинга, в обязанности которых входит и нарушение работы несанкционированных источников радиоизлучений [2]. В этом случае подобный показатель мог бы использоваться при рациональном распределении ограниченного энергетического ресурса. Рассмотрению данного вопроса как раз и посвящена настоящая статья.

**Анализ вероятностного подхода к обоснованию показателя.** Для радиоканалов, в которых используются сигналы с дискретными видами модуляции, при выборе показателя эффективности чаще всего предпочтение отдается значению вероятности битовой ошибки  $P_{\scriptscriptstyle B}$  и значению вероятности искажения кодовых комбинаций  $P_{\scriptscriptstyle KK}$  [3].

Тогда критерием эффективности можно определить следующее неравенство:

$$P_{\scriptscriptstyle B} \geq P_{\scriptscriptstyle B, \rm MOH}$$
 ,  $P_{\scriptscriptstyle KK} \geq P_{\scriptscriptstyle KK, \rm MOH}$  . (1)

Здесь  $P_{B,\text{доп}}$  и  $P_{\text{кк,доп}}$  – допустимые значения, при которых обеспечивается заданная вероятность ошибочного приема.

Поскольку точное описание реального радиоканала является сложной многопараметрической задачей, то в теории связи пользуются их упрощенными моделями, которые позволяют устанавливать основные закономерности передачи сигналов [3], а для оценки эффективности как помехоустойчивости, так и подавления, учитывают вид модуляции и способ обработки сигнала. Такой подход оправдан, так как позволяет в качестве нижнего порога использовать потенциальную помехоустойчивость, обусловленную типом сигнальной конструкции.

Так, для каналов с амплитудной манипуляцией (AT) при использовании когерентного детектирования и интегрирования сигнала и помехи обеспечивается следующая вероятность ошибки на бит, характеризующая потенциальную помехоустойчивость [4]:

$$P_{\rm AT} = \frac{1}{2} \left[ 1 - \Phi \left( \frac{\hbar^2}{\sqrt{2}} \right) \right],\tag{2}$$

где  $\hbar^2$  – отношение мощности сигнала к мощности помехи (ОСП) на входе подавляемого приемника ЛРС;  $\Phi(x)$  – интеграл вероятности, рассчитываемый согласно следующему выражению:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{\infty} \exp\left(-t^2/2\right) dt.$$
 (3)

Выражение (3) описывает канал с аддитивным белым гауссовым шумом (АБГШ), что отражает физическую сущность большинства деструктивных воздействий природного характера.

Для удобства практических расчетов выражение (3) в [3] представлено в следующем виде:

$$P_{\rm AT} \approx \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{\hbar^2}{4}\right).$$
 (4)

Формула (4) характеризует АБГШ со случайной начальной фазой и амплитудой.

Для каналов с частотной манипуляцией (ЧТ) вероятность ошибки при условии равновероятного априорного проявления передаваемых символов будет характеризоваться следующим выражением [4]:

$$P_{\rm qT} \approx \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{\hbar^2}{2}\right). \tag{5}$$

Для канала с фазовой манипуляцией (ФТ) вероятность ошибочного приема будет иметь следующее значение [4]:

$$P_{\Phi T} = \frac{1}{2} \left[ 1 - \Phi \left( \sqrt{2\hbar^2} \right) \right]. \tag{6}$$

Между тем анализ ряда работ, в том числе и [5], показал, что при достаточно больших аргументах интеграл вероятности  $\Phi(x)$  в (6) допускает приблизительную замену следующего вида:

$$\Phi(x) \cong \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2\pi x^2}} \exp\left(-\frac{x}{2}\right)^2. \tag{7}$$

где  $x = \sqrt{2 \cdot \hbar^2}$  – аргумент.

Учитывая, что деструктивное воздействие предполагает обеспечение энергетического превосходства в тракте приема помехи над сигналом, то в основе искомого показателя целесообразно использовать коэффициент подавления. По своей сути он представляет величину обратную  $\hbar^2$  и характеризует минимально необходимое отношение мощности помехи  $P_{\Pi}$  к мощности сигнала  $P_{C}$  на входе приемного тракта, при котором достигается требуемый уровень радиоподавления [1]:

$$\widehat{K}_{\Pi} = \frac{1}{\hbar^2} = \frac{P_{\Pi}}{P_{C}}.$$
(8)

Тогда критерием эффективности радиоподавления  $\mathfrak{I}_{\text{PII}}$  будет выступать вероятность того, что текущее значение коэффициента подавления на входе приемного тракта  $K_{\text{II}}$  будет не меньше требуемого  $\widehat{K}_{\text{II}}$ .

$$\mathfrak{I}_{P\Pi} = P\left(K_{\Pi} \ge \hat{K}_{\Pi}\right). \tag{9}$$

Показатель (8) предполагает, что его достижение обеспечивается при минимальном значении мощности помехи  $P_{\Pi}$  .

На рисунке представлена графическая зависимость для значений  $P_{\scriptscriptstyle B}$  от значения  $K_{\scriptscriptstyle \Pi}$ , обеспечиваемого в канале.

Полученная зависимость позволяет для потенциально критичного значения вероятности ошибки определить требуемое значение  $K_{\Pi}$ , приводящее к сбою при передаче информации. В частности, на рисунке 1 пунктиром показаны значения коэффициента подавления, обеспечивающие для сигналов различных видов передач вероятность ошибки, равную 0.1 ( $P_{R}=0.1$ ).

Учитывая требования, предъявляемые к достоверности связи [2, 3] для сигналов дискретных видов модуляции, в частности  $P_{\rm B}=5\times10^{-3}$ , при передаче данных, можно получить требуемые значения  $K_{\rm II}$ , приводящие к потере информации (табл.).

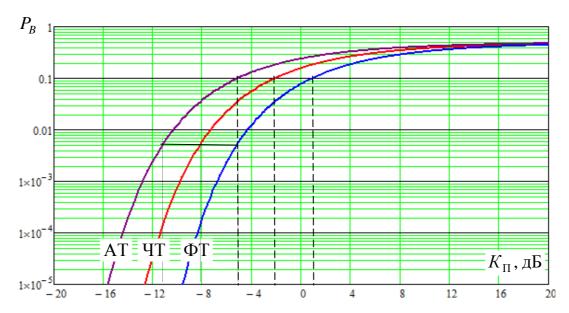


Рисунок – Потенциально допустимая вероятность ошибки для различных каналов

Таблица — Значения  $K_{\rm n}$ , необходимые для подавления радиоканалов, использующих сигналы с дискретными видами модуляции

Вид манипуляции	AT	ЧТ	ΦТ
Значение $K_{\Pi}$	–11 дБ	-8 дБ	–5 дБ

Поскольку эффективность передачи информации во многом определяется качественной реализацией процедур обнаружения [6], то при выборе искомой оценки следует предполагать, что при подавлении радиоканалов добиваются неопределенности на уровне решающего устройства демодулятора, а не обнаружителя. В этом случае следует исходить из того, что решение задачи обнаружения однозначно не решает задачу демодуляции [7, 8].

Заключение. На основании полученных результатов можно сделать следующее заключение. Информационный показатель эффективности подавления радиоканалов определяется текущим значением коэффициента подавления, который, в свою очередь, зависит от уровня мощности помехи, создаваемой на входе приемного тракта. При этом мощность помехи не должна быть сопоставимой с мощностью сигнала, как это требует классическая теория радиоэлектронной борьбы [1], поскольку нарушение в передачи информации наступает уже при уровне коэффициента подавления минус 5 дБ. Однако следует признать, что полученные результаты не учитывают принятие различных мер по повышению помехоустойчивости радиоканалов, а именно: использование помехоустойчивого кодирования, разнесенного приема и пр. [7].

Кроме того, эффективность подавления, обеспечивающего минимальный уровень, определяемый критерием (8), будет зависеть и от величины расстройки выбранной градации мощности и частотного отклонения помехи от номинала центральной частоты полосы пропускания приемного тракта. Именно эти показатели целесообразно контролировать и регулировать для обеспечения требуемого уровня деструктивного воздействия в системах радиоконтроля с ограниченным энергетическим ресурсом.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Радзиевский, А.Г. Современная радиоэлектронная борьба. Вопросы методологии. / А.Г. Радзиевский. М. : Радиотехника, 2006. 424 с.
- 2. Автоматизированная система контроля интенсивности физических полей рассеивания сигналов / А.А. Алексеев [и др.] // Научное приборостроение. 2000. Т.10, № 3. С. 77–87.
- 3. Скляр, Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / Б. Скляр ; пер. с англ. под ред. А.В. Азаренко. 2-е изд. М. : Вильямс, 2007. 1104 с.
- 4. Финк, Л.М. Теория передачи дискретных сообщений / Л.М. Финк. 2-е изд. М. : Советское радио, 1970.-728 с.

- 5. Дворников, С.В. Теоретические основы синтеза билинейных распределений / С.В. Дворников. СПб. : ВАС, 2007. 268 с.
- 6. Метод обнаружения радиосигналов на основе обработки их частотно-временных распределений плотности энергии / С.В. Дворников [и др.] // Информация и космос. 2005. № 4. С. 13–16.
- 7. Адаптивные автоматизированные системы военной радиосвязи / Ю.П. Килимник, Е.В. Лебединский, В.К. Прохоров А.Н. Шаров. СПб. : ВАС, 1978. 284 с.
- 8. Дворников С.В. Метод обнаружения на основе посимвольного перемножения реализаций спектра наблюдаемого процесса с автоматическим расчетом порога принятия решения / С.В. Дворников // Научное приборостроение. 2004. Т. 14., № 4. С. 92–97.

Поступила 02.03.2016

# INFORMATION INDICATORS FOR SUPPRESSION PERFORMANCE EVALUATION CHANNELS OF THE RADIO COMMUNICATION WITH DISCRETE MODULATION FORMAT

### S. DVORNIKOV, A. GULIDOV, Y. DOMBROVSKI, S. LAVROV, D. RYABENKO

Results of a substantiation of a choice of the specified value of suppression ratio as an indicator of suppression performance evaluation of radio channels are represented. It is offered to approach to a choice of value of suppression ratio from noise immunity of the signal construction witch used for an information transfer. The analytical calculations confirming legality of such conclusion and data of computer simulation are represented.

Keywords: noise immunity, suppression ratio, radio channel.

УДК 621.391

### МЕТОДИКА СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ СИСТЕМУ РАДИОСВЯЗИ

д-р техн. наук, проф. С.В. ДВОРНИКОВ, А.А. КУРНОСЕНКОВ, Я.А. ДОМБРОВСКИЙ (Военная академия связи им. Маршала Советского Союза С.М. Буденого, Санкт-Петербург); канд. техн. наук Д.С. РЯБЕНКО, С.В. ЛАВРОВ (Полоцкий государственный университет)

Предложена методика оценки статистических показателей, характеризующих систему радиосвязи. Рассмотрен математический аппарат вероятностных оценок дистанций между корреспондентами при ведении батальоном мобильной обороны. Представлены варианты расчетов при типовом построении его боевых порядков.

Ключевые слова: система радиосвязи, статистическая оценка, интеграл вероятности.

**Введение.** В современных условиях ведения боевых действий вопросы управления войсками и оружием являются приоритетными в решении поставленной боевой задачи.

В современном бою задачи, возложенные на систему управления, решаются посредством организации подсистемы радиосвязи. Прежде всего, это обусловлено:

- размахом и высокой динамичностью боевых действий;
- необходимостью оперативного доведения информации в движении;
- увеличением количества одновременно управляемых объектов.

Таким образом, можно заключить, что именно от возможности системы радиосвязи зависит устойчивость, непрерывность, оперативность и скрытность управления войсками и оружием. Следовательно, исследования, связанные с анализом статистических показателей, характеризующих систему радиосвязи с позиций ее противостояния деструктивным воздействиям различной природы, являются актуальными и представляющими особый интерес для специалистов, занимающихся вопросами повышения устойчивости системы управления.

Аналитический аппарат методики статистической оценки параметров. Анализ особенностей построения боевых порядков войск позволяет сделать следующее заключение. Их построение определяется требованиями боевых документов, поэтому при одинаковой штатной организации топологию их размещения в некотором смысле можно считать типовой. Как правило, в состав боевых порядков входит строго определенное число пунктов управления и боевых позиций подчиненных подразделений. Следовательно, для их описания можно применить аппарат математической статистики и на его основе рассчитать соответствующие обобщенные характеристики. Учитывая, что подсистема радиосвязи будет довольно полно отражать структуру системы управления, то полученные показатели в равной степени будут характеризовать и ее.

Так, основу подсистемы радиосвязи составляют радиосети и радионаправления [1], следовательно, среднюю дистанцию связи между корреспондентами в радиосети можно рассматривать в качестве основного статистического показателя. Действительно, каждое подразделение имеет свой боевой порядок, размеры которого определяются соответствующими нормативными документами [2].

Тогда среднее значение дистанции радиосвязи будет определяться следующей формулой:

$$R_{\rm cp} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} R_i \,, \tag{1}$$

где  $R_i$  – текущее значение дистанции связи;

N — общее число связей.

Не менее важным является такой статистический показатель, как выборочная дисперсия, представляющая собой квадрат отклонения текущей величины от среднего значения и частость ее проявления, которые можно представить в следующем виде:

$$\left(R_{i}-R_{cn}\right)^{2},\tag{2}$$

$$(R_i - R_{\rm cn})^2 p , \qquad (3)$$

где p — частость проявления текущего значение дистанции связи; i — количество групп с повторяю-

Заметим, что полученные показатели будут довольно точно характеризовать типовые подразделения, нормативные показатели построения боевых порядков, которых определены регламентирующими документами.

Сама методика будет определяться последовательностью проведения расчета по указанным показателям с последующей вероятностной оценкой полученных результатов.

**Пример расчета.** Допустим, что подсистема радиосвязи состоит из радиосети, включающей 14 радиолиний, среди которых восемь имеют дистанцию  $1500 \, \text{м}$ , три  $-500 \, \text{м}$  и по одному - соответственно  $1000 \, \text{м}$ ,  $1200 \, \text{m}$  и  $4000 \, \text{m}$ .

Тогда, в соответствии с формулой (1) получим

$$R_{\rm cp} = \frac{1500 \times 8 + 500 \times 3 + 400 \times 1 + 1200 \times 1 + 1000 \times 1}{14} = 1400 \,\mathrm{m}.$$

Результаты расчетов по формулам (2) и (3) сведены в таблицу 1.

Таблица 1 – Значения статистических показателей

Дистанция связи, $R_i$	Частость повторений, р	$(R_i - R_{\rm cp})^2$	$(R_i - R_{\rm cp})^2 \cdot p$
1,5 км	8	0,01	0,08
4 км	1	6,76	6,76
1,2 км	1	0,04	0,04
0,5 км	3	0,81	2,43
1 км	1	0,16	0,16

Для расчетных данных таблицы 1 можно вычислить статистическую оценку с позиций того, что они представляют выборку, полученную из генеральной совокупности в результате N независимых наблюдений.

Между тем, согласно [3], если в качестве оценки генеральной дисперсии принять выборочную дисперсию, то эта оценка будет приводить к систематическим ошибкам, давая заниженное значение генеральной дисперсии. Объясняется это тем, что выборочная дисперсия является смещенной оценкой  $\tilde{D}_R$ , т.к. математическое ожидание выборочной дисперсии не равно оцениваемой генеральной диспер-

сии, а равно  $M(\tilde{D}_{R}) = \frac{N-1}{N} \tilde{D}_{R}$ . Следовательно, выборочную дисперсию  $\tilde{D}_{R}$  необходимо помножить на

дробь  $\frac{N}{N-1}$  . В результате получим следующее значение:

$$\sigma_R^2 = \frac{N}{N-1} \tilde{D}_R = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (R_i - R_{\rm cp})^2 . \tag{4}$$

Тогда, в соответствии с данными таблицы 1, по формуле (4) можно рассчитать значение дисперсии дистанций связи как статистического параметра системы радиосвязи для рассматриваемого случая:

$$\sigma_R^2 = \frac{1}{14-1}(0,08+6,76+0,04+2,43+0,16) = 0,728 \text{ km}.$$

Другим важным статистическим показателем является значение среднего квадратического отклонения (ошибки) дистанции связи, равное квадратному корню из исправленной дисперсии, рассчитываемой по формуле (4)

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (R_i - R_{cp})^2} .$$
 (5)

Согласно (5) имеем

$$\sigma_R = \sqrt{0,728} = 0,85 \,\text{km}. \tag{6}$$

Далее определим доверительный интервал  $\Delta R_{\rm cp} = z \times (\sigma_{\scriptscriptstyle R} / \sqrt{N})$  для полученных значений из условия формулы

$$[R_{\rm cp} \pm z \times (\sigma_R / \sqrt{N})] \ge P_{\rm gob}. \tag{7}$$

Тогда, например, для доверительной вероятности  $P_{\text{дов}} = 0.9$  определим коэффициент доверия z, который согласно [4] является параметром интеграла вероятности при условии x = z/2.

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{x} \exp(-t^{2}/2) dt.$$
 (8)

Значения x = z/2 табулированы (табл. 2).

Таблица 2 – Табулированные значения интеграла вероятности

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X		Сотые доли х								
0,0	0,0000	0040	0080	0112	0160	0199	0239	0279	0319	0359
0,1	0398	0438	0478	0517	0557	0596	0636	0675	0714	0754
0,2	0793	0832	0871	0910	0948	0987	1026	1064	1103	1141
0,3	1179	1217	1255	1293	1331	1368	1406	1443	1480	1517
0,4	1554	1591	1628	1664	1700	1736	1772	1808	1844	1879
0,5	1915	1950	1985	2019	2054	2088	2123	2157	2190	2224
0,6	2258	2291	2324	2357	2389	2422	2454	2486	2518	2549
0,7	2580	2612	2642	2673	2704	2734	2764	2794	2823	2852
0,8	2881	2910	2939	2967	2996	3023	3051	3079	3106	3133
0,9	3159	3186	3212	3238	3264	3289	3315	3340	3365	3389
1,0	3413	3438	3461	3485	3508	3531	3553	3577	3599	3621
1,1	3643	3665	3686	3708	3729	3749	3770	3790	3810	3830
1,2	3849	3869	3888	3907	3925	3944	3962	3980	3997	4015
1,3	4032	4049	4066	4082	4099	4115	4131	4147	4162	4177
1,4	4192	4207	4222	4236	4251	4265	4279	4292	4306	4319
1,5	4332	4345	4357	4370	4382	4394	4406	4418	4430	4441
1,6	4452	4463	4474	4485	4495	4505	4515	4525	4535	4545
1,7	4554	4564	4573	4582	4591	4599	4608	4616	4625	4633
1,8	4641	4649	4656	4664	4671	4678	4686	4693	4700	4706
1,9	4713	4719	4726	4732	4738	4744	4750	4756	4762	4767
	Десятые доли х									
2,	4773	4821	4861	4893	4918	4938	4953	4965	4974	4981
3,	4987	4990	4993	4995	4997	4998	4998	4999	4999	5000

Для рассматриваемого значения  $P_{\text{дов}} = 0.9$  по таблице 2 можно определить величину коэффициента доверия z = 1.65. Затем, подставив его в формулу (6), рассчитаем доверительный интервал:

$$\Delta R_{\rm cp} = z \times (\sigma_R / \sqrt{N}) = 1,65 \times \frac{0,85}{\sqrt{14}} = 0,37 \text{ km}.$$

Таким образом, средняя дистанция связи для рассматриваемого случая составляет  $R_{\rm cp}=1,4\pm0,37$  км с доверительной вероятностью  $P_{\rm дов}=0,9$ . Рассмотренный подход к оценке полученных результатов также может быть введен в состав методики.

**Заключение.** Получен аналитический аппарат, позволяющий рассчитывать статистические оценки, характеризующие систему радиосвязи. В качестве таковых можно рассматривать среднюю дистан-

цию связи при заданной доверительной вероятности, а также дисперсию получаемой оценки и величину среднеквадратической ошибки.

В частности, рассчитанные значения в своей совокупности могут рассматриваться в качестве исходных данных при планировании мероприятий помехозащиты линий радиосвязи и прогнозирования вероятности их радиоподавления, например, для условий, рассмотренных в [5].

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Дворников, С.В. Проблема поиска сигналов источников информации при радиомониторинге / С.В. Дворников // Мобильные системы. 2007. № 4. С. 33–35.
- Дворников, С.В. Концептуальная структуризация поиска как способа организации процессов радиомониторинга / А.М. Кудрявцев, С.В. Дворников // Информация и космос. – 2008. – № 2. – С. 32–35.
- 3. Лейбсон, К.Л. Курс лекций по высшей математике / К.Л. Лейбсон. Л. : BAC, 1978. 324 с.
- 4. Гурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е. Гурман. М. : Высшая школа, 1977. 466 с.
- 5. Работа линий радиосвязи с ППРЧ в условиях преднамеренных помех / М.А. Вознюк [и др.] // Информационные технологии. 2012. № 10. С. 64–67.

Поступила 02.03.2016

# METHOD OF STATISTICAL ESTIMATION OF PARAMETERS CHARACTERIZING RADIO COMMUNICATION SYSTEM

#### S. DVORNIKOV, A. KURNOSENKOV, Y. DOMBROVSKI, D. RYABENKO, S. LAVROV

The estimation method of the statistics characterizing radio communication system is offered. The mathematical apparatus of probabilistic estimate of distances between correspondents is considered at conducting by a battalion of mobile defense. Variants of calculations are represented at typical construction of its battle order.

**Keywords:** radio communication system, statistical estimation, probability integral.

#### УДК 519.724:629.783

### МЕТОДИЧЕСКИЙ АППАРАТ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ БЛОКИРОВАНИЯ КАНАЛОВ СПУТНИКОВОЙ СВЯЗИ

#### А.А. ГУЛИДОВ

(Военная академия связи им. Маршала Советского Союза С.М. Буденого, Санкт-Петербург)

Рассмотрена система сигналов, используемая для передачи информации в спутниковых каналах связи, объединяемых единым правилом построения. Предложен способ оценки эффективности блокирования абонентов, основанный на применении двухконтурной схемы контроля. Получены математическая и графическая зависимости вероятности ошибки в канале от энергетической погрешности настройки выходного тракта, определяющей значение отношения сигнал/шум.

Ключевые слова: канал спутниковой связи, манипуляция сигнала, отношение сигнал/шум.

Введение. Одна из задач системы радиомониторинга спутниковых систем связи состоит в оценке мероприятий по эффективности блокирования несанкционированных источников [1]. Очевидно, что наиболее простым способом реализации указанных мероприятий является энергетическое подавление каналов связи, при котором происходит перегрузка и запирание входных трактов [2]. Однако такой подход предполагает значительный арсенал средств, который сложно применить на практике в условиях большого количества контролируемых источников. По этой причине наиболее оптимальным считают использование так называемых интеллектуальных способов блокирования [3], в ходе которых поражаются лишь отдельные элементы сигнала, в результате чего прием становится невозможным. Но такой подход требует реализации принципиально новых методов контроля эффективности указанного рода деструктивного воздействия, т.е. обеспечения точного временного совпадения помехи и сигнала и т.д. Вопросам разработки методического аппарата для такого подхода и посвящена настоящая статья.

Оценка эффективности блокирования каналов спутниковой связи. Интересное решение представляет собой способ оценки эффективности блокирования абонентов, предложенный в [4], который основан на применении двухконтурной схемы контроля. Его сущность поясняется структурой, представленной на рисунке 1.

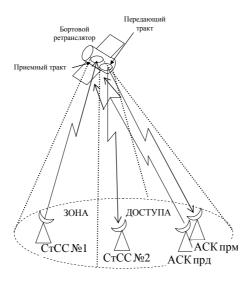


Рисунок 1 – Принцип двухконтурной схемы контроля эффективности блокирования абонентов спутниковой системы связи

На рисунке 1 представлены: CTCC – станция спутниковой связи, АСКпрд – автоматизированная станция контроля (передатчик), АСКпрм – автоматизированная станция контроля (приемник).

Сам принцип основан на том, что сигнал бортового ретранслятора, предназначенный для абонента контролируемой станции спутниковой связи, принимается автоматизированной станцией контроля. Это позволяет контролировать ретранслированный сигнал несанкционированного источника как в процессе постановки помех, так и в обычном режиме мониторинга. Достоинство такого подхода заключается

в возможности дополнительного использования в ходе контроля процедур распознавания, например реализованных в [5, 6], что существенно расширило бы арсенал средств радиомониторинга. Следовательно, открывается возможность оценить степень частотной расстройки помехи в отдельном тактовом интервале:

$$\Delta_{cn} = \left| f_n - f_c \right|,\tag{1}$$

где  $f_n$  — значение частоты помехи, излучаемой передатчиком АСК;  $f_c$  — значение частоты сигнала, излучаемого СтСС № 1.

Тогда решение об эффективности постановки помехи можно принимать не только на основе измерения параметра, определяемого выражением (1). Не менее важным параметром выступает значение расстройки допустимого значения мощности помехи, при которой обеспечивается блокирование.

Для разработки методического аппарата контроля эффективности воспользуемся моделью, предложенной в [3].

Так, в условиях постановки прямошумовой помехи в каналах с частотной манипуляцией (ЧМн) и относительной фазовой манипуляцией (ОФМн) вероятность ошибки будет определяться следующим образом:

$$P_{\text{ош}} = \begin{cases} \frac{1}{2} \exp \left(-0.5 \cdot \frac{P_{\text{c}}}{P_{\text{m}} + P_{\text{n}}}\right) = \frac{1}{2} \exp \left(-\frac{0.5}{\frac{P_{\text{m}}}{P_{\text{c}}} + \frac{P_{\text{n}}}{P_{\text{c}}}}\right) = \frac{1}{2} \exp \left(-\frac{0.5}{\frac{1}{h^2} + \hbar^2}\right) - \text{для ЧМн сигнала;} \\ \frac{1}{2} \exp \left(-\frac{P_{\text{c}}}{P_{\text{m}} + P_{\text{n}}}\right) = \frac{1}{2} \exp \left(-\frac{1}{\frac{P_{\text{m}}}{P_{\text{c}}} + \frac{P_{\text{n}}}{P_{\text{c}}}}\right) = \frac{1}{2} \exp \left(-\frac{1}{\frac{1}{h^2} + \hbar^2}\right) - \text{для ОФМн сигнала.} \end{cases}$$
 (2)

В формуле (2)  $h^2 = P_c / P_m$  есть значение отношения мощности сигнала  $P_c$  к мощности шума  $P_m$  (ОСШ), а  $\hbar^2 = P_n / P_c$  – соответственно отношение мощности помехи  $P_n$  к мощности сигнала  $P_c$  (ОПС).

На рисунке 2 показаны графические зависимости  $P_{\text{ош}} = f(P_{\text{п}} / P_{\text{c}}) = f(\hbar^2)$  для сигналов с ЧМн и ОФМн с учетом значения  $h^2 = 20$  дБ в канале.

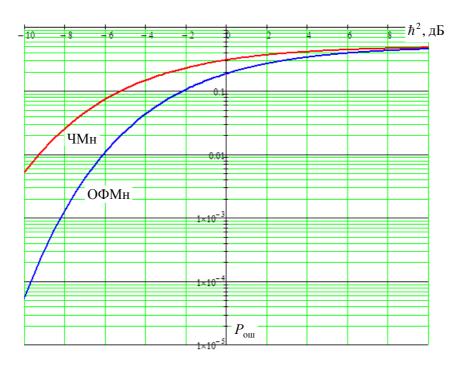


Рисунок 2 – Вероятность ошибки в канале от значения ОПС для сигналов ЧМн и ОФМн

Анализ полученных зависимостей показывает, что при больших значениях ОПС  $\hbar^2$  (когда  $P_{\text{ош}} \geq 0,1$ ) влияние шумовых составляющих на величину  $P_{\text{ош}}$  незначительное, что позволяет ими пренебречь.

Более существенным фактором, влияющим на достоверность определения  $P_{\rm om}$ , является энергетическая погрешность настройки выходного тракта  $\Delta$ , определяющая значение ОПС. С учетом ошибки  $\Delta$ , выражение для результирующей вероятности (2) будет иметь следующий вид:

$$P_{\text{ош}} = \begin{cases} \frac{1}{2} \exp\left(-0.5 \cdot \frac{P_{\text{c}}}{P_{\text{m}} + P_{\text{n}}}\right) = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{0.5}{\frac{1}{h^2} + \hbar^2 \pm \Delta}\right) - \text{для ЧМн сигнала;} \\ \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{P_{\text{c}}}{P_{\text{m}} + P_{\text{n}}}\right) = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{1}{\frac{1}{h^2} + \hbar^2 \pm \Delta}\right) - \text{для ОФМн сигнала.} \end{cases}$$
(3)

На рисунке 3 показаны графические зависимости вероятности ошибки от погрешности определения ОПС  $\Delta$  для значения  $\hbar^2=1$ . Здесь показаны линии, ограничивающие область изменения вероятности ошибки при постановке прямошумовой помехи сигналам ЧМн (вверху), и линии, ограничивающие область при постановке прямошумовой помехи сигналам ОФМн (внизу).

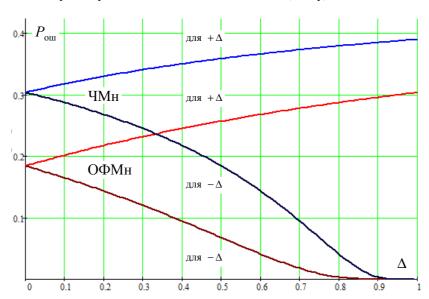


Рисунок 3 – Зависимость вероятности ошибки в канале от ошибки определения искомого значения ОПС для сигналов ЧМн и ОФМн

Восходящие кривые на рисунке 3 соответствуют погрешностям со знаком плюс, а нисходящие – со знаком минус.

Анализ полученных зависимостей показывает, что вероятность ошибки с увеличением погрешности определения значения ОПС увеличивается либо уменьшается в зависимости от знака, т.е. возрастает, если значение  $\Delta$  имеет знак плюс, и убывает, если погрешность имеет знак минус.

Отклонение вероятности ошибки от истинного значения при погрешности со знаком плюс может достигать 35% при постановке помех сигналам ЧМн, и 24% — при постановке помех сигналам ОФМн.

Если погрешности имеют знак минус, то соответственно получаем значения 97% и 100% при радиоприеме сигналов ЧМн и ОФМн.

Анализ учета полученного значения в (3) можно осуществлять на основе использования различных методов обнаружения, в частности разработанных в [7–9], которые позволят измерить амплитудные различия, характеризующие величину  $\Delta$ .

**Заключение.** Таким образом, полученный методический аппарат оценки качества постановки помех несанкционированным каналам спутниковой связи позволяет получать численные значения, на ос-

нове которых можно вычислить величину ошибки в выборе требуемого значения ОПС. Следовательно, открывается возможность подобрать наименьший уровень помехи, при котором обеспечивается решение задачи блокирования при минимальных энергетических затратах. Это позволит более экономично подходить к расходу энергетического ресурса АСК и тем самым, обеспечить возможность активного мониторинга нескольких спутниковых каналов.

Направление дальнейшего исследования видится в совместной оценке частотной расстройки и энергетической погрешности при постановке помех, а также использовании метода совместного оценивания сигналов, представленного в [10].

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Дворников, С.В. Проблема поиска сигналов источников информации при радиомониторинге / С.В. Дворников / Мобильные системы. 2007. № 4. С. 33–35.
- 2. Современная радиоэлектронная борьба. Вопросы методологии / В.Г. Радзиевский [и др.]; под ред. В.Г. Радзиевского. М.: Радиотехника, 2006. 424 с.
- 3. Куприянов, А.И. Радиоэлектронная борьба. Основы теории / А.И. Куприянов, Л.Н. Шустов. М. : Вузовская книга, 2011. 800 с.
- 4. Способ оценки эффективности радиоподавления сигнала спутниковой связи путем воздействия помехами на приемные системы ретрансляторов и устройство для его реализации : пат. 2420760 РФ, МПК G 01S 13/88 / Ю.М. Урличич, В.А. Поповкин, О.Н. Остапенко, С.А. Ежов, С.В. Попов, В.М. Ватутин, А.В. Рыков, В.М. Соколов, Н.В. Гусаков ; дата публ.: 10.06.2011.
- 5. Способ распознавания радиосигналов : пат. 2261476 РФ, МПК G 06К 9/00 / В.А. Аладинский, С.В. Дворников, А.М. Сауков, А.Н. Симонов ; дата публ.: 27.09.2005.
- 6. Способ распознавания радиосигналов : пат. 2356064 РФ, МПК G 01S 7/00 / С.В. Дворников, А.С. Дворников, С.Р. Желнин, И.Н. Оков, А.М. Сауков, А.Н. Симонов, А.Ф. Яхеев ; дата публ.: 20.05.2009.
- 7. Дворников, С.В. Метод обнаружения на основе посимвольного перемножения реализаций спектра наблюдаемого процесса с автоматическим расчетом порога принятия решения / С.В. Дворников / Научное приборостроение. 2004. № 4. Т. 14. С. 92–97.
- 8. Метод обнаружения радиосигналов на основе обработки их частотно-временных распределений плотности энергии / С.В. Дворников [и др.] / Информация и космос. 2005. № 4. С. 13–16.
- 9. Дворников, С.В. Метод обнаружения сигналов диапазона ВЧ на основе двухэтапного алгоритма принятия решения / С.В. Дворников / Научное приборостроение. 2005. № 3. Т. 15. С. 114–119.
- 10. Применение методов частотно-временной обработки акустических сигналов для анализа параметров реверберации / А.А. Алексеев [и др.] / Научное приборостроение. 2001. № 1. Т. 11. С. 65–76.

Поступила 02.03.2016

# METHODOLOGY OF ESTIMATION OF SATELLITE COMMUNICATION CHANNELS BLOCKING EFFICIENCY

### A. GULIDOV

The system of signals used for an information transfer in satellite communication channels, united by a uniform rule of construction is considered. The way of estimation of subscribers blocking efficiency based on application of the double circuit scheme of the control is offered. Mathematical and graphic dependences of probability of an error in a channel on the power error of adjustment of an output path are received. Dependences define a value of signal/noise relation.

Keywords: satellite communication channel, signal manipulation, signal/noise relation.

#### УДК 519.724:629.783

## ОЦЕНКА ИМИТОСТОЙКОСТИ КАНАЛОВ УПРАВЛЕНИЯ БЕСПИЛОТНЫМИ ЛЕТАТЕЛЬНЫМИ АППАРАТАМИ

#### Р.В. ИВАНОВ

(Военная академия связи им. Маршала Советского Союза С.М. Буденого, Санкт-Петербург)

Проведены исследования оптимальной модели оценки имитостойкости каналов управления беспилотными летательными аппаратами. Представлены результаты расчета вероятности ошибки в зависимости от длительности интервалов совпадения структурной помехи с сигналом. Предложены рекомендации по практическому использованию результатов оценки имитостойкости каналов управления.

Ключевые слова: частотная модуляция, структурные помехи, имитостойкость каналов управления.

**Введение.** В настоящее время беспилотные летательные аппараты (БПЛА) активно применяются для выполнения различных задач в интересах силовых ведомств. По своей сущности БПЛА представляет собой робот, управляемый посредством радиоканала. Как правило, в качестве управляющих воздействий используют бинарные команды, передаваемые в течение заданного временного интервала, что позволяет в качестве модуляционного формата чаще применять сложные сигнальные конструкции, в основе которых лежит частотная модуляция [1].

Поскольку БПЛА выполняют задачи, находясь на достаточно приличном удалении от своих пунктов управления, то наиболее эффективным способом борьбы с ними является деструктивное воздействие на их каналы управления. Основным методом такого воздействия, согласно [2], является энергетическое подавление, которое сводится к постановке прицельных или заградительных помех шумового характера. Однако такой вид воздействия легко идентифицируется, что позволяет современным БПЛА специального назначения своевременно переходить в автономный режим работы [1].

Именно поэтому специалисты радиоэлектронной борьбы считают, что в большинстве случаев наиболее эффективным является воздействие на каналы управления БПЛА посредством структурных помех, позволяющих в худшем случае нарушить процесс доведения команды, а в лучшем – обеспечить перехват управления с последующей экстренной посадкой аппарата или его самоуничтожением. Воздействие посредством структурных помех определим как имитовоздействие. Основным достоинством имитовоздействий является отсутствие явных признаков подавления, что существенно затрудняет своевременное принятие мер помехозащиты, даже с учетом применения достаточно продуктивных методов распознавания, широко рассматриваемых в литературе [3, 4].

Таким образом, постановку структурных помех каналу управления, приводящих к имитонавязыванию, можно отнести к одному из наиболее опасных видов деструктивного воздействия на БПЛА.

Проблема имитонавязывания достаточно подробно рассмотрена в [2, 5]. Однако затрагиваемые в указанных работах вопросы в большей степени касались информационных радиоканалов. Настоящая статья посвящена исследованию имитостойкости именно каналов управления, использующих сигнальные конструкции на основе частотной модуляции.

Модель оценки имитостойкости каналов управления. К выбору модели оценки имитостойкости каналов целесообразно подойти с позиций криптографической защиты информации [6], согласно которым наибольший уровень неопределенности возникает в том случае, если изменение возможных состояний канала происходит по равномерному закону. В этом случае обеспечивается максимальная степень имито-защищенности. И вероятность имитонавязывания  $p_{_{\rm IM}}$  при разовой попытке за время существования установившегося состояния  $T_{_{\rm CM}}$  будет обратно пропорциональна общему числу состояний  $\Omega_{_{\rm OGH}}$ .

На практике каждое из состояний характеризуется совокупностью параметров, к основными из них относятся текущее значение частоты и соответствующее ей количество допустимых кодовых комбинаций (сигнатур). Указанную комбинацию определим как единичное подпространство параметров  $\Omega_{\rm eg}$ . Тогда искомая вероятность имитонавязывания  $\tilde{p}_{\rm им}$  будет определяться отношением  $\Omega_{\rm eg}$  к общему числу таких возможных состояний  $\Omega_{\rm общ}$ , которое с учетом их независимости в частотном и сигнатурном подпространствах радиоканала может определяться следующим выражением:

$$\tilde{p}_{\scriptscriptstyle \mathsf{IM}} = \frac{\Omega_{\scriptscriptstyle \mathsf{e}_{\mathsf{H}}}}{\Omega_{\scriptscriptstyle \mathsf{o}\mathsf{f}\mathsf{III}}} = \frac{F_{\scriptscriptstyle \mathsf{e}_{\mathsf{H}}} S_{\scriptscriptstyle \mathsf{e}_{\mathsf{H}}}}{F_{\scriptscriptstyle \mathsf{o}\mathsf{f}\mathsf{III}} S_{\scriptscriptstyle \mathsf{o}\mathsf{f}\mathsf{III}}},\tag{1}$$

где  $S_{\rm ex}$  – число комбинаций сигнатуры системы, соответствующее единичному состоянию радиоканала  $\Omega_{\rm s}$  ;

 $F_{\rm eq}$  — число состояний вектора в частотном подпространстве  $\Omega_{F_{\rm eq}}$  , соответствующее единичному состоянию радиоканала;

 $S_{\text{обш}}$  – число возможных комбинаций сигнатуры системы;

 $F_{
m oбщ}$  — число возможных реализаций вектора в частотном пространстве (дискретные значения диапазона рабочих частот).

На рисунке 1 показано сечение подпространства состояний радиоканала.

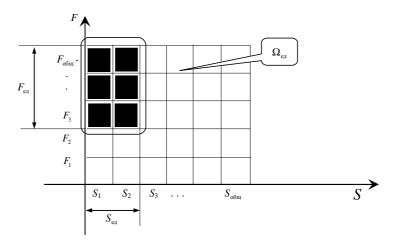


Рисунок 1 — Сечение пространства состояний радиоканала управления в некотором интервале времени  $T_i$ 

Согласно выражению (1), чем больше число возможных состояний канала, тем ниже вероятность имитонавязывания и, соответственно, выше его имитостойкость. Однако такая оценка не всегда отражает реальную эффективность имитационного воздействия, так как существует возможность прямого перебора всех возможных состояний, в результате которого в некоторых случаях при достаточно малых значениях  $\tilde{p}_{\text{им}}$  реальная возможность имитации будет достаточно высокой.

Для анализа последствий имитонавязывания предлагается следующая модель, учитывающая особенности радиоканала управления и воздействующие на него имитационные помехи (рис. 2).

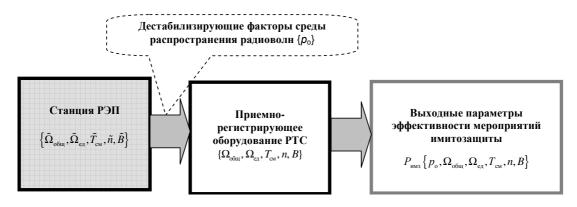


Рисунок 2 – Модель воздействия имитационных помех на радиоканалы управления БПЛА

Согласно представленной модели эффективность мероприятий имитозащиты определяется вероятностью  $p_{\mbox{\tiny имз}}$ , в которой, кроме множества состояний, учитывается время их смены ( $T_{\mbox{\tiny см}}$ ), параметры радиоканала (n – длина синхропосылки, B – скорость манипуляции) и дестабилизирующие факторы среды распространения радиоволн ( $p_{\mbox{\tiny 0}}$  – вероятность ошибки приема бита информации).

Особенность любого канала управления состоит в ограниченности используемого в них частотно-сигнатурного ресурса, что связано с конечностью алфавита команд. Указанная особенность позволяет с достаточно высокой точностью  $\tilde{\Omega}_{F,S} \to \Omega_{F,S}$  получить оценку границ всего частотно-сигнатурного

пространства в интересах применения сравнительно простых процедур поиска требуемого состояния, основанных на сканировании частотно-сигнатурного пространства  $\Omega_{F,S}$ .

Поскольку процесс имитационного воздействия представляет собою последовательное многоразовое сканирование пространства состояний  $\Omega_{F,S}$ , представленного простейшим потоком Бернулли, то при известных параметрах  $\left\{ \widetilde{\Omega}_{\text{сист}}, \widetilde{\Omega}_{\text{ед}}, \widetilde{T}_{\text{см}}, \widetilde{n}, \widetilde{B} \right\} \rightarrow \left\{ \Omega_{\text{сист}}, \Omega_{\text{ед}}, T_{\text{см}}, n, B \right\}$  среди бернуллиевых схем оптимальным является метод на основе гипергеометрической логики сканирования [2].

Оценка эффективности такого сканирования определяется известным выражением гипергеометрического распределения

$$H(\xi; K, \Omega_{e_{\pi}}, \Omega_{o_{\text{общ}}}) = \left(\frac{\Omega_{e_{\pi}}}{\xi}\right) \left(\frac{\Omega_{o_{\text{общ}}} - \Omega_{e_{\pi}}}{K - \xi}\right) / \left(\frac{\Omega_{o_{\text{общ}}}}{K}\right)$$
(2)

со временем гарантированного выбора разрешенного состояния

$$T_{\text{rap}} = \frac{n}{R} \left( \Omega_{\text{общ}} - \Omega_{\text{ед}} + 1 \right), \tag{3}$$

где  $\Omega_{\rm e, d} = F_{\rm e, d} S_{\rm e, d}$  (в рассматриваемом случае  $S_{\rm e, d}$  — число комбинаций сигнатуры системы, соответствующее единичному состоянию радиоканала;  $F_{\rm e, d}$  — число состояний вектора в частотном подпространстве, соответствующее единичному состоянию радиоканала);

 $\Omega_{
m oбщ} = F_{
m oбщ} S_{
m oбщ} -$  число возможных комбинаций сигнатуры системы;  $F_{
m oбщ}$  - число возможных реализаций вектора в частотном пространстве (диапазон рабочих частот);

 $K = {
m Int}[BT_{
m MII} \ / n] \ -$  целое число попыток сканирования, определяемое временем воздействия имитационной помехи  $T_{
m MII} < T_{
m rap}$ , скоростью манипуляции B и длиной синхропосылки сигнала n;

 $\xi$  – необходимое число попаданий на разрешенные состояния за время имитационного воздействия, требуемое для эффективного имитонавязывания тем или иным способом.

Таким образом, разработанная модель (выражения (1)–(3) позволяет заключить, что в ходе наблюдений за БПЛА предоставляется возможность определения совокупности всех возможных сигнатур, т.е. вскрытия алфавита команд. Следовательно, единственным вариантом противодействия имитонавязыванию является внесение случайного характера в порядок смены текущего состояния радиоканала управления БПЛА.

Исследование имитостойкости каналов управления, использующих сигнальные конструкции на основе частотной модуляции. Для оценки имитостойкости каналов управления при условии априорного знания текущей сигнатуры противоборствующей стороной проведем аналитическое исследование.

Предположим, что сам процесс деструктивного воздействия будет заключаться в подмене истинного сигнала помехой [2]. Причем для бинарных каналов, наиболее широко применяющихся на практике, имитонавязывание будет заключаться в изменении значения демодулированного символа в соответствии со структурной помехой. Следовательно, при частотной модуляции структурная помеха должна обеспечить требуемый уровень излучения в канале демодулируемого символа, противоположного передаваемому в тот же момент времени управляющим сигналом.

С позиций системы имитонавязывания для придания деструктивного характера воздействия на решающем элементе демодулятора в канале управления должна создаваться ситуация, при которой демодулируемые символы носят или случайный характер [7], или же, в идеальном случае, соответствуют комбинации, навязываемой структурной помехой.

Между тем на практике для каналов с частотной модуляцией используется некогерентное детектирование, согласно [6, 8], обеспечивающее вероятность битовой ошибки, вычисляемое по формуле

$$P_B = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E_B}{2N_0}\right). \tag{4}$$

где  $E_B$  – энергия, приходящаяся на бит (для бинарных передач – на символ);

 $N_0$  — спектральная плотность мощности шума (в рассматриваемой ситуации — спектральная плотность мощности структурной помехи).

Очевидно, что главной проблемой эффективной постановки структурной помехи является обеспечение ее тактовой синхронизации с сигналом управления, обусловленной как разностью между дистанциями связи и подавления, так и априорными знаниями о битовой структуре самой команды, передаваемой в данный момент времени.

Для учета данной особенности введем понятие коэффициента временного несовпадения структурной помехи и сигнала на входе демодулятора  $\rho$ , который лежит в пределах  $\rho \in [0;1]$ . Тогда  $\rho = 1$  будет соответствовать условиям передачи помехой символа, противоположного передаваемого сигналом управления в пределах тактового интервала, другими словами, создавать условия, при которых решающее устройство работает случайным образом, а при  $\rho = 0$  — соответствовать условиям передачи помехой символа, полностью совпадающего с передаваемым управляющим сигналом, т.е. будет способствовать его достоверному приему.

Тогда для системы радиоэлектронного подавления наилучшая ситуация наступит в случае равенства энергии структурной помехи  $E_{\Pi}$  и энергии, приходящейся на бит  $E_{B}$ , передаваемой управляющим сигналом при выполнении условия  $\rho=1$ .

$$E_{\Pi} = E_B \,. \tag{5}$$

Действительно, равенство (5) должно приводить к полной неопределенности на входе решающего устройства демодулятора на борту БПЛА.

С учетом указанных замечаний выражение (4) можно преобразовать к следующему виду:

$$P_B = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E_B + (1 - 2\rho)E_{\Pi}}{2N_0}\right). \tag{6}$$

Таким образом, формула (6) представляет собой модель оценки вероятности ошибки в канале с частотной модуляцией в условиях воздействия оптимальной по структуре и энергии имитационной помехи.

При постановке имитационных помех основные проблемы эффективности их применения обусловлены только вопросами тактовой синхронизации с управляющими сигналами, которые в модели (6) учитываются посредством параметра  $\rho$ . При  $\rho=1$  имеем  $P_B=0.5$ , что характеризует полную неопределенность на решающем устройстве демодулятора. Напротив, при  $\rho=0$  происходит суммирование энергии сигнала и помехи, повышающее достоверность принятия правильного решения.

На рисунке 3 представлена зависимость вероятности битовой ошибки  $P_B$  от значения параметра  $\rho$  при исходных значениях отношения энергии символа сигнала управления к спектральной плотности мощности шума (ОСШ)  $h_1^2 = E_B/N_0 = 10$  дБ и  $h_2^2 = E_B/N_0 = 15$  дБ.

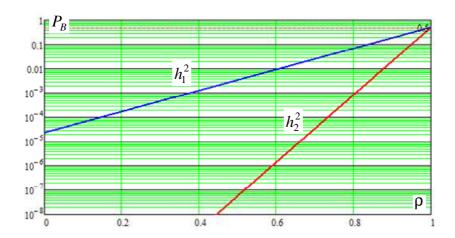


Рисунок 3 – Зависимость вероятности битовой ошибки от значения коэффициента временного несовпадения структурной помехи и сигнала при различных значениях ОСШ

Анализ результатов, представленных на рисунке 3, показывает, что имитонавязывание во многом определяется текущим значением ОСШ. Так, чем ниже исходное значение ОСШ, тем хуже эффективность имитонавязывания при том же значении коэффициента временного несовпадения. В подтвержде-

ние данного заключения на рисунке 4 представлены результаты зависимости вероятности битовой ошибки  $P_R$  от ОСШ при различных значениях  $\rho$ .

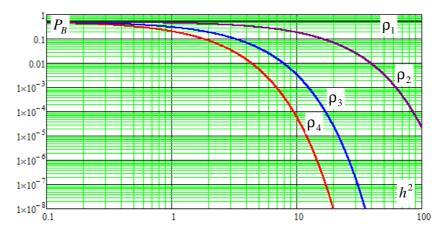


Рисунок 4 – Зависимость вероятности битовой ошибки от ОСШ при различных значениях коэффициента временного несовпадения

На рисунке 4 показана зависимость вероятности битовой ошибки при  $\rho_1=1;\ \rho_2=0.9;\ \rho_3=0.5$  и  $\rho_4=0.1.$ 

Таким образом, имитонавязывание зависит от тактового совпадения помехи и сигнала. Имитационная помеха по своей структуре аналогична полезному сигналу, следовательно для противоположных символов она создаст условие неопределенности, а для совпадающих, наоборот, улучшит их энергетику. Указанные обстоятельства позволяют, используя высокоточные методы обнаружения, например описанные в [9–11], обеспечить измерение различий уровней амплитуды сигнала на длительности тактового интервала и косвенным методом оценить степень имитонавязывания.

Заключение. Проведенные исследования показали, что при использовании конечного алфавита команд с течением времени противоборствующая сторона в конечном итоге по результатам наблюдения сможет в большинстве случаев предсказать текущее значение сигнатуры. Следовательно, единственным вариантом противодействия имитонавязыванию является снижение детерминированной составляющей в порядке смены состояний радиоканала. В этом случае имитонавязывание может быть сведено к процессу деструктивного воздействия, при котором принятие решения при демодуляции получает случайный характер.

В результате реализация процедур эффективного имитонавязывания будет связана с определенными сложностями не только по формированию помех заданной частотно-временной структуры, но и обеспечению их согласованности по уровню и тактовой синхронизации с сигналами управления на входе бортовых демодуляторов БПЛА.

При этом эффективность имитонавязывания как процедуры, существенно зависящей от коэффициента временного несовпадения структурной помехи и сигнала, значительно снижается с уменьшением текущего значения ОСШ. Таким образом, продуктивной мерой, позволяющей избежать имитонавязывания, может явиться установка на входе демодулятора индикатора уровня принимаемого сигнала. При превышении его значения, определяемого допустимым дисперсионным разбросом, рационально БПЛА автоматически переводить в автономный режим.

Кроме того, целесообразно использовать сигналы с различными тактовыми интервалами на длительности команды, изменяемыми случайным образом, или же использовать сигналы сложных конструкций [12, 13].

Дальнейшие исследования, по нашему мнению, связаны с оперативным решением вопросов обнаружения самого факта деструктивного воздействия структурных помех на каналы управления БПЛА, а также с применением методов совместной частотно-временной обработки при принятии решения, по-казавших приемлемые результаты при обработке сложных процессов [14].

### ЛИТЕРАТУРА

1. Точилов, Л. Системы управления БЛА [Электронный ресурс] / Л. Точилов. – 2016. – Режим доступа: http://www.ispl.ru/Sistemy\_upravleniya-BLA.html. – Дата доступа: 25.02.2016.

- 2. Современная радиоэлектронная борьба. Вопросы методологии / В.Г. Радзиевский [и др.] ; под ред. В.Г. Радзиевского. М.: Радиотехника, 2006. 424 с.
- 3. Способ распознавания радиосигналов : пат. 2261476 РФ, МПК G 06К 9/00 / В.А. Аладинский, С.В. Дворников, А.М. Сауков, А.Н. Симонов ; дата публ.: 27.09.2005.
- 4. Способ распознавания радиосигналов : пат. 2356064 РФ, МПК G 01S 7/00 / С.В. Дворников, А.С. Дворников, С.Р. Желнин, И.Н. Оков, А.М. Сауков, А.Н. Симонов, А.Ф. Яхеев ; дата публ.: 20.05.2009.
- 5. Орощук, И.М. Оценка имитостойкости радиоканала с замираниями при использовании сигналов с частотной манипуляцией / И.М. Орощук // Радиотехника. 2004. № 11. С. 12–18.
- 6. Скляр, Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / Б. Скляр; пер. с англ. 2-е изд. М.: Издательский дом «Вильямс», 2007. 1104 с.
- 7. Демодуляция сигналов ОФТ на основе адаптивного порога / С.В. Дворников [и др.] // Вопросы радиоэлектроники. Сер.: Техника телевидения. – 2013. – № 2. – С. 90–97.
- 8. Рябенко, Д.С. Обоснование оптимального сигнала для оценки защищенности цифровых каналов утечки информации / Д.С. Рябенко, В.К. Железняк // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. С. Фундаментальные науки. 2013. № 12 С. 2–8.
- 9. Дворников, С.В. Метод обнаружения на основе посимвольного перемножения реализаций спектра наблюдаемого процесса с автоматическим расчетом порога принятия решения / С.В. Дворников // Научное приборостроение. – 2004. – Т. 14, № 4. – С. 92–97.
- Метод обнаружения радиосигналов на основе обработки их частотно-временных распределений плотности энергии / С.В. Дворников, В.К. Железняк, В.Ф. Комарович, Р.Н. Храмов / Информация и космос. – 2005. – № 4. – С. 13–16.
- 11. Дворников, С.В. Метод обнаружения сигналов диапазона ВЧ на основе двухэтапного алгоритма принятия решения / С.В. Дворников // Научное приборостроение. 2005. Т. 15, № 3. С. 114–119.
- 12. Описание сигналов в базисах функций сплайн-Виленкина Кристенсона / С.Н. Агиевич, С.В. Дворников, А.С. Гусельников // Контроль. Диагностика. 2009. № 3. С. 52–57.
- 13. Синтез манипулированных сигналов на основе вейвлет-функций / С.В. Дворников, С.С. Дворников, А.М. Спирин // Информационные технологии. 2013. № 12. С. 52–55.
- 14. Применение методов частотно-временной обработки акустических сигналов для анализа параметров реверберации / А.А. Алексеев [и др.] // Научное приборостроение. 2001. Т. 11, № 1. С. 65–76.

Поступила 02.03.2016

# RESISTANCE SIMULATION OF PILOTLESS VEHICLE CONTROL CHANNEL ESTIMATION

### R. IVANOV

The optimum model of a resistance simulation of pilotless vehicle control channel is investigated. Results of calculation of error probability depending on duration of intervals of coincidence of a structural jamming with a signal are represented. Guidance on practical usage of results of resistance simulation of control channels estimation is offered.

Keywords: frequency modulation, structural jamming, resistance simulation control channel.

УДК 621.37.037

## УСТРОЙСТВА ФОРМИРОВАНИЯ ЦИФРОВЫХ ДИАГРАММ НАПРАВЛЕННОСТИ

## В.Н. ЛЕВОЩЕНКО, канд. техн. наук, доц. В.Ф. ЯНУШКЕВИЧ (Полоцкий государственный университет)

Представлен анализ методов и средств формирования цифровых диаграмм направленности. Рассмотрены технологии цифрового диаграммообразования. Приведены требования к амплитудным и фазовым характеристикам каналов цифровых антенных решеток. Рассмотрена структурная схема модуля цифровой обработки сигналов в устройствах формирования цифровых диаграмм направленности. Проанализировано формирование эффективного излучения фазированной антенной решетки в направлении, отличном от направления эффективного излучения отдельного излучателя. Анализ проведен на основе метода Кейпона. Приведены примеры построения корреляционной и обратной корреляционной матриц, показывающие простоту вычислений и приводящие к увеличению быстродействия системы. Разработана обобщенная структурная схема алгоритма формирования цифровых диаграмм направленности.

Ключевые слова: активные фазированные антенные решетки, цифровое диаграммообразование.

Введение. В эру развития мобильной связи, а также других современных систем телекоммуникации изучение данной тематики имеет большие перспективы и открывает новые возможности для науки и техники. В связи с созданием многофункциональных радиоэлектронных средств различного назначения и значительным усложнением радиоэлектронной обстановки особую актуальность приобретают вопросы использования и размещения активных фазированных антенных решеток (АФАР), обеспечивающих решение разнообразных задач на объектах-носителях. Широкое применение находят плоские АФАР, имеющие раскрыв с произвольной формой границы, что обусловлено необходимостью размещения излучающих элементов различных диапазонов на ограниченном участке поверхности, выделенном для антенных систем. Указанные ситуации возникают при установке антенн на кораблях, автомобилях и т.п.

Цель работы – формирование диаграмм направленности (ДН) с произвольным законом изменения величины боковых лепестков, обеспечивающих требуемый уровень помехозащищенности АФАР в сложной помеховой обстановке.

Достоинства систем с цифровым диаграммообразованием (ЦДО) известны достаточно хорошо. Но в задачах связи традиционные преимущества этой технологии приобретают определенную специфику. Так, в антенных решетках базовых станций сотовых сетей с помощью ЦДО значительно повышается помехоустойчивость мобильных телекоммуникаций. Ведь известно, что производительность цифровых систем связи резко снижается из-за межсимвольных помех, ошибочных бит, а также из-за фединга (замирания) мощности не совпадающих по фазе сигналов, пришедших от множества переотражателей. Благодаря ЦДО работа радиоканалов при многолучевом распространении радиоволн впервые в истории связи становится надежной [1].

Выбор частотных планов в сотовых сетях серьезно ограничивают межканальные помехи - одновременное попадание сигналов от нескольких передатчиков с близкими значениями несущих на входы приемников. Гибкое управление ориентацией и количеством провалов в цифровых ДН для режекции помех снимает эту проблему, и на территории действия сотовой сети резко сужаются зоны неустойчивого приема, а дальность эффективной работы базовых станций возрастает на 20-200% в зависимости от природных условий, аппаратных средств и программного обеспечения. Ожидается, что такое расширение зоны покрытия устойчивой связью компенсирует затраты на реализацию систем с ЦДО и даже позволит снизить цены на услуги связи. Системы с ЦДО обеспечивают прецизионную селекцию сигналов по направлениям прихода, в том числе в пределах одного луча ДН. В результате возрастают число работоспособных каналов и емкость сети. Продвинутые системы с адаптивными цифровыми антенными решетками (ЦАР) позволяют множеству пользователей работать на одном частотном канале за счет учета их пространственного разнесения. Благодаря «интеллектуальной» антенной системе (Smart Antenna) базовые станции могут формировать лучи с заданными характеристиками приема/передачи сигналов персонально для каждого мобильного пользователя. При этом в реальном масштабе времени синтезируется модель окружающей среды, учитывающая взаимное положение абонентов и источников помех, на основе которой строится стратегия приема/передачи [2].

Среди проектов ЦДО в системах мобильной сотовой связи, прежде всего, отметим TSUNAMI и RDRN. В рамках первого этапа проекта TSUNAMI (Technology in Smart Antennas for Universal

Advanced Mobile Infrastructure) консорциум фирм во главе с ERA Technology (Великобритания) изготовил и испытал демонстратор приемопередающей восьмиканальной ЦАР в частотном диапазоне 1710—1880 МГц. По завершении в 1999 г. второго этапа (TSUNAMI-II) система с адаптивной ЦАР работала в составе базовой станции действующей сотовой связи стандарта DCS-1800 в районе Бристоля. Проверка качества сопровождения мобильных абонентов при воздействии стационарных источников помех подтвердила преимущества технологии цифрового формирования луча [3].

В проекте TSUNAMI использован специализированный модуль цифрового диаграммообразования DBF 1108 компании ERA Technology, позволяющий обрабатывать комплексные выходы 128 каналов со временем синтезирования диаграммы направленности ЦАР 250 нс. Испытания показали необходимость тщательно выдерживать идентичность амплитудно- и фазочастотных характеристик каналов ЦАР. Так, разброс коэффициентов усиления каналов, равный 0,5 дБ, при фазовой ошибке 3° не позволяет подавить помеху в 8-элементной решетке более чем на 30 дБ [4].

В эксперименте по устойчивому сопровождению мобильного корреспондента на фоне помех требуемое качество связи сохранялось лишь при угловых расстояниях между адресатом и источником помехи свыше половины ширины главного луча ДН (заданные в эксперименте отношения сигнал/шум теоретически допускали угловые расстояния менее четверти ширины луча). Столь скромные результаты объясняются недостаточной идентичностью характеристик приемных каналов, отсутствием учета их взаимного влияния, а также тем, что при спектральной обработке сигналов использовали известный метод MUSIC [5].

Технология ЦДО играет важную роль в современных средствах радиолокации, связи и других системах. Базовый компонент таких систем – унифицированные модули цифровой обработки сигналов (ЦОС). Но ведущие мировые производители аналого-цифровых преобразователей (АЦП) и сигнальных процессоров (Analog Devices, Texas Instruments) не выпускают требуемую номенклатуру модулей ЦОС. Их изготавливают более мелкие компании, такие как Traquair Data Systems, Pentec (США), Sundance Multiprocessor Technology (Великобритания), Interactive Circuits and Systems (Канада), АО «Интеллектуальные системы» (Россия). Это приводит к многократному удорожанию готовых изделий, а нередко и к отставанию в освоении новейших разработок элементной базы. На рисунке 1 представлена одна из структурных схем модуля ЦОС.

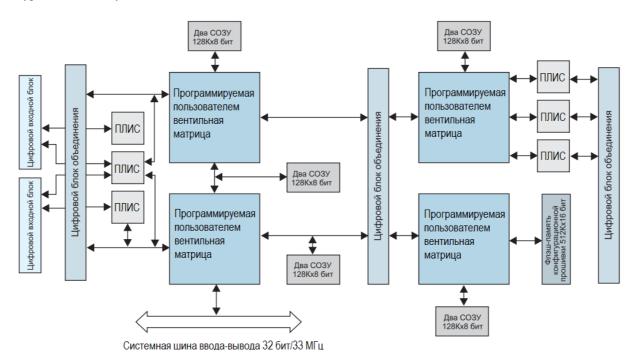


Рисунок 1 – Структурная схема ЦОС-модуля XDSP-680-С

Фазированная антенная решетка (ФАР) представляет собой антенну, состоящую из нескольких излучателей. В составе каждого излучателя имеется фазовращатель, посредством которого можно управлять фазой сигнала, причем независимо от других излучателей. При этом формируется *т*-тое эффективное излучение антенны в целом на одном желаемом направлении, отличном от направления эффективного излучения отдельного излучателя.

На рисунке 2 схематично показана типовая структура ФАР, позволяющая формировать фазовый фронт и направление суммарного луча антенной решетки. Входной сигнал делится на множество каналов, соответствующих количеству элементов решетки, сигнал в каждом канале получает фазовое смещение, необходимое для определенного положения луча (лучей) решетки в пространстве [6].

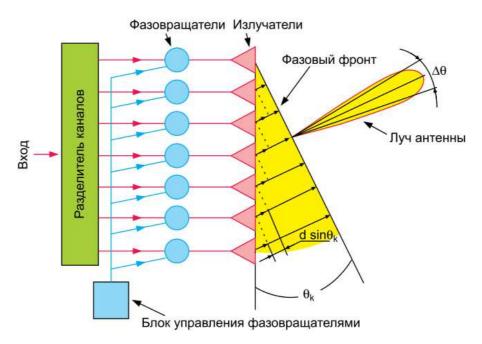


Рисунок 2 - Типовая структура ФАР

Различают два основных вида систем на фазированных антенных решетках: пассивные антенные решетки и активные [7]. В пассивных антенных решетках имеется один мощный приемопередатчик, чей сигнал делится на все каналы (условно, содержит только элементы поворота фазы). В активных фазированных антенных решетках канал каждого элемента имеет свой собственный приемопередатчик.

Появление на рынке АФАР и возрастание их использования стало возможным благодаря развитию технологии монолитных интегральных схем (МИС) СВЧ-диапазона – базовых электронных компонентов приемопередающих модулей (ППМ) активных антенн. Сегодня наиболее освоена технология построения модулей АФАР на основе GaAs-микросхем. Вместе с тем в некоторых странах выполнены крупные научно-исследовательские проекты по изготовлению МИС с высокими параметрами на основе нитрида галлия (GaN) [8].

**Метод Кейпона** был предложен в 1969 г. для разрешения спектральных компонент дискретного спектра. Используя аналогию частотного и пространственного спектров, метод был предложен также для оценивания углов прихода сигналов с помощью антенной решетки.

Метод Кейпона имеет следующие преимущества:

- не требует априорного знания количества источников излучения;
- меньшая вычислительная сложность алгоритма, чем у метода максимального правдоподобия;
- имеет большую разрешающую способность, чем метод максимального правдоподобия.

Модель сигналов, принимаемых антенной решеткой из N элементов, может быть представлена следующим образом [10]:

$$Z = \sum_{k=1}^{J} a_k S(\varphi_k) + X , \qquad (1)$$

где J – число дискретных источников;

 $a_{\scriptscriptstyle k}$  ,  $\, {\bf \phi}_{\scriptscriptstyle k} \,$  – комплексная амплитуда и угол прихода волны, соответствующей индексу  $\, k$  ;

 $S(\phi_k) - N$ -мерный вектор сигналов, принимаемых решеткой от источника с номером k;

X - N-мерный вектор собственного шума элементов антенной решетки;

Z - N-мерный вектор принятого сигнала.

Модель предполагает, что комплексные амплитуды волн различных источников статистически независимы, т.е.

$$\langle a_k a_m^* \rangle = \begin{cases} \sigma_k^2 (k = m); \\ 0 (k \neq m). \end{cases}$$
 (2)

Поскольку источники дискретные, то сигналы в элементах решетки для каждого источника предполагаются коррелированными (коэффициент корреляции равен единице). Это значит, что вектор сигнала  $S\left(\phi_{k}\right)$  каждого источника является детерминированным и описывает одновременно характер волнового фронта и конфигурацию антенной решетки. Шумы в элементах антенной решетки предполагаются некоррелированными и равной мощности. Задача ставится следующим образом: необходимо найти весовой вектор W, который минимизирует среднюю мощность на выходе антенной решетки при условии, что для некоторого угла прихода  $\phi$  коэффициент передачи решетки фиксирован и равен, например, единице. Математически эту задачу запишем следующим образом:

$$\min_{W} < \left| W^H Z \right|^2 > \text{при условии } W^H S \left( \phi \right) = 1. \tag{3}$$

Это задача на условный экстремум. Для ее решения составляем функционал Лагранжа в виде

$$\Phi(W) = \langle |W^H Z|^2 \rangle - \chi(W^H S(\varphi) - 1), \tag{4}$$

где  $\chi$  – неопределенный множитель Лагранжа.

Первое слагаемое в (4) запишем так

$$<|W^{H}Z|^{2}> = W^{H} < ZZ^{H} > W = W^{H}MW,$$
 (5)

где  $M = \langle ZZ^H \rangle -$ корреляционная матрица сигналов на входе антенной решетки.

Для принятой модели сигналов (1) нетрудно вычислить корреляционную матрицу при условии (2). В результате получим

$$M = \sum_{k=1}^{J} \sigma_k^2 S(\varphi_k) S^H(\varphi_k) + \sigma^2 E, \qquad (6)$$

где  $\sigma^2$  – средняя мощность шума в одном элементе AP.

С учетом (5) выражение (4) преобразуется к виду

$$\Phi(W) = W^{H}MW - \chi(W^{H}S(\varphi) - 1). \tag{7}$$

Градиент этого функционала приравняем к нулю и получим следующее равенство:

$$MW = \lambda S(\varphi). \tag{8}$$

Отсюда находим весовой вектор

$$W = \chi M^{-1} S(\varphi), \tag{9}$$

где  $M^{-1}$  – обратная корреляционная матрица входных сигналов.

Теперь весовой вектор (9) следует подставить в требуемое условие (3), и тогда неопределенный множитель  $\chi$  можно найти по формуле

$$\chi = \left[ S^{H} \left( \varphi \right) M^{-1} S \left( \varphi \right) \right]^{-1}. \tag{10}$$

Окончательное решение задачи получаем, если выражение (10) подставить в (1). В результате весовой вектор, минимизирующий выходную среднюю мощность по критерию Кейпона, имеет вид

$$W = \frac{1}{S^{H}(\varphi)M^{-1}S(\varphi)}M^{-1}S(\varphi). \tag{11}$$

В оптимальном состоянии, когда весовые коэффициенты антенной решетки установлены в соответствии с выражением (11), средняя выходная мощность находится подстановкой (11) в (5). Эта вели-

чина является разрешающей функцией, которую мы обозначим  $\eta_1(\phi)$  [9]. Таким образом, для метода Кейпона разрешающая функция получается равной

$$\eta_{\scriptscriptstyle I}(\varphi) = \frac{1}{S^{\scriptscriptstyle H}(\varphi)M^{\scriptscriptstyle -1}S(\varphi)}.$$
 (12)

Допустим, что в пространстве имеется один источник. Этот пример полезно рассмотреть, хотя в случае одного источника вопрос об угловом разрешении не имеет смысла. В данном случае КМ (6) принимает вид

$$M = \sigma_1^2 S(\varphi_1) S^h(\varphi_1) + \sigma^2 E. \tag{13}$$

На рисунке 3 (кривая 1) изображена функция (12), рассчитанная на основе теоретических данных, а кривая 2 — функция, рассчитанная на основе экспериментальных данных. Расчеты выполнялись для линейной эквидистантой AP с числом элементов N=4 и полуволновым расстоянием между элементами. Предполагалось, что плоская волна от источника приходит по направлению нормали к AP, т.е.  $\phi_1=0$ .

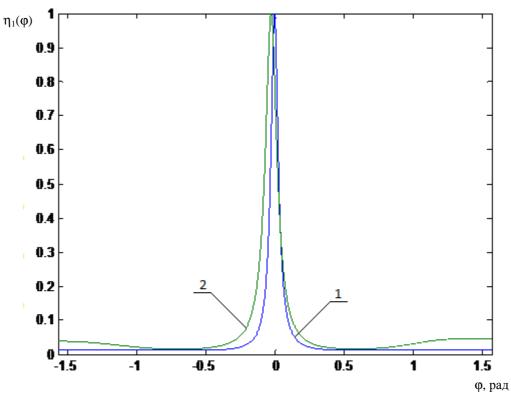


Рисунок 3 – Зависимость средней мощности на выходе АР от угла ф

Алгоритм формирования цифровых диаграмм направленности может быть организован следующим образом. По сравнению с классическими методами формирования диаграмм алгоритм требует выполнения дополнительных операций, связанных с оценкой матрицы взаимной спектральной плотности, и нахождения собственных значений матрицы. Вычислительные операции относятся к классу матричных операций (вычисление скалярных произведений комплексных векторов, умножение комплексных матриц, нахождение обратных матриц, формирование собственных значений эрмитовых матриц), которые могут реализовываться на основе систолических процессорных структур и структур, сформированных на основе алгоритмов факторизации.

Спектральные функции многих методов, реализующих возможности сверхразрешения могут формироваться с помощью цифровых фильтров с матричной импульсной характеристикой. Первые варианты таких фильтров были предложены Бергом для задач спектрального анализа методом максимальной энтропии и реализовывались в виде адаптивных решетчатых фильтров.

Особенностью данного класса фильтров является то, что они строятся по мультипликативному представлению требующейся импульсной характеристики. Это предполагает широкое использование

процедуры факторизации, то есть представление требующейся матрицы в виде слабозаполненных матриц-сомножителей. Фильтр в этом случае является многоступенчатым, число ступеней определяется количеством сомножителей, а их структура — видом матриц-сомножителей. При этом для формирования матрицы достаточно определить только ненулевые элементы [11].

Заключение. Представлен анализ методов и средств формирования цифровых диаграмм направленности. Рассмотрены технологии цифрового диаграммообразования. Проанализированы методы и устройства для формирования цифровых диаграмм направленности. Разработана структура алгоритма формирования цифрового диаграммообразования и произведен расчет корреляционных матриц по методу Кейпона, минимизирующий среднюю выходную мощность. Для алгоритма формирования цифровых диаграмм направленности разработана обобщенная структурная схема.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Кузьмин, С.З. Цифровая радиолокация / С.З. Кузьмин. Киев : КВЦ, 2000. 35 с.
- Корнеева, Т.М. Фазированные антенные решетки / Т.М. Корнеева // Электроника: НТБ. 1998. № 5–6. С. 37–40.
- 3. Слюсар, В.И. Ультразвуковая техника на пороге третьего тысячелетия / В.И. Слюсар // Электроника: НТБ. 1999. № 5. С. 50–53.
- 4. Слюсар, В.И. Цифровые антенные решетки в зарубежных системах мобильной связи / В.И. Слюсар, М.А. Заблоцкий // Звязок. 1999. № 1.
- Слюсар, В.И. Цифровое диаграммообразование базовая технология перспективных систем связи / В.И. Слюсар // Радиоаматор. – 1999. – № 8.
- 6. Павлов, С.Н. Антенные фазированные решетки. Обзор компонентной базы для реализации приемопередающих модулей / С.Н. Павлов, А. Филиппов // Компоненты и технологии. ВЧ/СВЧ компоненты. 2014. № 7. С. 57–62.
- 7. Воскресенский, Д.И. Активные фазированные антенные решетки / Д.И. Воскресенский, А.П. Канащенков. М.: Радиотехника, 2004. 488 с.
- 8. Викулов, И. Монолитные интегральные схемы СВЧ технологическая основа АФАР / И. Викулов // Электроника: НТБ. 2012. № 7. С. 60–73.
- 9. Кейпон, Дж. Пространственно-временной спектральный анализ с высоким разрешением / Дж. Кейпон // ТИИЭР. 1969. Т. 57, № 8. С. 59–69.
- 10. Мальцев, С.В. Обработка сигналов и изображений средствами векторно-матричных вычислений / С.В. Мальцев, С.В. Абламейко, Р.П. Богуш. Новополоцк : ПГУ, 2011. 212 с.
- 11. Леховицкий, Д.И. Разновидности «сверхразрешающих» анализаторов пространственно-временного спектра случайных сигналов на основе обеляющих адаптивных решетчатых фильтров / Д.И. Леховицкий, Д.В. Атаманский, И.Г. Кириллов // Антенны. 2000. Вып. 2 (45). С. 40–54.

Поступила 17.03.2016

#### FORMING APPARATUS DIGITAL RADIATION PATTERN

## V. LEVOSCHENKO, V. YANUSHKEVICH

The article presents an analysis of the methods and means of the formation of the digital patterns. In the era of mobile communications, as well as other modern telecommunications systems, the study of this subject has great prospects and opens new opportunities for science and technology. The technology of digital beamforming. Are the requirements for amplitude and phase characteristics of channels of digital antenna arrays. The structural diagram of a digital signal processing module in the digital devices forming patterns. The formation of effective radiation phased array antenna in a direction different from the direction of an effective single emitter radiation. Analysis is based on Keypona method. Examples of the construction of the correlation and inverse correlation matrices, showing the ease of computation and lead to an increase in system performance. A generalized block diagram form of digital patterns.

Keywords: active phased array, digital beamforming.

УДК 621.396.677.3

## МОДЕЛИРОВАНИЕ МИКРОПОЛОСКОВОЙ АНТЕННЫ ДИАПАЗОНА ЧАСТОТ 2300–2400 МГЦ ДЛЯ СИСТЕМ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ

А.В. КАРАСЬ, канд. техн. наук, доц. В.Ф. ЯНУШКЕВИЧ (Полоцкий государственный университет, Новополоцк)

Представлены дизайн и моделирование прямоугольной микрополосковой антенной решетки на частоте 2300–2400 МГц. На основании стандарта LTE 4G разработана антенная решетка для беспроводной связи, обеспечивающая усиление 14,06 дБм. Моделирование проведено в программном пакете Antenna Magus. Разработана конструкция микрополосковой антенной решетки с улучшенным коэффициентом передач в диапазоне 2300–2400 МГц. Представлены результаты расчетов входного сопротивления антенной решетки в указанном диапазоне частот.

Ключевые слова: микрополосковые антенны, мобильная связь, сотовая сеть.

Введение. Современные требования к характеристикам высоконадежных антенн (уменьшения стоимости, веса, размера) ставят новые задачи в области беспроводной связи. Актуальность исследования вызвана необходимостью проектирования компактных антенн с оптимальными характеристиками в диапазоне частот 2300–2400 МГц для систем телекоммуникаций. Повышение функциональности изделий электроники способствует их миниатюризации, что накладывает соответствующие требования на аналогичные уменьшения размеров антенн. Кроме того, конструкции миниатюрных антенн также важны для фиксированных беспроводных устройств. Микрополосковые антенны находят широкое применение от систем связи до спутниковых и биомедицинских устройств.

Последним из внедренных стандартов беспроводной связи в настоящее время является стандарт LTE. Он основан на GSM/EDGE и UMTS/HSPA сетевых технологиях, которые относятся к четвертому поколению сотовой связи (4G) и предоставляют передачу данных со скоростью до 300 Мбит/с. Благодаря 4G мы уже можем пользоваться YouTube и смотреть ролики в HD качестве. В идеальных условиях скорость сетей LTE сравнима с проводным подключением. В скором времени должно выйти и улучшение стандарта LTE – это LTE Advanced со скоростью 300 Мбит/с. К примеру, 1,5 Гбайта данных будут скачиваться пользователями за минуту. Основное преимущество новейших поколений сотовой связи – повышение скорости передачи данных в условиях перегруженных диапазонов радиочастот. В этом частотном спектре работают не только сотовые операторы, но и ТВ-компании, провайдеры спутниковой связи, а также около десятка разных телекоммуникационных компаний. LTE дает возможность более эффективно использовать радиодиапазон и предоставляет доступ к современным сервисам большему числу пользователей одновременно [1].

В основу стандарта LTE положено использование технологии передачи информации MIMO с применением системы кодирования OFDM. Принцип действия технологии MIMO основан на работе приемных и передающих антенн разного типа, причем расположение этих антенн предусматривает практически полное отсутствие корреляционной зависимости.

Современные сети стандарта 4G в основном работают на частоте 2300 МГц. Частота 2500 МГц не менее востребована, предпочтение ей отдают большинство сотовых операторов Евразии, Японии и Соединенных Штатов Америки. Из-за узкого диапазона (от 5 до 15 МГц) частота 2100 МГц большого распространения не получила. Новые возможности применения стандарта 4G получают операторы сотовой связи при работе в диапазоне частот 2300–2400 МГц, так как его использование не требует приобретения и настройки дорогостоящего оборудования [2].

Цель работы заключается в проектировании и создании микрополосковой антенны в диапазоне частот 2300–2400 МГц, имеющей коэффициент усиления более 13 дБм.

**Описание антенны.** Микрополосковая антенна имеет плоскость заземления на одной стороне диэлектрической подложки, на другой стороне – излучающие элементы. Элемент, как правило, изготовлен из проводящего материала, такого как медь или золото, и может принимать любую возможную форму. Диэлектрическая постоянная подложки ( $\varepsilon_r$ ) находится в диапазоне 2,2  $<\varepsilon_r<$  12. Для упрощения анализа и прогнозирования производительности излучающий элемент обычно устанавливается квадратной, прямоугольной, круглой, треугольной, эллиптической или другой распространенной формы. Для создания антенны с большей пропускной способностью, высокой эффективностью и максимальным коэффициентом усиления, она должна быть выполнена на подложке, материал которой имеет наименьшую диэлек-

трическую постоянную и оптимальную толщину. Для повышения коэффициента усиления используется массив излучающих элементов.

В качестве приемной антенны диапазона LTE 2300–2400 МГц выбрана антенная решетка, с улучшенным коэффициентом усиления, представленная на рисунке 1. Компоненты электрического поля на двух краях по ширине находятся в противоположных направлениях и, так как элемент имеет длину  $\lambda/2$ , уравновешивают друг друга в поперечном направлении. Тангенциальные компоненты, которые находятся в фазе, показывают, что полученные поля объединяются, чтобы дать максимальное поле излучения по нормали к поверхности конструкции [3].

Основные требования стандарта LTE 4G к характеристикам антенны диапазона 2300–2400 МГц:

поляризация линейная;диаграмма направленности широкий луч однонаправленный;

усиление
сопротивление
пропускная способность
5 %.

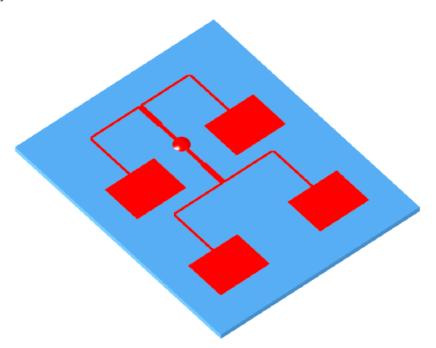


Рисунок 1 – Микрополосковая антенная решетка диапазона 2300–2400 МГц

Способ питания. Питание одиночных элементов массива микрополосковой антенны осуществляется с помощью микрополосковой линии, подключенной к краю элемента. Четыре элемента с одним типом поляризации этой антенны питаются от одной точки подачи напряжения. Сгибы микрополосковых линий под углом  $90^{\circ}$ , а также Т-образные перекрестки уменьшают рассогласование из-за отражений в местах их разветвлений. Импеданс можно регулировать с помощью ширины микрополосковых линий передачи.

Выбранное устройство 2 по 2 сочетает в себе конструкцию отдельного элемента с питанием по микрополосковой линии. Размеры одного резонансного элемента ограничены параметрами подложки. Волновое сопротивление линий передачи диктуется соображениями конструктивного исполнения. Например, для характеристических импедансов значительно выше, чем, скажем, 100 Ом, ширина линий может стать слишком узкая для травления, в зависимости от высоты подложки и относительной диэлектрической проницаемости. И наоборот, если сопротивление входного порта будет выбрано слишком низкое, то ширина линии может быть неприемлемо большой. Длина элемента может быть изменена, чтобы сместить резонансы или центральные частоты отдельных элементов. Резонансное сопротивление входа одного элемента может быть уменьшено за счет увеличения ширины пластыря. Это приемлемо до тех пор, пока отношение ширины к длине не превышает 2. Для повышения пропускной способности необходимо увеличить высоту подложки и/или уменьшить диэлектрическую проницаемость подложки (это также будет влиять на резонансную частоту и согласование импеданса).

## Моделирование антенны в программном пакете Antenna Magus:

Начальные параметры, которые необходимо задать в программе, предложены в таблице 1.

Wp

Lр

Наименование параметра	Значение	
Центральная частота	2,35 ГГц	
Минимальная частота	2,3 ГГц	
Максимальная частота	2,4 ГГц	
Входное сопротивление	50 Ом	
Толщина материала	1,575 мм	
Диэлектрическая проницаемость	2,2	

Для проектирования прямоугольной микрополосковой антенны на частоте 2,4 ГГц в основном используется материал подложки Rogers RT duroid 5880 с  $\varepsilon_r$  = 2,2 [4].

В результате работы программы (моделирование начальных данных) были получены геометрические размеры антенны, представленные на рисунке 2.

50.43 mm 42.23 mm

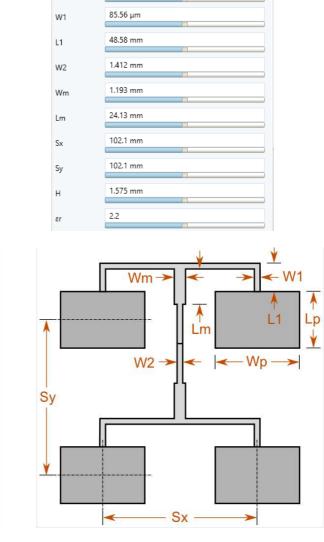


Рисунок 2 – Геометрические размеры промоделированной антенны

Для наилучшего согласования необходимо, чтобы входное сопротивление антенны было равным 50 Ом. Входной импеданс моделируемой антенны представлен на рисунке 3.

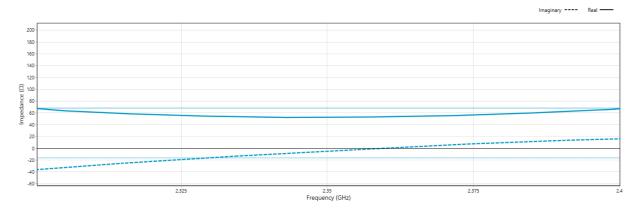


Рисунок 3 - Зависимость входного сопротивления (активного и реактивного) антенны от частоты

С помощью диаграммы Вольперта – Смита, представленной на рисунке 4, определено комплексное сопротивление нагрузки линии по значениям коэффициента стоячей волны (КСВ).

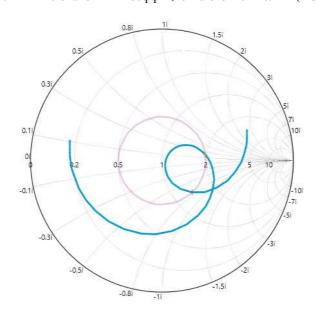


Рисунок 4 – Диаграмма Вольперта – Смита

По данным входного сопротивления антенны видно (рис. 5), что антенна хорошо согласована с приемным устройством, поэтому коэффициент стоячей волны на необходимой нам частоте также будет соответствовать КСВ антенны.

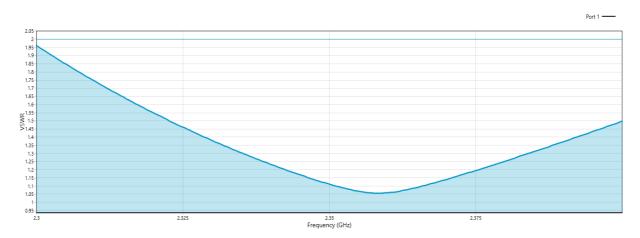


Рисунок 5 – Зависимость КСВ от частоты

На рисунке 7 показана диаграмма направленности антенной решетки. Максимальное усиление при горизонтальном расположении антенны со стороны излучателя составляет 14,06 дБм.

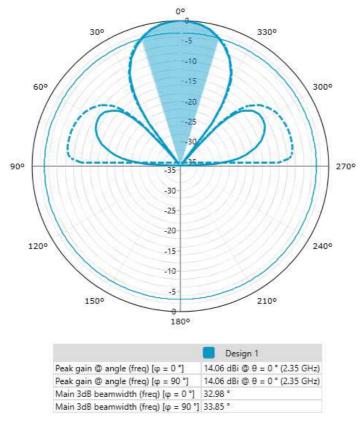


Рисунок 7 – Диаграмма направленности антенной решетки

Расчет диаграммы направленности проведен по следующим формулам:

$$F_{i}(i, \varphi) = (L_{x} \cdot \cos \varphi + L_{y} \cdot \sin \varphi) \cdot \cos i,$$

где  $L_x$  – вспомогательный параметр, определяемый по формуле

$$L_{x} = \frac{\cos u \cdot \sin v}{v} ,$$

u — величина, определяющая угловую зависимость по координате b (  $b \cong (0,48...0,49) \cdot \lambda_{\epsilon}$  ,  $\lambda_{\epsilon}$  — длины волны в диэлектрике), вычисляемая по формуле

$$u = \frac{k_0 \cdot b \cdot \sin \phi \cdot \sin \varphi}{2},$$

v – величина, определяющая угловую зависимость по координате a (  $a \le \lambda_{\epsilon}$  ), вычисляемая по формуле

$$v = \frac{k_0 \cdot a \cdot \sin \phi \cdot \sin \phi}{2} ,$$

 $\dot{v}$ ,  $\phi$  – угловые координаты:  $\dot{v}=0$ ;

 $k_0$  – волновое число для свободного пространства

$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0},$$

 $\lambda_0$  – длина волны для свободного пространства;

 $L_{v}$  – вспомогательный параметр, равный 0.

Диаграмма общего усиления антенной решетки показана на рисунке 8.

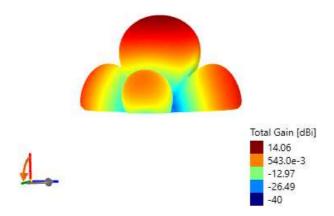


Рисунок 8 – Диаграмма общего усиления

Коэффициент общего усиления антенной решетки рассчитывается по формуле

$$G = G_A + 10\lg n ,$$

где  $G_{\rm A}$  – коэффициент усиления одного элемента антенной решетки;

n – количество элементов антенной решетки.

**Заключение.** Таким образом, была успешно промоделирована антенная решетка диапазона частот LTE 4G 2300–2400 М $\Gamma$ ц.

Преимущества данной антенны:

- уменьшение рассогласования за счет изгиба микрополосковых линий под углом  $90^{\circ}$  и наличия Т-образных перекрестков;
- усиление мощности 14,06 дБм получено подбором оптимальных соотношений ширины и длины одного элемента решетки, а также за счет массива излучающих элементов.

Эта модель антенны является экономически эффективной, поскольку обладает наилучшими массогабаритными показателями, с оптимальными излучающими характеристиками.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Стандарт 4G: операторы и устройства с поддержкой LTE [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://mediapure.ru/stati/standart-4g-v-rossii-operatory-i-ustrojstva-s-podderzhkoj-lte/. Дата доступа: 08.03.2016.
- 2. Стандарт 4G (LTE) краткое описание поколения мобильной связи [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://feetch.com/4g-LTE.html. Дата доступа: 08.03.2016.
- 3. Компания ООО «Евроинтех» [Электронный ресурс] / Нац. центр правовой информации Рос. Федерации. Москва. Режим доступа: http://www.eurointech.ru. Дата доступа: 08.03.2015.
- 4. Материалы фирмы Rogers Corporation [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.circuitry.ru/files/article\_pdf/2/article\_2189\_565.pdf. Дата доступа: 08.03.2016.
- 5. Панченко, Б.А. Микрополосковые антенны / Б.А. Панченко, Е.И. Нефедов. М.: Радио и связь, 1986.

Поступила 17.03.2016

# SIMULATION MICROSTRIP ANTENNA FREQUENCY RANGE OF 2300–2400 MHZ FOR TELECOMMUNICATIONS SYSTEMS

## A. KARAS, V. YANUSHKEVICH

The need to reduce the cost, weight, size, highly reliable antenna poses new challenges in the field of antenna design Wireless. This article presents the design and simulation of a rectangular microstrip antenna array at a frequency of 2300-2400 MHz. Described LTE 4G communication standard, which is the working range of the antenna array developed for wireless communication, which provides radiation pattern and the gain reaches 14.06 dBm. Modelling conducted in Antenna Magus software package. Microstrip antenna array with improved gear ratio is the perfect solution for use in this frequency range. Array of design in the range 2300-2400 MHz. The results of the calculations of the input impedance of the antenna array in the specified frequency range. The results can be used in telecommunication systems.

Keywords: microstrip antenna, mobile communication, cellular network.

УДК 621.37/39(075.8)

## МЕТОДЫ МОДУЛЯЦИИ И ДЕМОДУЛЯЦИИ ВИДЕОСИГНАЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПОДНЕСУЩИХ ЧАСТОТ

# Б.А. ХОДЖАМУРАДОВ, канд. тех. наук, доц. В.Ф. ЯНУШКЕВИЧ (Полоцкий государственный университет)

Рассмотрены вопросы модуляции и демодуляции видеосигналов на основе применения вспомогательных поднесущих частот. В качестве основной несущей использован сигнал оптического диапазона. Моделирование проведено в программном пакете Multisim12. Исследованы характеристики тракта модуляции и демодуляции в зависимости от модулирующей частоты, индекса модуляции и поднесущей частоты. Для улучшения отношения сигнал/шум и уменьшения нелинейных искажений видеосигналов использован метод поднесущей частоты. Результаты исследований могут быть применимы в системах телекоммуникаций для передачи видеосигналов.

**Ключевые слова**: видеосигнал, частотная модуляция, модулятор, демодулятор, оптический кабель.

Введение. Актуальность рассматриваемых в настоящей работе задач заключается в расширении возможностей передачи и приема видеосигналов в оптическом диапазоне с использованием вспомогательных поднесущих частот [1–3]. От вида модуляции (демодуляции) зависят величина отношения сигнал/шум и уровень нелинейных искажений сигналов в трактах обработки передаваемых и принимаемых сообщений. Для обеспечения высоких показателей передатчика и приемника видеосигналов применяются схемы с использованием двойной модуляции и демодуляции. Поскольку эти способы осуществляются в обратном порядке, в данной работе основное внимание уделено моделированию устройств модуляции сигналов. Процесс демодуляции проводится по аналогичной методике исследований с введением в тракт приема демодулятора сигналов.

Цель работы заключается в обосновании выбора характеристик частотного модулятора и демодулятора, работающих на вспомогательной поднесущей частоте.

#### Модуляция и демодуляция оптического излучения с использованием поднесущей частоты.

Модуляция — это процесс преобразования одного или нескольких информационных параметров несущего сигнала в соответствии с мгновенными значениями информационного сигнала. В результате модуляции сигналы переносятся в область более высоких частот [4].

Использование модуляции позволяет:

- согласовать параметры сигнала с параметрами линии;
- повысить помехоустойчивость сигналов;
- увеличить дальность передачи сигналов;
- организовать многоканальные системы передачи.

Существуют разные способы получения модулированного оптического излучения:

- 1) прямая модуляция, при которой излучение лазерного диода или светоизлучающего диода варьируется путем регулировки тока накачки;
  - 2) внешняя модуляция, или модуляция излучения немодулированного источника света;
  - 3) внутренняя модуляция, осуществляемая введением модулятора в лазерный резонатор.

Модулятор оптического излучения — это система, в которой происходит взаимодействие света с веществом. Управление показателем преломления основывается на электрооптическом эффекте (изменяя электрическое поле) либо на магнитооптическом эффекте (изменяя магнитное поле), либо на пьезооптическом эффекте (пьезоэлектрическое изменение плотности).

В основном используются электрооптические модуляторы. Материалы с выраженным магнитооптическим эффектом непрозрачны для света. Пьезооптические модуляторы сложны.

При демодуляции используют два способа приема:

- 1) непосредственный прием фотодетектором (некогерентный прием);
- 2) когерентный прием (гетеро- или гомодинный).
- В данной работе был исследован метод использования поднесущей частоты с целью улучшения отношения сигнал/шум и уменьшения нелинейных искажений видеосигналов.

На рисунке 1 представлена волоконно-оптическая система передачи с использованием поднесущей частоты [5–6].

При таком способе используется двойная модуляция. Информационный электрический сигнал поступает на модулятор, где происходит первая операция: модуляция поднесущей частоты либо по амплитуде, либо по частоте или фазе. Затем промодулированная  $\omega_{\Pi}$ , поступает на оптический излучатель, где

происходит вторая операция: модуляция интенсивности оптического излучения. На приемной стороне демодуляция происходит в обратном порядке.

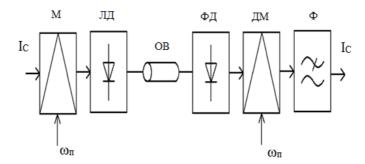


Рисунок 1 — Волоконно-оптическая система передачи с использованием поднесущей частоты: M — модулятор, ДM — демодулятор, OB — оптическое волокно,  $\Phi Z$  — фотодетектор,  $\Pi Z$  — лазерный диод,  $\Phi$  — фильтр,  $\omega_{\Pi}$  — частота поднесущей

Метод использования поднесущей увеличивает отношение сигнал/шум и уменьшает нелинейные искажения при условии линейности характеристик модулятора и демодулятора. Установлено, что отношение сигнал/шум определяется по следующей формуле из [1]:

$$(C/III)_{nobnec} = \left[6 \cdot \beta^2 \cdot \frac{B_{II}}{B_C}\right] \cdot \left(\frac{C}{III}\right), \tag{1}$$

где β – индекс частотной модуляции

$$\beta = \frac{\Delta f}{2 \cdot \pi \cdot B_{c}},\tag{2}$$

 $B_{\rm C}$  – полоса сигнала,

 $B_{\Pi}$  – полоса поднесущей, определяемая по формуле

$$B_{\Pi} = 2 \cdot (\beta + 1) \cdot B_{C}, \tag{3}$$

Таким образом, отношение сигнал/шум можно уменьшить, оптимально подбирая характеристики устройства для модуляции.

Расчет по формулам (1)–(3) показал, что модуляция наиболее эффективна, т.к. при амплитудной модуляции выигрыш в отношении сигнал/шум увеличивается в 2 раза. Частотная модуляция поднесущей нашла применение при передаче видеосигнала в кабельном телевидении [1].

Исследования проводились в диапазоне несущей частоты  $f_0$  от 30 до 60 МГц при значениях модулирующей частоты  $F_{\rm M}$  от 0 до 8 МГц.

**Результаты моделирования.** Было проведено исследование частотного модулятора в программном пакете *Multisim12* (рис. 2) с помощью осциллографа и анализатора спектра. Перестройка пределов измерений производилась с учетом предполагаемых характеристик сигналов.

Для передачи информации была применена помехоустойчивая частотная модуляция (ЧМ), мгновенная частота, которая определяется следующей формулой:

$$\omega(t) = \omega_0 + \Delta \omega_m \cos(\Omega_M t + \varphi_0), \tag{4}$$

где  $\omega(t)$  – мгновенная частота ЧМ сигнала;

 $\omega_{0}$  – несущая частота ЧМ сигнала;

 $\Delta\omega_{m}$  – девиация (максимальное отклонение от  $\omega_{0}$ ) частоты ЧМ сигнала;

 $\phi_0$  – начальная фаза;

 $\Omega_{
m M}$  — частота модулирующего низкочастотного сигнала,  $\Omega_{
m M}=2\pi F_{
m M}$  .

Аналитическая форма записи ЧМ сигнала:

$$u(t) = U_0 \cos\left[\omega_0 t + m_{\text{um}} \sin\Omega_{\text{m}} t + \varphi_0\right],\tag{5}$$

где  $m_{\rm qm}$  – индекс однотональной частотной модуляции;

 $U_{\scriptscriptstyle 0}$  – амплитуда ЧМ сигнала.

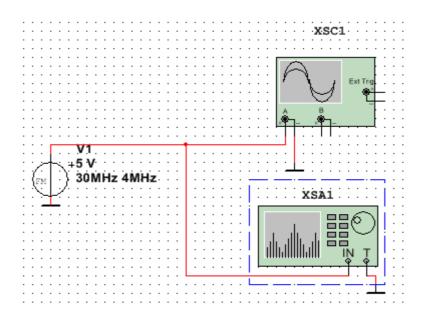


Рисунок 2 – Структурная схема для исследования частотного модулятора: V1 – ЧМ-модулятор, XSC1 – осциллограф, XSA1 – анализатор спектра

В программе Multisim принята следующая форма записи ЧМ сигнала:

$$V_{OUT} = v_a \cdot \sin(2\pi \cdot f_c \cdot t + m \cdot \sin(2\pi \cdot f_m \cdot t)), \tag{6}$$

где  $v_a$  – амплитуда несущего колебания без модуляции, В;

 $f_{c}$  – частота несущего колебания,  $\Gamma$ ц;

m – индекс модуляции;

t – время, с;

 $f_{m}$  — частота модулирующего колебания, Гц [7].

Для проведения временного и спектрального анализа ЧМ сигналов в пакете Multisim реализуется схема исследования представления сигналов в системах передачи информации с заменой в ней генератора сигналов XFG1 на частотный модулятор. Выбор и ввод в схему частотного модулятора можно произвести следующими способами выбора компонентов:

- 1) с помощью пункта меню *Place* (Панели) выбором: в выпадающем меню панели *Component* (Компоненты) во вкладке *Select Component* (Выбор компонента) в подменю *Group* (Группы) группы *SIGNAL VOLTAGE SOURCE* (Источники напряжения сигнала) и в подменю *Component FM VOLTAGE*;
  - 2) с использованием позиции Place\_Source панели Component (Компоненты);
- 3) с использованием позиции *Place\_FM\_Source* панели *Signal Source Components* (Источники сигналов).

Вывод различных панелей в область их расположения обеспечивается установкой флажков перед их названиями в выпадающем меню, появляющемся при установке стрелки курсора в область расположения панелей и щелчке правой кнопкой мышки.

Для настройки частотного модулятора необходимо произвести двойной щелчок левой кнопкой мыши по функциональному блоку V1. Появится диалоговое окно *FM\_VOLTAGE* параметров частотного модулятора, во вкладке *Value* (Величина) которого вводят параметры ЧМ напряжения: амплитуда несущего колебания (*Carrier Amplitude*), частота несущего колебания (*Carrier Frequency*), индекс модуляции (*Modulation Index*), частота модуляции (*Intelligence Frequency*).

Для исследования спектров установим элементы регулировки анализатора спектра в ориентировочные положения:

- диапазон частот (Span);
- начало (Start);
- граница (*End*);
- чувствительность (*Range*);
- разрешение (Resolution freq);
- вкладка *Set*: число точек разложения БПФ (*FFTpoints*).

Для запуска эксперимента необходимо щелкнуть левой кнопкой мыши по зеленому треугольнику *Run* панели *Simulation* или во вкладке *Simulate* [7].

На рисунке 3 приведен график зависимости  $U_{\text{вых}}$  от  $m_{\text{ЧМ}}$  для нижней границы исследуемого диапазона частот при  $f_0 = 30 \text{ M}\Gamma$ ц.

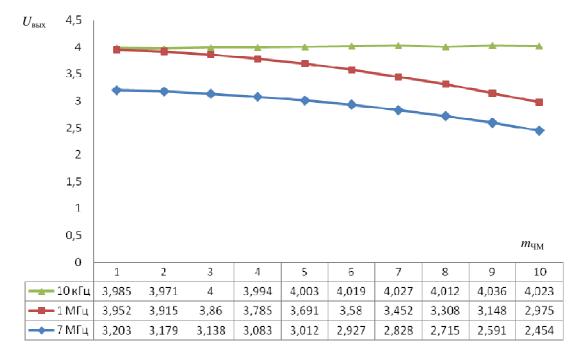


Рисунок 3 – График зависимости  $U_{\text{вых}}$  от  $m_{\text{ЧМ}}$  при  $f_0$  = 30 МГц

Как видно из приведенных графиков, наблюдается неравномерная зависимость выходного напряжения модулятора от индекса частотной модуляции. При использовании сигнала с широким спектром, как это имеет место в случае передачи видеосигналов, это приведет к росту нелинейных искажений.

На рисунке 4 приведен график зависимости  $U_{\text{вых}}$  от  $m_{\text{ЧМ}}$  для верхней границы исследуемого диапазона частот при  $f_0=60~\text{M}\Gamma\text{ц}$ .

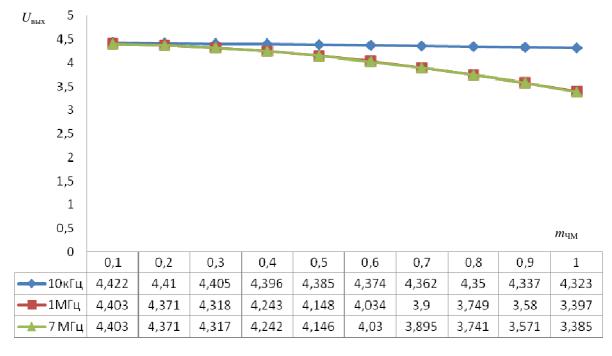


Рисунок 4 – График зависимости  $U_{\text{вых}}$  от  $m_{\text{ЧМ}}$  при  $f_0$  = 60 МГц

Задавая более высокую модулирующую частоту видеосигнала, наблюдаем нелинейную зависимость выходного напряжения частоты модулятора от индекса модуляции по сравнению с использованием низкочастотных модулирующих сигналов.

Проведено исследование частотного детектора в программном пакете *Multisim12*, на рисунке 5 проиллюстрирована схема его использования [8].

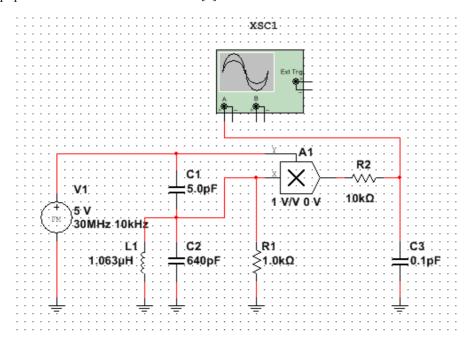


Рисунок 5 - Структурная схема для исследования частотного детектора

На рисунке 6 приведен график зависимости выходного напряжения модулятора  $U_{\scriptscriptstyle \mathrm{BbX}}$  от заданных поднесущих частот  $f_{\scriptscriptstyle 0}$  .

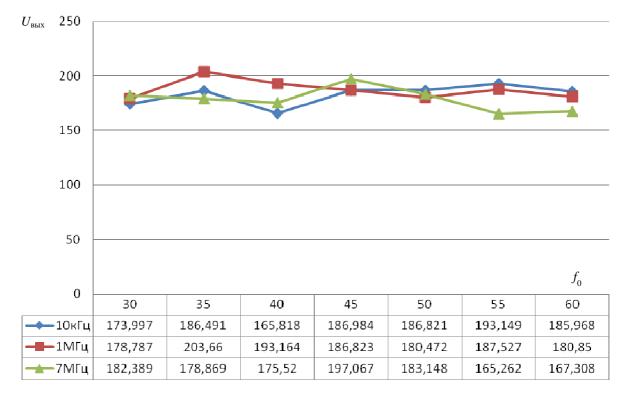


Рисунок 6 – График зависимости  $U_{\scriptscriptstyle \mathrm{BMX}}$  от  $f_{\scriptscriptstyle 0}$ 

Как видно из рисунка 6, при передаче видеосигналов на различных поднесущих частотах  $f_0$  наблюдается нелинейная зависимость выходного напряжения, особенно это проявляется на высокочастотных составляющих спектра.

Заключение. Проведенное моделирование характеристик тракта модуляции и демодуляции выявило зависимость отношения сигнал/шум и уровня нелинейных искажений от модулирующей частоты, индекса модуляции и поднесущей частоты. Результаты исследования показали, что использование частотной модуляции позволяет улучшить помехозащищенность канала передачи видеосигналов. При этом обеспечивается приемлемый уровень нелинейных искажений сигналов. Данный метод можно рекомендовать для передачи видеосигналов в кабельном телевидении.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Янушкевич, В.Ф. Устройства оптической обработки сигналов : учеб.-метод. комплекс для студентов специальности 39.01.01. Новополоцк : ПГУ, 2008.
- 2. Устройства оптической обработки сигналов / Ю.М. Щербак [и др.]. Минск : БГУИР, 1997.
- 3. Оптическая обработка радиосигналов в реальном времени / под ред. С.В. Кулакова. М. : Радио и связь, 1989.
- 4. Мустель, Е.Р. Методы модуляции и сканирования света / Е.Р. Мустель, В.К. Парыгин. М.: Наука, 1970.
- 5. Гауэр, Дж. Оптические линии и связи: пер. с англ. / Дж. Гауэр; под ред. А.И. Ларкина. М.: Радио и связь, 1989.
- 6. Конойко, А.И. Основы строения устройств оптической обработки сигналов : учеб.-метод. пособие по курсу «УООС» / А.И. Конойко, С.А. Рыбаков, М.П. Федоринчик. Минск : 2002.
- 7. Удовикин, В.Л. Основы построения телекоммуникационных систем и сетей / В.Л. Удовикин. Тамбов : TГТУ. 2013.
- 8. Иванова, В.Г. Устройства приема и обработки сигналов / В.Г. Иванова. Самара : ИУНЛ ПГУТИ, 2012.

Поступила 17.03.2016

## METHODS OF MODULATION AND DEMODULATION OF VIDEO SIGNALS WITH USAGE OF SUBCARRIERS OF FREQUENCIES

## B. HODZHAMURADOV, V. JANUSHKEVICH

Questions of modulation and demodulation of video signals on the basis of application of auxiliary subcarriers of frequencies are considered. For improving of characteristics of a path of transmission and reception double modulations and demodulations are used. As the main carrier the signal in an optical range is used. Modeling is produced in software package Multisim12. For information transfer noise-resistant frequency modulation is used characteristics of a path of modulation depending on modulating frequency, an index of modulation and a frequency subcarrier are researched. Restructuring limits of measurements is produced taking into account prospective characteristics of signals. Results of researches can be applicable in systems of telecommunications for transmission of video signals.

Keywords: video, frequency modulation, modulator, demodulator, optical cable.

## УДК 004.056.2:528.061.6

# СТАБИЛИЗАЦИЯ ВОЗМУЩАЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ НА ПРИЕМ СИГНАЛОВ ИСКУССТВЕННЫХ СПУТНИКОВ ЗЕМЛИ

А.И. ЯРИЦА, д-р техн. наук, проф. В.К. ЖЕЛЕЗНЯК (Полоцкий государственный университет)

Системно исследованы факторы, снижающие точность оценки координаты точки приема сигналов искусственных спутников Земли геодезическими приемниками, установленными на пунктах Спутниковой системы точного позиционирования, размещенных на подстилающей поверхности Земли либо на наземных сооружениях. Показана возможность повышения точности оценки применением конструкционных стабильных по параметрам материалов с улучшенными механическими, тепловыми виброизолирующими свойствами.

**Ключевые слова**: Спутниковая система точного позиционирования, постоянно действующие пункты, робастный метод, случайные воздействующие факторы.

**Введение.** Точность и оперативность обработки измерительной информации обусловливает правильность принятия решений. Точностные измерения необходимы при строительстве и эксплуатации критически важных объектов. Необходимую точность измерительной информации устанавливают в первую очередь назначением критически важного объекта. К таким объектам относятся гидроэлектростанции, атомные электростанции, взрывоопасные объекты, магистральные трубопроводы, объекты железнодорожного и воздушного транспорта и др. Например, надежность магистральных трубопроводов определяется деформационными процессами при строительстве — не более 0,003—0,005 м [1] и эксплуатации — не более 0,01—0,02 м [2]. Точность измерения заданных параметров накладывает ограничения на методы таких измерений и частоту получения данных, а также их обработку.

Теория, методики, конструктивные и технологические решения в геодезической и картографической деятельности в настоящее время основаны на применении спутниковой системы позиционирования GPS [3] для измерений и определения координат точки приема сигналов измерительной информации. Использование GPS-измерений в Республике Беларусь реализовано с помощью Спутниковой системы точного позиционирования (ССТП). Основной целью использования Спутниковой системы точного позиционирования Республики Беларусь является получение координат и высот пунктов геодезического и съемочного обоснования топографических съемок, планирования территорий, проектно-изыскательских работ в строительстве, исполнительных съемок и другого вида работ. Точностные и временные характеристики ССТП в режиме обработки реализуют определением координат пунктов (точек) в ITRS (в реализации ITRF2005) в статическом режиме со средней квадратической погрешностью 0,01 м в плане и 0,02 м по высоте при времени наблюдений 1 ч [4].

Точностные и временные характеристики ССТП в режиме реального времени реализуют определением координат объектов в ITRS (в реализации ITRF2005) в статическом режиме со средней квадратической погрешностью 0,02 м в плане и 0,03 м по высоте [4].

Основой инфраструктуры ССТП являются постоянно действующие пункты (ПДП), находящиеся на подстилающей поверхности Земли. Постоянно действующие пункты являются основным источником информации о координатах точки приема сигналов измерительной информации искусственных спутников Земли (ИСЗ).

Спутниковая система точного позиционирования Республики Беларусь объединяет 90 действующих ПДП и 8 вводимых ПДП в ближайшее время (рис. 1).

Для обеспечения более высоких точностных характеристик ССТП необходимо оценивать параметрические неопределенности ПДП из-за возмущающих случайных воздействий. В спутниковых геодезических измерениях можно выделить три основных источника ошибок [5]:

- 1) ошибки аппаратуры;
- 2) влияние внешних условий;
- 3) ошибки математической обработки.

Цель работы – повышение точности координаты точки приема сигналов ИСЗ стабилизацией возмущающих воздействий на их прием.

**Основная часть.** На точностные характеристики в значительной мере влияют параметры, важнейшие из которых объединены подстилающей поверхностью, на которой находятся постоянно действующие пункты. Для исследования рассмотрим один из центров ССТП.

Постоянно действующие пункты должны удовлетворять следующим требованиям [6]:

- открытость местности вокруг геодезического пункта, отсутствие препятствий по углу возвышения более  $10\text{--}15^\circ$ ;
  - отсутствие отражающих поверхностей, которые могли бы создавать многолучевость;
- отсутствие мощных радио- и телевизионных передатчиков или других излучающих радиотехнических устройств;
  - отсутствие движущегося транспорта.

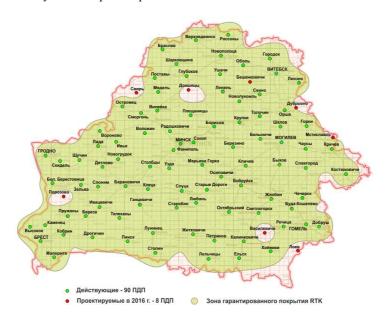


Рисунок 1 – Схема расположения ПДП

Основное требование, предъявляемое к ПДП, это стабильность, долговечность и неподвижность конструкции. Постоянно действующие пункты часто располагают на крышах зданий, используя при этом тип центра 192 [7], схема которого представлена на рисунке 2.

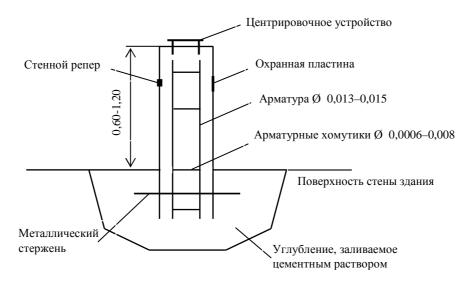


Рисунок 2 – Тип центра 192

Для исследования приемной части сигналов ИСЗ, находящейся на подстилающей поверхности, проанализируем характеристики твердых тел, используемых при строительстве ПДП. К таким материалам можно отнести бетон, гранит, мрамор, сталь и железо.

В таблице 1 представлены основные механические и тепловые свойства твердых тел, полученные из различных источников информации.

Материал	Удельная плотность $\rho$ , $\kappa \Gamma / M^3$	Модуль упругости Юнга $E$ / Модуль сдвига $G$ , Па	Коэффициент Пуассона (отношение утоньшения к удлинению при растяжении)	Коэффициент линейного теплового расширения α, 1 / К
Бетон	$2,0\cdot10^3$ $2,4\cdot10^3$	$1,5 \cdot 10^{10}4,0 \cdot 10^{10} / 7,0 \cdot 10^{9}1,7 \cdot 10^{10}$	0,100,15	$12,0\cdot 10^{-6}$
Гранит	$2,5\cdot 10^3 \dots \\ 3,0\cdot 10^3$	$\begin{array}{c} 3,5 \cdot 10^{10}5,0 \cdot 10^{10} / \\ 1,4 \cdot 10^{10}4,4 \cdot 10^{10} \end{array}$	0,100,15	$7,93 \cdot 10^{-6}$
Мрамор	$2,5 \cdot 10^3 \dots \\ 2,8 \cdot 10^3$	$3,5 \cdot 10^{10}5,0 \cdot 10^{10} / 1,4 \cdot 10^{10}4,4 \cdot 10^{10}$	0,100,15	8·10 <sup>-6</sup> 14·10 <sup>-6</sup>
Кварц	$2,65 \cdot 10^3$	нить: $7,3 \cdot 10^{10} / 3,1 \cdot 10^{10}$	0,17 (нить)	$0.5 \cdot 10^{-6}$
Железо	$7,88 \cdot 10^3$	$1,0 \cdot 10^{11}1,3 \cdot 10^{11} / 3,5 \cdot 10^{10}5,3 \cdot 10^{10}$	0,20,3	11,3·10 <sup>-6</sup>
Сталь	$7,7 \cdot 10^3 \dots \\ 7,9 \cdot 10^3$	$1,7 \cdot 10^{11}2,06 \cdot 10^{11} / 8,0 \cdot 10^{9}8,0 \cdot 10^{10}$	0,240,30	11,9·10 <sup>-6</sup>
Стекло	$2,50 \cdot 10^{3}$ $2,59 \cdot 10^{3}$	4,9·10 <sup>10</sup> 7,8·10 <sup>10</sup> / 1,75·10 <sup>10</sup> 2,9·10 <sup>10</sup>	0,200,30	8,5·10 <sup>-6</sup>

Таблица 1 – Основные механические и тепловые свойства твердых тел

Материалы, используемые чаще всего при строительстве геодезических пунктов, – бетон и железная арматура диаметром 0,013–0,015 м, а также арматурные хомутики с диаметром 0,006–0,008 м. Закрепляют данные пункты с помощью цементного раствора, который заливают в углубление.

Наименьший коэффициент линейного теплового расширения материалов, представленных в таблице 1, у кварца. Его линейное расширение в несколько раз ниже остальных материалов. Однако это достаточно дорогой материал, сложный в обработке.

Низкими коэффициентами линейного теплового расширения обладают также гранит и некоторые виды мрамора. При сравнении стоит учитывать, что прочность гранита выше, чем у мрамора, в 2 раза. Твердость обеспечивается за счет присутствия кварца. В отличие от того же мрамора, гранитные изделия не теряют свои эксплуатационные показатели и внешний вид в условиях температурного перепада, составляющего более  $100\,^{\circ}\mathrm{C}$ . Гранит выдерживает перепады температуры от  $-60\,\mathrm{дo}+50\,^{\circ}\mathrm{C}$ .

Нестабильность параметров позволяет разделить их по временным характеристикам. Обеспечение высоких точностных параметров основано на стабилизации случайных возмущающих воздействий, оцениваемых объективным критерием робастности. Под робастностью будем понимать состояние, в котором характеристики материала нечувствительны к воздействию дестабилизирующих, возмущающих факторов. Возмущающие воздействия, влияющие на ПДП, являются случайными, т.е. обладают параметрической неопределенностью [8]. Параметрическая неопределенность обусловлена воздействиями на параметры сигнала случайными колебаниями.

Основные факторы, влияющие на снижение стабильности и неподвижности конструкции ПДП, – вибрация, смена пор года, температура. Рассмотрим их подробнее.

**Вибрации.** Вибрация является важным случайным влияющим фактором. Для увеличения точностных характеристик измерительной информации необходимо снижать влияние вибрации на ПДП.

Пункты ССТП Республики Беларусь располагают на несущих стенах зданий, тем самым снижая влияние вибраций на точность измерений.

Стоит отметить, что действующая в нашей стране сеть по своему принципу действия является аналогом международной GPS-службы (IGS). Эта всемирная спутниковая сеть состоит на данный момент из более 500 постоянно действующих пунктов, расположенных по всему земному шару и обеспечивающих с миллиметровой точностью координаты [9]. Постоянно действующие пункты этой сети по своему геометрическому расположению центра можно разделить на наземные и те, которые располагают на крышах зданий. Для придания стабильности геометрического положения и снижения влияния вибраций наземные ПДП чаще всего закладывают в скальные породы. Пункты, находящиеся на крышах зданий, устанавливают на отдельных платформах или стальных вышках.

Выбор места установки ПДП относят на значительное расстояние от магистральных трубопроводов, железнодорожных путей, автодромов, заводских цехов с работающими установками и др. Если существует необходимость расположения пункта рядом с источником вибраций, применяют песочные подушки, амортизаторы, а также виброизолированные двойные фундаменты, предназначенные для снижения ударного воздействия на пункты и демпфирования упругих волн [10].

Для снижения влияния вибрации в конструкции ПДП применяют материалы, обладающие виброизолирующими свойствами. При действии внешних сил на объект его элементы испытывают механические напряжения, зависящие как от уровня сил, так и от свойств материалов. Устойчивость конструктивных элементов к механическим воздействиям зависит от допустимых остаточных деформаций. Способность различных материалов поглощать механическую энергию иллюстрируется полной энергией деформации (табл. 2).

Материал	Полная энергия деформации, кг $\cdot$ м $^2$ /с $^2$
Сталь	0,93
Фосфористая бронза	1,24
Листовой алюминий	2,30
Отожженная пружинистая сталь	29,04
Резина	4450

Таблица 2

Резина обладает высокими виброизолирующими свойствами. Применение этого материала повысит точность оценки координаты точки приема сигналов ИСЗ, размещенной на подстилающей поверхности Земли либо на наземных сооружениях, находящихся рядом с источниками вибрации.

Из конструкционных материалов наибольшим поглощением энергии обладают вязкие материалы (алюминий и его литейные сплавы, холоднокатаная сталь), различные эластичные изоляционные материалы, резина и пружинистые стали [11].

Смена пор года. Воздействие этого фактора на стабильность и неподвижность конструкции ПДП имеет двойной характер. С одной стороны, это разрушения пунктов от коррозии. Вследствие постоянной смены температур железобетонные конструкции пунктов расширяются и сжимаются. Это неизбежно приводит к возникновению трещин, в которые затем попадает влага и на арматуре возникают коррозионные процессы. Под воздействием коррозии пункт теряет свою стабильность, более подвержен влиянию вибраций и других нагрузок. Для защиты от воздействия постоянного перепада температур в конструкции ПДП можно заменить железную арматуру пункта на арматуру, состоящую из композитных материалов, более стойкую к воздействию влаги и температуры [12]. Однако из всех рассматриваемых материалов (см. табл. 1), предлагаемых для изготовления пунктов, наиболее высокой стойкостью к коррозии обладает гранит (за счет своей природной однородности).

С другой стороны, смены пор года оказывают влияние на подстилающую поверхность, на которой находится ПДП. Проанализировав информацию по расположению пунктов всемирной спутниковой сети в разные поры года, можно сделать вывод, что зимой ПДП поднимаются по высоте на 0.005-0.01 м, а летом наоборот – опускаются на 0.005-0.01 м. Суммарная величина изменения положения ПДП по высоте составляет от 0.01 до 0.02 м. Наиболее низкие показатели смещения по высоте были отмечены у ПДП, установленных в скальные породы.

Кроме того, сравнивая материалы по влиянию смен пор года нужно руководствоваться характеристикой морозостойкости. Морозостойкость материала — это один из важных элементов его долговечности. Морозостойкость выражается в количестве циклов замерзания и оттаивания, при котором материал теряет не более 5% своих прочностных качеств. Высокой морозостойкостью (от 25 циклов) обладают такие материалы, как гранит, мрамор, бетон, сталь.

**Температура.** Важнейшее влияние на стабильность ПДП оказывает температура. Средняя годовая температура Беларуси равна +5,4 °C. Максимальная зарегистрированная температура воздуха составляет +44 °C, минимальная – минус 40 °C. Стоит учитывать, что почва нагревается сильнее, ее максимальная температура достигает +66 °C. Таким образом, перепады температур составляют 70–100 °C. При таком тепловом воздействии, используя данные, представленные в таблице 1, можно посчитать, что стальной стержень длинной 1 м будет расширяться более чем на 0,001 м. Примерно такую же погрешность даст и конструкция из бетона.

**Заключение**. Возмущающие случайные воздействия косвенно влияют на точность приема геодезическим приемником сигналов ИСЗ. Точность определяется координатами точки установки геодезического приемника и его отклонением от этой точки. Факторы, повышающие точность оценки, обусловлены робастностью основных механических и тепловых свойств гранита, на котором закреплен геодезический приемник. К основным робастным свойствам следует отнести коэффициент линейного теплового расширения, коррозийную стойкость, устойчивость к влиянию вибрации. Предложено изоляцию геодезического приемника обеспечивать вибропоглощающими резинами, амортизаторами, песочными подушками, двойным фундаментом, защитить ее от влияния отрицательных температур, сузив температурный диапазон воздействия на гранитную подставку.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Субботин, И.Е. Инженерно-геодезические работы при проектировании, строительстве и эксплуатации магистральных нефтегазопроводов. М.: Недра, 1987. 139 с.
- 2. Руководство по геодинамическим наблюдениям и исследованиям для объектов топливно-энергетического комплекса. М.: Гидропроект, 1997 121 с.
- 3. Пыко, Т.В. Основные направления модернизации государственной геодезической сети Республики Беларусь / Т.В. Пыко // Земля Беларуси. 2007. № 4. С. 35–36.
- 4. Республиканское унитарное предприятие аэрокосмических методов в геодезии «Белаэрокосмогеодезия» [Электронный ресурс]. Режим доступа: [http://www.geo.by/ru/for-organizations/precise-positioning-service].
- 5. Антонович, К.М. Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии : в 2 т. : моногр. / К.М. Антонович ; ГУО ВПО «Сибирская государственная геодезическая академия». М. : ФГУП «Картгеоцентр», 2006. Т. 2. 306 с.
- 6. Техническая инструкция по созданию и реконструкции геодезических сетей в населенных пунктах : приказ Гос. ком. по имуществу Респ. Беларусь, 16.02.2010 г., № 37.
- 7. Государственная геодезическая сеть Республики Беларусь. Порядок создания геодезической сети 1 класса: ТКП 119-2007(03150). Минск: Гос. ком. по имуществу Респ. Беларусь 2009. 47 с.
- 8. Тихонов, В.И. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем : учеб. пособие для вузов / В.И. Тихонов, В.Н. Харисов. М. : Радио и связь, 1991 608 с.
- 9. International GNSS Service [Электронный ресурс]. Режим доступа: [http://igs.org/].
- 10. Банкетов, А.Н. Кузнечно-штамповочное оборудование : учеб. для машиностроительных вузов / А.Н. Банкетов. 2-е изд., перераб. и доп. М. : Машиностроение, 1982. 576 с.
- 11. Фролов, А.Д. Теоретические основы конструирования и надежности радиоэлектронной аппаратуры / А.Д. Фролов. М. : Высш. шк., 1970. 488 с.
- 12. Арматура композитная полимерная для армирования бетонных конструкций. Общие технические условия: ГОСТ 31938 2012. М.: Стандартинформ. 2014. 34 с.

Поступила 17.03.2016

# THE STABILIZATION OF THE PERTURBING ACTIONS ON SIGNAL RESEPTIONS OF ARTIFICIAL SATELLITES

### A. YARYTSA, V. ZHELEZNYAK

The factors that reduce the accuracy of the estimate coordinates of the reception signal of an artificial Earth satellites by the geodetic receivers, which were installed at locations of satellite system exact positioning, were placed on the underlying structures or on the ground surface of the Earth were systematically examined. A possibility of increasing the accuracy of estimation using the parameters of stable structural materials with improved mechanical, thermal anti-vibration properties was showed.

**Keywords:** satellite system of the exact positioning, permanent items, robust estimation, random influencing factors.

УДК 004.38:004.6

# ПРОБЛЕМА ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ МЕЖДУ ПЕРСОНАЛЬНЫМ КОМПЬЮТЕРОМ И ПЛАТФОРМОЙ БОЛЬШИХ СЕРВЕРОВ КЛАССА МЭЙНФРЕЙМ

#### Е.А. МАРГУНОВ

(Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники); канд. техн. наук, доц. В.И. МИСЮТКИН (Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого)

Рассмотрены проблемы обмена данными между приложениями, функционирующими на различных по мощности вычислительных устройствах: мэйнфреймах и персональных компьютерах, имеющих разные операционные системы. Проанализированы существующие способы передачи данных и предложено новое решение в виде визуального FTP-клиента с полной поддержкой организации данных в ОС операционных системах Windows и z/OS, обладающего высокой скоростью передачи данных и имеющего удобный, простой в обращении и интуитивно понятный для пользователя интерфейс.

**Ключевые слова:** мэйнфреймы, передача данных, FTP-клиент, OC Windows, OC z/OS, персональный компьютер.

Введение. Мэйнфрейм — это большой универсальный высокопроизводительный отказоустойчивый сервер, имеющий значительные ресурсы ввода/вывода, большой объем оперативной и внешней памяти и высокое быстродействие. Мэйнфреймы обладают целым рядом достоинств: высокой степенью надежности и устойчивости, высокой пропускной способностью и степенью загрузки, повышенной системой защиты, вследствие чего их используют в критически важных системах с интенсивной пакетной и оперативной транзакционной обработкой. Именно по этим причинам, по данным печати, около 70% всех важных бизнес-данных обрабатываются на мэйнфреймах.

Основной разработчик мэйнфреймов – корпорация IBM, чьи компьютеры работают под управлением операционной системы (OC) z/OS. Данная OC изначально разрабатывалась как многопользовательская система с возможностью удаленного подключения пользователей. Такими пользователями в настоящее время являются персональные компьютеры, работающие в своем большинстве под управлением OC Windows в разных ее версиях.

Проблемы взаимодействия двух разных платформ возникают при обмене данными между мэйнфреймом и персональным компьютером. Их причины – существенные различия в организации хранения данных в z/OS и Windows и отсутствие удобного пользовательского интерфейса, посредством которого осуществляется такой обмен. Последнее у мейнфреймов нуждается в усовершенствовании.

Рассмотрим один из вариантов решения указанных проблем.

Особенности организации данных в ОС Windows и z/OS. Основной единицей системы организации данных в ОС Windows является файл. Файлы размещаются в директориях, образующих иерархическую структуру. Само содержимое файлов представляет собой поток байтов, не имеющих структуры. Поскольку внутренняя организация у файлов отсутствует, то все их свойства являются внешними, например: дата создания, дата изменения, атрибуты доступа и др. Их можно изменить без какого-либо влияния на данные файла. Для представления данных в Windows используются кодировки семейства ASCII или UNICODE [1].

Наоборот, в z/OS не существует прямого эквивалента понятию директории, а все наборы данных образуют одноуровневую структуру. Но принятая в z/OS схема именования наборов данных превращает одноуровневую структуру в иерархическую. Поэтому, можно считать, что эквивалентом директории в z/OS является квалификатор имени набора данных. Сама структура набора данных в z/OS, которая определяется при его создании, не может быть изменена. Наборы данных, помимо внешних, имеют еще и внутренние свойства, как например: форма организации набора данных, формат записи, длина записи, изменить которые невозможно [2]. В z/OS данные представляются в кодировке семейства EBCDIC, в том числе и в файлах HFS. Все кодировки семейства EBCDIC, также как кодировки ASCII, являются однобайтовыми.

Можно выделить две цели, которые преследуются при обмене данными из OC Windows в z/OS и наоборот:

- 1. Последующая обработка данных принимающей стороной.
- 2. Последующее хранение данных на принимающей стороне.

В первом случае для принимающей стороны особый интерес представляют сами данные, а не их атрибуты. Наборы данных или файлы передают в такой форме, которая является наиболее приемлемой для принимающей стороны. Самой существенной проблемой для достижения этой цели является использование различных представлений данных. Внутри каждого семейства представление латинских символов, цифр и основных специальных символов совпадает, однако воспроизведение даже этого основного набора символов для разных семейств различно. Поэтому перекодировка данных является неизбежной. Она может выполняться как отдельный процесс, до передачи данных или после нее, но более удобно и просто осуществлять перекодировку в процессе передачи данных, конечно, если это возможно.

Во втором случае интерес вызывают как сами данные, которые в этом случае нежелательно подвергать какой-либо перекодировке, так и их атрибуты, т.е. свойства соответствующих наборов данных или файлов. По причине того, что даже между подобными объектами Windows и z/OS есть лишь приблизительное соответствие, потеря некоторых атрибутов при передаче данных является неизбежной. В некоторых случаях это не является критичным, так как утерянные атрибуты могут быть достаточно простым образом восстановлены. На практике передаваемый объект преобразуют до его передачи в транспортную форму, которая должна обеспечить сохранение и данных, и их атрибутов. Вполне годятся для этого программы архивирования, которые, кроме того, сжимают данные, тем самым существенно уменьшая их объем при передаче, а также обеспечивают проверку целостности переданных данных [3]. Для Windows это распространенные программы архивации: Zip, RAR, 7z и другие, а для z/OS – программа ADRDSSU, которая может обрабатывать наборы данных всех видов организации, включая VSAM и HFS.

Проектирование и реализация визуального FTP-клиента для передачи данных между ОС Windows и z/OS. Для решения указанных проблем был спроектирован и реализован визуальный FTP-клиент с полной поддержкой организации данных в операционных системах Windows и z/OS. Чтобы обеспечить гибкость в сопровождении и возможность дальнейшего расширения функциональных возможностей, он имеет модульную структуру.

С этой целью был использован способ реализации системы, основанный на «прозрачном» функциональном ядре, который позволил осуществить все операции по прорисовке графического интерфейса, организации многопоточной работы и осуществления операции по взаимодействию модулей. Компонентная схема функционального ядра системы представлена на рисунке 1.

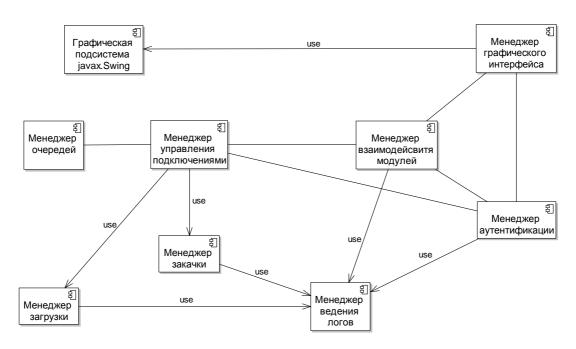


Рисунок 1 – Компонентная схема функционального ядра системы

Рассмотрим более детально некоторые из компонентов функционального ядра.

Менеджер графического интерфейса для прорисовки интерфейса напрямую использует графическую подсистему javax. Swing. Ее компоненты поддерживают специфические, динамически подключае-

мые виды и поведения, благодаря чему становится возможной адаптация системы к интерфейсу платформы. Приложения, использующие Swing, могут выглядеть как «родные» для любой операционной системы, что делает их интерфейс универсальным для различных платформ.

На основании данных о зарегистрированных в системе модулях (используя менеджер взаимодействия модулей) и в соответствии с правами доступа (используя менеджер аутентификации) менеджер графического интерфейса изменяет состояние компонентов меню и форм.

*Менеджер аутентификации и авторизации* отвечает за хранение учетных данных и доступ пользователей к серверу мэйнфрейма, а также за использование функциональных возможностей того или иного зарегистрированного модуля.

*Менеджер ведения логов* отвечает за отображение всех существенных изменений в системе в виде сообщений, которые появляются в одном из окон менеджера графического интерфейса и в системном файле.

Менеджер управления подключениями отвечает за установку соединения с сервером. Для управления многопоточностью он взаимодействует с менеджером очередей. Кроме того, в своей работе он использует менеджеры загрузки и закачки для передачи и удаления файлов, наборов данных или директорий между сервером и клиентом.

Этап проектирования был реализован с применением рационального процесса унификации. В качестве общей нотации использован унифицированный язык моделирования UML, инструментом для работы с которым стал продукт Enterprise Architect компании Sparx Systems.

Функциональные возможности системы отражены на рисунке 2.

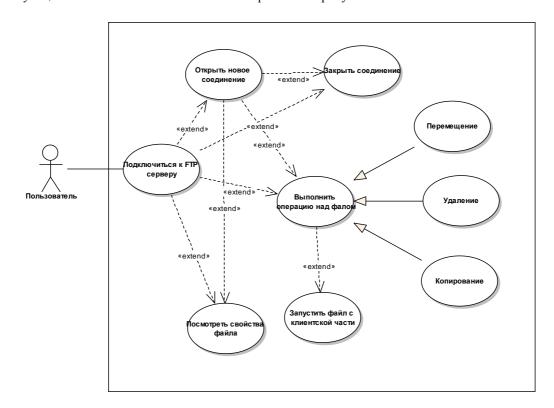


Рисунок 2 – Диаграмма вариантов использования

Отметим функциональные возможности проектируемого программного приложения:

- копирование, удаление, перемещение объектов из локальных папок в каталоги, расположенные в системе z/OS и наоборот;
  - поддержка нескольких соединений;
  - корректное восстановление передачи данных в случае разрыва соединения;
  - возможность редактирования документа прямо на FTP-узле;
  - возможность просмотра свойств интересующего объекта;
  - отображение атрибутов файлов и каталогов;
  - сохранение предыдущих сессий;

- возможность управления загрузками;
- управление очередями;
- возможность хранения учетных данных для соединений в зашифрованном виде;
- сортировка файлов и каталогов по различным параметрам;
- просмотр содержимого файлов;
- сохранение протокола передачи в log-файлах.

Проект реализован в виде набора различных алгоритмов. Рассмотрим основные из них.

# 1. Алгоритм для хранения учетных данных пользователя, обеспечивающих вход в систему мэйнфрейма.

Входные данные: конфигурационный файл, имя пользователя, пароль.

Работа алгоритма. Поскольку доступ к мэйнфрейму строго регламентируется, то категорически запрещается держать пароль в открытом виде. Поэтому учетные данные пользователя, необходимые для установки соединения, сохраняются в конфигурационном файле. Пользователь может выбрать вариант подключения из числа ему предложенных. По умолчанию пароль для доступа к серверу не сохраняется, но пользователь может установить настройки, позволяющие сохранять пароли. Если выбрана опция, позволяющая пользователю сохранять пароль, то пароль зашифровывается.

#### 2. Алгоритм многопоточной передачи данных.

*Входные данные*: адрес сервера, порт, путь к файлу данных на персональном компьютере, путь набору данных на мэйнфрейме, имя файла/набора данных, имя пользователя, пароль.

Работа алгоритма. Выясняем, включена ли поддержка многопоточной передачи данных. Проверяем потоки передачи данных, если передача уже инициирована, то ставим поток в очередь и устанавливаем ему новый статус и наименьший приоритет.

Возможные статусы потока передачи данных: остановлен, в очереди, удален, загрузка, выгрузка.

Периодически контролируем возможность начать передачу данных. Устанавливаем соединение с сервером по алгоритму 3.

#### 3. Алгоритм установки соединения с сервером.

Входные данные: адрес сервера, порт, имя пользователя, пароль.

Работа алгоритма. Создаем подключение на базе сокетов. Определяем тип файловой системы на сервере. Загружаем в окно, соответствующее удаленной машине, список файлов. Если тип системы MVS или Windows, проверяем типы наборов данных, файлов и проставляем соответствующие флаги, свойства, размеры, разрешения на доступ.

### 4. Алгоритм закачки файла или набора данных.

*Входные данные*: соединение с сервером, порт, адрес сервера, имя файла, тип файла, флаг продолжения записи файла, место окончания предыдущей записи, входной поток.

Работа алгоритма. Определяем, что мы будем передавать: файл или набор данных. Получаем имя и путь для копирования на клиентскую часть. Если такой файл уже существует, то возможна ситуация с возобновлением передачи данных. Используя подключение, созданное по алгоритму 3, пытаемся создать новый поток для передачи данных. Если после пяти попыток соединение для передачи данных не установлено, прекращаем попытки. Передаем серверу команду на передачу файла. Если установлен флаг, указывающий, что файл требуется дописать, используем стандартный класс произвольного доступа к файлу. Определяем кодировки принимающей и передающей системы. Если требуется, выполняем перекодировку. Если передача файла не началась, удаляем создавшийся пустой файл. Вызываем обновление окна принимающей машины.

Для программной реализации проекта применяем кросс-платформенный объектноориентированный язык программирования Java SE, язык управления заданиями JCL, а в качестве основной среды разработки используем интеллектуальную интегрированную среду разработки Java – IntelliJ IDEA.

Анализ работы спроектированного программного продукта. Результатом работы стал визуальный FTP-клиент, позволяющий передавать файлы и наборы данных между платформами Windows и z/OS, правильно интерпретировать структуру наборов данных в системе z/OS, корректно отображать структуру данных мэйнфрейма, переводить данные в «родные» кодировки принимающих систем и поддерживать многопоточность. Пример работы интерфейса при передаче данных показан на рисунке 3. Интерфейс использует английский язык, поскольку система разработана для нужд иностранного предприятия.

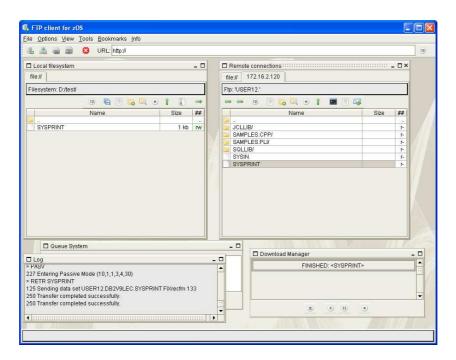


Рисунок 3 – Окно с результатами передачи набора данных

Тестируя разработанную систему, мы сравнили скорости передачи данных между операционной системой семейства Windows (персональный компьютер) и операционной системой z/OS (мэйнфрейм) при передаче посредством разработанного программного средства и через протокол TN3270 (встроенную функцию клиента Personal Communication) [6]. На рисунке 4 приведены графики скоростей передачи данных с использованием разработанной программы и TN3270:

- FTP binary и FTP text передача данных посредством FTP-протокола в бинарном режиме и текстовом режиме соответственно;
- TN3270 binary и TN3270 text передача данных с использованием Personal Communication через протокол TN3270 в бинарном режиме и текстовом режиме соответственно.

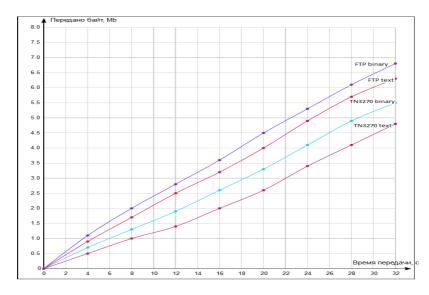


Рисунок 4 – Графики скорости передачи данных с использованием протоколов FTP и TN3270

Из графиков видно, что скорость передачи по протоколу FTP существенно выше, чем скорость передачи данных с помощью протокола TN3270.

Полученные результаты являются вполне объяснимыми: передача данных является основной функцией протокола FTP, в то время как основная функция протокола TN3270 – это эмуляция термина-

ла, а вовсе не передача данных. Тот факт, что скорость передачи данных бинарного режима выше скорости передачи соответствующего ему текстового режима в рамках одного протокола, объясняется тем, что для бинарного режима данные передаются без затрат времени на перекодировку.

#### Заключение:

- 1. Исследование показало, что для передачи больших объемов данных и увеличения производительности вычислительной системы предпочтительнее использовать тип передачи данных, основанный на протоколе FTP.
- 2. Основываясь на проведенных исследованиях, была спроектирована и реализована система передачи данных между персональным компьютером и мэйнфреймом. Она обладает высокой скоростью передачи данных, имеет удобный, простой в обращении и интуитивно понятный для пользователя интерфейс.
- 3. Разработанное программное обеспечение используется в аутсорсинговом проекте IBM Contract Handling International Solutions, что позволило значительно сократить время на передачу генерируемых в операционной системе z/OS документов на персональные компьютеры для их последующего анализа и обработки.

В дальнейшем, перспектива развития разработанного программного продукта может быть связана с расширением его функциональных возможностей, оптимизацией алгоритмов передачи данных, а также с разработкой новых модулей и интеграцией их в систему.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Меженный, О.А. Microsoft Windows XP. Самоучитель / О.А. Меженный. М.: Диалектика, 2005. 304 с.
- 2. Эбберс, М. Введение в современные мэйнфреймы: основы z/OS : учеб. пособие / М. Эбберс, У. О'Брайен, Б. Огден. М. : Redbooks, 2007. 642 с.
- 3. Интернет-библиотека z/OS [Электронный pecypc]. Режим доступа: http://www-03.ibm.com/systems/z/os/zos/index.html.
- 4. z/OS Communication Server. IP User's Guide and Commands : Manual [Электронный ресурс] / IBM Corporation. 3<sup>rd</sup> Ed. Режим доступа: f1a1b920.boo.
- 5. Маргунов, Е.А. Проблемы передачи данных между персональным компьютером и платформой больших серверов класса мэйнфрейм / Е.А. Маргунов, В.И. Мисюткин // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях : тез. докл. XV Республиканской науч. конф. студентов и аспирантов, Гомель, 26–28 марта 2012 г. / Гомел. гос. ун-т им. Ф. Скорины. Гомель, 2012. С. 87–88.
- 6. Маргунов, Е.А. Сравнение скорости передачи данных между персональным компьютером и мэйнфреймом через протоколы FTP и TN3270 / Е.А. Маргунов, В.И. Мисюткин // Тез. докл. XIII Межвузовской студенческой науч. конф., Минск, 26 апреля 2012 г. / Белорус. гос. экон. ун-т. Минск, 2012. С. 133–134.

Поступила 20.02.2016

## PROBLEMS WITH DATA TRANSMISSION BETWEEN A PERSONAL COMPUTER AND A LARGE MAINFRAME-CLASS SERVER PLATFORM

#### E. MARHUNOU, V. MISIUTKIN

In the article we have considered the problems of communication between applications running on devices with different operating systems and with different computational capability: mainframes and personal computers. All the existing data transfer methods have been analyzed. New solution in the form of visual FTP-client which fully supports organizing data in Windows and z / OS has been proposed. The client has high data transfer rate and handy, easy to use and intuitive user interface.

**Keywords:** mainframes, data transfer, FTP-client, OS Windows, OS z/OS, personal computers.

УДК 621.396

## СПОСОБ ПОВЫШЕНИЯ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ НЕЛИНЕЙНОГО РАДИОЛОКАТОРА

# М.М. ИВАНОВ, д-р техн. наук, проф. В.К. ЖЕЛЕЗНЯК, В.М. ЧЕРТКОВ (Полоцкий государственный университет)

Приведена классификация нелинейных радиолокаторов по виду используемых тестовых сигналов и виду воздействия. Проведен анализ способов повышения чувствительности нелинейного радиолокатора к закладным устройствам, обладающими малыми габаритами и имеющими в своем составе нелинейные объекты. Представлены особенности использования сложных сигналов в нелинейной радиолокации. Предложен метод повышения чувствительности путем использования в качестве зондирующего сигнала сверхширокополосных импульсов совместно с гармоническим сигналом сверхвысокой частоты, в результате чего появляется эффект взаимной модуляции, благодаря которому выполняется идентификация нелинейных объектов среди множества отражателей, не относящихся к нелинейным объектам. Данный эффект подтверждается с помощью программной модели, спроектированной в «Маtlab». Приведены результаты в виде спектрограмм. Созданная программная модель предложена в качестве основы для проведения практических испытаний.

**Ключевые слова**: нелинейный радиолокатор, сверхширокополосный сигнал, взаимная модуляция, нелинейный объект.

**Введение.** Из всего разнообразия возможных методов поиска объектов нелинейная радиолокация занимает одно из важнейших мест и активно развивается с 70-х годов прошлого столетия. Обнаружение нелинейных объектов (НО) в виде закладных устройств является актуальной задачей в настоящее время. Нелинейный радиолокатор позволяет обнаружить такие объекты не только в активном режиме (при передаче сигнала), но и в пассивном (режим накопления), а также в выключенном состоянии.

Следует отметить, что основные принципы работы нелинейных радиолокаторов (НРЛ) на протяжении последних 40 лет не претерпели значительных изменений [1]. Принцип действия НРЛ заключается в следующем: при зондировании закладного устройства, содержащего полупроводниковые элементы (диоды, транзисторы, микросхемы), тестовым сигналом происходит преобразование частоты тестового сигнала в высшие гармоники, которые принимаются и анализируются, после чего делается вывод о наличии НО [2].

В зависимости от метода обработки принятых сигналов НРЛ различают два основных режима работы [1]:

- гармонический;
- комбинационный.

В гармоническом режиме в качестве зондирующего сигнала используется гармонический сигнал, а приемник настроен на прием второй и/или третьей гармоники отраженного сигнала. При комбинационном режиме нелинейный объект зондируется несколькими сигналами разной частоты. В таком случае вывод о наличие нелинейного объекта делается при анализе комбинационных составляющих тестового сигнала [3].

В свою очередь, по виду воздействия НРЛ подразделяют на непрерывные и импульсные [1]. Благодаря возможности повышения мощности импульсов, импульсные НРЛ позволяют увеличить дальность обнаружения [4].

**Постановка задачи.** В настоящее время огромную роль играет чувствительность НРЛ. Выводы транзисторов диодов и других нелинейных элементов, а также проводники печатной платы закладного устройства выполняют функцию антенны для трансляции в эфир переизлучаемого сигнала. Соответственно, чем меньше размер НО, тем сложнее его обнаружить, так как размер антенны (вывода) уменьшается и рабочая частота такой антенны повышается. Стремительное развитие микро- и наноэлектроники ставит задачу улучшения чувствительности НРЛ к закладным устройствам, имеющим малые габариты, например, таким как GSM жучок N9 Nero Apple размером  $40 \times 30 \times 10$  мм [5]. Улучшить чувствительность традиционного радиолокатора можно несколькими способами:

- повысить частоту зондирования;
- применить сложный сигнал в качестве зондирующего;

- уменьшить длительность импульсов зондирующего сигнала;
- повысить мощность зондирующего сигнала.

Повышение рабочей частоты НРЛ обуславливает усложнение приемного тракта радиолокатора и приводит к ухудшению проникающей способности радиосигнала.

В традиционной радиолокации применение сложных сигналов позволяет разрешить противоречие между энергетическим потенциалом и чувствительностью [6].

В нелинейной радиолокации применение сложных сигналов имеет несколько иной характер [7]:

- применение бифазных кодов при выделении колебаний 2-й гармоники приводит к эффекту уменьшения ширины спектра колебаний, отраженных от закладных устройств, т.е. к ухудшению, а не улучшению чувствительности и точности измерения дальности;
- сложные сигналы, например, линейно-частотно-модулированные колебания (ЛЧМ-сигналы) в каждый момент времени представляют собой узкополосные сигналы, которые на конечном временном интервале в пределах огибающей ЛЧМ-сигнала попадают в полосу пропускания закладных устройств. В результате чего чувствительность и точность измерения дальности определяется не параметрами зондирующего сигнала, а нелинейным объектом в закладном устройстве.

Таким образом, вышеописанные методы в случае нелинейной радиолокации не приводят к повышению чувствительности.

**Решение** задачи. Интерес представляет применение сверхширокополосных сигналов для зондирования нелинейных объектов. Сверхмалая длительность таких сигналов позволяет достичь высокого уровня разрешения до единиц миллиметров. Однако при стандартной обработке сверхширокополосных сигналов радиолокатор будет определять не только НО, но и любые другие объекты, от которых отражается радиоимпульс, например, таких как: дверная ручка, арматура в стене, обогревающий радиатор и другое. Поэтому встает вопрос о методе обработки отраженных сигналов, с помощью которого будет происходить идентификация только нелинейных объектов.

В основу такого метода предлагается положить эффект взаимной модуляции [8]. Взаимная модуляция — явление, заключающееся в том, что при приеме радиоволн передающей радиостанции, работающей на несущей частоте  $f_1$ , прослушивается передача другой мощной радиостанции, расположенной на трассе и работающей на несущей частоте  $f_2$ , отличной от  $f_1$ .

История данного эффекта начинается с 1933 г., когда в Эйндховене (Нидерланды) при приеме швейцарской радиостанции прослушивалась работа другой мощной станции «Люксембург». Явление взаимной модуляции имеет схожесть с процессами, проходящими в смесителе, когда на него одновременно подаются два сигнала. В связи с этим НО следует одновременно облучать мощным гармоническим сигналом и сверхширокополосными импульсами.

Сверхширокополосный сигнал обозначим  $E_0(t)$ . Тогда переизлученный сигнал от нелинейного объекта  $E_r(t)$  определяется выражением (1)

$$E_r(t) = E_0(t) + g[E_0(t)],$$
 (1)

где g(x) – вид нелинейности.

При включении мощного высокочастотного гармонического сигнала  $E_1(t)$ , описывающегося выражением (2)

$$E_1(t) = A\sin(\omega t + \varphi),\tag{2}$$

переотраженный сигнал от НО будет определяться выражением (3)

$$E_{r}(t) = E_{0}(t) + E_{1}(t) + g\left[E_{0}(t) + E_{1}(t)\right] = E_{0}(t) + A\sin(\omega t + \varphi) + g\left[E_{0}(t) + A\sin(\omega t + \varphi)\right]. \tag{3}$$

Для исследования переотраженного сигнала синтезирована схема моделирования метода в программном комплексе «Matlab», представленная на рисунке 1. При моделировании рассматривается случай наличия одного закладного устройства в среде, не обладающей экранирующими и поглощающими радиоволны свойствами.

Сверхширокополосные импульсы формируются блоками «Pulse Generator» и «Digital Filter Design». Гармонический сигнал генерируется блоком «Sine Wave». С помощью сумматора эти два сигнала складываются и отправляются на HO «Fcn», вольт-амперная характеристика которого задана полиномом третей степени. Блоки «AWGN Channe» имитируют канал связи с шумами. Результаты моделирова-

ния представлены в виде спектрограмм в контрольных точках схемы: «Spectrum Analyser», «Spectrum Analyser1», «Spectrum Analyser2».

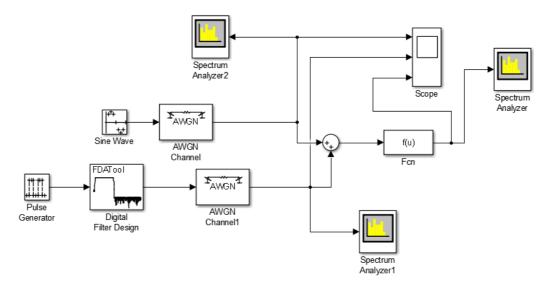


Рисунок 1 – Схема моделирования

Спектрограмма, снятая в контрольной точке «Spectrum Analyzer 1» и представленная на рисунке 2, показывает спектр сверхширокополосного сигнала. Отношение сигнал/шум при моделировании задано 20 дБм (dBm). Спектр сверхширокополосного сигнала ограничивается полосовым фильтром на уровне главного лепестка, и отсекается постоянная составляющая. Импульс приобретает вид второй производной гауссова импульса. Ширина спектра в данном случае составляет 0,833 ГГц (GHz) по уровню –3 дБ (dB) относительно максимального уровня мощности, который равен –10 дБм.

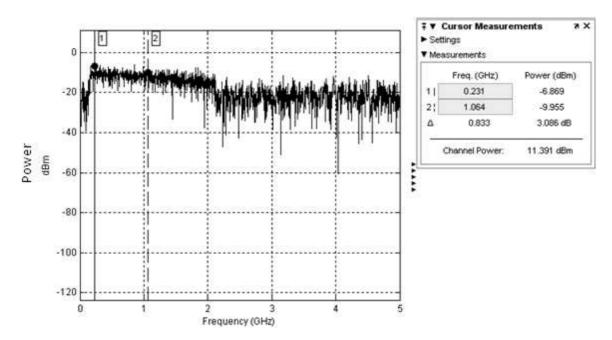


Рисунок 2 - Спектр сверхширокополосного сигнала

Спектр гармонического сигнала имеет одну спектральную составляющую мощностью 27 дБм на частоте 1,4  $\Gamma\Gamma$ ц, что выше максимальной частоты спектра сверхширокополосного сигнала на 600 MHz. Спектрограмма снимается в контрольной точке «Spectrum Analyzer 2» и представлена на рисунке 3.

Результат преобразования сигналов после воздействия на НО снимается в контрольной точке «Spectrum Analyzer» и представлен на рисунке 4.

Как видно из спектрограммы, переизлученный сигнал имеет в своем составе гармонику излучаемого сигнала частотой 1,4 ГГц на уровне 35 дБм, удвоенную уровнем 25 дБм и утроенную уровнем 15 дБм. Кроме того, наблюдается взаимная модуляция между гармоническим и сверхширокополосным сигналами. Причем спектр подобен амплитудно-модулированному сигналу, где в качестве несущей выступает гармонический сигнал. Следовательно, настроив приемник на одну из боковых полос модулированного сигнала, можно определять наличие нелинейного элемента. В результате появляется возможность отследить дальность до закладного устройства по задержке отраженного импульса.

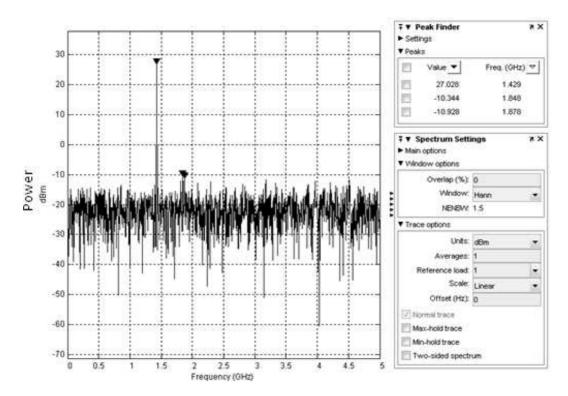


Рисунок 3 – Спектр монохроматического сигнала

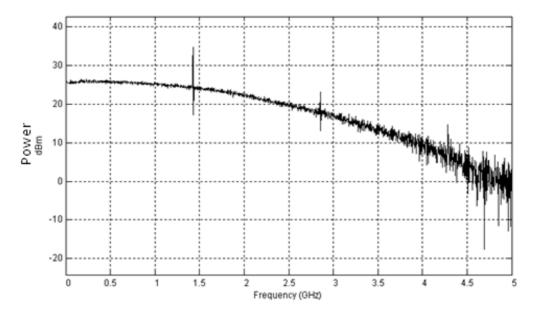


Рисунок 4 - Спектр сигнала после нелинейного преобразования

Для сравнения приведены спектрограммы при воздействии на квадратичную нелинейность (рис. 5, a) и на объект, не содержащий нелинейность (рис. 5,  $\delta$ ). При квадратичной нелинейности также присутствует

модуляция и удвоенная гармоника излученного гармонического сигнала, но отсутствует утроенная гармоника. При отсутствии нелинейности кратных гармоник модуляции не наблюдается.

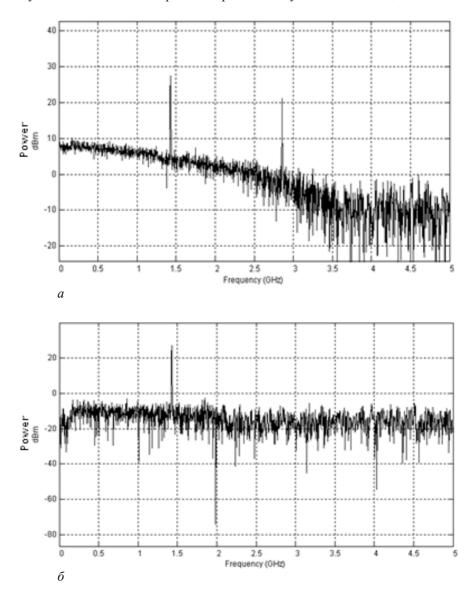


Рисунок 5 – Результаты преобразования: a – при квадратичной нелинейностии;  $\delta$  – при отсутствии нелинейности

Заключение. Исходя из полученных результатов видно, что при облучении НО одновременно гармоническим сигналом и сверхширокополосными импульсами наблюдается эффект взаимной модуляции. С помощью приемника НРЛ, настроенного на боковую полосу модулированного сигнала, полученного в результате нелинейного преобразования, происходит обнаружение НО. Кроме того, использование сверхширокополосного сигнала позволяет улучшить чувствительность НРЛ к закладным устройствам, обладающими малыми габаритами (до 5 см).

Таким образом, программная модель подтверждает возможность применения в нелинейной радиолокации рассмотренного способа обнаружения закладных устройств, обладающих малыми габаритами и имеющих в своем составе НО. Созданная модель является основой для проведения практических испытаний с целью получения более детальных результатов исследований.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Лощилов, А.Г. Разработка принципов нелинейной сверхширокополосной радиолокации / А.Г. Лощилов // Доклады ТУСУРа. – 2013. – № 4(30) – С. 31–38.

- 2. Параметрический метод обнаружения объектов с нелинейными рассеивателями / А.В. Иванов [и др.] // Известия вузов. Сер. Радиоэлектроника. 2003. № 9–10. С. 11–16.
- 3. Беляев, В.В. Состояние и перспективы развития нелинейной радиолокации / В.В. Беляев, А.Т. Маюнов, С.Н. Разиньков // Успехи современной радиоэлектроники. -2002. -№ 6. C. 59–78.
- 4. Чертков, В.М. Использование фазоманипулированного сигнала в задачах нелинейной радиолокации / В.М. Чертков, С.В. Мальцев // Вест. Полоц. гос. ун-та. Сер. С. Фундаментальные науки. 2010. № 3. С. 129–134.
- 5. GSM жучок N9 [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.spytome.net/manuals/Nero-Apple.pdf. Дата доступа: 02.04.2016.
- 6. Лезин, Ю.С. Оптимальные фильтры и накопители импульсных сигналов / Ю.С. Лезин. М. : Сов. радио, 1969.
- 7. Горбачев, А.А. Особенности зондирования электромагнитными волнами сред с нелинейными включателями / А.А. Горбачев // Нелинейный мир. 2006. № 7-9.
- 8. Дистанционная сверхширокополосная томография нелинейных радиоэлектронных элементов / В.П. Якубов [и др.] // Журнал технической физики. 2015. Т. 85, Вып. 2. С. 122–125.

Поступила 09.03.2016

#### METHOD OF INCREASING THE SENSITIVITY OF NON-LINEAR RADAR

## M. IVANOU, V. ZHELEZNIAK, V. CHERTKOV

This article provides a classification of non-linear radar used by the form of test signals and the mean exposure. The analysis of ways to improve the sensitivity of nonlinear radar to eavesdropping devices having small dimensions and having in its composition non-linear objects. The features of the use of complex signals in nonlinear radar. A method for increasing the sensitivity by use in conjunction with ultra-high frequency harmonic signal as the probe ultra-wideband pulse signal, whereby there is the effect of intermodulation due to which performed identification nonlinear objects among the plurality of reflectors, which do not apply to non-linear objects. This effect is confirmed by using the software model «Matlab» and the results are shown in the form of spectrograms. The programming model is the foundation for the practical tests.

Keywords: nonlinear radar, ultra-wideband signal, mutual modulation nonlinear object.

# ФИЗИКА

УДК 538.935+537.622

# КОРРЕЛЯЦИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ, МАГНИТНЫХ И ГАЛЬВАНОМАГНИТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК КОМПОЗИТОВ, ПОЛУЧЕННЫХ ИМПЛАНТАЦИЕЙ ИОНОВ 3D-ЭЛЕМЕНТОВ В ОКСИД ЦИНКА

д-р физ.-мат. наук, доц. М.Г. ЛУКАШЕВИЧ (Белорусский государственный университет, Минск)

Исследованы электрические, магнитные и гальваномагнитные характеристики композиционных материалов, полученных имплантацией ионов 3d-металлов  $(Mn^+, Fe^+, Co^+, Ni^+)$  c энергией 40  $\kappa \ni B$ в интервале доз  $1\cdot 10^{16}$ – $1,5\cdot 10^{17}$  см<sup>-2</sup> при плотности ионного тока 4 мкA/см<sup>2</sup> в оксид цинка. Установлено, что при имплантации  $Co^+$  дозой  $1.5 \cdot 10^{17}$  см $^{-2}$  происходит переход диэлектрик-металл, обусловленный формированием перколяционного проводящего кластера. При имплантации Fe,  $^+$   $Co^+$  и  $Ni^+$  переход не наблюдается. Формирование в модифицированном слое магнитных включений приводит к переходу суперпарамагнетик-ферромагнетик. Оценен диаметр формирующихся при имплантации  $Co^+$  и  $Ni^+$  кластеров. Показано, что на диэлектрической стороне перехода диэлектрик-металл магниторезистивный эффект обусловлен наличием сильного s-d-взаимодействия, приводящего к спиновому расщеплению примесных состояний и изменению радиуса экранирования или подвижности электронов в подзонах с противоположным направлением спина. На металлической стороне перехода диэлектрик-металл в режиме слабой локализации обнаружен гистерезис магниторезистивного эффекта. Это позволило заключить, что механизмом магниторезистивного эффекта является спин-зависимое рассеяние электронов проводимости на магнитных включениях. Показано, что размерный эффект в поперечном магнитосопротивлении тонкого магнитоупорядоченного слоя обусловлен не проявлением классического или квантового размерных эффектов, а изменением угла между направлением протекающего тока и намагниченностью во внешнем магнитном поле.

**Ключевые слова:** оксид цинка, ионная имплантация, кобальт, железо, марганец, никель, магнитосопротивление, намагниченность.

Введение. Синтез материалов, которые обладают полупроводниковыми свойствами и магнитным упорядочением при температурах выше комнатной, является одной из важнейших задач физического материаловедения [1]. Применение таких материалов перспективно не только в приборах спинтроники, основанных на спин-зависимых процессах туннелирования или рассеяния электронов, но и в устройствах магнитооптической записи и считывания информации со сверхвысокой плотностью. Одним из возможных методов создания таких материалов является введение электропроводящей магнитной примеси в диэлектрики. В частности, имплантация низкоэнергетичных ионов магнитных металлов в полимерные пленки, вследствие карбонизации приповерхностного слоя и формирования в нем металлических включений, приводит к формированию композиционного материала по обе стороны перехода диэлектрикметалл (ПДМ) и перехода суперпарамагнетик-ферромагнетик (ПСФ) с широким спектром магниторезистивных эффектов (МРЭ) [2]. Электрические, магнитные и гальваномагнитные характеристики таких композитов определяются ансамблем формирующихся проводящих как магнитных, так и немагнитных наночастиц, а также частиц типа ядро-оболочка. В таких системах важную роль играют размер, форма, кристаллическая структура формирующихся наночастиц, их окружение и проводимость матрицы.

Другим способом получения такого материала может быть легирование широкозонных полупроводников 3d- или 4f-металлами. Одним из наиболее перспективных полупроводниковых материалов для такой цели является оксид цинка, прямозонный, прозрачный в видимом диапазоне полупроводник, легирование которого переходными металлами позволяет получать материал с температурой Кюри выше комнатной [3]. Однако в настоящее время как механизм проводимости, так и формирования магнитного упорядочения при различных способах выращивания и легирования оксида цинка 3d-элементами является предметом дискуссий. Так, магнитные характеристики такого материала могут определяться магнитным взаимодействием между атомами введенных элементов, выпадением их в отдельную фазу, образованием магнитных поляронов или *s-d*-взаимодействием электронов проводимости с атомами переходных металлов [4–6]. Ионная имплантация является эффективным и широко используемым методом введения как немагнитных, так и магнитных примесей заданной концентрации в полупроводниковые материалы. Однако при имплантации в полупроводнике создается огромное число дефектов, приводящих к сильному

изменению электронных состояний и процессов переноса, что не может не сказываться на проводимости и формировании магнитного упорядочения и, как следствие, механизме возникновения МРЭ.

В настоящей работе обобщены результаты исследования электрических, магнитных и гальвано-магнитных характеристик оксида цинка, имплантированного ионами 3d-металлов, и акцентировано внимание на нахождении корреляции между ними в полученных тонких слоях композиционных материалов, установлении пороговых режимов имплантации для достижения ПДМ, ПСФ, а также установлении механизмов переноса электронов и МРЭ по обе стороны этих переходов и формирования магнитоупорядоченной структуры с полупроводниковыми свойствами.

**Методика эксперимента.** Объемные кристаллы оксида цинка были выращены гидротермальным методом, разрезаны на пластины толщиной 1 мм и имплантированы ионами 3d-металлов  $Mn^+$ ,  $Fe^+$ ,  $Co^+$  и  $Ni^+$  с энергией 40 кэВ в интервале доз  $(0,5-1,5)\cdot 10^{17}$  см<sup>-2</sup> при плотности ионного тока (j) 4 мкА/см<sup>2</sup> и комнатной температуре в остаточном вакууме не хуже  $10^{-5}$  Па на имплантаторе ИЛУ-3. Во избежание перегрева образца в процессе имплантации использовалась кассета, обеспечивающая эффективный сток ионного заряда с поверхности и плотный контакт с металлическим основанием, охлаждаемым водой. В процессе имплантации температура образцов не превышала 370 К. Расчет проецированного пробега имплантированных ионов  $(R_p)$  программой «SRIM – 2011» [7] показал, что он не превышает 40 нм.

Для проведения электрических измерений методом фотолитографии на имплантированной стороне изготавливались структуры Ван-дер-Пау [8]. Электрические контакты в виде квадрата со стороной 0,5 мм и расстоянием 50 мкм изготавливались последовательным напылением никеля и золота на имплантированную поверхность с последующей приваркой проволочек из золота. Для выяснения механизма переноса электронов в модифицированном слое использовалась методика линеаризации температурной зависимости сопротивления (R(T)-зависимость) в координатах  $\ln(R/R_{295}) - T^P$  при P = 1, 1/2, 1/3, 1/4, а также определение наклона температурной зависимости локальной энергии активации  $W(T) = -d(\ln R)/d(\ln T)$  [9].

Продольный и поперечный MPЭ при разных углах между направлением магнитного поля и плоскостью проводящего канала измерены при  $T=2.5~{\rm K}$  и сканировании магнитного поля в двух направлениях до  $B=0.5~{\rm Tл}$ . Измерения проводились на линейном участке вольт-амперной характеристики. Температурные зависимости намагниченности измерялись квантовым интерференционным магнитометром SQUID XL-5 в режиме охлаждения образца без магнитного поля (ZFC-режим) и в магнитном поле  $B=2~{\rm MTл}$  (FC-режим), а петли магнитного гистерезиса измерены при  $T=5~{\rm K}$  в магнитном поле до  $B=5~{\rm Tл}$ , когда магнитное поле параллельно плоскости модифицированного имплантацией слоя.

# Результаты эксперимента и их обсуждение.

Электрические характеристики. На рисунке 1 показаны R(T)-зависимости оксида цинка, имплантированного  $\mathrm{Co^+}$  дозами (D) 5,0· $\mathrm{10^{16}}$  и 1,0· $\mathrm{10^{17}}$  см $^{-2}$ . Видно, что сопротивление с понижением температуры увеличивается, т.е. температурный коэффициент сопротивления (ТКС) имеет отрицательный знак, а наиболее резкое увеличение наблюдается при  $T < 30~\mathrm{K}$  и оба модифицированных слоя находятся на диэлектрической стороне ПДМ. Увеличение дозы имплантации (кривая 2 на рис. 1) приводит к повышению сопротивления и к значительно большему его изменению в области низких температур, что является

следствием большего разупорядочения и увеличения степени компенсации в модифицированном слое.

Из вида R(T)-зависимости для образца, имплантированного дозой  $D=1,5\cdot 10^{17}$  см $^{-2}$  (рис. 2), можно заключить, что он находится на металлической стороне ПДМ. Температурный коэффициент сопротивления модифицированного слоя положителен, однако при  $T < T_{\scriptscriptstyle M} = 20$  К его знак изменяется на отрицательный. Такой вид R(T)-зависимости характерен для металлического режима переноса электронов, при котором в области низких температур  $T < T_{\scriptscriptstyle M}$  преобладают процессы слабой электронной локализации и/или электрон-электронного взаимодействия [10].

R(T)-зависимости оксида цинка, имплантированного  $\mathrm{Mn^+}$ ,  $\mathrm{Fe^+}$  и  $\mathrm{Ni^+}$  дозой  $D=1,5\cdot 10^{17}$  см $^{-2}$ , показаны на рисунке 3. Можно видеть, что ТКС отрицателен, т.е. в отличие от имплантации  $\mathrm{Co^+}$  модифицированные слои находятся на диэлектрической стороне ПДМ. Наиболее резкое увеличение сопротивления модифицированного слоя при имплантации  $\mathrm{Mn^+}$ ,  $\mathrm{Fe^+}$  и  $\mathrm{Ni^+}$  наблюдается при T меньше 30, 50 и 150 К соответст-

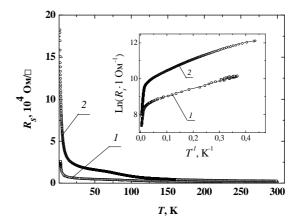
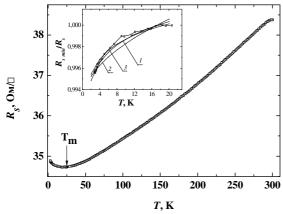


Рисунок 1 – Температурные зависимости сопротивления оксида цинка, имплантированного ионами  $\mathrm{Co}^+$ , при j=4 мк $\mathrm{A/cm}^2$ ; D,  $\mathrm{cm}^{-2}$ :  $1-5\cdot 10^{16}$ ;  $2-1\cdot 10^{17}$ . На вставке показаны зависимости в координатах  $\ln(R\cdot 1\ \mathrm{Om}^{-1})-1/\mathrm{T}$ 

венно. При этом величина сопротивления, которая на три-четыре порядка выше, чем при имплантации  $\mathrm{Fe}^+$ , характерна для слоев, модифицированных имплантацией  $\mathrm{Mn}^+$  и  $\mathrm{Ni}^+$ . Таким образом, только высокодозная ( $D=1,5\cdot10^{17}\,\mathrm{cm}^{-2}$ ) имплантация  $\mathrm{Co}^+$  приводит к ПДМ в модифицированном слое, в то время как имплантированные  $\mathrm{Mn}^+$ ,  $\mathrm{Fe}^+$  и  $\mathrm{Ni}^+$  слои остаются на диэлектрической стороне перехода.



 $3 - \sigma \propto \sigma_0 + A(T/T_0)^{1/2} + B \ln(T/T_0)$ 

T, KРисунок 2 — Температурная зависимость сопротивления оксида цинка, имплантированного ионами  $Co^+$ .  $D=1,5\cdot 10^{17}$  см $^-^2$ , при j=4 мк $A/\text{cm}^2$ . На вставке — температурная зависимость сопротивления при  $T<T_M$  в масштабе  $R_{s \min}/R_s$  от T и ее интерполяция зависимостями:  $1-\sigma \propto \sigma_0+A(T/T_0)^{1/2}; \ 2-\sigma \propto \sigma_0+B\ln(T/T_0);$ 

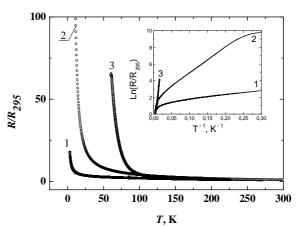


Рисунок 3 — Температурная зависимость сопротивления, отнесенного к сопротивлению при  $T=295~{\rm K}$  оксида цинка, имплантированного ионами:  $1-{\rm Mn}^+$ ;  $2-{\rm Fe}^+$ ;  $3-{\rm Ni}^+$  дозой  $1,5\cdot 10^{17}~{\rm cm}^{-2}$ . На вставке показаны зависимости в координатах  $\ln(R/R_{295})-1/T$ 

Механизм проводимости в модифицированном слое, обозначенный как «I» — изолятор и «Mе» — металл, а также поверхностное сопротивление модифицированного слоя при T = 295 K, приведены в таблице 1.

Таблица 1 — Механизм проводимости, поверхностное сопротивление при  $T=295~{\rm K}$  и время релаксации в ZnO, имплантированном ионами 3d-металлов дозой  $D=1,5\cdot 10^{17}~{\rm cm}^{-2}$  при плотности ионного тока  $j=4~{\rm mkA/cm}^2$ 

Имплантированные ионы	Режим проводимости	Поверхностное сопротивление при 295 K, Ом/□	$\Delta \epsilon_1, \ $ мэ ${ m B}$	$\Delta \epsilon_2,$ мэВ	Время релаксации, мкс
Mn	I	$1.10^{6}$	40	0,7	150
Fe	I	2300	22	2,7	1,5
Co	Me	38,3			_
Ni	I	$1,3 \cdot 10^7$	18		80

R(T)-зависимости неупорядоченных электронных систем обычно описываются с помощью выражения Мотта:  $R=R_0\exp(T_0/T)^P$ , где  $R_0$  — предэкспоненциальный множитель,  $T_0$  — постоянная, зависящая от радиуса локализации и плотности состояний в окрестности уровня Ферми, P — показатель, характеризующий размерность (D) прыжкового транспорта P=1/(1+D), D=1,2,3 [11]. Величина P позволяет описать размернозависимый прыжковый перенос электронов по локальным центрам в слабо  $(p=\frac{1}{4};\frac{1}{3};\frac{1}{2})$  [11] и сильно легированных и компенсированных полупроводниках  $(p=\frac{1}{2})$  [12], а также туннелирование электронов между проводящими включениями, разделенными туннельно-прозрачным барьером  $(p=\frac{1}{2})$  [13]. Однако R(T)-зависимости, представленные в координатах  $\ln(R/R_{295}) - T^P$ , не показывают удовлетворительной линеаризации для всех вышеупомянутых величин P, а представленные в координатах  $\ln(R/R_{295}) - T^P$  (вставки на рис. 1 и 3) имеют два наклона: в высокотемпературной ( $\Delta \epsilon_1$ ) и низкотемпературной ( $\Delta \epsilon_2$ ) областях, величины которых приведены в таблице 1. R(T)-зависимость для имплантированного ионами  $Mn^+$  образца имеет только один наклон, так как величина его сопротивления при T<60 К превышала возможности экспериментальной установки.

В высокотемпературной области  $\Delta \epsilon_1$  много меньше как теоретической, так и экспериментальной величины энергии ионизации мелкого донора в оксиде цинка (~ 60 мэВ) [3]. Это позволяет связать  $\Delta \epsilon_1$  с энергией активации электронов с уровня Ферми на уровень протекания, а  $\Delta \epsilon_2$  – с туннелированием электронов через флуктуационные барьеры зоны проводимости, которые появились из-за сильной разупорядоченности модифицированного слоя. Можно отметить, что наилучшее спрямление R(T)-

зависимостей в масштабе  $\ln(R) - (1/T)^p$  наблюдается при использовании  $p = \frac{1}{2}$ , что характерно для сильно легированных и компенсированных полупроводников (p = 5/11) [12], а также предсказывается и для туннелирования электронов между проводящими кластерами ( $p = \frac{1}{2}$ ) [13].

На металлической стороне ПДМ при  $T < T_{\scriptscriptstyle M}$  температурную зависимость проводимости удается экстраполировать в рамках теории квантовых поправок к проводимости с учетом процессов слабой локализации и электрон-электронного взаимодействия [10]. Зависимость проводимости от температуры вида  $\sigma(T) = \sigma_0 + A(T/T_0)^{1/2} + B \ln(T/T_0)$  (вставка на рис. 2) наилучшим образом согласуется с экспериментом при приблизительно равных коэффициентах A и B, где коэффициенты A и B – вклады от поправок к проводимости для процессов слабой локализации и электрон-электронного взаимодействия в случае двухмерного и трехмерного проводника. Неактивационный механизм переноса электронов при низких температурах подтвердил определенный по [9] наклон температурной зависимости локальной энергии активации, который при T < 20 К имеет положительный знак.

Отмеченные выше увеличение сопротивления модифицированного имплантацией Co<sup>+</sup> слоя и энергии активации электронов с уровня Ферми на уровень протекания при увеличении дозы имплантации свидетельствуют, что ПДМ в нем не является переходом Мотта, а вызывается постепенным формированием перколяционного проводящего кластера, т.е. модифицированный имплантацией слой оксида цинка по сути является композиционным материалом, представляющим собой полупроводниковую матрицу с металлическими включениями. Надо отметить, что аномальный андерсоновский ПДМ, при котором имели место процессы слабой локализации и электрон-электронного взаимодействия, ранее наблюдался в металлополимерных композитах, полученных имплантацией Co<sup>+</sup> в полиимид [2], а также в кобальтсодержащих углеродных волокнах [14]. В то же время имплантация Ni<sup>+</sup>, Cu<sup>+</sup> или Ag<sup>+</sup> в полиимид, а также формирование кластеров палладия в углеродном волокне не приводили к ПДМ.

Основной причиной отсутствия ПДМ при имплантации  $Mn^+$ ,  $Fe^+$  и  $Ni^+$  может быть разная активность формирования оксидов и формирование частиц по типу «ядро-оболочка». Согласно [15] в нано-композиционных пленках, содержащих как наночастицы железа, так и кобальта, вероятность образования оксида железа выше. Однако для детального ответа на этот вопрос необходимы дополнительные структурные исследования.

Для подтверждения обнаруженного на постоянном токе ПДМ изучались частотные зависимости импеданса. Частотная зависимость сдвига фаз  $\varphi$  между током и напряжением при T=300 К показана на рисунке 4. Для образцов с диэлектрическим режимом переноса сдвиг фаз имеет отрицательный знак (кривые 1, 2, 4 на рис. 4) и наибольшей величины достигает при имплантации  ${\rm Mn}^+$  и  ${\rm Ni}^+$ . Вместе с тем ожидаемого изменения знака  $\varphi$  на положительный при ПДМ не наблюдалось, хотя он и близок к нулю (кривая 3 на рис. 4). Последнее может быть связано с формированием практически прямолинейного проводящего кластера между электрическими контактами.

На рисунке 5 показан нормированный на максимальную величину годограф импеданса для диэлектрического режима переноса электронов. Форма годографа имеет типичный вид полукруга с максимумом в интервале частот от 1 до 94 кГц. Максимум годографа наблюдается при условии  $\omega \tau = 1$ , где  $\omega$  – циклическая частота и  $\tau$  – время релаксации для структуры «проводящее включение/изолирующий слой/проводящее включение» в приближении идеального плоского конденсатора и RC-цепи [16]. Для такой идеализированной модели  $\tau \sim \epsilon_0 \epsilon_r / \sigma$ , где  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная,  $\epsilon_r$  – относительная диэлектрическая проницаемость и  $\sigma$  – электропроводность изолирующего слоя, время релаксации может рассматриваться как максвелловское время релаксации. Определенные величины  $\tau$ , приведенные в таблице 1, изменялись в диапазоне от 1,5 до 150 мкс.

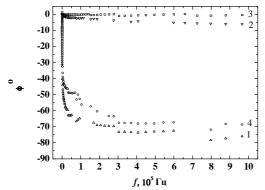


Рисунок 4 — Зависимость сдвига фаз между током и напряжением от частоты для ZnO, имплантированного:  $1-Mn^+; 2-Fe^+; 3-Co^+$  и  $4-Ni^+$  дозой  $1.5\cdot 10^{17}$  см $^{-2}$ 

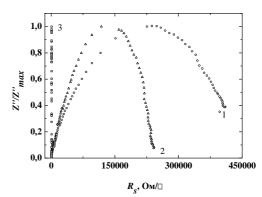
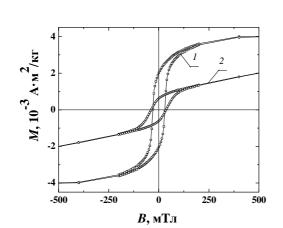


Рисунок 5 – Годограф импеданса оксида цинка, имплантированного:  $1-Mn^+$ ;  $2-Ni^+$  и  $3-Fe^+$  дозой  $1,5\cdot 10^{17}$  см $^{-2}$ 

**Магнитные характеристики.** Петли гистерезиса намагниченности ZnO, имплантированного Co<sup>+</sup> дозами  $5.0\cdot10^{16}$  и  $1.0\cdot10^{17}$  см<sup>-2</sup>, измеренные при T=5 K, приведены на рисунке 6, а на рисунке 7  $(a-\varepsilon)$  – петли гистерезиса при  $D=1.5\cdot10^{17}$  см<sup>-2</sup> для всех имплантированных ионов. Все петли гистерезиса имеют открытый вид с коэрцитивной силой  $(B_c^{\ M})$  в интервале от 0,0275 до 0,04 Тл. Как и следовало ожидать, исходя из величины магнитного момента атомов вышеуказанных элементов, наибольшие величины намагниченности насыщения и остаточной намагниченности характерны для имплантации  $\mathrm{Fe^+}$ , а наименьшие – для  $\mathrm{Ni^+}$  и  $\mathrm{Mn^+}$ . Основные магнитные характеристики имплантированного ионами 3d-металлов дозой  $1.5\cdot10^{17}$  см<sup>-2</sup> оксида цинка – коэрцитивная сила, намагниченность насыщения и остаточная намагниченность – приведены в таблице 2.



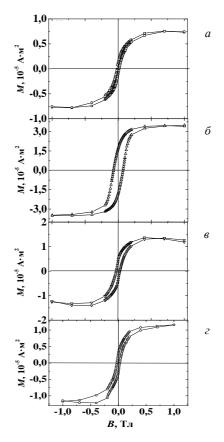


Рисунок 6 – Петли намагниченности при  $T=5~{\rm K}$  оксида цинка, имплантированного  ${\rm Co}^+$ . D,  ${\rm cm}^{-2}$ :  $1-5\cdot 10^{16}$ ;  $2-1\cdot 10^{17}$ 

Рисунок 7 — Петли гистерезиса намагниченности при  $T=5~{
m K}$  оксида цинка, имплантированного:  $a-{
m Mn}^+$ ;  $\delta-{
m Fe}^+$ ;  $\delta-{
m Co}^+$  и  $\varepsilon-{
m Ni}^+$ , дозой  $D=1,5\cdot 10^{17}~{
m cm}^{-2}$ 

Таблица 2 — Основные магнитные характеристики оксида цинка, имплантированного ионами 3d-металлов дозой  $1,5\cdot 10^{17}\,\mathrm{cm}^{-2}\,\mathrm{пр} u\,j=4\,\mathrm{mkA/cm}^2$ 

Импл. Ионы	$H_c$ , к $A$ /кг	$M_s$ , $\mathrm{Am}^2/\mathrm{k}$ г	$M_{r}$ , $\mathrm{Am}^2/\mathrm{k}$ г	$M_s$ , $\mu_{ m B}$	$T_b$ , K	$T_{ir}$ , K	<i>d</i> , нм
Mn	11,15	5,55	0,79	0,011	-	-	-
Fe	57,32	11,78	5,84	0,09	~ 70	300	-
Co	21,49	5,48	1,39	0,022	25	50	~ 4
Ni	20,30	3,85	0,85	0,014	21	40	~ 20

Температурные зависимости намагниченности (M(T)-зависимости) при имплантации  $Co^+$  дозами  $5,0\cdot 10^{16}$  и  $1,0\cdot 10^{17}$  см<sup>-2</sup> и охлаждении образца без магнитного поля (ZFC-режим) и в магнитном поле индукцией 2 мТл (FC-режим) показаны на рисунке 8. Вид M(T)-зависимостей при  $D=5,0\cdot 10^{16}$  см<sup>-2</sup>, а также открытая петля гистерезиса при T=300 К указывают на ферромагнитное состояние модифицированного слоя, а их разный ход свидетельствует о наличии в нем суперпарамагнитных включений. При  $D=1,0\cdot 10^{17}$  см<sup>-2</sup> вид M(T)-зависимости в режиме ZFC (кривая 3 на рис. 8) свидетельствует о бимодальном распределении магнитных включений по размеру. Можно отметить, что температура первого

максимума  $T \approx 60~\rm K$  хорошо коррелирует с температурой смены механизма переноса электронов (см. вставку на рис. 1), а второй максимум находится при  $T > 300~\rm K$ . В оксиде цинка, имплантированном  $\rm Mn^+$ , вследствие очень малого магнитного отклика и разброса экспериментальных точек обнаружить характерные особенности намагниченности из-за формирования магнитных включений не удается. Тем не менее, знак магнитной восприимчивости имплантированных  $\rm Mn^+$  образцов положительный. В использованном для измерения магнитном поле, равном 2 мТл, она не превышала  $7.27 \cdot 10^{-2}~\rm Am^2/kr$  и не зависела от температуры в интервале от 5 до 300 К.

M(T)-зависимости при двух режимах измерения и имплантации  $Fe^+$ ,  $Co^+$ и  $Ni^+$  дозой  $1,5\cdot 10^{17}$  см<sup>-2</sup> показаны на рисунках  $9, a, \delta$  и b соответственно. При имплантации  $Co^+$  и  $Ni^+$  ZFC-зависимости (кривые 1 на рис.  $9, \delta$  и b) имеют вид, характерный для сформировавшегося в матрице оксида цинка ансамбля суперпарамагнитных наночастиц, а именно: намагниченность увеличивается c повышением температуры и достигает максимальной величины при температуре блокировки  $T_b$  магнитного момента частицы c0 средним магнитным моментом, а при  $T > T_b$  намагниченность уменьшается. В имплантированных  $Co^+$  и  $Ni^+$  образцах температуры блокировки близки:  $T_b$  (Co) = 25 K, и  $T_b$ (Ni) = 21 K. Кроме того, температура, при которой M(T)-зависимости при измерении в режимах ZFC и  $T_b$ 0 расщепляются  $T_{ir}$ 1 и которая характеризует необратимость магнитных изменений, превышает  $T_b$ 1 в два и более раза. Величины отмеченных характеристических температур приведены в таблице 2.

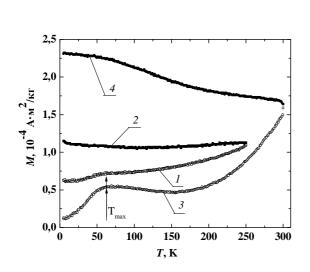


Рисунок 8 – Температурные зависимости намагниченности оксида цинка, имплантированного  ${\rm Co^+}$ . D,  ${\rm cm^{-2}}$ :  $1, 2-5\cdot 10^{16}$ ;  $3, 4-1\cdot 10^{17}\,{\rm cm^{-2}}$ . Режимы измерения ZFC (кривые 1, 3) и FC (кривые 2, 4)

Рисунок 9 — Температурные зависимости намагниченности оксида цинка, имплантированного: a —  $Fe^+$ ;  $\delta$  —  $Co^+$  и  $\epsilon$  —  $Ni^+$  дозой 1,5· $10^{17}$  см<sup>-2</sup>, измеренные в режимах ZFC (кривые 1) и FC (кривые 2) в магнитном поле 2 мТл

В композите, полученном имплантацией  $Fe^+$  (см. рис. 9, a), M(T)-зависимость в ZFC режиме по-казывает не уменьшение, а немонотонное увеличение вплоть до комнатной температуры с небольшим экстремумом при  $T \approx 70$  К. Кроме того, в отличие от характерного уменьшения намагниченности ансамбля суперпарамагнитных наночастиц кобальта и никеля при увеличении температуры в FC режиме измерения, в этом случае намагниченность остается практически неизменной (кривая 2 на рис. 9, a). При этом  $T_{ir}$  значительно больше температуры экстремума и равна комнатной или несколько больше. Отмеченные особенности M(T)-зависимостей для обоих режимов измерения являются типичными для магнитных систем с широким распределением магнитных частиц по размеру или с сильным магнитным взаимодействием [17]. Интересно отметить, что при  $T > T_b$ , уменьшение намагниченности в ZFC-режиме измерения с увеличением температры наблюдалось ранее при имплантации в полиэтилентерефталат  $Fe^+$  до  $D = 1,0\cdot10^{-17}$  см $^{-2}$ , а при  $D = 1,5\cdot10^{-17}$  см $^{-2}$  она увеличивалась. При этом  $T_{ir}$  также достигала комнатной и в FC-режиме измерения намагниченности не зависели от температуры [18].

Объяснение формирования магнитного упорядочения в модифицированном имплантацией ионов 3d-металлов оксиде цинка возможно в рамках ряда механизмов: 1 — образование твердого раствора, 2 — формирование магнитных наночастиц, 3 — образование и перекрытие связанных магнитных поляронов, 4 — s-d-взаимодействие электронов в ямах флуктуации рельефа зоны проводимости с атомами переходных металлов. Как видно из приведенных M(T)-зависимостей, основным механизмом формирования магнитного упорядочения при имплантации оксида цинка  $Co^+$  и  $Ni^+$  является формирование в модифицированном слое магнитных наночастиц, а  $Fe^+$  — их агломератов.

Если предположить выпадение в модифицированном слое оксида цинка при имплантации  $\mathrm{Co}^+$  и  $\mathrm{Ni}^+$  кластеров кобальта и никеля, для которых наблюдается достаточно узкий пик на M(T)-зависимости в ZFC-режиме, то используя соотношение, связывающее  $T_b$  магнитного момента с константой магнитной анизотропии и объемом частицы [19]:

$$K_{eff}V = \beta k_B T_b$$
,

где  $k_B$  – постоянная Больцмана;

 $T_b$  – температура блокировки;

 $K_{\it eff}$  – эффективная константа магнитной анизотропии;

V – объем магнитного кластера;

 $\beta = \ln (\tau_m / \tau_0),$ 

можно оценить размер формирующихся магнитных наночастиц.

Здеь  $\tau_m$  – время измерения, а  $\tau_0$  – предэкспоненциальный множитель в законе Аррениуса для времени магнитной релаксации  $\tau = \tau_0 \exp{(K_{eff} V_p / k_B T_b)}$ .

В проведенных измерениях  $\beta=25$ . Так, использование для оценки константы магнитной анизотропии объемного кобальта  $\alpha$ - и  $\beta$ -модификаций [20, 21] и кластеров  $\epsilon$ -модификации [22], изменяющейся в интервале от  $2,5\cdot10^5$  до  $4,2\cdot10^5$  Дж/м³, а также никеля  $K_{eff}=5,12\cdot10^3$  Дж/м³ [23], показало, что диаметр формирующихся наночастиц кобальта около 4 нм, а никеля -20 нм. Надо отметить, что проведенная оценка носит качественный характер, так как в ней использованы величины  $K_{eff}$  объемных материалов, в то время как в случае формирования наночастиц существенный вклад в величину  $K_{eff}$  может внести не только кристаллическая структура частицы, но ее размер и форма [24].

В таблице 2 также приведена рассчитанная на один имплантированный ион намагниченность полученного имплантацией композита в магнетонах Бора. В целом она коррелирует с величиной магнитных моментов внедренных ионов, изменяющейся в диапазоне  $(1,6-2,2)\mu_B$ , однако много меньше единицы. Это однозначно свидетельствует о формировании при имплантации в модифицированном слое не только ферромагнитных, но и антиферромагнитных фаз, в качестве которых в первую очередь могут выступать оксиды или соединения цинка с атомами имплантированных элементов.

**Магниторезистивный эффект.** На рисунках 10 и 11 показаны магнитополевые зависимости продольного (a) и поперечного (b) МРЭ, измеренного при T=2.5 К и разных углах  $\phi$  между направлением магнитного поля и плоскостью проводящего канала для композита, полученного имплантацией  ${\rm Co}^+$  и находящегося на диэлектрической стороне ПДМ. Независимо от ориентации направлений «ток – магнитное поле» в области слабых магнитных полей магнитосопротивление (MC) положительно (ПМС). При  $D=5\cdot 10^{16}~{\rm cm}^{-2}$  оно достигает максимальной величины в поле  $B\approx 280~{\rm mT}$ л, а при  $D=1\cdot 10^{17}~{\rm cm}^{-2}$  — более чем в два раза выше и в максимальном поле показывает только тенденцию к насыщению. При этом величины продольного и поперечного эффектов при  $\phi=0^\circ$  для обеих доз имплантации практически одинаковы, а увеличение  $\phi$  приводит к уменьшению величины ПМС. С увеличением  $\phi$  максимум ПМС смещается в область слабых полей и при  $D=5\cdot 10^{16}~{\rm cm}^{-2}$  даже в слабых полях наблюдается отрицательное МС (ОМС) с немонотонной зависимостью (экстремум при  $B\approx 100~{\rm mT}$ л), когда магнитное поле перпендикулярно плоскости канала. При  $D=1\cdot 10^{17}~{\rm cm}^{-2}$  и  $\phi=80^\circ$  ПМС достигает максимальной величины в поле  $B\approx 100~{\rm mT}$ л, дальнейшее увеличение поля не приводит к его изменению (кривая 6 на рис. 11), в то время как при  $\phi=90^\circ$  наблюдается максимум ПМС при  $B\approx 100~{\rm mT}$ л, а при  $B>200~{\rm mT}$ л — переход к ОМС.

Отмеченные особенности МРЭ свидетельствуют, что он представляет собой сумму положительной и отрицательной компонент с разной зависимостью от магнитного поля. Вообще говоря, ПМС может вызываться действием силы Лоренца на движущийся носитель заряда при зонной проводимости [25], сжатием волновых функций электронов на примесных центрах при прыжковой [12, 26], анизотропным МРЭ в магнитоупорядоченной среде [27] или же проявлением обменного s-d взаимодействия в разбавленных магнитных полупроводниках [28]. Однако ПМС не описывается квадратичной или экспоненциальной магнитополевой зависимостью, характерной для лоренцевского или прыжкового МРЭ, а близость по величине продольного и поперечного эффектов при  $\varphi = 0^{\circ}$ , т.е. когда магнитное поле параллельно плоскости проводящего канала, не позволяет связать ПМС с анизотропным МРЭ, хотя имплантированные кобальтом образцы при T = 2,5 К проявляют ферромагнитные свойства (см. рис. 6).

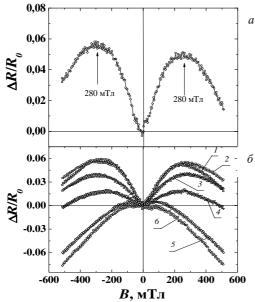


Рисунок 10 — Магнитополевая зависимость продольного (a) и поперечного (б) магнитосопротивления при T=2.5 К оксида цинка, имплантированного  $\mathrm{Co^+}$  дозой  $D=5\cdot 10^{16}$  см $^{-2}$ . Угол между направлением магнитного поля и плоскостью проводящего канала  $\varphi$ :  $1-0^\circ$ ;  $2-30^\circ$ ;  $3-45^\circ$ ;  $4-60^\circ$ ;  $5-85^\circ$ ;  $6-90^\circ$ 

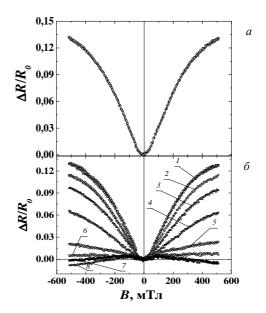


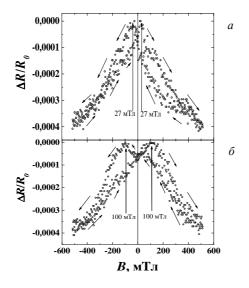
Рисунок 11 — Магнитополевая зависимость продольного (a) и поперечного (б) магнитосопротивления при T=2,5 оксида цинка, имплантированного  $\mathrm{Co^+}$  дозой  $D=1\cdot10^{17}$  см $^{-2}$ . Угол между направлением магнитного поля и плоскостью проводящего канала  $\varphi$ :  $1-0^\circ$ ;  $2-30^\circ$ ;  $3-45^\circ$ ;  $4-60^\circ$ ;  $5-75^\circ$ ;  $6-80^\circ$ ;  $7-85^\circ$ ,  $7-90^\circ$ 

Положительное МС легированного оксида цинка в области низких температур обычно связывается с прыжковым механизмом переноса носителей заряда, а ОМС – с подавлением магнитным полем процессов слабой локализации [29]. Однако отмеченные выше особенности МРЭ в имплантированном Со<sup>+</sup> оксиде цинка свидетельствуют о том, что, несмотря на прыжковый механизм переноса электронов, он обусловлен не сжатием волновых функций прыгающих электронов на локальных центрах, как это предположено в [12, 26], а расщеплением примесных состояний на две спиновые подзоны вследствие наличия обменного *s-d*-взаимодействия локализованных электронов со спинами d-уровня атомов кобальта. Несмотря на отсутствие аналитического выражения для его магнитополевой зависимости, этот механизм неоднократно использовался для объяснения аномального поведения МРЭ в разбавленных магнитных полупроводниках [30, 31] и представляется наиболее реальным. В этом случае увеличение сопротивления в магнитном поле обусловливается перераспределением электронов между расщепившимися из-за *s-d*-взаимодействия спиновыми подзонами с направлением спина «вверх» и «вниз» и, как следствие, изменением радиуса экранирования Томаса – Ферми. Последнее приводит к увеличению флуктуации потенциального рельефа зоны проводимости и, следовательно, большей локализации электронов, т.е. к ПМС.

Отметим также, что ПМС в вышеуказанной двухзонной модели может обусловливаться не только изменением радиуса экранирования, но и эффектом магнитного вымораживания, т.е. перераспределением электронов между зоной проводимости и примесной зоной [31] или разной величиной подвижности электронов в подзонах с противоположным направлением спина [32]. Так, ПМС оксида цинка в [33] объяснено с использованием полуэмпирической двухзонной модели, в которой проводимость определяется подзоной со спином «вверх», несмотря на то, что подвижность носителей в ней меньше. Исходя из вышесказанного, понятно насыщение величины поперечного ПМС и переход в область ОМС, когда магнитное поле направлено перпендикулярно плоскости проводящего канала, так как вследствие его малой толщины и большого размагничивающего фактора в этом направлении спонтанная намагниченность такого образца лежит в плоскости канала.

Отрицательное МС с линейной зависимостью от поля при прыжковом переносе электронов предсказывается теорией эффективной среды [34], а также при учете изменения радиуса локализации носителя магнитным полем [35]. Оно также характерно и для туннелирования электронов между магнитными кластерами в диэлектрической матрице [36]. Однако нелинейная зависимость ОМС от поля и отсутствие гистерезиса на магнитополевых зависимостях позволяют исключить вышеуказанные механизмы уменьшения сопротивления в магнитном поле. В этом случае можно считать, что основным механизмом ОМС в оксиде цинка, имплантированном Co<sup>+</sup>, является образование связанных магнитных поляронов и увеличение вероятности их прыжков во внешнем магнитном поле [37, 38].

Для режима слабой локализации на металлической стороне ПДМ, также как и для режима сильной локализации, магнитополевая зависимость продольного МС совпадает с поперечным при параллельной ориентации магнитного поля и плоскости проводящего канала. На рисунке 12 показан поперечный МРЭ для образца, имплантированного  $Co^+$  дозой  $1.5 \cdot 10^{17}$  см $^{-2}$  (режим слабой локализации), измеренный при взаимно перпендикулярной (a) и параллельной (b) ориентациях направления магнитного поля и плоскости проводящего канала и T = 2.5 К. Отрицательный знак MPЭ является типичным для режима слабой локализации, так как магнитное поле расстраивает квантовую интерференцию электронных волн на самопересекающихся траекториях, а при наличии сильного спин-орбитального взаимодействия может наблюдаться и знакопеременный эффект. Здесь следует подчеркнуть, что в этом случае МРЭ изменяет знак с положительного в слабом на отрицательный в сильном магнитном поле и не имеет гистерезисных явлений [10], которые, как видно из рисунка 12, в режиме слабой локализации отчетливо проявляются с коэрцитивной силой 0,027 Тл и 0,1 Тл – для двух ориентаций магнитного поля по отношению к плоскости проводящего канала:  $\phi = 0^{\circ}$  и  $\phi = 90^{\circ}$  соответственно. Направление сканирования магнитного поля указано стрелками, а величина МС определена по отношению к максимальной величине сопротивления образца, которое соответствует размагниченному состоянию. Такая зависимость характерна для гигантского МРЭ [39], в частности для гранулированной пленки металла с кластерами кобальта [40]. В этом случае MC обращается в ноль при  $B = B_c^{M}$ . Как видно, в случае взаимно перпендикулярной ориентации направления магнитного поля и плоскости проводящего канала это наблюдается при B=0,1 Тл и достаточно хорошо коррелирует с величиной коэрцитивной силы, полученной для кластеров кобальта с диаметром около 5 нм в пленке алюминия [40]. Уменьшение величины этого поля до  $B=27~{\rm mT}$ л при  $\phi=0^\circ$  вызывается разной величиной коэрцитивной силы пленочной магнитной структуры, когда магнитное поле параллельно и перпендикулярно ее плоскости. Отметим также, что для металлического режима переноса электронов в режиме слабой локализации наблюдается достаточно хорошая корреляция величин коэрцитивной силы, определенных из петель магнитного гистерезиса и MPЭ. Так, коэрцитивная сила при T = 5 K, определенная из петли магнитного гистерезиса,  $B_c^{M} = 0.024$  Тл, а из петли MPЭ при T = 2.5 K –  $B_c^{\ MC} = 0.027\ {\rm Tr}$ , что с учетом температурной зависимости коэрцитивной силы [41] достаточно хорошо совпадает.



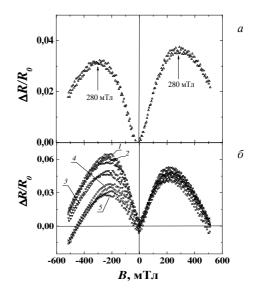


Рисунок 12 — Магнитополевая зависимость поперечного магнитосопротивления при T=2,5 К оксида цинка, имплантированного  $\mathrm{Co^+}$  дозой  $1,5\cdot 10^{17}$  см $^{-2}$ . Параллельная (a) и перпендикулярная (b) ориентация магнитного поля и плоскости проводящего канала

Рисунок 13 — Продольное (a) и поперечное при  $T=2.5~\rm K$  и разных углах между направлением магнитного поля и плоскостью проводящего канала ( $\delta$ ) магнитосопротивление оксида цинка, имплантированного  ${\rm Fe}^+$  дозой  $1.5\cdot 10^{17}~\rm cm^{-2}$ .  $\phi$ :  $1-0^\circ$ ;  $2-10^\circ$ ;  $3-30^\circ$ ;  $4-45^\circ$ ;  $5-90^\circ$ 

На рисунке 13, a показан продольный и на 13,  $\delta$  – поперечный МРЭ при разных  $\phi$  в имплантированном Fe<sup>+</sup> оксиде цинка на диэлектрической стороне ПДМ. Также как и в имплантированных Co<sup>+</sup> образцах (см. рис. 10 и 11), знак МРЭ положителен в слабом магнитном поле и для параллельной ориентации «магнитное поле – ток» МС достигает максимальной величины в таком же поле  $B \approx 280$  мТл. Однако поперечное МС (рис. 13,  $\delta$ ) достигает максимальной величины в несколько меньшем поле  $B \approx 220$  мТл и, кроме того, положение максимума практически не зависит от  $\phi$ . Видно также, что при B > 500 мТл знак

МРЭ становится отрицательным. Надо отметить и тот факт, что наблюдается существенная разница в величине ПМС при изменении направления магнитного поля. Так, изменение направления поля с  $B_+$  на  $B_-$  приводит к большей величине МС в максимуме при  $\phi = 0^\circ$  (кривая 1 на рис. 13,  $\delta$ ) и меньшей при  $\phi = 90^\circ$  (кривая 5 на рис. 13,  $\delta$ ), в то время как при имплантации  $Co^+$  оно практически не изменяется (см. рис. 10 и 11).

Угловая зависимость поперечного МРЭ в модифицированного имплантацией слое при вращении образца в магнитном поле вокруг линий тока может вызываться проявлением классического или квантового размерных эффектов. Так, в случае классического эффекта определяющее величину ПМС отношение длины образца к его размеру в направлении перпендикулярном электрическому и магнитному полям изменяется от  $\approx 1000$  при  $\phi = 0^{\circ}$  до  $\approx 0,1$  при  $\phi = 90^{\circ}$ . Зависимость поперечного MC от  $\phi$  для двух направлений магнитного поля показана на рисунке 14. Как видно уменьшение этого отношения приводит к уменьшению величины ПМС. Такое изменение МС находится в противоречии с зависимостью размерного множителя Курта -Липпмана [42] для МРЭ в диамагнитных материалах, который описывает увеличение МРЭ при переходе от образца в виде длинного узкого стержня к диску Корбино, т.е. при уменьшении отношения длины образца к его размеру в направлении перпендикулярном электрическому и магнитному полям.

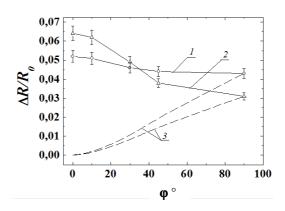


Рисунок 14 — Угловая зависимость поперечного магнитосопротивления оксида цинка, имплантированного  $Fe^+$ , при B=220 мТл и двух направлениях магнитного поля:  $B_+$  — кривая 1 и  $B_-$  — кривая 2. Пунктирные линии (3) — зависимость МС от нормальной составляющей магнитного поля

Малая толщина проводящего канала (порядка величины проецированного пробега ионов  $\approx 40$  нм) позволяет предполагать двумерность электронного газа в модифицированном слое. В этом случае MPЭ определяется только нормальной к плоскости проводящего канала компонентой магнитного поля и MC при  $\varphi = 0^{\circ}$  обращается в ноль, а угловая зависимость ПМС описывается выражением  $\Delta R = \Delta R_{90} B^2 \sin^2 \varphi$  [43] (пунктирные кривые 3 на рис. 14), что также противоречит результатам измерений. Таким образом, проявление как классического, так и квантового размерного эффекта в положительной компоненте МС тонкого слоя композиционного материала с магнитным упорядочением не дает даже качественного описания его экспериментальной угловой зависимости, которая из-за угловой зависимости размагничивающего фактора пленочной структуры с толщиной много меньшей длины и ширины будет определяться зависимостью угла между протекающим током и направлением намагниченности от внешнего магнитного поля. В имплантированном  $Mn^+$  и  $Ni^+$  оксиде цинка MPЭ измерить не удалось.

В заключение надо отметить, что в [44] рассмотрены и ряд других механизмов МРЭ в разбавленных магнитных полупроводниках, а именно: формирование магнитного полярона, изменение концентрации моттовского перехода диэлектрик-металл и изменение энергии Ферми при переходе диэлектрик-металл в магнитном поле, комбинирование кулоновского рассеяния с *s-d*-рассеянием, а также учет спинового расщепления зоны проводимости в теории слабой локализации. Однако до настоящего времени аналитические выражения для них не получены.

Таким образом, MPЭ в оксиде цинка, имплантированном  $\mathrm{Co}^{+}$  и  $\mathrm{Ni}^{+}$  в режиме сильной локализации, обусловлен не сжатием волновых функций электронов на центрах, а обменным s-d-взаимодействием, в результате которого в магнитном поле возможно изменение радиуса экранирования или подвижности электронов в подзонах с противоположным направлением спина. На металлической стороне ПДМ в режиме слабой локализации MPЭ показывает наличие гистерезисных явлений и вызывается спинзависимым рассеянием свободных электронов на магнитных включениях. В MPЭ тонкой пленки композиционного материала с магнитным упорядочением проявление размерного эффекта обусловливается зависимостью от магнитного поля угла между направлениями тока и намагниченности, определяемого величиной размагничивающего фактора образца.

Заключение. Измерение электрических характеристик оксида цинка, имплантированного ионами  $\mathrm{Mn}^+$ ,  $\mathrm{Fe}^+$ ,  $\mathrm{Co}^+$  и  $\mathrm{Ni}^+$  с энергией 40 кэВ, при плотности ионного тока 4 мкА/см², на постоянном и переменном токе показало, что переход от диэлектрического к металлическому режиму переноса электронов наблюдается только при имплантации  $\mathrm{Co}^+$  дозой  $\mathrm{D}=1,5\cdot10^{17}~\mathrm{cm}^{-2}$ . Переход происходит вследствие образования перколяционного проводящего кластера. На диэлектрической стороне перехода диэлектрик-металл при низких температурах перенос заряда осуществляется электронным туннелированием через флуктуации зоны проводимости сильно разупорядоченного имплантацией полупроводника, а на металлической стороне перехода при  $T<20~\mathrm{K}$  доминируют процессы слабой локализации и электрон-электронного взаимодействия, приводящие к увеличению сопротивления при понижении температуры.

Магнитное состояние полученного имплантацией  $Fe^+$ ,  $Co^+$  и  $Ni^+$  композита при диэлектрическом режиме проводимости обусловливается формированием ансамбля ланжевеновских магнитных наночастиц с температурой блокировки магнитного момента  $T_b$  (Co) = 25 K, и  $T_b$ (Ni) = 21 K и диаметром около 4 и 20 нм для  $Co^+$  и  $Ni^+$  соответственно и формированием агломератов при имплантации  $Fe^+$ . Образование магнитных включений в модифицированном слое оксида цинка приводит к переходу суперпарамагнетикферромагнетик с коэрцитивной силой, изменяющейся в интервале от 0,0275 до 0,04 Тл.

На диэлектрической стороне ПДМ в режиме сильной локализации МРЭ положителен и обусловлен не сжатием волновых функций электронов на центрах, а наличием обменного s-d-взаимодействия, в результате которого происходит спиновое расщепление примесных состояний и в магнитном поле изменяется радиус экранирования или подвижность электронов в подзонах с противоположным направлением спина. На металлической стороне ПДМ в режиме слабой локализации обнаружен гистерезис магниторезистивного эффекта с коэрцитивной силой  $B_c^{\ MC} = 0,027$  Тл, близкой к величине коэрцитивной силы намагниченности  $B_c^{\ M} = 0,024$  Тл. Это позволяет заключить, что он вызывается спин-зависимым рассеянием электронов проводимости на магнитных включениях. Проявление размерного эффекта в поперечном магнитосопротивлении тонкого слоя композита с магнитным упорядочением обусловлено зависимостью угла между направлением протекающего тока и намагниченностью из-за изменения размагничивающего фактора образца при вращении его во внешнем магнитном поле вокруг линий тока.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. What don't we know? / Editorial staff // Science. 2005. Vol. 309. P. 75–102.
- 2. Лукашевич, М.Г. Корреляция электрических, магнитных и гальваномагнитных характеристик композитов, полученных имплантацией ионов переходных металлов в полимерные пленки / М.Г. Лукашевич // Материалы, технологии, инструменты. 2015. Т. 20, № 1. С. 61–69.
- A comprehensive review of ZnO materials and devices / Ü. Özgür [et al.] // J. Appl. Phys. 2005. Vol. 98. P. 041301.
- 4. Magnetic coupling and electric conduction in oxide diluted magnetic semiconductors / H. Chou [et al.] // Physical review B. 2003. Vol. 77. P. 245210.
- 5. Кривоглаз, М.А. Флуктуонные состояния электронов / М.А. Кривоглаз // УФН. 1973. Т. 11, Вып. 4. С. 617–654.
- Ferromagnetic structurally disordered ZnO implanted with Co ions / K. Potzger [et al.] // Appl. Phys. Lett. 2008. Vol. 93. – P. 232504.
- 7. The stopping range of ions in solids [Electronic resource] / J.F. Ziegler, J.P. Biersack, U. Littmark. New York: Pergamon Press, 1985. (Particle interactions with matter / ed. James F. Ziegler. U.S.N.A. Annapolis, MD, USA). Mode of access: http://www.srim.org/. Date of access: 30.10.2013.
- 8. Vander Pauw, L.I. A method of Measuring Specific Resistivity and Hall Effect of Discs of Arbitrary Shape / L.I. Vander Pauw // Phylips. Res. Report. − 1958. − Vol. 13, № 1. − P. 1–9.
- 9. Heines, A. Conductivity of weakly insulating amorphous nickel silicon films below the metal insulator transition / A. Heines // Phys. Stat. Sol (B). 1998. Vol. 205. P. 237–240.
- 10. Bergman, G. Weak localization in thin films / G. Bergman // Phys. Rev. B. 1984. Vol. 107, № 1. P. 1–58.
- 11. Мотт, Н. Электронные процессы в некристаллических веществах : в 2 т. / Н. Мотт, Э. Дэвис. 2-е изд., перераб. и доп. М. : Мир, 1982. 664 с.
- 12. Шкловский, Б.И. Электронные свойства легированных полупроводников / Б.И. Шкловский, Ф.Л. Эфрос. М.: Наука, 1979. 416 с.
- 13. Structural and electrical properties of granular metal films / B. Abeles [et al.] // Adv. Phys. 1975. Vol. 24. P. 407–461.
- 14. Спин-орбитальное взаимодействие и двумерная слабая локализация в углеродной матрице с нанокластерами кобальта / Ю.А. Бумай [и др.] // ФТТ. 2005. Т. 47, № 2. С. 345–349.
- Magnetoresistance in FeCoZr-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> nanocomposite films containing "metal core-oxide shell" nanogranules / J.A. Fedotova [et al.] // J. Phys. D: Appl. Phys. 2011. Vol. 44. P. 1–12.
- 16. Barsoukov, E. Impedance spectroscopy: theory, experiment, and applications / E. Barsoukov, J.R. MacDonald. Hoboken: Wiley-Interscience, 2005. 595 p.
- 17. Dorman, J.L. Magnetic relaxation in fine-particle systems / J.L. Dorman, D. Fionari, E. Trons // Advances in Chemical Physics. 1997. Vol. XCVIII. P. 283–477.
- 18. Modification of magnetic properties of polyethyleneterephthalate by iron implantation / M.G. Lukashevich [et al.] // Nucl. Instr. Meth. B. −2007. − Vol. 257, № 1-2. − P. 589–592.
- Magnetic study of M-type doped barium ferrite nanocrystalline powders / X. Batlle [et al.] // Appl. Phys. 1993. Vol. 74, № 5. P. 3333–3341.
- 20. Федосюк, В.М. Многослойные магнитные структуры / В.М. Федосюк ; под ред. В.П. Федько. Минск : БГУ, 2000. 196 с.
- 21. Enhanced magnetization of nanoscale colloidal cobalt particles / J.P. Chen, [et al.] / Phys. Rev. 1996. Vol. 51, Iss. 15. P. 11527–11532.
- 22. Evidence for coexistence of exchange bias and exchange spring effects in oxidized Co nanocluster assembled films / A.N. Dobrynin [et al.] // New Journal of Physics. 2007. Vol. 9. P. 258.
- 23. Киренский, Л.В. Магнетизм / Л.В. Киренский. М., 2013.

- 24. Pfeiffer, H. Determination of anisotropy field distribution in particle assemblies taking into account thermal fluctuations / H. Pfeiffer // Phys. Stat. Sol. a. − 1990. − Vol. 118, № 1. − P. 295–306.
- Киреев, П.С. Физика полупроводников / П.С. Киреев. М.: Высш. шк., 1975. 583 с.
- 26. Mikoshiba, N. Strong Field magnetoresistance of impurity conduction in n-type Germanium / N. Mikoshiba // Phys. Rev. 1962. Vol. 127, № 6. P. 1962–1969.
- 27. McGuire, T.R. Anisotropic magnetoresistance in ferromagnetic 3d alloys / T.R. McGuire, R.I. Potter // IEEE Trans. on Magnetics. 1975. Vol. 11, № 4. P. 1018–1034.
- 28. Dietl, T. Effect of thermodynamic fluctuations of magnetization on the bound magnetic polaron in dilute magnetic semiconductors / T. Dietl, J. Spalek // Phys. Rev. B. 1983. Vol. 28, №3. P. 1548–1563.
- 29. Электропроводность и магнитные свойства тонких пленок оксида цинка, легированного кобальтом / В.Г. Кытин [и др.] // ФТП. 2010. Т. 44, № 3. С. 164–169.
- 30. Magnetoresistance of 3d transition-metal-doped epitaxial ZnO thin films / Z. Jin [et al.] // Physica E. 2001. Vol. 10. P. 256–259.
- 31. Magnetoresistance in laser-deposited  $Zn_{1-x}Co_xO$  thin films / J.H. Kim Kim [et al.] // Physica B. 2003. Vol. 327. P. 304–306.
- 32. Khosla, B.P. Magnetoresistance in Degenerate Cds: Localized Magnetic Moments / B.P. Khosla, J.R. Fischer // Phys. Rev. B. − 1970. − Vol. 2, № 10. − P. 4084–4097.
- 33. Tian, Y. Tuning magnetoresistance and exchange coupling in ZnO by doping transition metals / Y. Tian, Y. Li, T. Wu // Appl. Phys. Lett. 2011. Vol. 99. P. 222503.
- 34. Magnetotransport properties of InMnSb magnetic semiconductor thin films / J.A. Peters [et al.] // Phys. Rev. B. 2010. Vol. 82. P. 205207.
- 35. Raich, M.E. Single scattering path approach to the negative magnetoresistance in the variable range hopping regime for two dimensional electron systems / M.E. Raich, F. Wessels // Phys. Rev. B. 1993. Vol. 43, № 23. P. 15609–15621
- 36. Jullire, M. Tunneling between ferromagnetic films / M. Jullire // Physics Letters. 1975. Vol. 54 A, № 3. P. 225–226.
- 37. Bound magnetic polarons and p-d exchange interaction in ferromagnetic insulating Cu-doped ZnO / Yufeng Tian [et al.] // Appl. Phys. Lett. 2011. Vol. 98. P. 162503.
- 38. Иоселевич, А.С. Флуктуационный механизм прыжковой проводимости в полумагнитных полупроводниках / А.С. Иоселевич // Письма в ЖЭТФ. 1986. Т. 43, № 3. С. 148—151.
- 39. Batlle, X. Finite-size effects in fine particles: magnetic and transport properties / X. Batlle, A. Labarta // Journal of Physics D: Applied Physics. 2002. Vol. 35, № 6. P. R 15.
- 40. Rubin, S. Well defined Co clusters in an Ag matrix: A model system for the giant magnetoresistance in granylar films / S. Rubin, M. Holdenried, H. Micklitz // Eur. Phys. J. B. 1998. Vol. 5. P. 23–28.
- 41. Bean, C.P. Superparamagnetism / C.P. Bean, J.D. Livigston // J. Appl. Phys. Supplement. 1959. Vol. 30, № 4. P. 120S 129S.
- 42. Lippman, H.J. Der geometrieinflus auf den transversalen magnetischen widerstandseffekt bei rechteckformigen halbleiterplatten / H.J. Lippman, F. Kurt // Zs. Naturforch. 1958. Vol. 13 a, № 6. P. 462–474.
- 43. Размерный эффект в магнитосопротивлении 2D электронного газа гетероперехода GaAs/AlGaAs / Ю.А. Бумай [и др.] // Вестн. БГУ. Сер. 1. Физика, математика, механика. 2004. № 3. С. 48 53.
- 44. Magnetoresistance and Hall effect near the metal-insulator transition of n-type Cd<sub>0.95</sub>Mn<sub>0.05</sub>Te / Y. Shapira [et al.] // Phys. Rev. B. 1990. Vol. 41. P. 5931–5941.

Поступила 20.03.2016

# CORRELATION OF ELECTRICAL, MAGNETIC AND GALVANOMAGNETIC PROPERTIES OF COMPOSITES PREPARED BY IMPLANTATION OF 3D-ELEMENTS IONS IN ZINC OXIDE

### M. LUKASHEVICH

Electrical, magnetic and galvanomagnetic properties of zinc oxide implanted by 3d-elements ions ( $Mn^+$ ,  $Fe^+$ ,  $Co^+$ ,  $Ni^+$ ) with energy 40 keV in dose range  $1\cdot 10^{16}$ –1,5  $10^{17}$  sm $^2$  at ion current density 4  $\mu$ A/sm $^2$  have been investigated. The transition from insulating to metallic regimes of conductivity was observed at doze 1,5  $10^{17}$  sm $^2$  and  $Co^+$  ions implantation only. At  $Fe_+$  Co $^+$  and  $Ni^+$  ions implantation no transition was observed. Formation of magnetic inclusions at implantation leads to transition from superparamagnetic-to-ferromagnetic state. The mean cluster diameter for cobalt and nickel nanoparticles have been determined. It was shown that on the insulating side of the transition from insulating to metallic regimes magnetoresistive effect is determined by strong s-d-interaction which leads to spin-spleating of impurity states and change screaning radius and electron mobility in impurity sabbands with opposite spin direction. On the metallic side of the transition from insulating to metallic regimes in the regime of weak localization it demonstrates husterisis. It allows to conclude that magnetoresistive effect due to spin-dependent scattering of electrons by magnetic inclusions.

Keywords: zinc oxide, ion implantation, cobalt, iron, manganese, nickel, magnetoresisnance, magnetization.

УДК 546.28:621.315.592

# ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ИНДЕНТОРА С ПЛЕНКАМИ СОПОЛИМЕРОВ НА ОСНОВЕ МЕТИЛМЕТАКРИЛАТА

канд. физ-мат. наук, доц. С.А. ВАБИЩЕВИЧ, Н.В. ВАБИЩЕВИЧ, (Полоцкий государственный университет); канд. физ-мат. наук Д.И. БРИНКЕВИЧ, канд. физ-мат. наук, доц. В.С. ПРОСОЛОВИЧ (Белорусский государственный университет, Минск)

Исследованы процессы, протекающие при индентировании алмазным индентором пленок статистического сополимера метакриламид/метилметакрилат, синтезированных на пластинах монокристаллического кремния. Установлено, что поля упругих напряжений вблизи поверхности полимерной пленки оказывают существенное влияние на форму отпечатка индентора. Отмечались как растягивающие напряжения, так и напряжения сжатия. Вокруг отпечатков наблюдается интерференционная картина, обусловленная формированием при индентировании приповерхностного слоя с показателем преломления, отличным от объемного. Рассчитано критическое напряжение начала модификации приповерхностного слоя полимера. Показано, что на прочностные свойства полимерных пленок оказывает существенное влияние наличие сильной адгезионной связи между кремнием и сополимером.

**Ключевые слова:** структура сополимер-кремний, индентирование, микротвердость, показатель преломления.

Введение. В современной электронике сополимеры на основе метилметакрилата (ММА) широко используются в качестве чувствительных к высокоэнергетичному излучению резистов, обеспечивающих повышенную разрешающую способность [1–6], и в микроволноводных структурах типа полимер/SiO<sub>2</sub>/Si – для обеспечения функционирования различных устройств [7, 8]. Кроме того, полимерные пленки используются в качестве диэлектрических слоев в малогабаритных конденсаторах и в качестве защитных слоев тонкопленочных структур. Такое применение их обусловлено, прежде всего, высокими термостой-костью и электрической прочностью, химической стойкостью к растворам кислот и щелочей, высокой адгезией пленок к полупроводникам при высокой эластичности и устойчивости к пластическим деформациям [9]. Полимерные пленки особенно привлекательны из-за относительно дешевой технологии их получения. В последнее время внимание исследователей сконцентрировано на создании различных электронных устройств с использованием полимерных пленок, таких как сенсорные и электрохимические датчики, электролюминесцентные приборы, диоды Шоттки и органические транзисторы [10]. Одной из основных причин деградации параметров приборов являются механические и термические воздействия, приводящие к формированию полей упругих напряжений в полимерных пленках у границы раздела полимер/кремний.

Метод индентирования позволяет изучать процессы развития деформации в малых объемах, что весьма важно при малой толщине полимерной пленки. К тому же индентирование является основным (а в некоторых случаях и единственным) способом моделирования процессов при кратковременном контактном взаимодействии тел, например, при абразивной обработке [11–13]. Нет причин ожидать, что поведение материала при столь экстремальных условиях будет похоже на поведение при испытаниях квазистатическим одноосным сжатием или растяжением. Следовательно, создание экспериментальных ситуаций, в которых бы, с одной стороны, материал ставился в подобные условия, а с другой – имелась бы возможность изучать его реакцию, – весьма актуальная научная и практическая задача.

В настоящей работе исследовалось взаимодействие алмазного индентора с пленками сополимеров метакриламида (МАА) и метилметакрилата (ММА), нанесенными на поверхность монокристаллического кремния.

**Методика эксперимента.** Статистические сополимеры метакриламид/метилметакрилат с различным соотношением МАА/ММА синтезировались методом радикальной полимеризации из соответствующих мономеров. Пленки (толщиной 15–80 мкм) наносились на пластины монокристаллического кремния марки КЭФ-4,5 в виде концентрированного раствора, после чего проводилось удаление растворителя в изотермических условиях (при 25 °C). Параметры исследовавшихся пленок представлены в таблице 1.

Индентирование проводилось по стандартной методике на приборе ПМТ-3 четырехгранной алмазной пирамидой с квадратным основанием в оправе типа НПМ и углом при вершине  $\alpha = 136^{\circ}$  согласно ГОСТ 9450-76. Наносилось 40–50 отпечатков. Расчет величин микротвердости осуществлялся с приме-

нением статистического метода обработки данных [14]. Погрешность измерения микротвердости не превышала 4%.

Известно, что подложка оказывает существенное влияние на величину микротвердости твердотельных композиций пленка-подложка [15–18]. Это влияние наиболее сильно проявляется в случае «твердой» пленки на «мягкой» подложке, когда не только упругая, но и пластическая деформация подложки начинается уже на начальной стадии индентирования. В этом случае влияние подложки ощущается уже при глубине проникновения индентора приблизительно 6–10 % от толщины пленки [17, 18]. В случае «мягкой» пленки на «твердой» подложке пластическая деформация локализуется в пленке и микротвердость композиции пленка-подложка существенно возрастает лишь при глубине проникновения индентора, равной толщине пленки [16]. Указанные обстоятельства и определили выбор максимальной нагрузки (*P*). Минимальная нагрузка определялась из следующего условия: глубина проникновения индентора должна превышать высоту неровностей поверхности пленки, поскольку в противном случае будут иметь место искажения реальной площади контакта пленка-индентор.

Номер образца	Состав пленки сополимера, ММА:МАА	Толщина пленки, мкм	Форма отпечатка	Напряженное состояние пленки	Наличие «ореолов» (сферической мо- дифицированной области)	Максимальный порядок ин- терференции
1	6:4	15	бочковидный	растяжение	для всех нагрузок	3
2	6:4	80	вогнутый	сжатие	нет	-
3	4:6	80	вогнутый	сжатие	для нагрузок > 50 г	2
4	1:1	80	бочковидный	растяжение	для всех нагрузок	4

Таблица 1 – Характеристики исследовавшихся полимерных пленок

При микро- и наноиндентировании наблюдается изменение формы отпечатка за счет упругого последействия при разгрузке. В достаточно пластичных материалах вершины отпечатка своего положения не меняют, т.е. расстояние между вершинами при возврате сохраняется [19]. В связи с чем измерялись обе диагонали отпечатка, а микротвердость рассчитывалась по их среднему значению. В настоящей работе измерялась «восстановленная» микротвердость (*H*) [20].

Экспериментальные результаты и их обсуждение. Характерные микрофотографии отпечатков индентора для различных образцов представлены на рисунке 1. Существенных различий в размерах диагоналей не отмечалось. Это свидетельствует о том, что пленки являются изотропными, а характер деформации в них — гомогенный. После снятии нагрузки, имеющей небольшие значения, происходит упругая релаксация приповерхностной области пленки. Так, для образцов 1 и 4 из таблицы 1 при P=5 г наблюдалось не более 5-10% отпечатков; подавляющее большинство отпечатков восстанавливалось полностью.

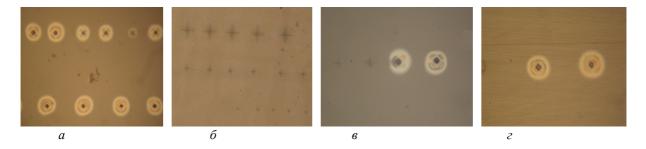


Рисунок 1 – Микрофотографии отпечатков для образцов:  $a-1; \delta-2; s-3; z-4$ 

Форма отпечатка отличалась от формы индентора, что обусловлено упругим последействием при его разгрузке. Причем форма отпечатка различалась для разных пленок. В образцах 1 и 4 отпечатки имели бочковидную форму – наблюдался прогиб в сторону от индентора граней отпечатка, усиливающийся к вершине. Это свидетельствует о наличии растягивающих напряжений у поверхности пленки. В образцах 2, 3 отпечатки были вогнуты внутрь, что свидетельствует о наличии напряжений сжатия. Обычное фото получить невозможно, поскольку поверхность зеркальная и отпечатка не видно. В этих образцах изображение получено фотографированием в поляризованном свете, выявляющем грани отпечатка

по-разному, поскольку расположены под разными углами. За счет этого удается посчитать отношение величины прогиба стороны к стороне отпечатка ( $\Delta a/a$ ). Это отношение  $\Delta a/a$  составляло для образца 2 в среднем 0,15; а для образца 3 — 0,08. Вероятнее всего, такие различия в напряженных состояниях пленок обусловлены различиями в условиях нанесения пленок (количество растворителя, время выпаривания и т.д.). На это указывает тот факт, что пленки одного состава, но разной толщины ведут себя по-разному (сравни образцы 1 и 2). Отметим также, что знак напряжений может изменяться по глубине отпечатка. Так, в образцах 1 и 4 растягивающие напряжения у поверхности пленки, вероятнее всего, сменяются на сжимающие в глубине отпечатка. За счет этого видны темные крестообразные изображения в центре отпечатка.

Вокруг отпечатков в образцах с растягивающими напряжениями (образцы 1 и 4 в табл. 1) наблюдались ореолы – светлые сферические области, внутри которых наблюдались интерференционные полосы. Размеры ореолов существенно варьировались при постоянной нагрузке, однако наблюдалась очевидная тенденция их увеличения с ростом нагрузки. Диаметр ореолов обычно в 4–5 раз превышал размеры отпечатка. При нагрузке 20–50 г иногда отмечались перекрытия ореолов от соседних 3–5 отпечатков (рис. 2). В образцах со сжимающими напряжениями при малых нагрузках ореолы не прослеживались. При максимальной нагрузке (50 г) они наблюдались вокруг части отпечатков только на образце 3 (см. рис. 1, в). В образце 2 формирования ореолов не отмечалось.



Рисунок 2 – Микрофотография отпечатков для образца 1 при нагрузке 50 г

Измеренные значения восстановленной микротвердости исследовавшихся полимерных пленок варьировались в широких пределах (от 0,2 до 1,5 ГПа) и существенно зависели от нагрузки, состава и толщины пленки. В отличие от монокристаллических полупроводников для полимерных пленок характерны достаточно большие разбросы измеряемых значений диагоналей отпечатков и, следовательно, рассчитанных значений микротвердости. Так, среднее квадратичное отклонение случайного распределения измеренных величин микротвердости зависело от нагрузки и составляло от 3 до 20% от величины микротвердости (табл. 2). При больших нагрузках гистограмма случайного распределения величин микротвердости представляла собой гауссово распределение, наиболее четко выраженное для образцов 2 и 3, имеющих напряжения сжатия. В указанных образцах среднее квадратичное отклонение микротвердости составляло от 4 до 5% при нагрузке 50 г и было близко к аналогичным величинам, характерным для монокристаллических полупроводников (от 2 до 3% для кремния [21]). В образцах с растягивающими напряжениями (1 и 4) среднее квадратичное отклонение распределения микротвердости было существенно (в 3–4 раза) выше, а гистограмма случайного распределения *H* имела существенные отклонения от гауссова распределения, наиболее выраженные при малых нагрузках.

Таблица 2 – Среднее квадратичное отклонение случайного распределения величин микротвердости исследовавшихся полимерных пленок при различных нагрузках

Номер образца	Среднее квадратичное отклонение величин микротвердости, %			
	10 г	20 г	50 г	
1	15	12	10	
2	8	6	5	
3	5	4	4	
4	17	17	19	

Приведенные выше экспериментальные данные свидетельствуют о высокой неоднородности исследовавшихся пленок. Так, в полупроводниковых материалах [21] увеличение случайного разброса величины микротвердости обычно связывается с образованием крупных неоднородностей (включений второй фазы) с размерами близкими к размерам отпечатка индентора (в исследовавшемся случае приблизительно 20–40 мкм). С другой стороны, согласно [22] разброс значений прочностных характеристик полимерных пленок обусловлен неоднородностью (вероятнее всего, негомогенностью, хотя нельзя исключить и формирование мезофаз) материала, а количественная оценка этого разброса (величина среднего квадратичного отклонения) может служить количественной оценкой неоднородности. Таким образом, полученные экспериментальные результаты указывают на существенно более высокую (в 2–3 раза) неоднородность образцов 1 и особенно 4 по сравнению с образцами 2 и 3. Следует также учитывать неоднородность полей упругих напряжений вблизи поверхности полимера, которые существенно искажают форму отпечатка индентора ввиду упругого последействия после снятия нагрузки, что приводит к дополнительному разбросу измеряемых значений диагоналей отпечатков и, следовательно, рассчитанных значений микротвердости.

Зависимость восстановленной микротвердости (*H*) от нагрузки на индентор (*P*) представлена на рисунке 3. Она приведена для нагрузок превышающих 5 г, когда наблюдаются все 100% отпечатков и имеет место пластическая деформация. Характер указанных зависимостей обусловлен знаком полей упругих напряжений в приповерхностной области полимерных пленок. Для пленок с напряжениями сжатия (кривые 2 и 3 на рис. 3, *а*) зависимости микротвердости от нагрузки схожи с аналогичными зависимостями, характерными для кристаллов и пленок твердых материалов – с увеличением нагрузки на индентор микротвердость снижается и выходит на постоянное значение [17, 19, 23]. Для пленок с растягивающими напряжениями (образцы 1 и 4 в таблице 1) данные зависимости кардинально отличаются (кривые 1 и 4 на рисунке 3) – с ростом нагрузки микротвердость возрастает в 2–3 раза.

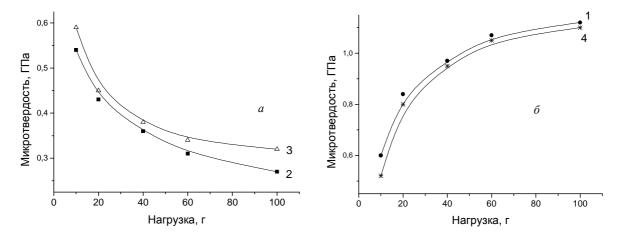


Рисунок 3 – Зависимости восстановленной микротвердости от нагрузки. Номера кривых соответствуют номерам образцов в таблице 1

Таким образом, комплекс экспериментальных данных указывает на существенно различный характер деформаций при индентировании образцов 2 и 3, с одной стороны, и образцов 1 и 4, с другой. Процессы деформации в образцах № 2 и 3 схожи с процессами деформации, протекающими в твердых телах (монокристаллах и поликристаллах). Характер изменений при индентировании образцов 1 и 4 более сложен. В них при увеличении нагрузки наблюдается рост значений микротвердости при одновременном увеличении пластичности. Вероятнее всего, такой характер зависимости микротвердости от нагрузки обусловлен снижением вклада растягивающих напряжений при ее увеличении, что должно приводить к уменьшению измеренной диагонали отпечатка и, соответственно, к росту рассчитанных значений микротвердости.

Полученные экспериментальные результаты могут быть объяснены с учетом следующих обстоятельств. Сополимеры метакриламид/метилметакрилат относят к аморфно-кристаллическим полимерам. Они состоят из кристаллических областей, разделенных аморфными зонами, причем одна и та же полимерная цепь в силу большой длины может входить как в первые, так и во вторые области. Объемная степень кристалличности – доля объема, занятая кристаллитами, – зависит от условий кристаллизации, состава и природы полимера, присутствия примесей и т.д. При внешних механических воздействиях возможно разрушение слабых межмолекулярных связей и смещение цепей полимера с образованием

областей с молекулярным упорядочением — так называемая «кристаллизация» в аморфных областях. Такое молекулярное упорядочение наблюдалось авторами [24] при облучении полиметилметакрилата миллисекундными лазерными импульсами. При приложении внешней нагрузки (индентировании) ориентация молекул полимера приводит к известному эффекту ориентационного упрочнения полимеров [22]. В наших экспериментах указанный эффект проявлялся в образце 4 с одинаковым содержанием метилметакрилата и метакриламида. При изменении состава сополимера в ту или иную сторону (образцы 3 и 2) эффект ориентационного упрочнения (увеличение микротвердости при возрастании нагрузки) не наблюдался.

Следует отметить также существенное влияние на результаты экспериментов кремниевой подложки, что проявлялось в увеличении микротвердости при снижении толщины пленки. Это обусловлено тем, что на прочностные свойства пленок оказывает существенное влияние наличие сильной адгезионной связи между кремнием и сополимером. Так, на поверхности кремния всегда имеется естественный окисел толщиной 3-5 нм, который при наличии кислорода формируется в течение нескольких минут. С другой стороны, между полиметилметакрилатом и кварцем  $SiO_2$  наблюдается сильное адгезионное взаимодействие [25]. Глубина, на которую простирается указанное взаимодействие, может достигать 100 мкм. Наличие такого взаимодействия должно приводить к увеличению механической прочности структур полимер-кремний, что и наблюдалось нами.

Интерференционная картина, наблюдавшаяся вокруг отпечатков (см. рис. 1), указывает на то, что вокруг отпечатка формируется модифицированный приповерхностный слой с показателем преломления n, отличным от объемного (рис. 4). Интерференция возникает тогда, когда толщина приповерхностного модифицированного слоя сравнима с длиной волны  $\lambda$  падающего оптического излучения (в нашем случае видимого диапазона). Отметим, что в работе [26] показано, что при облучении  $\gamma$ -квантами поглощенной дозой 6–40 кГр пленок полиэтилентерефталата происходит модификация структуры тонких приповерхностных слоев пленки, проявляющаяся в возникновении интерференционной картины на спектрах пропускания и отражения в диапазоне длин волн 300–1100 нм. При этом толщина модифицированного слоя составляет 1,4–1,7 мкм, а показатель преломления слоя изменяется в диапазоне 1,55–1,48 в зависимости от дозы.

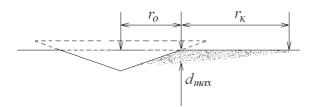


Рисунок 4 – Модификация слоя полимера при контакте с индентором

Оценим толщину модифицированного слоя полимера. Условие максимумов при интерференции от модифицированного слоя при нормальном падении

$$2dn - m\lambda$$

Откуда толщина модифицированного слоя

$$d = \frac{m\lambda}{2n}.$$

Показатель преломления пленки полиметилметакрилата n=1,27 [27]. Допустим, что изменение показателя преломления составляет  $\Delta n=0,03$ . Максимальный порядок интерференции равен  $m_{\max}=4$  (см. табл. 1). Подставляя значения n=1,30;  $m=m_{\max}=4$ ;  $\lambda=700$  нм, получаем максимальную толщину модифицированного слоя полимерной пленки  $d_{\max}=1,1$  мкм, что примерно соответствует глубине проникновения индентора.

Расстояние от отпечатка, на котором возникают ореолы, позволяет оценить критическое напряжение начала модификации приповерхностного слоя при индентировании. В случае точечного источника расширения радиальные напряжения  $\sigma_r$ , вызывающие появление полости на поверхности материала, пропорциональны изменению ее объема  $\Delta V$  [28]:

$$\sigma_r = \frac{\mu}{\pi \cdot r^3} \Delta V \,, \tag{1}$$

где  $\mu$  – модуль сдвига.

Таким образом, локальные напряжения затухают по закону  $\sim r^{-3}$  по мере удаления от центра возмущения. Если непосредственно у стороны отпечатка  $r_0$  напряжение  $\sigma_0$  равно расчетному значению микротвердости H, то на границе  $r_{\kappa}$  «модифицированной» области (см. рис. 4) напряжение  $\sigma$  может быть вычислено по формуле

$$\sigma = \sigma_0 \left( \frac{r_0}{r_0 + r_k} \right)^3. \tag{2}$$

В таблице 3 приведены рассчитанные согласно (2) критические напряжения, при достижении которых происходит модификация (изменение) показателя преломления. Для всех использовавшихся нагрузок оценки критического напряжения лежат в диапазоне 60–75 МПа.

Таблица 3 – Критические напряжения для образца 4

Нагрузка, г	Критическое напряжение σ, МПа		
10	62		
20	63		
50	73		

Заключение. Таким образом, установлено, что поля упругих напряжений вблизи поверхности полимерной пленки оказывают существенное влияние на форму отпечатка индентора. Отмечались как растягивающие напряжения, так и напряжения сжатия. Вокруг отпечатков наблюдается интерференционная картина, обусловленная формированием при индентировании приповерхностного слоя с показателем преломления *n*, отличным от объемного. Рассчитано критическое напряжение начала модификации приповерхностного слоя полимера. Показано, что на прочностные свойства полимерных пленок оказывает существенное влияние наличие сильной адгезионной связи между кремнием и сополимером.

Работа выполнена при поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (договор №  $\Phi$ 16-151 от 20.05.2016 г.).

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Комплексные исследования эффектов зарядки полимерного резиста (ПММА) при электронной литографии / Э.И. Рау и [др.] // Микроэлектроника. 2013. Т. 42, № 2. С. 116–126.
- 2. Исследование влияния синхротронного излучения на термофизические параметры рентгенорезиста ПММА / А.Н. Генцелев и [др.] // Поверхность. 2012. № 1. С. 14–20.
- 3. Формирование и исследование толстых резистивных слоев ПММА для LIGA-технологии / О.Н. Бобровникова и [др.] // Поверхность. -2005. -№ 9. C. 38–43.
- 4. Тригуб, В.И. Модификация тонких пленок полиметилметакрилата и метилметакрилата-метилакриловой кислоты под воздействием ультразвука и электронов / В.И. Тригуб, А.В. Плотнов, С.В. Смирнов // Физика и химия обработки материалов. 2003. № 4. С. 92–94.
- Моро, У. Микролитография. Принципы, методы, материалы : в 2 ч. / У. Моро М. : Мир, 1990. Ч. 2. 632 с.
- 6. Химически усиленные резисты для литографии высокого разрешения / С.А. Булгакова и [др.] // Микроэлектроника. – 2013. – Т. 42, № 3. – С. 206–217.
- Hidrid silica-polymer structure for integrated optical waveguides with new potentialities / D. Bosc [et al.] // Mater. Sci. Eng. – 1999. – V. 75. – P. 155–160.
- 8. Формирование диэлектрических микроволноводов в системе полимер/SiO<sub>2</sub>/Si с использованием ионного облучения / А.В. Леонтьев [и др.] // Физика и химия обработки материалов. 2005. № 3. С. 79–84.
- 9. Дебский, В. Полиметилметакрилат / В. Дебский. М.-Л.: Химия, 1972. 152 с.
- 10. Щука, А.А. Наноэлектроника / А.А. Щука. М. : Физматкнига, 2007. 464 с.
- 11. Poole, Ch. Introduction of Nanotechnology / Ch. Poole, F. Owens. Indianapolis : John Wiley & Sons, Inc, 2003. 400 p.
- 12. Головин, Ю.И. Новые принципы, техника и результаты исследования динамических характеристик твердых тел в микрообъемах / Ю.И. Головин // Журнал технической физики. 2000. Т. 70, № 5. С. 82—91.
- 13. Литвинов, М.Ю. Методология определения механических свойств полупроводниковых материалов с помощью метода непрерывного вдавливания индентора / М.Ю. Литвинов, Ю.М. Литвинов // Известия вузов. Материалы электронной техники. 2004. № 4. С. 11–16.
- 14. Калоша, В.К. Математическая обработка результатов эксперимента / В.К. Калоша, С.И. Лобко Т.С. Чикова. Минск : Высш. шк., 1982. 103 с.

- 15. Зависимость микротвердости эпитаксиальных слоев четверных твердых растворов соединений А<sup>III</sup>В<sup>V</sup> от их состава / М.В. Меженный [и др.] // Неорганические материалы. 1990. Т. 26, № 8. С. 1601–1604.
- 16. Шугуров, А.Р. Особенности определения механических характеристик тонких пленок методом наноиндентирования / А.Р. Шугуров, А.В. Панин, К.В.Осколков // Физика твердого тела. 2008. Т. 50, № 6. С. 1007–1012.
- 17. Наноиндентирование и деформационные характеристики наноструктурных боридонитридных пленок / Андриевский Р.А. [и др.] // Физика твердого тела. 2000. Т. 42, № 9. С. 1624–1627.
- 18. Панин, А.В. Исследование механических свойств тонких пленок Ag на кремниевой подложке методом наноиндентирования / А.В.Панин, А.Р. Шугуров, К.В. Оскомов // Физика твердого тела. 2005. Т.47, № 11. С. 1973–1977.
- 19. Сойфер, Я.М. Исследование локальных механических свойств монокристаллов хлористого калия методом атомно-силовой микроскопии / Я.М. Сойфер, А. Вердян // Физика твердого тела. 2003. Т. 45, № 9. С. 1621–1625.
- 20. Булычев, С.И. Соотношение между восстановленной и невосстановленной твердостью при испытании наномикроиндентированием / С.И. Булычев // Журнал технической физики. 1999. Т.69, № 7. С. 42–48.
- 21. Влияние фоновых примесей на формирование дефектов упаковки в пластинах кремния / Д.И. Бринкевич [и др.] // Микроэлектроника. 2006. Т. 35, № 2. С. 112–116.
- 22. Гуль, В.Е. Структура и механические свойства полимеров / В.Е. Гуль, В.Н. Кулешов. М. : Лабиринт, 1994. 344 с.
- 23. Физическая природа изменения микротвердости по глубине образца / А.Б. Герасимов [и др.] // Физика и химия обработки материалов. 2004. № 3. С. 71–74.
- 24. Изменение структуры полиметилметакрилата при облучении миллисекундными лазерными импульсами / С.В. Васильев [и др.] // Квантовая электроника. 1998. Т. 25, № 11. С. 1023—1027.
- 25. Исследование структуры граничных слоев полиметилметакрилата методом нарушенного полного отражения / Г.М.Семенович [и др.] // Высокомолекулярные соединения. Сер. А. 1978. Т. 20, № 9. С. 2000–2005.
- 26. Модификация приповерхностных слоев пленок полиэтилентерефталата при облучении γ-квантами / Ю.А. Бумай [и др.] // Вестник БГУ. Сер. 1. Физика. Математика. Информатика. 2012. № 3. С. 41–44.
- 27. Энциклопедия полимеров. Т.2. М.: Сов. Энциклопедия, 1974.
- 28. Хирт, Дж. Теория дислокаций: пер. с англ. / Дж. Хирт, И. Лоте. М.: Атомиздат. 1972. 600 с.

Поступила 18.03.2016

# INTERACTION OF THE INDENTOR WITH FILMS OF COPOLYMERS ON THE BASIS OF METHYLMETHACRYLATE

### S. VABISHCHEVICH, N. VABISHCHEVICH, D. BRINKEVICH, V. PROSOLOVICH

The processes at the indention of a diamond indentor into the films of statistical methacrylamid/methylmethacrylate copolymer synthesized on plates of single-crystal silicon was investigated. It was established that fields of elastic tension near a surface of a polymeric film have significant effect on a print form. Were observed as the stretching tension, and compression tension. Around prints the interferential picture caused by formation a near-surface layer with the index of refraction other than volume is observed. The critical tension of the beginning of modification of a near-surface layer of polymer is calculated. It was shown that strong adhesive interaction between silicon and copolymer has significant effect on strength properties of polymeric films.

Keywords: structure of the copolymer-silicon, indentation, micro-hardness, refractive index.

УДК 537.8.029.6:621.37.029.6

# МЕТОДЫ И СТЕНДОВАЯ АППАРАТУРА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАНОСТРУКТУРНЫХ УГЛЕРОДНЫХ МАТЕРИАЛОВ В СВЧ ДИАПАЗОНЕ

### O.B. TAHAHA

(Полоцкий государственный университет)

Разработано стендовое оборудование и методики измерения электрофизических характеристик композитных наноматериалов в СВЧ диапазоне. Выполнены измерения коэффициента стоячей волны и ослабления порошкообразных образцов углеродных нанотрубок и нановолокон в диапазоне частот 8,15–12,42 ГГц. Результаты измерения характеристик образцов нановолокон (ослабление 43–44 дБ) и нанотрубок (ослабление 41–45 дБ) показали, что поглощающие свойства обоих материалов одинаковы, но учитывая, что нановолокна дешевы в производстве по сравнению с нанотрубками, основная перспектива применения порошков углеродных НВ — широкополосные радиопоглощающие материалы. Исследованные радиопоглощающие материалы по всем электрофизическим характеристикам превышают все существующие и применяемые в радиотехнике в настоящее время материалы в несколько раз.

**Ключевые слова:** сверхвысокие частоты (СВЧ), электромагнитные волны, отражение и поглощение электромагнитных волн, наноуглеродные материалы.

Введение. Современное развитие материаловедения твердотельных наноструктур [1–4] требует создания новых диагностических методов и электрофизического оборудования для анализа свойств и процессов в наноразмерных системах, в наноматериалах и искусственно создаваемых наноструктурах. Сегодня существует большое количество методов диагностики и методик исследования материальных параметров и электрофизических характеристик твердотельных и молекулярных структур [5, 6]. Однако создание новых наноструктурированных материалов с заданными свойствами, предназначенных для применения в современной радиотехнике и электронике, ставит новые диагностические задачи: изучение электронных, оптических, магнитных, механических и иных свойств нанообъектов на наноскопическом уровне для того, чтобы получить наиболее полную информацию об основных физических характеристиках наноструктур и протекающих в них процессах.

В статьях [7–9] приведена разработанная методика измерения материальных параметров малых би-изотропных образцов при помощи прямоугольных резонаторов, но в статьях не приведены результаты экспериментов. В работах [10, 11] также была сделана попытка использования прямоугольных резонаторов, но включение даже относительно малых образцов композитных материалов приводило к резкому снижению добротности резонаторов, что делало невозможным практическое использование данной методики. Описанное в работах [12–14] применение волноводных методов измерения электрофизических параметров композитных материалов связано с большими погрешностями измерений, а также отсутствием повторяемости результатов при измерении одинаковых образцов. Во всех известных экспериментальных исследованиях параметров композитных наноматериалов в СВЧ диапазоне ограничивались лишь измерением тангенса угла потерь в связи с использованием исследуемых материалов в качестве радиопрозрачных сред.

Для широкого практического внедрения новых наноматериалов необходимо исследование комплекса электрофизических параметров: отражения и поглощения электромагнитных волн в материале, диэлектрической постоянной, тангенса угла диэлектрических потерь, нелинейных восприимчивостей второго и третьего порядка.

Первоначальными электрофизическими параметрами, характеризующими радиоматериалы с точки зрения практического использования их в сверхвысокочастотном диапазоне, являются коэффициент стоячей волны (КСВ) и ослабление.

Исследования, приведенные в данной работе, направлены на создание нового класса дешевых радиопоглощающих материалов с высокими техническими параметрами для последующего их внедрения и выпуска на предприятиях Республики Беларусь.

**Технология производства углеродных наноматериалов.** Технология получения углеродных наноматериалов (УНМ) разработана в Российском химико-технологическом университете им. Д.И. Менделеева. Исследования проводили на образцах, полученных на кафедре наноматериалов РХТИ под руководством профессора Э.Г. Ракова. На рисунке 1 представлена фотография реактора непрерывного синтеза углеродных нанотрубок каталитическим пиролизом метана.



Рисунок 1 – Реактор синтеза углеродных наноматериалов

Установка представляет собой трубчатый реактор, в котором противотоком движутся газ (метан и водород) и катализатор. Движение катализатора осуществляется с помощью шнека. В горячей зоне реактора при температуре 900–950 °C на катализаторе протекает пиролиз метана с образованием малослойных углеродных нанотрубок. Производительность реактора, в зависимости от состава катализатора и расхода метано-водородной смеси, составляет 0,5–5 г наноматериалов в час. Продукт представляет собой смесь углеродных нанотрубок с преобладанием 2–4-слойных с удельной поверхностью 600–1000 м²/г.

Преимуществом данной установки является непрерывный синтез материала постоянного качества и дешевое сырье (природный газ).

Углеродные нановолокна (УНВ) получены пиролизом метана на катализаторе Ni/MgO. Первичную очистку проводили 10-процентным раствором  $HNO_3$  в течение 60 минут. По данным гравиметрических измерений при нагревании на воздухе до 850 °C в течение 30 минут зольность УНВ составляла 1,46–1,48 мас.% (содержат металлический Ni). Диаметр УНВ от 30 до 60 нм, а длина до 2 мкм. Углеродные нанотрубки (УНТ) получены пиролизом метано-водородной смеси на катализаторе (Co-Mo)/MgO, содержащем 1 мол.% активных компонентов (CoO :  $MoO_3 = 1:3$  мол.) при 950 °C. Первичную очистку проводили концентратом HCl. Зольность – около 7 мас.%.

В таблице 1 приведены физические свойства синтезированных УНМ.

Таблица 1 – Физические свойства УНМ

Параметр	Величина
Объемная плотность, г/см <sup>3</sup>	0,2
Удельная поверхность, м <sup>2</sup> /г	750–870
Удельная теплоемкость, Дж/(кг-К)	1000–1500
Температура начала окисления, °С	500
Удельное сопротивление, Ом/см	0,42

**Стендовая аппаратура и методики измерений.** Экспериментальные исследования проводились на специально разработанных измерительных электрофизических установках (рис. 2).

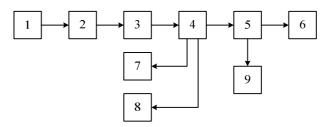


Рисунок 2 – Блок-схема измерений электрофизических параметров наноматериалов в СВЧ диапазоне с помощью высокодобротных резонаторов:

1 – генератор, 2 – вентиль, 3 – поляризационный аттенюатор, 4 – направленный ответвитель, 5 – измерительная линия, 6 – резонатор, 7 – электронно-счетный частотомер, 8 – измеритель мощности, 9 – детекторная секция

Особенностью данных стендовых установок является использование при их создании специально разработанной в НИУ «Институт ядерных проблем» БГУ аппаратуры: прецизионных СВЧ узлов (ответвителей, аттенюаторов, детекторных устройств, высокодобротных широкодиапазонных СВЧ резонаторов с разреженным спектром собственных колебаний) и высокостабильных источников сигнала – гетеродинов. Сигнал от гетеродина (частотная нестабильность  $<10^{-6}$ ) через ферритовый вентиль, который служит для развязки, поступал на направленный ответвитель с повышенной направленностью (>25 дБ), в одном из каналов которого проводились измерения резонансной частоты, а в другом канале измерялась мощность. Далее, прямой сигнал, проходящий через ответвитель, поступал на измерительную линию, с помощью которой измеряется КСВ [15–17]. Данные установки позволили обеспечить погрешность измерений ослабления не более 0,3% и КСВ не более 0,5%.

Разработанный метод позволяет определять диэлектрическую проницаемость через измерение изменения добротности резонатора при помещении в него образца исследуемого материала [18–20]. Величина  $\epsilon(\omega)$  выражается через отношение резонансных частот и добротности резонатора с образцом и исходной добротности:

$$\varepsilon' = \frac{(f_1^0 - f_2^0)}{gf_2^0} + 1, \quad \varepsilon'' = \frac{1}{gQ_1^0} \left(\frac{Q_1^0}{Q_2^0} - 1\right),\tag{2}$$

где  $f_1^0$  – частота резонатора без образца;

 $f_2^0$  – частоты резонатора с образцом;

 $Q_1^0$  – добротность резонатора без образца;

 $Q_2^0$  – добротность резонатора с образцом;

g – фактор заполнения [18].

Измеряются исходная добротность резонатора  $Q_1^0$  и добротность резонатора с помещенным в нем образцом  $Q_2^0$ . По полученным значениям определяется диэлектрическая проницаемость  $\epsilon(\omega)$  исследуемого УНМ.

Измерения коэффициента отражения образцов УНМ также проводились на волноводных стендах с использованием автоматизированных измерителей КСВ и ослабления в панорамном режиме (рис. 3) [21, 22].

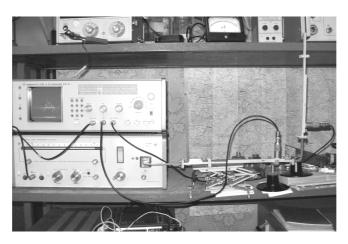


Рисунок 3 – Стенд измерения электрофизических характеристик УНМ на основе автоматизированных измерителей КСВ и ослабления

При измерении электродинамических характеристик УНТ материалов использовалась схема замещения. Образцы УНМ располагались в волноводном измерительном устройстве. При необходимости выполнялось уплотнение УНМ. Измерительное устройство устанавливалось между волноводными фланцами измерительного комплекса перпендикулярно к оси волновода. Такое расположение измерительного устройства соответствует максимальному коэффициенту отражения УНМ образцов. Калибровка измерительного комплекса осуществлялась в диапазоне рабочих частот методом измерения уровней сигналов от

согласованной нагрузки к короткозамыкающему отражателю после установки диапазона рабочих частот и уровня падающей мощности. Таким образом, измерение коэффициента отражения УНМ образцов проводилось как с использованием короткозамыкающего отражателя, так и с использованием согласующей нагрузки. Это позволяет исключить неопределенность при измерении коэффициента отражения для материалов с малым ослаблением, которая проявляется в случае кратности его толщины четверти длины волны электромагнитного излучения (четвертьволновым поглотителям резонансного типа свойственно явление самопоглощения электромагнитного излучения).

Третий метод и стенд для измерения электрофизических характеристик УНМ – антенный метод, который позволяет измерять коэффициент отражения электромагнитной волны  $\Gamma(\omega)$  УНМ, распределенной на большой площади. Этот метод, как правило, используется при измерении коэффициента отражения радиопоглощающих покрытий (РПП). В основу построения схемы измерения положен принцип раздельного детектирования сигналов падающей и отраженной волны в волноведущем тракте. Измеряется мощность волны, падающей на исследуемый образец, и отраженной от него. Отношение отраженной и падающей мощности определяет коэффициент отражения исследуемого образца:  $\Gamma(\omega) = 10 \lg \left( P_{omp} / P_{nao} \right)$ . Структурная схема измерения коэффициента отражения электромагнитной волны  $\Gamma(\omega)$  УНМ представлена на рисунке 4.

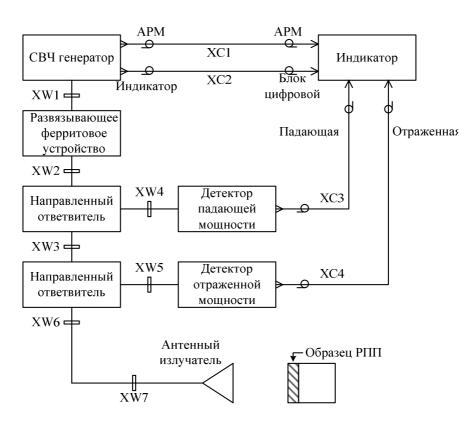


Рисунок 4 – Структурная схема измерения коэффициента отражения УНМ антенным методом

При исследовании электрофизических характеристик УНМ используются все три метода. У каждого из них есть свои преимущества и недостатки. Применение волноводных методов связано со значительными техническими трудностями; большие погрешности таких измерений приводят к неоднозначным результатам. Антенные измерения требуют сложной и громоздкой аппаратуры (безэховая камера, остронаправленная антенна с большим коэффициентом усиления, мощный и высокостабильный источник сигнала). Наиболее точными являются резонансные методы измерений, но они основаны на применении высокодобротных широкодиапазонных СВЧ-резонаторов, которые являются уникальными и дорогостоящими приборами.

**Результаты** экспериментальных исследований. Измерения коэффициента отражения и величины ослабления образцов УНМ, синтезированных в РХТУ, проводились в диапазоне частот 8–12 ГГц. Результаты измерений приведены в таблице 2.

12,42

Частота, ГГц	КСВ		Ослабление	
	УНТ	УНВ	УНТ	УНВ
8,15	2,4	4,4	43,1	41,0
10,0	2,2	3,8	44,2	45,5

Таблица 2 – Экспериментальные данные КСВ и ослабления УНМ

**Заключение.** Разработано стендовое оборудование и методики измерения электрофизических характеристик композитных наноматериалов в СВЧ диапазоне.

Выполнены измерения КСВ и его ослабления для порошкообразных образцов углеродных нанотрубок и нановолокон, синтезированных в РХТУ, в диапазоне частот 8,15–12,42 ГГц. Результаты экспериментального исследования электрофизических характеристик УНМ образцов позволяют рекомендовать эти материалы для практического применения в сверхвысокочастотном диапазоне длин волн. Например, при создании облегченных композиционных материалов для высокоэффективных электромагнитных экранов, создании проводящих и отражающих электромагнитное излучение структур в устройствах обработки и передачи СВЧ сигналов и других приложений.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Carbon Nanotubes and Related Structures: New Materials for the Twenty-first Century / ed. P.J.F. Harris. Cambridge: University Press, 2001. 279 p.
- 2. Carbon Nanotubes: From Basic Research to Nanotechnology / ed. V.N. Popov and P. Lambin. Springer, 2005. 253 p.
- 3. Елецкий, А.В. Углеродные нанотрубки / А.В. Елецкий // УФН. 1997. Т. 167, № 9. С. 945–972.
- Раков, Э.Г. Методы получения углеродных нанотрубок / Э.Г. Раков // Успехи химии. 2000. Т. 69, № 1. С. 41–59.
- 5. Ринкевич, А.Б. Электромагнитные волны в прямоугольном волноводе с металлической наноструктурой / А.Б. Ринкевич, Л.Н. Ромашев, Е.А. Кузнецов // Радиотехника и электроника. 2004. Т. 49, № 1. С. 48–53.
- 6. Design of radar absorbing structures using glass/epoxy composite containing carbon black in X-band frequency ranges / J. Oh [et al.] // Composites Part B: Engineering. −2004. − V. 35, № 1. − P. 49–56.
- 7. High-pressure polymerized phases of C60 / V.D. Blank [et al.] // Carbon. 1998. V. 36. P. 319–343.
- 8. Багацкая, О.В. Расчет коэффициентов отражения и прохождения плоской электромагнитной волны для неоднородного гиротропного слоя методом конечных разностей / О.В. Багацкая, Н.П. Жук // Радиотехника и электроника. 2000. Т. 45, № 6. С. 662–669.
- 9. Tretyakov, S.A. Perturbation theory for a cavity resonator with a biisotropic sample: applications to measurement techniques / S.A. Tretyakov, A.J. Viitanen // Microwave and Optical Theory Letters. − 1992. − V. 5, № 4. − P. 174–177.
- 10. Малюскин, А.В. Об эффективных электромагнитных свойствах одного класса искусственных бианизотропных сред / А.В. Малюскин, С.Н. Шульга // Электромагнитные волны и электронные системы. 2000. № 5. С. 41–47.
- 11. Rinkevich, A.B. High frequency properties of magnetic multilayers / A.B. Rinkevich, E.A. Kuznetsov // JMMM. 2003. V. 254–255. P. 603-607.
- 12. Correlation between microwave transmission and giant magnetoresistance in Fe/Cr superlattice / V.V. Ustinov [et al.] // JMMM. 1998. V. 177–181. P. 1205–1206.
- 13. Prozorovski, V.D. Set-up for measurements of semimagnetic semiconductor parameters by the electron paramagnetic resonance method / V.D. Prozorovski // Radiophysics and electronics. 2003. V. 8, № 1. P. 78–85.
- 14. Microwave and d.c. differential giant magnetoresistance study of iron/chromium superlattices / Z. Frait [et al.] // Sol. St. Comm. 1999. V. 112. P. 569–573.
- 15. Karpovich, V. High-quality corrugated resonators for measurements at millimeter and submillimeter-wave bands / V. Karpovich, V. Rodionova, G. Slepyan // Electromagnetics. 2004. № 11. P. 515–521.
- 16. Филипенок, О.В. Измерение поглощающих характеристик наноразмерных композитов для радиоволн миллиметрового диапазона / О.В. Филипенок, А.М. Немиленцев // Современные проблемы физики : сб. науч. трудов конф., Минск, 21–23 июня 2006 г. / НАН Беларуси. Минск, 2006. С. 188–192.
- 17. Филипенок, О.В. Стенд для измерения электрофизических характеристик наноматериалов в СВЧ диапазоне / О.В. Филипенок // Радиоэлектроника и молодежь в 21 веке : XI Междунар. молодежный форум, Харьков, 10–12 апр. 2007 г. / XНУРЭ. Харьков, 2007. Ч. 1. С. 189.

- 18. Брандт, А.А. Исследование диэлектриков на сверхвысоких частотах / А.А. Брандт. М.: Физматгиз. 1963. 403 с.
- 19. Аззам, Р. Эллипсометрия и поляризованный свет: перевод с англ. / Р. Аззам, Н. Башара; под ред. [и предисл.]: А.В. Ржанова, К.К. Свиташева. М.: Мир, 1981. 583 с.
- 20. Танана, О.В. Метод определения комплексной диэлектрической проницаемости композитных наноматериалов по электродинамическим параметрам СВЧ резонаторов / О.В. Танана, В.А. Карпович, Г.Я. Слепян // Вестн. БГУ, сер. 1. 2013. № 2. С. 28–31.
- 21. Устройства сверхвысоких частот : перевод с англ. / Дж. Л. Альтман ; под ред. проф. Н.В. Лебедева. М. : Мир, 1968. 482 с.
- 22. Electromagnetic wave absorption and reflection by carbon nanotube composites / V. Karpovich [et al.] // The sixth international Kharkov symposium on physics and engineering of microwaves, millimeter and submillimeter waves and workshop on terahertz technologies: Symposium Proceedings, Kharkov, June 25–30, 2007: v. 2 / Institute of Radio-Physics and Electronics of NAS of Ukraine; ed. A. Kostenko, A. Usikov. Kharkov, 2007. V. 2. P. 825–827.

Поступила 18.03.2016

# THE TECHNIQUES AND BENCH EQUIPMENT FOR MEASURING ELECTROPHYSICAL CHARACTERISTICS OF NANOSTRUCTURED CARBON MATERIALS IN THE MICROWAVE RANGE

#### O. TANANA

The techniques and bench equipment have been developed for measuring electrophysical characteristics of composite nanomaterials in a microwave range. Measurements of SWR and attenuation of electromagnetic waves in the samples of powdered nanotubes and nanofibers, synthesized in RCTI, were made in the frequency range 8.15-12.46 GHz. Found that the levels of attenuation of microwaves in both structures are about the same, but, by taking into account that the nanofibers are cheaper in production, it is concluded that a raw material of nanofibres is more preferable in fabricating radio absorbing materials. The samples have demonstrated excellent electrophysical characteristics that notably exceed all known and presently used in the making of radio-absorbing materials.

**Keywords:** ultra-high frequency (UHF), electromagnetic waves, reflection and absorption of electromagnetic waves, nanocarbon materials.

# УДК 539.375

# ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ГРАНИЦЫ ОСТАТОЧНОГО ДВОЙНИКА

канд. физ.-мат. наук О.М. ОСТРИКОВ (Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого)

Разработана модель движущейся двойниковой границы в условиях различных способов нагружения образца. Предсказан резонанс границы двойника при знакопеременных нагрузках.

Ключевые слова: остаточный двойник, двойниковая граница, двойникование

С появлением материалов нового поколения, таких как материалы с памятью формы [1, 2], уникальные физико-механические свойства которых полностью определяются подвижностью двойниковых границ, возросла актуальность разработки физических моделей и математического описания процессов двойникования и бездиффузионных фазовых превращений. Двойниковая граница остаточной двойниковой прослойки пересекает весь образец [3]. Дислокационное описание движения такой границы в настоящее время хорошо развито [3, 4]. Однако недостаточным можно считать недислокационное физическое описание движения границы остаточного двойника. Целесообразность такого описания связана с тем, что геометрический размер двойниковой границы в рассматриваемом случае соизмерим с размерами образца и масштабный уровень модели границы выходит за рамки дислокационных моделей.

Целью данной работы стала разработка физической модели движения границы остаточного двойника.

Схематическое изображение границы остаточного двойника представлено на рисунке.

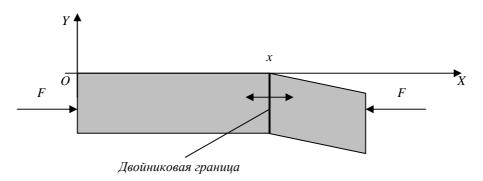


Рисунок – Схематическое изображение границы остаточного двойника в системе сил нагружения образца

Данная граница разделяет сдвойникованный и несдвойникованный объем (либо аустенитную и мартенситную фазу в материалах с памятью формы). Как показали экспериментальные исследования [1], для активизации движения данной границы нет необходимости в наличии составляющей вдоль оси OY (см. рис.) внешней силы, как это было представлено в [3]. Достаточно наличие сил F, направленных вдоль оси OX (см. рис.). При одноосном растяжении или сжатии связь этих сил с внешними напряжениями имеет вид

$$\sigma_{xx}^{\infty} = \frac{F}{S}, \tag{1}$$

где S – площадь сечения образца плоскостью, перпендикулярной оси OX.

Согласно правилу Шмида [4], нормальные напряжения  $\sigma_{xx}^{\infty}$  в плоскости двойниковой границы создают сдвиговые напряжения, определяемые по формуле

$$\tau_{xy}^{AB} = m\sigma_{xx}^{\infty}, \qquad (2)$$

где m – ориентационный фактор Шмида.

Напряжения  $au_{xy}^{\text{дв}}$  и являются движущей силой процесса двойникования при одноосном сжатии или растяжении образиа.

Лагранжиан движущейся границы остаточного двойника представим в виде

$$L = \frac{\beta \dot{x}^2}{2} - \alpha x - \frac{kx^2}{2} + xF(t),$$
 (3)

где  $\alpha$ ,  $\beta$  и k – эмпирические коэффициенты.

Подставляя (3) в уравнение движения

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L}{\partial x} = 0, \tag{4}$$

получим уравнение

$$\beta \ddot{x} + \alpha \dot{x} + kx = F(t), \qquad (5)$$

которое удобно представить в виде

$$\ddot{x} + 2\lambda \dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{1}{\beta} F(t). \tag{6}$$

Здесь

$$2\lambda = \alpha/\beta \,, \quad \omega_0^2 = k/\beta \,. \tag{7}$$

Физический смысл коэффициента  $\beta$  заключается в характеристике меры инертности двойниковой границы. В связи с этим можно полагать, что данный коэффициент зависит от массы M всех атомов на границе. При этом M можно определить по формуле

$$M = \sum_{i=1}^{N_1} m_i^{(1)} + \sum_{i=1}^{N_2} m_i^{(2)} + \dots + \sum_{i=1}^{N_n} m_i^{(n)},$$
 (8)

где i – индекс суммирования;

 $m_i^{(n)}$  — масса *i*-го атома *n*-го сорта многокомпонентного материала;

 $N_{n}$  – количество атомов *n*-го сорта.

Тогда справедливо соотношение

$$\beta = \eta M \,, \tag{9}$$

Коэффициент α – аналог коэффициента трения и определяет силы сопротивления движению двойникующих дислокаций. В случае двойникования данные силы зависят от характера взаимодействия двойникующих дислокаций с полными или сидячими дислокациями, имевшимися в кристалле до начала процесса двойникования, или сгенерированными двойниковыми границами, либо образовавшимися в ходе дислокационных реакций при взаимодействии двойникующих дислокаций с дислокациями леса [5].

Таким образом, в свою очередь, коэффициент  $\lambda$  можно трактовать, как коэффициент затухания для возвратно-поступательного движения двойниковой границы.

Коэффициент k определяет упругие свойства двойниковой границы, связанные со стремлением движения двойникующих дислокаций в обратном направлении после снятия нагрузки. Тогда  $\omega_0$  есть частота собственных колебаний границы двойника.

В качестве начальных условий можно принять, например, условия

$$x(0) = x_0, \quad \dot{x}(0) = V_0.$$
 (10)

Таким образом,  $x_0$  – положение двойниковой границы в начальный момент времени;

 $V_{\scriptscriptstyle 0}\,$  – начальная скорость границы остаточного двойника. В частном случае  $V_{\scriptscriptstyle 0}=0$  .

Движение рассматриваемой двойниковой границы может осуществляться в условиях действия квазистатических, знакопеременных, пульсирующих и импульсных нагрузок.

В случае квазистатической нагрузки в (6) можно принять

$$F(t) = \text{const} = F \,, \tag{11}$$

где F – проекция силы, действующей вдоль оси OX (см. рис.). Как известно [6], общее решение однородного уравнения

$$\ddot{x} + 2\lambda \dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \tag{12}$$

есть

$$x(t) = C_1 e^{a_1 t} + C_2 e^{a_2 t} , (13)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  – константы;

 $a_1$  и  $a_2$  – характеристические числа, определяемые по формулам:

$$a_1 = -\lambda - \sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2}$$
,  $a_1 = -\lambda + \sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2}$ . (14)

Частное решение уравнения (6) при (11), полагая  $\omega_0^2 \neq 0$ , будем искать в виде

$$x^* = P. (15)$$

Тогда получим, что

$$x^* = \frac{F}{\beta \omega_0^2} \,. \tag{16}$$

Таким образом, закон движения границы остаточного двойника при квазистатическом нагружении имеет вид

$$x(t) = C_1 e^{a_1 t} + C_2 e^{a_2 t} + \frac{F}{\beta \omega_0^2}.$$
 (17)

Уравнение (17) справедливо для движения двойниковой границы в материалах, у которых  $\lambda \neq 0$ . Это такие материалы, у которых двойниковая граница при движении испытывает препятствия со стороны дислокаций леса, или сидячих дислокаций, либо сама активно генерирует полные дислокации, препятствующие движению двойникующих дислокаций. Такое наблюдается, например, в металлических кристаллах висмута, олова, сурьмы, цинка, бериллия [5]. Однако имеется ряд материалов, для которых можно принять  $\lambda = 0$ . Это, например, относится к сплавам Гейслера [1, 2]. В этом случае лагранжиан (3) примет вил

$$L = \frac{\beta \dot{x}^2}{2} - \frac{kx^2}{2} + xF(t), \tag{18}$$

а уравнение движения двойниковой границы

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \frac{1}{\beta} F(t). \tag{19}$$

Решение уравнения

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \tag{20}$$

можно представить в виде

$$x(t) = A_1 \cos \omega_0 t + A_2 \sin \omega_0 t \tag{21}$$

или

$$x(t) = a\cos(\omega_0 t + \alpha), \qquad (22)$$

где  $A_1$  и  $A_2$  – константы;

$$a = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$$
;

$$tg\alpha = -A_2/A_1$$
.

При (11) и поиске частного решения в виде (15) окончательно получим

$$x(t) = a\cos(\omega_0 t + \alpha) + \frac{F}{\beta \omega_0^2}.$$
 (23)

При условии x(0) = 0,  $\dot{x}(0) = 0$  решение уравнения (19) будет иметь вид

$$x(t) = \frac{F}{\beta \omega_0^2} (1 - \cos \omega_0 t). \tag{24}$$

Как видно из решений (17) и (24), действие постоянной силы F приводит к поступательному перемещению двойниковой границы.

При знакопеременных нагрузках можно принять

$$F(t) = F\cos(\gamma t + \phi), \tag{25}$$

где  $\gamma$  – частота;  $\phi$  – фаза;

F – максимальное значение внешней силы.

При  $\phi = 0$  и  $\lambda \neq 0$  уравнение движения двойниковой границы имеет вид

$$\ddot{x} + 2\lambda \dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F}{\beta} \cos \gamma t \ . \tag{26}$$

Решение данного уравнения может быть представлено как

$$x(t) = ae^{-\lambda t}\cos(\omega t + \alpha) + b\cos(\gamma t + \delta), \qquad (27)$$

где  $\omega =$ 

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 + \lambda^2} \; ;$$

$$b = \frac{F}{\beta \sqrt{\left(\omega_0^2 - \gamma^2\right)^2 + 4\lambda^2 \gamma^2}};$$

$$tg \, \delta = \frac{2\lambda \gamma}{\gamma^2 - \omega_0^2};$$

а и α – вещественные константы.

Через некоторое количество циклов нагружения первое слагаемое устремляется к нулю. Тогда движение двойниковой границы будет подчиняться закону

$$x(t) = b\cos(\gamma t + \delta). \tag{28}$$

При больших значениях  $\lambda$ , например, увеличивающихся с каждым циклом нагружения, очевидно, произойдет остановка двойниковой границы, несмотря на действующие внешние знакопеременные напряжения.

При  $\lambda \approx \omega_0$  амплитуда смещения двойниковой границы b растет, причем при  $\lambda \to 0$   $b \to \infty$ . Следует отметить, что малая величина  $\lambda$  свойственна для определенного класса двойников ферромагнитных сплавов с памятью формы, у которых согласно разрабатываемой модели можно прогнозировать неуправляемое нагрузкой смещение двойниковой границы в области резонансных частот.

При пульсирующих нагрузках для F(t) можно использовать функцию вида

$$F(t) = F(1 + f - \cos(\gamma t + \phi)), \tag{29}$$

где f – некоторая константа, равная нулю, когда цикл нагружения завершается полной разгрузкой. Уравнение движения границы в этом случае примет следующий вид:

$$\ddot{x} + 2\lambda \dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F}{\beta} \left( 1 + f - \cos\left(\gamma t + \phi\right) \right). \tag{30}$$

На основании принципа суперпозиции [6] частное решение уравнения (30) можно представить как

$$x^* = x_1 + x_2$$
,

где

$$x_1 = \frac{F(1+f)}{\beta\omega_0^2}, \quad x_2 = -b\cos(\gamma t + \delta).$$

Тогда решение уравнения (30) будет иметь вид

$$x(t) = ae^{-\lambda t}\cos(\omega t + \alpha) - b\cos(\gamma t + \delta) + \frac{F(1+f)}{\beta\omega_0^2}.$$
 (31)

Для импульсной нагрузки примем

$$F(t) = Fe^{-\sigma t}, (32)$$

где  $\sigma$  – константа.

В этом случае уравнение движения двойниковой границы

$$\ddot{x} + 2\lambda \dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F}{\beta} e^{-\sigma t}. \tag{33}$$

Методом подбора [6] частное решение этого уравнения будем искать в виде

$$x^* = Be^{-\sigma t} , (34)$$

где

$$B = \frac{F}{\beta \left(\sigma^2 - 2\lambda \sigma + \omega_0^2\right)}.$$
 (35)

Решением уравнения (33) будет

$$x(t) = C_1 e^{a_1 t} + C_2 e^{a_2 t} + \frac{F}{\beta(\sigma^2 - 2\lambda \sigma + \omega_0^2)} e^{-\sigma t}.$$
 (36)

Таким образом, разработан математический аппарат для описания движения двойниковой границы для различных способов нагружения двойникующегося материала. Это позволило предсказать резонансное поведение границы двойника при знакопеременных нагрузках.

### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Остриков, О.М. Разрушение и сопутствующие ему эффекты в ферромагнитном монокристалле Ni<sub>2</sub>MnGa с эффектом памяти формы / О.М. Остриков, Е.В. Шматок // Инженерно-физический журнал. − 2015. − Т. 88, № 1. − С. 272–279
- Остриков, О.М. Исследование пластической деформации поверхности монокристалла Ni<sub>2</sub>MnGa методом индентирования / О.М. Остриков, А.Л. Созинов, А.В. Сорока // Инженерно-физический журнал. 2012. Т. 85, № 5. С. 1132–1141.
- 3. Бойко, В.С. Дислокационное описание движения границ остаточного двойника / В.С. Бойко // Физика твердого тела. 1980. Т. 22, № 4. С. 1066–1071.
- 4. Остриков, О.М. Дислокационная модель нетонкой границы двойниковой прослойки / О.М. Остриков // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. С. Фундаментальные науки. 2013. № 4. С. 83–95.
- 5. Лаврентьев Ф.Ф. Взаимодействие дислокаций в цинке, висмуте и сурьме при двойниковании / Ф.Ф. Лаврентьев // Физика металлов и металловедение. 1964. Т. 18, № 3. С. 428—436.
- 6. Краснов, М.Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения / М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко. М.: Едиториал УРСС. 2002. 256 с.

Поступила 17.03.2016

# PHYSICAL MODEL OF BORDER TRAFFIC RESIDUAL TWIN

## O. OSTRIKOV

The model of moving a twin boundary in a variety of ways to sample loading. Predicted response twin border with alternating loads.

**Keywords:** residual twin, twin boundary, twinning.

УДК 538.9: 532.7

# КИНЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЕРЕХОДА ЭЛЕКТРОПРОВОДЯЩЕЙ ДИСПЕРСНО-ПОРОШКОВОЙ СРЕДЫ В ТВЕРДОТЕЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ В ВИДЕ ОБРАЗУЮЩЕГОСЯ ПОРИСТОГО МАТЕРИАЛА ПРИ ЭЛЕКТРОКОНТАКТНОЙ ОБРАБОТКЕ

#### О.О. КУЗНЕЧИК

(Институт порошковой металлургии, Минск)

Представлена кинетическая модель, в которой отражено влияние на переход в твердотельное состояние дисперсно-порошковой среды электростатического взаимодействия двойного электрического слоя в контактных пятнах частиц дисперсной фазы, действующего контактного давления, температуры и модуля упругости материала этих частиц, зависящего от электростатического взаимодействия атомов кристаллических решеток. Приведен основанный на ситовом и седиментационном анализе, методах Брунауэра, Эммета и Тейлора, Парзена и Розенблатта алгоритм получения эквивалентного аналога с дисперсной фазой в виде сферических частиц одинакового диаметра для дисперснопорошковой среды, состоящей из различных по форме и размерам частии.

**Ключевые слова:** кинетическая модель, дисперсно-порошковая среда, пористый материал, двойной электрический слой, электроконтактная обработка, алгоритм, БЭТ метод, метод Парзена и Розенблатта.

Введение. Получение материалов и покрытий из порошков, основанных на переходе в твердотельное состояние дисперсно-порошковых сред (ДПС) [1, 2] в условиях электроконтактной обработки [3], является перспективным направлением в порошковой металлургии [4-13] и сварочном производстве [5, 6, 15, 16]. Часто дисперсная фаза в таких средах представлена частицами либо металлических и твердых сплавов, либо тугоплавких оксидов или карбидов [4-15]. Поэтому консолидация таких частиц, которая на начальном этапе имеет поровую структуру, при электроконтактной обработке, как правило [4–9, 151. происходит с использованием операций сжатия, обеспечивающего создание давления в контактных зонах частиц порядка 10-100 МПа, и пропускания тока, который может быть импульсным и в своем максимуме иметь удельную мощность порядка  $10^6 - 10^8$  Вт/м<sup>2</sup>. При этом длительность импульса, как правило, имеет порядок 0,1-10 мс. В научно-технической литературе основанные на таком типе обработке технологии получения порошковых материалов и покрытий относят к разновидности либо электроимпульсного [4, 6-8, 17], искро-плазменного [6-12], или плазменно-искрового [7, 8], электроразрядного [6-8] и электроконтактного спекания [5], или наплавки [5, 15, 16], либо к разновидности технологий [4-12], в которых спеканию помогает электромагнитное воздействие (электромагнитное поле). Под этими технологиями обычно понимают Field Assisted Sintering Technology (FAST) [7-12]. Развитию и расширению области применения таких технологий могут способствовать не только практические исследования режимов электроимпульсной обработки порошковых материалов и покрытий, их структурных, физикомеханических, прочностных и триботехнических свойств, но и совершенствование известных моделей [4–12, 15, 16, 18], отражающих кинетику перехода ДПС в твердотельное состояние при такой обработке. При этом следует учитывать, что такое совершенствование должно способствовать разработке моделей, которые дополняют известные модели, где такая кинетика, как правило, описывается с помощью диффузии атомов в контактных зонах частиц дисперсной фазы с учетом термомеханического воздействия электрического тока, включая возможное воздействие со стороны порождаемого этим током скин- и пинчэффектов [4, 6, 7]. Основанием к разработке более совершенной модели может служить, например, неучтенное в работах [4-12, 15, 16, 18] наличие на поверхности частиц дисперсной фазы двойного электрического слоя [19-21], влияние электростатического взаимодействия между этими слоями [21-23] на диффузию атомов и электронов в контактных зонах частиц дисперсной фазы. В этой модели также может быть рассмотрено влияние электростатического взаимодействия атомов в узлах кристаллической решетки на модуль упругости материала этих частиц с учетом его зависимости от температуры [19, 20, 24, 25]. Создаваемая модель позволит описывать переход ДПС в твердотельное состояние в виде образующегося пористого материала, который является начальной стадией получения любых порошковых материалов и покрытий. Целью данной работы является разработка такой модели.

1 Дисперсно-порошковая среда и влияние двойного электрического слоя на консолидацию (сращивание) частиц дисперсной фазы. Известно, что в состоянии свободной насыпки или упругого сжатия порошок представляет собой ДПС, в которой дисперсной фазой являются твердотельные частицы (в дальнейшем – частицы), а дисперсионной – окружающие эти частицы пустоты [1–3, 5–8, 15, 26]. При этом пустоты могут быть заполнены газом, смесью газов, а в естественных условиях – воздухом с давле-

нием порядка 100 кПа. Межфазная поверхность такой среды разделяет не только дисперсионную фазу от дисперсионной, но и сами частицы этой фазы друг от друга. По этой причине по границам раздела фаз и в зонах соприкосновения частиц дисперсной фазы межфазная поверхность имеет множество локальных искривления, что делает ее развитой. Вследствие чего в зонах соприкосновения частиц возникают градиенты избыточных давлений и концентраций атомов. Максимумы этих величин лежат в центрах контактных пятен частиц дисперсной фазы. Несмотря на это, в естественных условиях, включая состояние упругого сжатия, у большинства частиц дисперсной фазы крупной, средней, мелкой и даже тонкой фракции часто не наблюдается сращивания (консолидации), обеспечивающего переход ДПС в твердотельное состояние в виде порошкового материала определенной пористости. Установим причину такой устойчивости такой среды к переходам подобного рода.

В естественных условиях на поверхности твердых тел (например, металлов, карбидов и оксидов) имеется довольно прочный двойной электрический слой [20–22]. Его появление обусловлено электродинамическим взаимодействием атомов [18–20], находящихся в узлах кристаллических решеток поверхностей, в том числе и контактных пятен (рис. 1), а также электродинамическим взаимодействием между ядрами атомов и валентными электронами. В зависимости от типа взаимодействия (ковалентного, ковалентнополярного, ионного или металлического) поверхностный потенциал двойного электрического слоя может быть либо отрицательным (например, у чистых металлов), либо положительным (например, у оксидов). В состоянии свободной насыпки или упругого сжатия ДПС при сближении контактных зон на расстояния ближе чем  $10^{-9}$ – $10^{-7}$  м, этот потенциал будет формировать силы отталкивания кулоновского типа, а вместе с ними и расклинивающее давление, способствующее появлению между контактными пятнами межчастичного зазора (см. рис. 1).

Предположим, что пока межчастичный зазор превышает период кристаллической решетки, расклинивающее давление совпадает с контактным. Тогда, как следует из анализа работ [1, 2, 18–20, 27], расклинивающее давление (p) будет определяться отношением произведения поверхностного заряда  $(q_2)$  и измененного потенциала  $(\phi_1)$  двойного электрического слоя контактного пятна к произведению его площади  $(S_\kappa)$  и измененному межчастичному зазору  $(l_n)$ :

$$p = -\frac{q_2}{S_{\kappa}} \frac{\partial \varphi_1}{\partial l_n} \,. \tag{1}$$

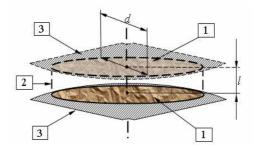


Рисунок 1 — Структура зоны соприкосновения частиц дисперсной фазы: 1 — имеющее определенную шероховатость контактное пятно; 2 — межчастичный зазор (межконтактный промежуток); 3 — фрагмент поверхности частицы порошка; d — диаметр контактного пятна; l — величина межчастичного зазора

При сжатии ДПС, обеспечивающим сближение контактных пятен на расстояние, сопоставимое с периодом составляющих эти пятна кристаллических решеток, происходит перекрытие внешних электронных оболочек атомов (молекул), находящихся в узлах решеток. Результатом перекрытия является сращивание, при котором расклинивающее давление перестает существовать и происходит консолидация частиц дисперсной фазы.

Учитывая положения в [3, 6–8, 15, 26], модуль упругости металлов и сплавов железной группы, тугоплавких металлов и твердых сплавов, следует ожидать, что состоящие из частиц крупной, средней и тонкой фракции, находящиеся в состоянии свободной насыпки или упругого сжатия, будут иметь контактные пятна, размеры которых меньше размеров частиц на 2-3 порядка. В связи с этим для частиц дисперсной фазы размеры контактных пятен будут лежать в определенных  $(10^{-7}-10^{-5} \text{ м})$  пределах, позволяющих при рассмотрении влияния сил отталкивания кулоновского типа на расклинивающее давление использовать переход от гипотезы сплошности к учету межатомных сил взаимодействия в кристаллической решетке. В ряде работ [18–20, 24, 25] возможность такого перехода обосновывается электростатической природой модуля упругости ( $E_M$ ) твердых тел, причем в отдельных из них [24, 25] даже приводится зависимость, позволяю-

щая с достаточно высокой степенью точности вычислять этот модуль на основе сил кулоновского взаимодействия атомов, исходя из их размеров  $(r_0)$ , теплоемкости  $(c_A)$  в постоянном объеме и периода кристаллической решетки  $(a_0)$ . Преобразование этой зависимости, с учетом возможного полиморфизма кристаллических решеток [24, 25], позволяет представить  $E_M$  как некоторую функцию, зависящую не только от таких параметров, как  $a_0$ ,  $r_0$ , но также от валентности  $(z_6)$  атомов и температуры (T):

$$E_M(T) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left( \frac{z_e e}{r_0 a_0 \beta_i} \right)^2 \left( 1 - \frac{T}{T_A - T} \right)^2, \tag{2}$$

причем

$$T_A = \frac{\left(z_e e\right)^2}{\pi \varepsilon_0 a_0 c_A},$$

где  $\epsilon_0$  – диэлектрическая постоянная вакуума ( $\epsilon_0 \approx 8,85 \cdot 10^{-12} \; \Phi/\text{M}$ );

e – элементарный заряд ( $e = 1.6 \cdot 10^{-16} \,\mathrm{Kz}$ );

 $\beta_i$  – плотность упаковки, связанная с типом кристаллической решетки.

Принимая во внимание зависимости (1) и (2), а также работу [27], связь  $l_n$  с такими параметрами, как p,  $z_g$   $r_0$  и  $n_{sk}$  (поверхностной концентрацией), будет следующей:

$$l_n(p) = 2z_e \varphi_e r_0 \sqrt{\frac{\pi \varepsilon \varepsilon_0 n_{sk}}{p}}, \qquad (3)$$

где  $\phi_e$  – электрический потенциал валентного электрона относительно ядра атома;

 $\epsilon$  – электрическая проницаемость поверхностного слоя.

Согласно квантово-механическим представлениям [19–21] о строении и проводимости твердотельных веществ, межчастичный зазор (см. рис. 1) является определенным барьером для перехода электронов или атомов с одного контактного пятна на другое. Если такой барьер считать прямоугольным [27, 28], то его проницаемость ( $D_b$ ) оценивается по энергии связи  $\Delta W_i$  электронов и атомов (молекул) с поверхностным слоем контактных пятен:

$$D_{\mathcal{B}}(p) = \exp\left(-\frac{4\pi \ l_n(p)}{h_p}\sqrt{2m_i\Delta W_i}\right),\tag{4}$$

где  $h_p$  – постоянная Планка;

 $m_i$  – масса электрона или атома (молекулы);

$$\Delta W_i = W_{0i} - W_a \,, \tag{5}$$

 $W_{0i}$  – глубина потенциальной ямы;

 $W_a$  – энергия активации, причем

$$W_a = \frac{W_r}{N} = \frac{P_r t}{N} = \frac{I_r U_r t}{N} \,, \tag{6}$$

где  $W_r$ ,  $P_r$ ,  $I_r$ ,  $U_r$ , t – энергия, мощность, сила и напряжение, а также длительность действующего тока, протекающего через контактную зону частиц порошка;

N – количество атомов в контактных пятнах.

Для определения  $\Delta W_i$  в (5), кроме  $W_a$  необходимо знать величину  $W_{0i}$ , которая определяет энергию связи либо электрона с контактной поверхностью (см. рис. 1), либо атома (молекулы) в кристаллической решетке поверхностного слоя частиц дисперсной фазы перед электроимпульсной обработкой. Тогда, как следует из анализа работ [19–21, 27–29],  $W_{0i}$  можно выразить через зависящий от температуры химический потенциал ( $\mu_i$ ):

$$W_{0i}(T) = \mu_i(T) . \tag{7}$$

При этом определяющий энергию связи (работу выхода) электрона с поверхностью контактного пятна частицы дисперсной фазы химический потенциал ( $\mu_e$ ) может быть выражен через энергию Ферми ( $W_F$ ) [27, 28]:

$$\mu_e(T) = W_F \left[ 1 - \frac{\pi^2 (k_B T)^2}{12W_F^2} \right],\tag{8}$$

где  $k_B$  – постоянная Больцмана.

Зная теплоемкость  $(c_i)$  и удельную теплоту  $(\Lambda_6)$  плавления, массу  $(m_6)$  вещества (или  $\Lambda_M$  – удельную теплоту плавнения моля и молярную массу  $(m_1)$  вещества), создаваемого атомами поверхностного слоя контактной зоны (см. рис. 1), значения  $W_{0i}$  можно определять исходя из общего количества атомов  $(N_i)$  (молекул) и энтальпии  $(H_{Mi})$  возгонки [19, 20, 29], либо необходимого тепла (Q) для нагрева и плавления создаваемого ими вещества:

$$W_{0i} = \frac{H_{Mi}}{N_a}; \quad W_{0i} = \frac{Q_\theta}{N_i} = \frac{m_\theta}{N_i} \left( \Lambda_\theta + \int_T^{T+\Delta T} c_i T \right)_P = \frac{Q_M}{N_a} = \frac{M_i}{N_a} \left( \Lambda_M + \int_T^{T+\Delta T} c_i dT \right)_P, \tag{9}$$

где  $N_a$  – число Авогадро

Принимая во внимание (7), определяющее глубину потенциальной ямы  $W_{0i}$ , химический потенциал может также определяться известным в термодинамике [8, 26, 28, 29] образом:

$$\mu_{i} = \frac{\Phi}{N_{i}} = \frac{H_{w} - TS_{9}}{N_{i}} = \frac{W_{u} + W_{S} - TS_{9}}{N_{i}} = \frac{W_{u} + \sigma_{S}S_{\kappa} - TS_{9}}{N_{i}} = W_{a} - \frac{TS_{9} - \sigma_{S}S_{\kappa}}{N_{i}},$$
(10)

где Ф – свободная энергия Гиббса;

 $S_9$  — энтальпия;

 $W_u$ ,  $W_s$  – внутренняя и поверхностная энергия атомов контактных пятен;

 $S_{\kappa}$  – площадь контактных пятен;

 $\sigma_S$  – удельная поверхностная энергия, причем из [4, 8, 26, 28, 29]

$$\sigma_{S} = \left(\frac{d\Phi}{dS_{\kappa}}\right)_{P,T,n=\frac{N}{S_{\nu}}} = \left(\frac{dF_{W}}{dS_{\kappa}}\right)_{V,T,W_{u}} = \left(\frac{dW_{u}}{dS_{\kappa}}\right)_{S,V,n} = \left(\frac{dH_{w}}{dS_{\kappa}}\right)_{P,T,n},\tag{11}$$

где  $F_W$  – свободная энергия Гельмгольца.

Известно, что на  $\Delta W_i$  в выражении (5) влияет не только химический состав, но и форма поверхностного слоя контактных пятен [4, 8, 26, 28, 29], которая может быть определена исходя из соотношения их площади ( $S_\kappa$ ) к объему ( $V_\kappa$ ), то есть через  $\phi_i = S_\kappa / V_\kappa$ . Тогда с учетом этого, а также (5) и (10) [8, 26, 28, 29], рассматриваемый  $W_{0i}$  химический потенциал может устанавливаться через поверхностную ( $n_s$ ), и объемную ( $n_s$ ) концентрации атомов, включая их термодинамическую активность ( $\alpha_k$ ):

$$\mu_k = \frac{n_s(k)\sum_i \mu_i n_s(i)}{\sum_i n_s(i)} S_\kappa, \quad \mu_i = \mu_0 + \frac{1}{n_s} \left( \frac{R_g T}{S_\kappa} \ln(\alpha_k) + \sigma_S \right) = \mu_0 + \frac{1}{n_v} \left( \frac{R_g T}{V_\kappa} \ln(\alpha_k) + \sigma_S \phi_i \right), \quad (12)$$

где  $n_s$ ,  $n_v$  – поверхностная и объемная концентрации атомов,

причем

$$\alpha_k = \frac{D_i}{D_u}$$
,

где  $D_{H}$ ,  $D_{i}$  – начальный и текущий коэффициенты диффузии в твердом теле.

Используя значения энтальпии  $H = H_{\scriptscriptstyle M}(T_x)$  для фазового перехода моля вещества в газообразное (при твердофазном спекании) или жидкое (жидкофазное спекание) состояние, а также  $k_B$  и  $R_g$  (газовую постоянную), изменение энергии связи в выражении (5), как и саму энергию связи в выражениях (9), (10), (12), при необходимости можно заменить на ее температурный эквивалент:

$$T_{xi} = \frac{W_{0i}}{k_B}, \quad T_{xi} = \frac{H_{Mi}(возгонка)}{R_o}, \quad T_{xi} = \frac{H_{oi} + c_i M_i \Delta T}{R_o}, \quad T_i = \frac{\Delta \mu_i}{k_B} = \frac{\Delta H_M}{R_o},$$
 (13)

где  $T_x$ ,  $T_i$  – температуры фазового перехода и активации.

Выражение (13) также позволяет определить эквивалентную температуру в отношении работы выхода электрона с поверхности контактного пятна и рассматривать проницаемость (4) межчастичного зазора как барьерную функцию, зависящую от контактного давления и эквивалентной температуры:

$$D_{E}(p,T) = \exp\left(-\frac{4\pi \ l_{n}(p)}{h_{p}}\sqrt{2m_{i}R_{g}(T_{xi} - T_{i})}\right) = \exp\left(-\frac{4\pi \ l_{n}(p)}{h_{p}}\sqrt{2m_{i}k_{B}(T_{xi} - T_{i})}\right). \tag{14}$$

Электроконтактная обработка порошковых материалов включает в себя как минимум две технологические операции: упругого сжатия частиц дисперсной фазы (стадия формования) и пропускания через эти частицы электрического тока [4–8]. Началом второй технологической операции считается появление между контактными пятнами (см. рис. 1) разности потенциалов ( $\Delta \varphi_l$ ) и напряженности ( $E_w$ ) электрического поля в межчастичном зазоре, на величину которого оказывает влияние контактное давление. Учитывая (1) и (3), связь между этими величинами будет следующей:

$$E_w(p) = \frac{\Delta \varphi_l(p)}{l_n(p)}.$$
 (15)

Учитывая использованный для получения зависимостей (4), (5), (14) подход, а также наличие собственных зарядов  $(q_i)$  электронов и атомов, проницаемость межчастичного зазора в момент появления электрического поля будет следующей:

$$D_{wi}(p,T) = \exp\left(-\frac{4\pi l_n(p)}{h_p}\sqrt{2m_e\left[\Delta W_i(T) - q_i E_w l_n(p)\right]}\right). \tag{16}$$

Если известен коэффициент температурного сопротивления ( $\alpha_{TKC}$ ) материала частиц дисперсной фазы, а поверхности контактных пятен после сжатия считать ввиду разрушения окисных пленок ювенальными, то выражение (16) позволяет следующим образом оценить удельное сопротивление ( $\rho_{\kappa}$ ) ДПС при появлении электрического поля:

$$\rho_{\kappa}(p,T) = \rho_{m} \frac{\left(1 + \alpha_{TKC}T\right)}{D_{wi}(p,T)}.$$
(17)

Рассмотрим, как проницаемость межчастичного зазора влияет на вероятность возникновения диффузионных потоков атомов и электронов между контактными пятнами. Согласно закону Фика [8, 26, 28–30] эти потки  $(J_i)$  будут зависеть от коэффициентов самодиффузии  $(D_k)$  атомов и электронов, а также от формируемых ими в поверхностных слоях контактных пятен градиентов либо химического потенциала  $(\mu_i)$ , либо объемной концентрации  $(n_i)$ :

$$J_i = -\frac{n_i D_k}{R_o T} \operatorname{grad}(\mu_i) = -D_k \cdot \operatorname{grad}(n_i) . \tag{18}$$

При этом, согласно модели Верта — Зинера [30], используемые в выражении (18) коэффициенты самодиффузии для электронов и атомов в сформированного электростатическим взаимодействием двойного электрического слоя межчастичном зазоре будут определяться [28–30] с точностью до его проницаемости ( $D_E$ ), определяемой зависимостями (4) и (14), и уравнением Аррениуса [8, 26, 30, 31]:

$$D_k = D_B \mathcal{E}_i a_0^2 \mathbf{v}_{0i} \exp\left(-\alpha_{zi} \beta_i \frac{k T_{xi}}{\Delta \mu_i}\right) = D_B D_{Hi} \exp\left(-\alpha_{zi} \beta_i \frac{T_{xi}}{T_i}\right), \tag{19}$$

где  $z_i$  – число степеней свободы колебаний в кристаллической решетки;

 $a_0$  – период кристаллической решетки;

 $v_{0i}$  – частота колебаний атома (молекулы) в кристаллической решетке;

 $\alpha_i$  – коэффициент Зинера – Кёстера [30],

причем

$$v_{0i} = \sqrt{\frac{kT_{xi}}{2\pi m_{0i}a_0^2}} = \sqrt{\frac{R_g T_{xi}}{2\pi m_i a_0^2}} \,, \qquad \alpha_i = -\frac{T_{xi}}{E_M} \frac{dE_M}{dT} \,.$$

Будем полагать, что величина межчастичного зазора в условиях упругого сжатия частиц дисперсной фазы не менее чем на один-два порядка превосходит размеры кристаллической решетки, но не менее чем на порядок меньше самих размеров контактных пятен [19, 20, 22, 23, 27]. Исходя из этого, попадание в межчастичный зазор определенного количества атомов или электронов не приведет к существенному изменению концентраций этих частиц на поверхности контактных пятен. Причина поддержания в этих условиях постоянной концентрации атомов и электронов на поверхности контактных пятен ( $n_v(0,t) = n_{0i} = N / V = \text{const}$ ) заключается в действующем внутри твердого тела атомно-вакансионном механизме замещения. Из-за меньшей по отношению к электрону подвижности, атомы, оказавшиеся в межчастичном зазоре в конце своего движения, в основном способны только прилипать к одной из поверхностей кон-

тактных пятен, образуя на ней определенный слой (x). Из-за непрерывного попадания атомов внутрь межчастичного зазора, их концентрация с течением времени изменяется  $(n_v = n_v(x,t))$ . Связь между  $n_v(x,t)$  и  $n_0$  может устанавливаться с использованием функции ошибок [30]:

$$n_{v}(x,t) = n_{0i} \cdot erf\left(\frac{x_{i}}{2\sqrt{D_{k}t}}\right). \tag{20}$$

Поскольку в условиях свободной насыпки или упругого сжатия частиц порошка из-за самодиффузии возможно одновременное прилипание атомов к двум контактным пятнам, то  $0 \le x \le 0,5 \cdot l_p$ . Тогда, определяемый выражениями (15) поток, интегрируемый во временном промежутке с учетом выражения (17), позволяет связать количество прилипших атомов к поверхностям контактных пятен в пересчете на единицу их площади ( $n_{si}$ ) со значением  $n_{0i}$ :

$$n_{si} = \int_{0}^{t_x} J_i dt = -D_k \int_{0}^{t_x} \operatorname{grad}(n_{vi}) dt = \frac{4n_{0i}}{\sqrt{\pi}} \sqrt{D_k t} .$$
 (21)

Провести оценку необходимого времени  $(t_x)$  для формирования путем прилипания к контактным пятнам внутри межчастичного зазора вновь создаваемых слоев определенной толщины (x) с концентрацией атомов  $(n_i)$ , близкой к  $n_0$ , можно после следующего преобразования уравнения (18):

$$t_x = \frac{\pi}{16D_k} \left(\frac{n_i}{n_0} x\right)^2, \qquad t_x = \frac{\pi}{16D_k} \left(\frac{n_i}{n_0} l_n\right)_{x=l_p}^2.$$
 (22)

Полученные зависимости (2)–(4), совместно с (5), (6), (8)–(12), (16), (19), (22) позволяют оценить, с учетом влияния двойного электрического слоя, вероятность и длительность перехода ДПС в твердотельное состояние в виде пористого тела при активации этого процесса электрическим током. За счет использования в этих зависимостях безразмерных коэффициентов ( $\alpha_i$ ,  $\beta_i$ ,  $z_i$ ) и относительных величин ( $\phi_i = S_\kappa / V_\kappa$ ) при вынесении такой оценки учитывается не только полиморфное состояние кристаллических решеток поверхностных слоев контактных пятен, но также и их химический состав атомов, включая геометрию этих поверхностей. Включение в разработанную модель зависимостей (2), (13), (18) позволяет установить связь с общепринятыми моделями кинетики спекания порошковых материалов и покрытий [4–8, 26, 31], а полученные зависимости (16) и (17) – отразить особенности влияния электрического поля на кинетику спекания, вызванные наличием двойного электрического слоя.

**2** Эквивалентный аналог ДПС и ее переход в твердотельное состояние при электроконтактном воздействии. Частицы дисперсной фазы могут отличаться друг от друга не только размерами, но и формой, которая может быть, например, круглой, округлой, осколочной, губчатой, игольчатой и т.д. [26, 31]. На устойчивость к переходу в твердотельное состояние ДПС оказывает влияние не только контактное давление, вызванное сжатием частиц дисперсной фазы, и наличие поверхностного двойного электрического слоя на сформированных при сжатии контактных пятнах, но и фактическая площадь  $(S_k)$  этих пятен. Из-за существующей шероховатости такая площадь может быть меньше геометрической  $(S_c)$ , определяемой диаметром контактной зоны (см. рис. 1), которая зависит от контактного давления и модуля упругости материала поверхностного слоя. Если шероховатость в контактных зонах представить в виде пирамид с квадратным основанием [22, 23, 27], то связь между  $S_c$  и  $S_k$  будет следующей:

$$S_k = S_c \left[ 1 - \exp(-\mathbf{E}) \right], \tag{23}$$

где

$$E = \frac{p}{b\sigma_m} \frac{T_{nn} - T_{_H}}{T_{_H}} ,$$

 $\sigma_m$  – предел текучести материала твердотельной частицы;

 $T_{\it nn}$  – температура плавления материала твердотельной частицы;

 $T_{H}$  — начальная температура;

b — параметр, зависящий от высоты и основания пирамиды, который для сферических, губчатых, дендритных и осколочных форм частиц порошка можно выбирать в пределах от 3 до 5 [27, 31].

Зная размеры  $S_c$  и определяемую зависимостью (11) удельной энергии поверхностных слоев контактных пятен (рис. 1), а также их общее количество ( $N_k$ ), с учетом зависимостей (10) и (23), приступить к оценке устойчивости ДПС к переходу в твердотельное состояние позволяет знание начальной величины совокупной свободной энергии  $\Gamma$ ельмгольца:

$$(F_W)_{V,T,W_{II}} = \sum_{i} [\sigma_S(i)S_k(i)] = \sum_{i} [U_i - T_iS_{\mathcal{I}}(i)] = N_k \sigma_S S_k = U - TS_{\mathcal{I}}.$$
 (24)

Выражение (24) позволяет установить связь ДПС, в которой частицы дисперсной фазы могут в определенном диапазоне отличаться друг от друга размерами и формой, с ее эквивалентным аналогом, представленным усредненными по форме и размерам частицами дисперсной фазы с усредненными параметрами  $\sigma_S$  и  $S_k$ . Такая замена в дальнейшем упрощает решение задач на определение не только устойчивости ДПС к переходу в твердотельное состояние, но и закономерности структурообразования получаемого в результате этого материала, которое в своем начальном состоянии является пористым. Учитывая хорошую изученность закономерностей перехода при спекании [18, 21, 26, 31] и электроконтактной обработке [6–10, 15, 18] ДПС, состоящей из электропроводящих частиц круглой (сферической) формы одного диаметра, в твердотельное состояние, выберем ее в качестве эквивалентного аналога и рассмотрим алгоритм перевода к ней ДПС из частиц произвольной формы и размеров.

Если, используя сита, размеры ячеек  $(A_i)$  которых монотонно (например, от 4,5 мм до 45 мкм) убывают, из ДПС можно [32] выделить определенное количество (k) фракций с частицами дисперсной фазы, то, исходя из апертуры ячеек  $(A_i < A_j)$ , в рамках фракции усредненный диаметр  $(D_0)$  частиц будет определяться известным образом [6, 26, 31]:

$$D_0 = A_i A_j \sqrt{\frac{2}{A_i^2 + A_j^2}} . {25}$$

Используя основанный на полимолекулярной адсорбции метод Брунауэра, Эммета и Тейлора (метод БЭТ), можно в пределах выделенной фракции частиц дисперсной фазы также определить площадь их удельной поверхности [6, 26, 31], а, используя седиментационный метод [6, 26, 31, 32] (в том числе и для частиц 0,5–40 мкм), – эквивалентный диаметр ( $D_S$ ) этой удельной площади. Зная общую ( $m_\Sigma$ ) и отдельную ( $m_k$ ) массу частиц по каждой фракции, включая относительную ( $\chi_k = m_k / m_\Sigma$ ), можно получить гистограмму плотности вероятности ( $P_k$ ) их дисперсионного распределения относительно  $D(k) = D_0(k)$ :

$$P_{k}(D_{k}) = \frac{m_{k}}{D_{0}(k)} = \left| \frac{m_{j} - m_{i}}{A_{j} - A_{i}} \right| = \frac{\chi_{k}}{D_{0}(k)} m_{\Sigma} = \left| \frac{\chi_{j} - \chi_{i}}{A_{j} - A_{i}} \right| m_{\Sigma} = m_{\Sigma} g_{k}(D_{k}) = \frac{dF_{P}(D)}{dD},$$
 (26)

причем

$$P(D) = \frac{dF_P(D)}{dD} = \frac{1}{Nx} \sum_{k=1}^{N} \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left[ \frac{D_k - D_0}{x} \right]^2 \right) \right]$$

где  $F_p(D)$  – функция плотности вероятности;

x – параметр размытости.

Используя (26) и предложенные в работах [34—36] способы реализации методов Парзена и Розенблатта восстановления по гистограммам функции распределения плотности вероятности, можно установить наиболее вероятный диаметр ( $D_0$ ) для сферической частицы эквивалентной ДПС, а также получить наиболее вероятный диаметр ( $D_s$ ) площади ее поверхности. Учитывая, что форма, развитость и микроструктура поверхности частиц произвольной ДПС оказывают влияние на получаемые как БЭТ-методом, так и седиментационным методом данные для получения с использованием выражения (26) значения  $D_s$ , то оно может быть отличным от  $D_0$ . При этом следует полагать, что  $D_s \ge D_0$  [1, 2, 8, 26, 31]. Такое отличие может повлиять на оценку устойчивости ДПС к переходу в твердотельное состояние, чтобы учесть это введем фактор соответствия площадей ( $f_s$ ):

$$f_S = \left(\frac{D_S}{D_0}\right)^2. \tag{27}$$

Вышеизложенный алгоритм преобразования, способствующий получению данных на основе ситового анализа, БЭТ-метода и седиментационного метода, а также их обработке с использованием методов Парзена и Розенблатта, включая зависимости (25)–(27), позволяет с определенной точностью заменить произвольную ДПС ее эквивалентным аналогом. При этом в получаемом эквивалентном аналоге ДПС дисперсная фаза представлена сферическими частицами, которые могут иметь одинаковый диаметр  $D_0$ . Однако из-за возможных расхождений между диаметрами  $D_0$  и  $D_S$ , площадь контактных пятен (см. рис. 1) для выражения (23) следует определять с учетом выражения (27):

$$S_C = \frac{\pi}{4} f_F d^2 \,, \tag{28}$$

при этом если частицы дисперсной фазы диаметром  $D_0$  эквивалентного аналога ДПС испытывают упругую деформацию при сжатии, то диаметр контактного пятна (d), с учетом действующего контактного давления ( $p_0$ ), определяется решением задачи Герца [27, 37]:

$$d(D,p) = D_0 \frac{\pi p_0 (1 - v^2)}{2E_M(T)}, \qquad \delta_0(D,p) = D_0 \left(\frac{\pi p_0 (1 - v^2)}{2E_M(T)}\right)^2, \tag{29}$$

 $p_0$  – максимальное давление в центре контактного пятна;

 $\delta_0$  — максимальная величина линейной деформации.

В этом случае относительное распределение величин контактного давления и линейной деформации в пределах контактного пятна (r = [0 ... 0,5d]) будет следующим:

$$p(r) = p_0 \sqrt{1 + \frac{4r^2}{d^2}}; \qquad \delta(r) = \delta_0 - \frac{r^2}{D_0}$$
 (30)

Выражения (24)—(30) позволяют свести оценку устойчивости к переходу и при упругом сжатии, и электроконтактном воздействии эквивалентного аналога ДПС в твердотельное состояние в виде образующегося пористого материала к решению, представленному в работах [6, 27, 38, 39]. В этом решении, в частности в работах [27, 38], содержатся зависимости, позволяющие определять количество контактных зон для зависимости (24) в эквивалентном аналоге ДПС с учетом усилия сжатия частиц дисперсной фазы, их общей массы и занимаемого объема. Исходя из анализа работ [6, 27, 38, 39], по отношению к протекающему через контактные зоны электрическому току характер изменения сопротивления материала частиц дисперсной фазы схематично можно представить так, как показано на рисунках 2 и 3.

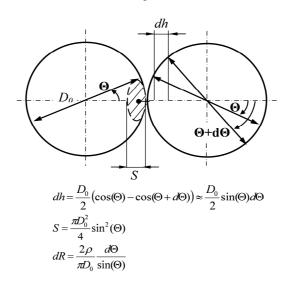


Рисунок 2 – Дифференцированное изменение сопротивления частиц дисперсной фазы электрическому току

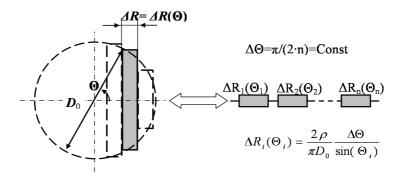


Рисунок 3 – Дискретное изменение сопротивления частицы дисперсной фазы электрическому току

Принимая во внимание представленный на рисунках 2 и 3 характер изменения сопротивления электрическому току в материале частицы дисперсной фазы, количественно его можно оценить, используя следующие зависимости:

$$R_0 = \frac{2\rho_0}{\pi D_0} \ln \left| \operatorname{tg} \left( \frac{\Theta}{2} \right) \right|, \tag{33}$$

$$\Delta R_i(\Theta_i) = \frac{2\rho_0}{\pi D_0} \frac{\Delta\Theta}{\sin(\Theta_i)} , \qquad (34)$$

$$R_0 = \frac{2\rho_0 \Delta\Theta}{\pi D_0} \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\sin(\Theta_i)}\right),\tag{35}$$

где  $\Theta$  – угол, изменяющийся в пределах от  $\Theta_{\min}$  до  $\pi/2$ , причем  $\Theta_{\min}=d$  /  $D_0$ ;

 $\Theta_i$  – угол, изменяющийся в пределах от  $\Theta_{\min}$  до  $\pi$ ;

$$\Delta\Theta = (\pi - \Theta_{\min}) / n.$$

При электроконтактной обработке эквивалентного аналога ДПС, используя закон Джоуля – Ленца и уравнение теплового баланса, зависимости (33)–(35), с учетом (17) и (9), позволяют оценить распределение температуры внутри частицы дисперсной фазы в момент протекания тока (I) без учета теплопередачи:

$$T(t) = \frac{1}{\alpha_{TKC}} \left[ \exp\left(\frac{\alpha_{TKC} I^2 R_0 t}{c m_0}\right) - 1 \right],\tag{36}$$

где  $R_0$  – начальное сопротивление материала частицы дисперсной фазы.

Полагая, что протекающий через контактные зоны частиц дисперсной фазы электрический ток в начальный момент времени формирует точечные тепловые источники, тогда, как показано в работах [27, 38], температура в этих зонах, с учетом выражений (15), (17), а также возможной теплопередачи, может определяться следующим образом:

$$T_{\kappa}(D_0, p, t) = \frac{3}{2} \frac{G(D_0, p, t)}{\gamma_{m}(p)c_{m}} \frac{\Psi(p, t)}{\rho_{\kappa}(p)} \frac{l_{\kappa}(p)}{d(D_0, p)},$$
(37)

где  $\gamma_m(p,T) = n_v m_e D_E(p,T)$ ;

$$c_m = \frac{3}{2} \frac{k_B}{m_e} \; ;$$

$$G(D_0, p, t) = \frac{0.25}{\sqrt{\left[\pi a_m (t_0 + t)\right]^3}} \exp\left(\frac{-d^2(D_0, p)}{4a_m (t_0 + t)}\right);$$

$$t_0(p,T) = \sqrt{0.5\rho_{\kappa}(p,T)\varepsilon\varepsilon_0}$$
;

 $t_0$  – не более одной сотой длительности периода импульсного тока;

 $\epsilon$ ,  $\epsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость контактной зоны и вакуума;

 $a_{m}$  – коэффициент теплопередачи.

$$\Psi(p,t) = \begin{cases} \Psi_1(p,t) = \frac{E_w^2(p)}{2} \exp\left(-2\beta t\right) \left[ \frac{1}{\beta} + \frac{\beta \sin(2\omega t) + \omega \cos(2\omega t)}{\beta^2 + \omega^2} \right] \\ \Psi_2(p,t) = \frac{E_w^2(p)}{2} \omega t \left( t - \frac{\sin(\omega t)}{\omega} \right) \end{cases}, \tag{38}$$

причем  $\omega$ ,  $\beta$  – циклическая частота импульсного тока и коэффициент затухания разрядного контура установок электроконтактной обработки, подключенного либо к конденсаторному накопителю электрической энергии, либо к понижающему трансформатору, первичная обмотка которого подсоединена к тиристорному приводу. В выражении (38) первому типу установок электроконтактной обработки [4, 6, 7] соответствует  $\Psi_1(p,T)$ , а второму [5, 10–12, 15] –  $\Psi_2(p,T)$ .

Зависимости (33)–(38), совместно с зависимостями (2), (13), (14), (16), (17), (19) и (29), с одной стороны, отражают механизм активации кинетических процессов перехода эквивалентного аналога ДПС в твердотельное состояние в виде образующегося пористого материала при электроконтактной обработке. С другой стороны, эти зависимости дополняют известные кинетические модели [4–12, 15, 16, 18] перехода в твердотельное состояние ДПС при электроконтактной обработке, включая общепризнанные кинетические модели [8, 18, 21, 26, 31], которые используются в порошковой металлургии для расчета режимов термодиффузионного спекания порошковых материалов и покрытий.

#### Выводы.

- 1. В разработанной кинетической модели отражено влияние электростатического взаимодействия как на устойчивость ДПС к переходу в твердотельное состояние, которая определяется величиной межчастичного зазора в контактных зонах частиц дисперсной фазы, так и на формируемый атомами кристаллических решеток модуль упругости материала этих частиц. Причем на величину межчастичного зазора оказывают влияние не только модуль упругости, но и поверхностная концентрация атомов контактных пятен частиц, контактное давление и температура. Устойчивость ДПС определяется вероятностью барьерной диффузии атомов через межчастичный зазор и временем его заполнения атомами, после чего происходит сращивание частиц дисперсной фазы, приводящее к появлению пористого материала.
- 2. В разработанной модели приведен, основанный на ситовом и седиментационном анализе, методах БЭТ, а также Парзена и Розенблатта, алгоритм получения эквивалентного аналога с дисперсной фазой в виде сферических частиц одинакового диаметра для ДПС, состоящей из различных по форме и размерам частиц. Кроме этого, в модели показана связь используемых аналитических зависимостей, описывающих электроконтактную обработку с позиции необратимых термодинамических процессов, с известными и общепризнанными кинетическими моделями перехода в твердотельное состояние ДПС, которые используются в порошковой металлургии для определения режимов получения материалов и покрытий как при термомеханическом воздействии электрического тока, так и термодиффузионном спекании.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Щукин, Е.Д. Коллоидная химия: учебник для университетов / Е.Д Щукин, А.В. Перцев, Е.А. Амелина. М.: Высш. шк., 2004. 448 с.
- 2. Белик, В.В. Физическая и коллоидная химия : учебник для студентов / В.В. Белик, К.И. Киенская. Изд. 8-е, испр. М. : Академия, 2013. 288 с.
- 3. Электроимпульсная обработка металлов / А.Л. Лвшиц [и др.]. М.: Машиностроение, 1967. 291 с.
- 4. Райченко, А.И. Основы процесса спекания порошков пропусканием электрического тока / А.И. Райченко. М.: Металлургия, 1987. 128 с.
- 5. Дорожкин, Н.Н. Электрофизические методы получения покрытий из металлических порошков / Н.Н. Дорожкин, В.А. Миронов, А.А. Кот. Рига : Зинатне, 1985. 131 с.
- 6. Теория и практика электроимпульсного спекания пористых порошковых материалов / К.Е. Белявин [и др.]. Минск : Ремико, 1997. 180 с.
- 7. Григорьев, Е.Г. Электроимпульсная технология формирования материалов из порошков / Е.Г. Григорьев, Б.А. Калин. М. : МИФИ, 2008.-152 с.
- 8. Болдин, М.С. Физические основы технологии электроимпульсного плазменного спекания порошковых материалов: электронное учеб.-метод. пособие. Нижний Новгород: Нижегород. гос. ун-т, 2012. 59 с.
- 9. «FAST» field assisted sintering technology- a new process for the production of metallic and ceramic sintering materials / Heinz U. Kessel [et al.] // Pulvermetallurgie: Wissenschaft und Praxis. 2006. Vol. 22. P. 201–237.
- 10. Field-Assisted Sintering Technology/Spark Plasma Sintering: Mechanisms, Materials, and Technology Developments / Olivier Guillon [et al.] // Advanced Engineering Materials, 2014. Vol. 16, Iss. 7. P. 830–849.
- 11. Munir, Z.A. The effect of electric field and pressure on the synthesis and consolidation of materials: A review of the spark plasma sintering method. / Z.A. Munir, U. Anselmi-Tamburini, M. Ohyanagi // J. Mater. Sci. 2006. Vol. 41. P. 763–777.
- 12. Munir, Z.A. Electric Current Activation of Sintering: A Review of the Pulsed Electric Current Sintering Process / Z.A. Munir, D.V. Quach, M. Ohyanagi // J. Am. Ceram. Soc. 2011. Vol. 94 [1]. P. 1–19.
- 13. Рябинина, О.Н. Технологические принципы выбора материалов пресс-инструмента при электроразрядной обработке металлических порошков / О.Н. Рябинина // Вестн. Оренбург. гос. ун-та, 2006. № 10. Ч. 2. С. 414—421.
- 14. Гадалов, В.Н. Электроискровые покрытия из самофлюсующихся материалов на никельхромовой основе на быстрорежущей стали / В.Н. Гадалов, В.В. Самойлов, А.И. Лыткин // Фундаментальные исследования. 2009. №5 (приложение). С. 43–45.
- 15. Сосновский, А.В. Наплавка износостойких покрытий электроконтактным оплавлением / А.В. Сосновский. Саарбрюкен: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013. 132 с.
- 16. Плескачевский, Ю.М. Основы технологии электроконтактного спекания наноструктурированных металлополимерных покрытий триботехнического назначения / Ю.М. Плескачевский, В.А. Ковтун // Сварка и родственные технологии. 2013. № 10–11. С. 72–79.

- 17. Порошковая металлургия. Термины и определения: ГОСТ 17359-82.
- Гегузин, Я.Е. Физика спекания / Я.Е. Гегузин. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Наука, 1984. 312 с.
- 19. Китель, Ч. Введение в физику твердого тела / Ч. Китель. М.: Наука, 1978. 792 с.
- 20. Павлов, П.В. Физика твердого тела / П.В. Павлов, А.Ф. Хохлов. М.: Высш. шк., 2000. 494 с.
- 21. Френкель, Я.И. Кинетическая теория жидкостей / Я.И. Френкель. Л.: Наука, 1975. 592 с.
- 22. Качергин, К.А. Контактная сварка / К.А. Качергин. Л.: Машиностроение, 1987. 240 с.
- 23. Виноградов, В.М. Основы сварочного производства : учеб. пособие / В.М. Виноградов, А.А. Черепахин, Н.Ф. Шпулькин. М. : Академия, 2008. 272 с.
- 24. Бадамшин, И.Х. Способ определения модуля упругости : пат. 2226266 Рос. Федерации / И.Х. Бадамшин ; дата публ. : 06.05.2002.
- 25. Бадамшин, И.Х. От четырех к одному. Силы внутриатомного взаимодействия и прочность материалов / И.Х. Бадамшин. М.: Акад. естествознания, 2014. 89 с.
- 26. Порошковая металлургия и напыленные покрытия : учебник для ВУЗов / В.Н. Анцифиров и [др.] ; под ред. Б.С. Митина. М. : Металлургия, 1987. 792 с.
- 27. Кузнечик, О.О. Моделирование процесса электроимпульсного спекания порошков тугоплавких металлов на стадии упругой подпрессовки / О.О. Кузнечик // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. С. 2010. № 3. С. 115–123.
- 28. Яворский, Б.М. Справочник по физике для инженеров и студентов ВУЗов / Б.М. Яворский, А.А. Детлаф. М.: Наука, 1979. 941 с.
- 29. Воронин, Г.Ф. Основы термодинамики / Г.Ф. Воронин. М.: МГУ, 1987. 192 с.
- 30. Бокштейн, Б.С. Диффузия в металлах / Б.С. Бокштейн. М.: Металлургия, 1978. 248 с.
- 31. Пористые проницаемые материалы: справ. изд. / под ред. С.В. Белова. М.: Металлургия, 1987. 335 с.
- 32. Порошки металлические. Определение размера частиц сухим просеиванием: ГОСТ 18318-94.
- 33. Порошки металлические. Методы седиментационного анализа: ГОСТ 22662-77.
- 34. Сызранцев, В.Н. Адаптивные методы восстановления функции плотности распределения вероятности / В.Н. Сызранцев, Я.П. Невелев, С.Л. Голофаст // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2006. Вып. № 12. С. 3–11.
- 35. Вовк, А.В. Методика определения функций распределений размеров частиц для полидисперсных порошков / А.В. Вовк, В.А. Дикарев // Радиоэлектроника и информатика. 2009. Вып. № 3. С. 28–32.
- 36. Трофименко, И.С. Определение функций распределения диаметров частиц порошковых масс по результатам наблюдений / И.С. Трофименко // Радиоэлектроника и информатика. 2010. Вып. № 3. С. 31–34.
- 37. Попов, В.Л. Механика контактного взаимодействия и физика трения. От нанотрибологии до динамики землетрясений / В.Л. Попов. М.: Физматлит, 2012. 348 с.
- 38. Evaluating the nature of the pressure distribution in a powder in electric-impulse sintering under conditions of uniaxial two-sided elastic prepressing / O.O. Kuznechik [et al.] // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2013. Vol. 86. № 5. P. 1240–1250.

Поступила 21.03.2016

# KINETIC MODEL OF TRANSITION FROM ELECTROCONDUCTIVE DISPERSION-POWDERY MEDIUM TO THE SOLID STATE IN THE FORM OF THE RESULTING POROUS MATERIAL AT ELECTROCONTACT PROCESSING

### O. KUZNECHIK

It is presented kinetic model, which reflects the impact electrostatic interaction of the electrical double layers available at the contact patches of the dispersed phase on the transition to the solid state of dispersion medium, the existing contact pressure and the modulus of elasticity of the material of the particles, depending on the electrostatic interaction between the atoms of the crystal lattices, and temperature. Algorithm is described allowing representing dispersion medium, consisting of various shapes and sizes of the particles, in equivalent analog of dispersion medium, consisting of spherical particles of equal diameter. This algorithm is based on sieve analysis and sedimentation analysis, Brunauer – Emmett – Teller (BET) theory and Parzen – Rosenblatt window method.

**Keywords:** kinetic model, electroconductive dispersion-powdery medium, porous material, an electric double layer electric-processing, algorithm, BET theory, Parzen – Rosenblatt window method.

### МАТЕМАТИКА

УДК 519.6

# ОБ ЭФФЕКТИВНОМ ПОИСКЕ БЕЗУСЛОВНОГО ЭКСТРЕМУМА ГЛАДКИХ ФУНКЦИОНАЛОВ В КОНЕЧНОМЕРНЫХ ЗАДАЧАХ

канд. физ.-мат. наук, доц. О.В. ГОЛУБЕВА, д-р техн. наук С.Г. ЕХИЛЕВСИЙ, канд. физ.-мат. наук Ю.Ф. ПАСТУХОВ, канд. физ.-мат. наук Д.Ф. ПАСТУХОВ (Полоцкий государственный университет)

Получены условия быстрой сходимости простой итерации в конечномерной задаче на экстремум для функционала третьего порядка гладкости. Приведены формулы необходимого числа операций для достижения заданной наибольшей точности координат стационарной точки и значения функционала в стационарной точке. Получена разностная итерационная формула для априорно гладких функционалов, возможно не представимых в виде композиции элементарных функций. Показана эквивалентность порядка точности полученных итерационных формул, определена верхняя граница оптимального шага. Эффективность метода поиска точек экстремума и точек перевала показана в примерах и компьютерных программах.

**Ключевые слова**: гладкий функционал, строгое диагональное преобладание элементов матрицы Гессе, центральная разность первого порядка, оптимальный шаг итерационной формулы.

**Введение.** В статье рассматриваются эффективные методы поиска безусловного экстремума гладких функционалов конечного числа переменных. С помощью градиентных методов поиска экстремума можно получать решение, принадлежащее широкому классу непрерывно дифференцируемых функций. Однако эти методы не позволяют получить решение с двойной точностью double для чисел с плавающей запятой [1–3]. Например, в матричном методе Ньютона нужно вычислить  $n^2$  элементов матрицы Якоби, что увеличивает погрешность при отыскании матрицы, обратной к матрице Якоби:  $\overrightarrow{x}^m = \overrightarrow{x}^m - (F'(\overrightarrow{x}^m))^{-1} * F(\overrightarrow{x}^m)$ , где  $(F'(\overrightarrow{x}^m))^{-1}$  — матрица обратная к матрице Якоби. Метод Зейделя использует только n диагональных элементов матрицы Якоби, поэтому при одинаковом с методом Ньютона числе итераций в методе Зейделя меньше элементарных операций и, следовательно, меньше ошибка округления.

В работе представлен способ получения экстремальных значений с относительной точностью  $10^{-16}$  для трижды непрерывно дифференцируемых функционалов со строгим диагональным преобладанием матрицы Гессе всего за 60 итераций при начальном удалении от стационарной точки на 100 единиц.

**Определение 1.** Среди двух методов, позволяющих получить решение задачи при одинаковых начальных условиях, более эффективным назовем метод, дающий большую точность. При одинаковой точности решения более эффективным назовем метод, использующий меньшее число элементарных арифметических операций.

**Постановка задачи.** Пусть в пространстве  $R^n$  задана открытая область  $A \subset R^n$ , и вектор  $\overline{x} = (\overline{x_1}, \overline{x_2}, ..., \overline{x_n}) \in A$ . Рассмотрим задачу поиска безусловного экстремума функционалов, трижды непрерывно дифференцируемых в открытой области A [1]:

$$\begin{cases} f(x_1, x_2, ..., x_n) \to \text{extr,} \\ f(x) \in C^3(A). \end{cases}$$
 (1)

Для поиска экстремальных точек задачи (1) можно использовать два подхода. Первый заключается в исследовании основного функционала, например, градиентными методами. В другом применяются необходимые условия экстремума функции нескольких переменных [1]:

$$\begin{cases} f'_{x_1}(x_1, x_2, ..., x_n) \equiv F_1(x_1, x_2, ..., x_n) = 0, \\ f'_{x_2}(x_1, x_2, ..., x_n) \equiv F_2(x_1, x_2, ..., x_n) = 0, \\ ..., \\ f'_{x_n}(x_1, x_2, ..., x_n) \equiv F_n(x_1, x_2, ..., x_n) = 0, \end{cases}$$

$$(2)$$

где  $\overline{x} = (\overline{x_1}, \overline{x_2}, ..., \overline{x_n}) \in A \subset \mathbb{R}^n$  – стационарная точка, то есть решение системы уравнений (2).

Обозначим координату итерационной точки через  $x_i^m$ , где i – номер координаты,  $i = \overline{1,n}$ ; m – номер итерации, m = 0, 1, 2, .... Решим систему (2) численно методом простой итерации [2]. Воспользуемся, например, методом Зейделя для системы уравнений, заданных неявно [2]:

$$\begin{cases} F_{1}(x_{1}^{m+1}, x_{2}^{m}, ..., x_{n}^{m}) = 0, \\ F_{2}(x_{1}^{m+1}, x_{2}^{m+1}, ..., x_{n}^{m}) = 0, \\ & ... \\ F_{n}(x_{1}^{m+1}, x_{2}^{m+1}, ..., x_{n-1}^{m+1}, x_{n}^{m+1}) = 0. \end{cases}$$

$$(3)$$

То есть система (2) сводится к последовательному решению n уравнений системы (3), каждое из которых  $F_i(x_1^{m+1}, x_2^{m+1}, ..., x_i^{m+1}, ..., x_n^m) = 0$ ,  $i = \overline{1,n}$ , представляет уравнение с одной неизвестной  $x_i^{m+1}$ , а все остальные неизвестные при фиксированной итерации остаются постоянными. В этом случае для нахождения i-й неизвестной можно использовать i-е уравнение с явным видом итерации – формулу касательных Ньютона для уравнения с одной неизвестной:

$$\begin{cases} x_{1}^{m+1} = x_{1}^{m} - \frac{F_{1}(x_{1}^{m}, x_{2}^{m}, \dots, x_{n}^{m})}{F'_{1x_{1}}(x_{1}^{m}, x_{2}^{m}, \dots, x_{n}^{m})}, \\ x_{2}^{m+1} = x_{2}^{m} - \frac{F_{2}(x_{1}^{m+1}, x_{2}^{m}, \dots, x_{n}^{m})}{F'_{2x_{2}}(x_{1}^{m+1}, x_{2}^{m}, \dots, x_{n}^{m})}, \\ \dots, \\ x_{i}^{m+1} = x_{i}^{m} - \frac{F_{i}(x_{1}^{m+1}, x_{2}^{m+1}, \dots, x_{i-1}^{m+1}, x_{i}^{m}, \dots, x_{n}^{m})}{F'_{ix_{i}}(x_{1}^{m+1}, x_{2}^{m+1}, \dots, x_{i-1}^{m+1}, x_{i}^{m}, \dots, x_{n}^{m})}, \\ \dots, \\ x_{n}^{m+1} = x_{n}^{m} - \frac{F_{n}(x_{1}^{m+1}, x_{2}^{m+1}, \dots, x_{i-1}^{m+1}, x_{i}^{m}, \dots, x_{n-1}^{m+1}, x_{n}^{m})}{F'_{nx_{n}}(x_{1}^{m+1}, x_{2}^{m+1}, \dots, x_{i-1}^{m+1}, x_{i}^{m+1}, \dots, x_{n-1}^{m+1}, x_{n}^{m})}. \end{cases}$$

$$(4)$$

Обозначим вектор (невязку, погрешность)  $\delta x^m = (\delta x_1^m, \delta x_2^m, ..., \delta x_n^m)$  как разность между итерационной точкой  $x^m$  на шаге итерации с номером m и стационарной точкой  $x^m = (x_1^m - \overline{x_1}, x_2^m - \overline{x_2}, ..., x_n^m - \overline{x_n})$ . Аналогично вектор  $\delta x^{m+1} = (\delta x_1^{m+1}, \delta x_2^{m+1}, ..., \delta x_n^{m+1})$  обозначим как  $\delta x^{m+1} = (x_1^{m+1} - \overline{x_1}, x_2^{m+1} - \overline{x_2}, ..., x_n^{m+1} - \overline{x_n})$  — невязка итерации на шаге m+1.

Пусть система (4) имеет предельную, стационарную точку  $\bar{x}$ . Тогда из систем (2) и (4) получаем

$$\begin{cases}
\lim_{m \to \infty} x_1^{m+1} = \lim_{m \to \infty} x_1^m = \overline{x_1} \iff f'_{x_1}(\overline{x_1}, \overline{x_2}, ..., \overline{x_n}) = 0, \\
\lim_{m \to \infty} x_2^{m+1} = \lim_{m \to \infty} x_2^m = \overline{x_2} \iff f'_{x_2}(\overline{x_1}, \overline{x_2}, ..., \overline{x_n}) = 0, \\
\dots, \\
\lim_{m \to \infty} x_n^{m+1} = \lim_{m \to \infty} x_n^m = \overline{x_n} \iff f'_{x_n}(\overline{x_1}, \overline{x_2}, ..., \overline{x_n}) = 0, \\
f''_{x_1 x_i}(\overline{x_1}, \overline{x_2}, ..., \overline{x_n}) \neq 0, \ i = \overline{1, n}.
\end{cases}$$
(5)

Вычтем  $x_i$  из правой и левой частей i-го уравнения системы (4) и получим систему уравнений (6), где все величины выражены через невязки и координаты стационарной точки:  $x_k^{m+1} = \overline{x_k} + \delta x_k^{m+1}$ ,  $x_k^m = \overline{x_k} + \delta x_k^m$ ,  $k = \overline{1, n}$ .

$$\delta x_{1}^{m+1} = \delta x_{1}^{m} - \frac{f_{x_{1}}'(\overline{x_{1}} + \delta x_{1}^{m}, \overline{x_{2}} + \delta x_{2}^{m}, ..., \overline{x_{n}} + \delta x_{n}^{m})}{f_{x_{1}x_{1}}''(\overline{x_{1}} + \delta x_{1}^{m}, \overline{x_{2}} + \delta x_{2}^{m}, ..., \overline{x_{n}} + \delta x_{n}^{m})},$$

$$\delta x_{2}^{m+1} = \delta x_{2}^{m} - \frac{f_{x_{2}}'(\overline{x_{1}} + \delta x_{1}^{m+1}, \overline{x_{2}} + \delta x_{2}^{m}, ..., \overline{x_{n}} + \delta x_{n}^{m})}{f_{x_{2}x_{2}}''(\overline{x_{1}} + \delta x_{1}^{m+1}, \overline{x_{2}} + \delta x_{2}^{m}, ..., \overline{x_{n}} + \delta x_{n}^{m})},$$

$$\vdots \\
\delta x_{i}^{m+1} = \delta x_{i}^{m} - \frac{f_{x_{i}}'(\overline{x_{1}} + \delta x_{1}^{m+1}, \overline{x_{2}} + \delta x_{2}^{m+1}, ..., \overline{x_{i-1}} + \delta x_{i-1}^{m+1}, \overline{x_{i}} + \delta x_{i}^{m}, ..., \overline{x_{n}} + \delta x_{n}^{m})}{f_{x_{i}x_{i}}''(\overline{x_{1}} + \delta x_{1}^{m+1}, \overline{x_{2}} + \delta x_{2}^{m+1}, ..., \overline{x_{i-1}} + \delta x_{i-1}^{m+1}, \overline{x_{i}} + \delta x_{i}^{m}, ..., \overline{x_{n}} + \delta x_{n}^{m})},$$

$$\vdots \\
\delta x_{n}^{m+1} = \delta x_{n}^{m} - \frac{f_{x_{i}}''(\overline{x_{1}} + \delta x_{1}^{m+1}, \overline{x_{2}} + \delta x_{2}^{m+1}, ..., \overline{x_{i-1}} + \delta x_{n-1}^{m+1}, \overline{x_{i}} + \delta x_{n}^{m})}{f_{x_{n}x_{n}}''(\overline{x_{1}} + \delta x_{1}^{m+1}, \overline{x_{2}} + \delta x_{2}^{m+1}, ..., \overline{x_{n-1}} + \delta x_{n-1}^{m+1}, \overline{x_{n}} + \delta x_{n}^{m})}.$$

Система (4) сходится к стационарной точке  $\bar{x}$ , если и только если невязки в системе (6) сходятся к нулю:  $\lim_{m\to\infty} \delta x_i^{m+1} = \lim_{m\to\infty} \delta x_i^m = 0$ ,  $i=\overline{1,n}$ . Значит, системы (4) и (6) эквивалентны.

**Определение 2.** Числовая итерационная последовательность  $x^{m+1}$  называется сходящейся к предельной точке x с порядком скорости p, если  $\exists C > 0, p > 0$ :  $\lim_{m \to \infty} \left( \sup_{p > 0} \frac{\left| \delta x^{m+1} \right|}{\left| \delta x^m \right|^p} \le C \right)$ .

**Сходимость метода. Теорема 1** (условия сходимости итерации (6)). Пусть открытая область  $A \subset R^n$  содержит начальную итерацию  $(x_1^0, x_2^0, ..., x_n^0) \in A$  и стационарную точку  $\overline{x} = (\overline{x_1}, \overline{x_2}, ..., \overline{x_n}) \in A$  (решение системы (2)). Функция f(x),  $x \in A$ , конечного числа n переменных:

- 1) трижды непрерывно дифференцируема  $f(x) \in C^3(A)$ ;
- 2) матрица Гессе функции f(x) с элементами  $H_{i,j} = f_{x_i x_j}''(x)$  обладает строгим диагональным преобладанием:  $\left| f_{x_i x_i}''(x) \right| > \sum_{i=1}^n \left| f_{x_i x_i}''(x) \right|, \ i = \overline{1,n}, \ x \in A.$

Обозначим  $q_i = \sup_{x \in A} \frac{\displaystyle \sum_{j=1,\, j \neq i}^n \left| f_{x_i x_j}''(x) \right|}{\left| f_{x_i x_i}''(x) \right|} < 1$ ,  $i = \overline{1,n}$ , в силу диагонального преобладания. Обозначим  $q = \max q_i < 1$ . Тогда система (6) сходится к единственной стационарной точке (5), по крайней мере,

 $q = \lim_{i=1,n} q_i$  (г. Тогда спотема (с) сходитем к единетьенной стационарной то же (с), но краиней мере, с первым порядком скорости (C = q, p = 1) и имеет место оценка погрешности после m итераций:

$$\left|\delta x^{m}\right| = \left|x^{m} - \overline{x}\right| \leq \frac{(1+q)\left|\delta x^{0}\right|q^{m}}{1-q} \leq \frac{(1+q)q^{m}}{\left(1-q\right)^{2}}l_{0}, \text{ где } l_{0} = \left|x^{1} - x^{0}\right| - \text{расстояние между начальными итерациями}$$

$$x^{0}, x^{1}, \delta x^{0} = (x_{1}^{0} - \overline{x_{1}}, x_{2}^{0} - \overline{x_{2}}, ..., x_{n}^{0} - \overline{x_{n}}).$$

**Доказательство.** Воспользуемся методом индукции. Разложим последовательно первую частную производную  $f'_{x_i}(\overline{x_1} + \delta x_1^{m+1}, \overline{x_2} + \delta x_2^{m+1}, ..., \overline{x_{i-1}} + \delta x_{i-1}^{m+1}, \overline{x_i} + \delta x_i^m, ..., \overline{x_n} + \delta x_n^m)$ ,  $i = \overline{1, n}$ , входящую в каждое уравнение системы (6), в ряд Тейлора с центром в стационарной точке. Для первого уравнения в соответствии с (5) при i = 1 имеем

$$f'_{x_1}(x_1^m, x_2^m, \dots, x_n^m) = f'_{x_1}(\overline{x_1}, \overline{x_2}, \dots, \overline{x_n}) + \sum_{j=1}^n f''_{x_1 x_j}(\overline{x}) \delta x_j^m + O(\left|\delta x^m\right|^2) = \sum_{j=1}^n f''_{x_1 x_j}(\overline{x}) \delta x_j^m + O(\left|\delta x^m\right|^2),$$
(7)

где  $\left|\delta x^m\right| = \max_{i=1,n} \left|\delta x_j^m\right|, \left|\delta x_j^m\right| \le \left|\delta x^m\right|, j = \overline{1,n}, m = 0, 1, 2, \dots$ 

В силу условий (5)–(7) и условия 1 теоремы 1 преобразуем дробь в правой части первого уравнения системы (6):

$$\begin{split} \delta x_{1}^{m+1} &= \delta x_{1}^{m} - \frac{f_{x_{1}}^{'}(\overline{x_{1}} + \delta x_{1}^{m}, \overline{x_{2}} + \delta x_{2}^{m}, ..., \overline{x_{n}} + \delta x_{n}^{m})}{f_{x_{1}x_{1}}^{'}(\overline{x_{1}} + \delta x_{1}^{m}, \overline{x_{2}} + \delta x_{2}^{m}, ..., \overline{x_{n}} + \delta x_{n}^{m})} = \delta x_{1}^{m} - \frac{f_{x_{1}}^{'}(\overline{x_{1}} + \delta x_{1}^{m}, \overline{x_{2}} + \delta x_{2}^{m}, ..., \overline{x_{n}} + \delta x_{n}^{m})}{f_{x_{1}x_{1}}^{''}(\overline{x_{1}} + \delta x_{1}^{m}, \overline{x_{2}} + \delta x_{2}^{m}, ..., \overline{x_{n}} + \delta x_{n}^{m})} = \delta x_{1}^{m} - \frac{f_{x_{1}}^{'}(\overline{x_{1}} + \delta x_{1}^{m}, \overline{x_{2}} + \delta x_{2}^{m}, ..., \overline{x_{n}} + \delta x_{n}^{m})}{f_{x_{1}x_{1}}^{''}(\overline{x_{1}} + \delta x_{1}^{m}, \overline{x_{2}} + \delta x_{2}^{m}, ..., \overline{x_{n}} + \delta x_{n}^{m})} = \delta x_{1}^{m} - \frac{\delta x_{1}^{m}}{f_{x_{1}x_{1}}^{''}(\overline{x_{1}} + \delta x_{1}^{m}, \overline{x_{2}} + \delta x_{2}^{m}, ..., \overline{x_{n}} + \delta x_{n}^{m})} - \frac{\delta x_{1}^{m}}{f_{x_{1}x_{1}}^{''}(\overline{x_{1}} + \delta x_{1}^{m}, \overline{x_{2}} + \delta x_{2}^{m}, ..., \overline{x_{n}} + \delta x_{n}^{m})} + O\left(\left|\delta x^{m}\right|^{2}\right) = \delta x_{1}^{m} - \frac{\delta x_{1}^{m}}{f_{x_{1}x_{1}}^{''}(\overline{x_{1}} + \delta x_{1}^{m}, \overline{x_{2}} + \delta x_{2}^{m}, ..., \overline{x_{n}} + \delta x_{n}^{m})} + O\left(\left|\delta x^{m}\right|^{2}\right) - \frac{\sum_{j=2}^{n} f_{x_{1}x_{1}}^{''}(\overline{x_{1}} + \delta x_{1}^{m}, \overline{x_{2}} + \delta x_{2}^{m}, ..., \overline{x_{n}} + \delta x_{n}^{m})}{1 + \frac{\sum_{j=1}^{n} f_{x_{1}x_{1}}^{(3)}(\overline{x_{1}}, \overline{x_{2}}, ..., \overline{x_{n}})}{1 + \frac{\sum_{j=1}^{n} f_{x_{1}x_{1}}^{(3)}(\overline{x_{1}$$

Оценим последнее выражение по модулю с помощью неравенства треугольника для модуля суммы величин и неравенства  $\left|\delta x_j^m\right| \leq \left|\delta x^m\right|, \ j=\overline{1,n}, \ m=0,1,2,...$  :

$$\left|\delta x_1^{m+1}\right| \leq \frac{\displaystyle\sum_{j=2}^{n} \left|f_{x_1x_j}'''(\overline{x})\right| \left|\delta x_j^m\right|}{\left|f_{x_1x_1}''(\overline{x_1} + \delta x_1^m, \overline{x_2} + \delta x_2^m, ..., \overline{x_n} + \delta x_n^m)\right|} + O\left(\left|\delta x^m\right|^2\right) \leq \frac{\left|\delta x^m\right| \displaystyle\sum_{j=2}^{n} \left|f_{x_1x_1}''(\overline{x_1} + \delta x_1^m, \overline{x_2} + \delta x_2^m, ..., \overline{x_n} + \delta x_n^m)\right|}{\left|f_{x_1x_1}''(\overline{x_1} + \delta x_1^m, \overline{x_2} + \delta x_2^m, ..., \overline{x_n} + \delta x_n^m)\right|} + O\left(\left|\delta x^m\right|^2\right).$$

Используя условие 2 теоремы 1  $\forall x \in A$ , получим

$$\left| f_{x_{1}x_{1}}^{"}(\overline{x_{1}} + \delta x_{1}^{m}, \overline{x_{2}} + \delta x_{2}^{m}, ..., \overline{x_{n}} + \delta x_{n}^{m}) \right| > \sum_{j=1, j \neq 1}^{n} \left| f_{x_{1}x_{j}}^{"}(x) \right| = \sum_{j=2}^{n} \left| f_{x_{1}x_{j}}^{"}(x) \right|,$$

$$\left| \delta x_{1}^{m+1} \right| \leq \left| \delta x^{m} \right| q_{1} + O\left( \left| \delta x^{m} \right|^{2} \right) \leq \left| \delta x^{m} \right| q + O\left( \left| \delta x^{m} \right|^{2} \right) < \left| \delta x^{m} \right| + O\left( \left| \delta x^{m} \right|^{2} \right). \tag{8}$$

Преобразуем произвольное i-е уравнение из (6), используя разложение в ряд Тейлора в окрестности стационарной точки. По индукции предположим выполнение неравенств  $\left|\delta x_k^{m+1}\right| \leq \left|\delta x^m\right|, \ k = \overline{1,i-1}$ . Тогда

$$\begin{split} f_{x_{i}}'(x_{1}^{m+1}, x_{2}^{m+1}, ..., x_{i}^{m}, ..., x_{n}^{m}) &= f_{x_{i}}'(\overline{x_{1}}, \overline{x_{2}}, ..., \overline{x_{n}}) + \sum_{j=1}^{i-1} f_{x_{i}x_{j}}''(\overline{x}) \delta x_{j}^{m+1} + \sum_{j=i}^{n} f_{x_{i}x_{j}}''(\overline{x}) \delta x_{j}^{m} + O\left(\left|\delta x^{m}\right|^{2}\right) = \\ &= \sum_{j=1}^{i-1} f_{x_{i}x_{j}}''(\overline{x}) \delta x_{j}^{m+1} + \sum_{j=i}^{n} f_{x_{i}x_{j}}''(\overline{x}) \delta x_{j}^{m} + O\left(\left|\delta x^{m}\right|^{2}\right), \end{split}$$

$$\delta x_{i}^{m+1} - \delta x_{i}^{m} = -\frac{f_{x_{i}}^{\prime}(\overline{x_{1}} + \delta x_{1}^{m+1}, ..., \overline{x_{i-1}} + \delta x_{i-1}^{m+1}, \overline{x_{i}} + \delta x_{i}^{m}, ..., \overline{x_{n}} + \delta x_{n}^{m})}{f_{x_{i}x_{i}}^{\prime\prime}(\overline{x_{1}} + \delta x_{1}^{m+1}, ..., \overline{x_{i-1}} + \delta x_{i-1}^{m+1}, \overline{x_{i}} + \delta x_{i}^{m}, ..., \overline{x_{n}} + \delta x_{n}^{m})} = \\ = -\frac{\sum_{j=1}^{i-1} f_{x_{i}x_{j}}^{\prime\prime\prime}(\overline{x}) \delta x_{j}^{m+1} + \sum_{j=i}^{n} f_{x_{i}x_{j}}^{\prime\prime\prime}(\overline{x}) \delta x_{j}^{m} + O\left(\left|\delta x^{m}\right|^{2}\right)}{f_{x_{i}x_{i}}^{\prime\prime\prime}(\overline{x_{1}} + \delta x_{1}^{m+1}, ..., \overline{x_{i-1}} + \delta x_{i-1}^{m+1}, \overline{x_{i}} + \delta x_{i}^{m}, ..., \overline{x_{n}} + \delta x_{n}^{m})} = -\frac{\delta x_{i}^{m}}{f_{x_{i}x_{i}}^{\prime\prime\prime}(\overline{x_{1}} + \delta x_{1}^{m+1}, ..., \overline{x_{n}} + \delta x_{n}^{m})} - \frac{\delta x_{i}^{\prime\prime\prime}}{f_{x_{i}x_{i}}^{\prime\prime\prime}(\overline{x_{1}}, \overline{x_{2}}, ..., \overline{x_{n}})} + O\left(\left|\delta x^{m}\right|^{2}\right) = -\frac{\delta x_{i}^{m}}{\int_{-1}^{1} f_{x_{i}x_{i}}^{\prime\prime\prime}(\overline{x_{1}}, \overline{x_{2}}, ..., \overline{x_{n}})} + O\left(\left|\delta x^{m}\right|^{2}\right) = -\frac{\delta x_{i}^{m}}{\int_{-1}^{1} f_{x_{i}x_{i}}^{\prime\prime\prime}(\overline{x_{1}}, \overline{x_{2}}, ..., \overline{x_{n}})} + O\left(\left|\delta x^{m}\right|^{2}\right) = -\frac{\delta x_{i}^{m}}{\int_{-1}^{1} f_{x_{i}x_{i}}^{\prime\prime\prime}(\overline{x_{1}}, \overline{x_{2}}, ..., \overline{x_{n}})} + O\left(\left|\delta x^{m}\right|^{2}\right) = -\frac{\delta x_{i}^{m}}{\int_{-1}^{1} f_{x_{i}x_{i}}^{\prime\prime\prime}(\overline{x_{1}}, \overline{x_{2}}, ..., \overline{x_{n}})} + O\left(\left|\delta x^{m}\right|^{2}\right) = -\frac{\delta x_{i}^{m}}{\int_{-1}^{1} f_{x_{i}x_{i}}^{\prime\prime\prime}(\overline{x_{1}}, \overline{x_{2}}, ..., \overline{x_{n}})} + O\left(\left|\delta x^{m}\right|^{2}\right) = -\frac{\delta x_{i}^{m}}{\int_{-1}^{1} f_{x_{i}x_{i}}^{\prime\prime\prime}(\overline{x_{1}}, \overline{x_{2}}, ..., \overline{x_{n}})} + O\left(\left|\delta x^{m}\right|^{2}\right) = -\frac{\delta x_{i}^{m}}{\int_{-1}^{1} f_{x_{i}x_{i}}^{\prime\prime\prime}(\overline{x_{1}}, \overline{x_{2}}, ..., \overline{x_{n}})} + O\left(\left|\delta x^{m}\right|^{2}\right) + O\left(\left|\delta x^{m}\right|^{2}\right) = -\frac{\delta x_{i}^{m}}{\int_{-1}^{1} f_{x_{i}x_{i}}^{\prime\prime\prime}(\overline{x_{1}}, \overline{x_{2}}, ..., \overline{x_{n}})} + O\left(\left|\delta x^{m}\right|^{2}\right) + O\left(\left|\delta x^{m$$

$$-\frac{\sum\limits_{j=1}^{i-1}f_{x_{i}x_{j}}''(\overline{x})\delta x_{j}^{m+1}+\sum\limits_{j=i+1}^{n}f_{x_{i}x_{j}}''(\overline{x})\delta x_{j}^{m}}{f_{x_{i}x_{i}}''(\overline{x_{1}}+\delta x_{1}^{m+1},...,\overline{x_{n}}+\delta x_{n}^{m})}+O\left(\left|\delta x^{m}\right|^{2}\right)=-\frac{\delta x_{i}^{m}}{\sum\limits_{j=1}^{i-1}f_{x_{i}x_{i}x_{j}}'(\overline{x})\delta x_{j}^{m+1}+\sum\limits_{j=i+1}^{n}f_{x_{i}x_{i}x_{j}}'(\overline{x})\delta x_{j}^{m}}+O\left(\left|\delta x^{m}\right|^{2}\right)-\frac{\delta x_{i}^{m}}{\int_{x_{i}x_{i}x_{i}}''(\overline{x_{1}},\overline{x_{2}},...,\overline{x_{n}})}$$

$$-\frac{\sum\limits_{j=1}^{i-1}f'''_{x_{i}x_{j}}(\overline{x})\delta x_{j}^{m+1}+\sum\limits_{j=i+1}^{n}f''_{x_{i}x_{j}}(\overline{x})\delta x_{j}^{m}}{f'''_{x_{i}x_{i}}(\overline{x_{1}}+\delta x_{1}^{m+1},...,\overline{x_{n}}+\delta x_{n}^{m})}=-\delta x_{i}^{m}-\frac{\sum\limits_{j=1}^{i-1}f'''_{x_{i}x_{j}}(\overline{x})\delta x_{j}^{m+1}+\sum\limits_{j=i+1}^{n}f'''_{x_{i}x_{j}}(\overline{x})\delta x_{j}^{m}}{f'''_{x_{i}x_{i}}(\overline{x_{1}}+\delta x_{1}^{m+1},...,\overline{x_{n}}+\delta x_{n}^{m})}+O\left(\left|\delta x^{m}\right|^{2}\right).$$

Сокращая промежуточные действия, получим

$$\delta x_{i}^{m+1} - \delta x_{i}^{m} = -\delta x_{i}^{m} - \frac{\sum_{j=1}^{i-1} f_{x_{i}x_{j}}^{"}(\overline{x})\delta x_{j}^{m+1} + \sum_{j=i+1}^{n} f_{x_{i}x_{j}}^{"}(\overline{x})\delta x_{j}^{m}}{f_{x_{i}x_{i}}^{"}(\overline{x_{1}} + \delta x_{1}^{m+1}, ..., \overline{x_{n}} + \delta x_{n}^{m})} + O\left(\left|\delta x^{m}\right|^{2}\right)$$
 или
$$\delta x_{i}^{m+1} = -\frac{\sum_{j=1}^{i-1} f_{x_{i}x_{j}}^{"}(\overline{x})\delta x_{j}^{m+1} + \sum_{j=i+1}^{n} f_{x_{i}x_{j}}^{"}(\overline{x})\delta x_{j}^{m}}{f_{x_{i}x_{i}}^{"}(\overline{x_{1}} + \delta x_{1}^{m+1}, ..., \overline{x_{n}} + \delta x_{n}^{m})} + O\left(\left|\delta x^{m}\right|^{2}\right). \tag{9}$$

Учитывая индуктивное предположение  $\left|\delta x_k^{m+1}\right| \leq \left|\delta x^m\right|, \ k=\overline{1,i-1}$  , имеем

$$\left| \delta x_{i}^{m+1} \right| \leq \frac{\sum_{j=1}^{i-1} \left| f_{x_{i}x_{j}}'''(\bar{x}) \right| \delta x_{j}^{m+1} \right| + \sum_{j=i+1}^{n} \left| f_{x_{i}x_{j}}''(\bar{x}) \right| \delta x_{j}^{m} \right|}{\left| f_{x_{i}x_{i}}''(\bar{x}_{1} + \delta x_{1}^{m+1}, \dots, \bar{x}_{n} + \delta x_{n}^{m}) \right|} + O\left( \left| \delta x^{m} \right|^{2} \right) \leq \frac{\sum_{j=1, j \neq i}^{n} \left| f_{x_{i}x_{j}}''(\bar{x}_{1}) \right| \delta x_{j}^{m} \right|}{\left| f_{x_{i}x_{i}}''(\bar{x}_{1} + \delta x_{1}^{m+1}, \dots, \bar{x}_{n} + \delta x_{n}^{m}) + O\left( \left| \delta x^{m} \right|^{2} \right),$$

$$\left| \delta x_{i}^{m+1} \right| \leq \left| \delta x^{m} \right| q_{i} = \left| \delta x^{m} \right| q_{i} \leq \left| \delta x^{m} \right| q < \left| \delta x^{m} \right|. \tag{10}$$

Индуктивно доказано, что  $\left|\delta x_k^{m+1}\right| \leq \left|\delta x^m\right| q < \left|\delta x^m\right|$  при k=i, поэтому  $\left|\delta x_k^{m+1}\right| \leq \left|\delta x^m\right| q < \left|\delta x^m\right|$ ,  $k=\overline{1,n}$ . Следовательно,  $\left|\delta x^{m+1}\right| = \max_{k=1,n} \left|\delta x_k^{m+1}\right| \leq \left|\delta x^m\right| q < \left|\delta x^m\right|$ . Таким образом, сходимость систем итераций (4) и (6) при выполнении условий теоремы доказана.

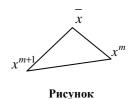
Оценим погрешность метода. Пусть

$$\left| \delta x^{m+1} \right| \le \left| \delta x^m \right| q \le \left| \delta x^{m-1} \right| q^2 \le \dots \le \left| \delta x^1 \right| q^m \le \left| \delta x^0 \right| q^{m+1} \underset{m \to \infty}{\longrightarrow} 0, \tag{11}$$

где  $\left|\delta x^0\right| = \max_{i=1,n} \left|\delta x_i^0\right| = \max_{i=1,n} \left|x_i^0 - \overline{x_i}\right|$  — начальное приближение стационарной точки, начальная точка  $x^0 = (x_1^0, x_2^0, ..., x_n^0) \in A$ . Первый порядок скорости следует из формулы (11) и определения 2 ( C = q , p = 1 ).

На практике известны не величины  $\left|\delta x^{m+1}\right|$  и  $\left|\delta x^{m}\right|$ , а расстояния между последовательными итерациями  $x^{m}$ ,  $x^{m+1}$  (рис.). Из неравенства треугольника имеем

$$\left| x^{m+1} - x^m \right| = \left| x^{m+1} - \overline{x} - (x^m - \overline{x}) \right| = \left| \delta x^{m+1} - \delta x^m \right| \le \left| \delta x^m \right| + \left| \delta x^{m+1} \right| \le (1+q) \left| \delta x^m \right|.$$



Принимая во внимание неравенство  $\left| \delta x^{m+1} \right| \le q \left| \delta x^m \right|$  и используя неравенство треугольника, получим после m итераций

$$\begin{aligned} \left| x^{m} - \overline{x} \right| &\leq \left| x^{m} - x^{m+1} \right| + \left| x^{m+1} - x^{m+2} \right| + \left| x^{m+2} - x^{m+3} \right| + \dots + \left| x^{m+n} - x^{m+n+1} \right| + \left| x^{m+n+1} - \overline{x} \right| &\leq \\ &\leq \sum_{i=m}^{\infty} \left| x^{i+1} - x^{i} \right| &\leq (1+q) \left| \delta x^{m} \right| + (1+q) \left| \delta x^{m+1} \right| + (1+q) \left| \delta x^{m+2} \right| + \dots = (1+q) (\left| \delta x^{m} \right| + \left| \delta x^{m+1} \right| + \left| \delta x^{m+2} \right| + \dots) &\leq \\ &\leq (1+q) \left| \delta x^{0} \right| q^{m} \sum_{i=0}^{\infty} q^{i} = \frac{(1+q) \left| \delta x^{0} \right| q^{m}}{1-q} \,. \end{aligned}$$

Поскольку  $\left|\delta x^1\right| \le q \left|\delta x^0\right|$ , запишем неравенство треугольника с избытком и недостатком:

$$(1-q)\left|\delta x^{0}\right| \leq \left|\delta x^{0}\right| - \left|\delta x^{1}\right| \leq l_{0} = \left|x^{1} - x^{0}\right| \leq \left|\delta x^{0}\right| + \left|\delta x^{1}\right| \leq (1+q)\left|\delta x^{0}\right|.$$

Окончательно оценка погрешности (невязки) имеет следующий вид:

$$\left| \delta x^m \right| = \left| x^m - \overline{x} \right| \le \frac{(1+q) \left| \delta x^0 \right| q^m}{1-q} \le \frac{(1+q)q^m}{(1-q)^2} l_0. \tag{12}$$

Теорема доказана.

Замечание 1 (необходимость). Условие 2 диагонального преобладания матрицы Гессе является также и необходимым условием сходимости. Достаточно привести пример с условием q>1, в котором итерация (6) расходится:  $f(x_1,x_2)={x_1}^2+{x_2}^2+3x_1x_2$ ,  $f_{x_1}(x_1,x_2)=2x_1+3x_2$ ,  $f_{x_2}(x_1,x_2)=2x_2+3x_1$ . Стационарная точка  $(\overline{x_1},\overline{x_2})=(0,0)$ ,  $f_{x_1x_1}(\overline{x_1},\overline{x_2})=f_{x_2x_2}(\overline{x_1},\overline{x_2})=2$ ,  $f_{x_1x_2}(\overline{x_1},\overline{x_2})=f_{x_2x_1}(\overline{x_1},\overline{x_2})=3$ ,  $q=\frac{3}{2}>1$ . Согласно (9) получим

$$\begin{cases} \delta x_{1}^{m+1} = -\frac{f_{x_{1}x_{2}}(\overline{x_{1}}, \overline{x_{2}})\delta x_{2}^{m}}{f_{x_{1}x_{1}}(\overline{x_{1}} + \delta x_{1}^{m}, \overline{x_{2}} + \delta x_{2}^{m})} + O\left(\left|\delta x^{m}\right|^{2}\right) = -\frac{3}{2}\delta x_{2}^{m}, \\ \delta x_{2}^{m+1} = -\frac{f_{x_{2}x_{1}}(\overline{x_{1}}, \overline{x_{2}})\delta x_{1}^{m}}{f_{x_{2}x_{2}}(\overline{x_{1}} + \delta x_{1}^{m+1}, \overline{x_{2}} + \delta x_{2}^{m})} + O\left(\left|\delta x^{m}\right|^{2}\right) = -\frac{3}{2}\delta x_{1}^{m}, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \delta x_{1}^{m+1} = \frac{9}{4}\delta x_{1}^{m-1} + O\left(\left|\delta x^{m}\right|^{2}\right), \\ \delta x_{2}^{m+1} = \frac{9}{4}\delta x_{2}^{m-1} + O\left(\left|\delta x^{m}\right|^{2}\right), \\ \left|\delta x_{1}^{m+1}\right| = \frac{9}{4}\left|\delta x_{1}^{m-1}\right| + O\left(\left|\delta x^{m}\right|^{2}\right), \\ \left|\delta x_{2}^{m+1}\right| = \frac{9}{4}\left|\delta x_{1}^{m-1}\right| + O\left(\left|\delta x^{m}\right|^{2}\right), \end{cases} m = 2,4,6,..., \begin{cases} \left|\delta x_{1}^{m}\right| = \frac{9}{4}\left|\delta x_{1}^{m-2}\right| + O\left(\left|\delta x^{m-1}\right|^{2}\right), \\ \left|\delta x_{2}^{m}\right| = \frac{9}{4}\left|\delta x_{2}^{m-2}\right| + O\left(\left|\delta x^{m-1}\right|^{2}\right), \end{cases} m = 2,4,6,.... \end{cases}$$

Заметим, что во всех четных и нечетных итерациях невязка возрастает, результат каждой следующей итерации удаляется от стационарной точки.

Замечание 2. Формула (9) выполняется локально, то есть условия теоремы 1 справедливы в окрестности стационарной точки. Так как условия теоремы 1 выполняются абсолютно во всей области  $A \subset \mathbb{R}^n$ , то они выполнены и локально в точке  $(\overline{x_1}, \overline{x_2}, ..., \overline{x_n}) \in A$ .

Замечание 3. Если итерация для невязки задана формулой  $\delta x^{m+1} = A \delta x^m$  — аналогом формулы (9), где A — линейный оператор и сжимающее отображение, то есть  $\left| \delta x^{m+1} \right| \leq q \left| \delta x^m \right| < \left| \delta x^m \right|$  (что обеспечивается условием 2 теоремы 1, то по теореме о неподвижной точке в метрических пространствах [4] сжимающее отображение имеет единственное решение. Таким образом, единственность решения итерации (6) доказана.

Замечание 4. Сходимость (6) выполняется при различных значениях  $q_i < 1$ ,  $i = \overline{1,n}$ . Если по всем переменным  $i = \overline{1,n}$  в итерации (6) недиагональные элементы матрицы Гессе  $\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_i \partial x_j} \equiv 0$ ,  $i = \overline{1,n}$ ,  $j = \overline{1,n}$ ,  $i \neq j$ , то скорость сходимости (6) не линейная, а квадратичная.

**Замечание 5.** Отметим, что с помощью первой и второй теорем можно находить не только минимумы и максимумы, но и другие стационарные точки, в том числе и седловые точки в теории игр и матричных играх. Например,  $f(x_1, x_2) = x_1^2 - x_2^2$ ,  $(\overline{x_1}, \overline{x_2}) = (0,0)$ .

В качестве экстремальной задачи, решенной численно, рассмотрим из [1]

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - x_1x_2 + x_1 - 2x_3 \rightarrow extr$$
.

Запишем градиент и матрицу Гессе для функции  $f(x_1, x_2, x_3)$ :

$$\nabla f(x_1, x_2, x_3) = (2x_1 - x_2 + 1, 2x_2 - x_1, 2x_3 - 2), \ H_{i,j}(x_1, x_2, x_3) = \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_i \partial x_j} = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}.$$

Условия теоремы 1 выполнены:

$$\begin{split} \left| H_{1,1} \right| &= 2 > \left| H_{1,2} \right| + \left| H_{1,3} \right| = 1 + 0 = 1 \,, \ q_1 = \frac{1}{2} < 1 \,, \\ \left| H_{2,2} \right| &= 2 > \left| H_{2,1} \right| + \left| H_{2,3} \right| = 1 + 0 = 1 \,, \ q_2 = \frac{1}{2} < 1 \,, \\ \left| H_{3,3} \right| &= 2 > \left| H_{3,1} \right| + \left| H_{3,2} \right| = 0 + 0 = 0 \,, \ q_3 = 0 < 1 \,, \ q = \max \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0 \right\} = \frac{1}{2} \,. \end{split}$$

Запишем итерацию по формуле (6):

$$\begin{cases} x_1^{m+1} = x_1^m - \frac{(2x_1^m - x_2^m + 1)}{2}, \\ x_2^{m+1} = x_2^m - \frac{(2x_2^m - x_1^{m+1})}{2}, \\ x_3^{m+1} = x_3^m - \frac{2x_3^m - 2}{2} = 1. \end{cases}$$

Из (12) найдем необходимое число итераций:

$$\ln \left( \frac{\left| \delta x^m \right|}{\left| \delta x^0 \right|} \left( \frac{1-q}{1+q} \right) \right) = \ln \left( \frac{\left| \delta x^0 \right|}{\left| \delta x^m \right|} \left( \frac{1+q}{1-q} \right) \right)$$

$$\ln q = \ln \left( \frac{\left| \delta x^0 \right|}{\left| \delta x^m \right|} \left( \frac{1+q}{1-q} \right) \right)$$

$$\ln q = \ln \left( \frac{\left| \delta x^0 \right|}{\left| \delta x^m \right|} \left( \frac{1+q}{1-q} \right) \right)$$

$$\ln q = \ln \left( \frac{\left| \delta x^0 \right|}{\left| \delta x^m \right|} \left( \frac{1+q}{1-q} \right) \right)$$

$$\ln q = \ln \left( \frac{\left| \delta x^0 \right|}{\left| \delta x^m \right|} \left( \frac{1+q}{1-q} \right) \right)$$

$$\ln q = \ln \left( \frac{\left| \delta x^0 \right|}{\left| \delta x^m \right|} \left( \frac{1+q}{1-q} \right) \right)$$

$$\ln q = \ln \left( \frac{\left| \delta x^0 \right|}{\left| \delta x^m \right|} \left( \frac{1+q}{1-q} \right) \right)$$

$$\ln q = \ln \left( \frac{\left| \delta x^0 \right|}{\left| \delta x^m \right|} \left( \frac{1+q}{1-q} \right) \right)$$

$$\ln q = \ln \left( \frac{\left| \delta x^0 \right|}{\left| \delta x^m \right|} \left( \frac{1+q}{1-q} \right) \right)$$

$$\ln q = \ln \left( \frac{\left| \delta x^0 \right|}{\left| \delta x^m \right|} \left( \frac{1+q}{1-q} \right) \right)$$

$$\ln q = \ln \left( \frac{\left| \delta x^0 \right|}{\left| \delta x^m \right|} \left( \frac{1+q}{1-q} \right) \right)$$

$$\ln q = \ln \left( \frac{\left| \delta x^0 \right|}{\left| \delta x^m \right|} \left( \frac{1+q}{1-q} \right) \right)$$

$$\ln q = \ln \left( \frac{\left| \delta x^0 \right|}{\left| \delta x^m \right|} \left( \frac{1+q}{1-q} \right) \right)$$

$$\ln q = \ln \left( \frac{1+q}{1-q} \right)$$

$$\ln q = \ln \left( \frac{1+q}{1-q$$

$$N \ge \ln \left( \frac{\left| \delta x^m \right|}{l_0} \left( \frac{(1-q)^2}{1+q} \right) \right) \ln q = \ln \left( \frac{l_0}{\left| \delta x^m \right|} \left( \frac{1+q}{(1-q)^2} \right) \right) \ln 1/q . \tag{14}$$

Выберем  $\left|\delta x^m\right| = 10^{-15}$ ,  $\left|\delta x^0\right| = 10^2$ , тогда  $N = \frac{\ln(10^{17} * 3)}{\ln 2} = 58$  итераций.

Составим на языке С программу:

#include < stdio.h >
#include < math.h >
double fx1(double x1,double x2, double x3);
double fx2(double x1,double x2, double x3);
double fx3(double x1, double x2, double x3);
double fxx1(double x1, double x2, double x3);

```
double fxx2(double x1,double x2, double x3);
double fxx3(double x1, double x2, double x3);
int main()
int n,i;
double x1,x2,x3;
        n=60;
        x1 = -100.0:
        x2=100.0:
        x3=100.0;
        for(i=1;i<=n;i++)
                 x1=x1-fx1(x1,x2,x3)/fxx1(x1,x2,x3);
                 x2=x2-fx2(x1,x2,x3)/fxx2(x1,x2,x3);
                 x3=x3-fx3(x1,x2,x3)/fxx3(x1,x2,x3);
printf("x1=\%.16lf,x2=\%.16lf,x3=\%.16lf,extr=\%.16lf\\ (n",x1,x2,x3,x1*x1+x2*x2+x3*x3-x1*x2+x1-2.0*x3);
double fx1(double x1,double x2,double x3)
return 2.0*x1-x2+1.0;
double fx2(double x1,double x2, double x3)
        return 2.0*x2-x1;
double fx3(double x1,double x2,double x3)
        return 2.0*x3-2.0:
double fxx1(double x1, double x2, double x3)
        return 2.0;
double fxx2(double x1,double x2,double x3)
        return 2.0;
        double fxx3(double x1,double x2,double x3)
        return 2.0;
```

Программа возвращает решение задачи и значение функционала:

Матрица Гессе положительно определена и, следовательно, в точке  $\overline{x} = \left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, 1\right)$  находится локальный минимум функции. Точное решение:  $\overline{x_1} = -\frac{2}{3}$ ,  $\overline{x_2} = -\frac{1}{3}$ ,  $\overline{x_3} = 1$ ,  $f(\overline{x_1}, \overline{x_2}, \overline{x_3}) = -\frac{4}{3}$ .

Рассмотрим разностную формулу, полученную из (6), в которой первая производная заменена центральной разностью с шагом h/2:

**Теорема 2.** Пусть функционал  $f(x) \in C^6(A)$  имеет гладкость не хуже шестого порядка, и его матрица Гессе имеет строгое диагональное преобладание. Тогда итерационные формулы (6) и (13) сравнимы по точности с порядком  $O(h^2) = O\left(\left|\delta x^m\right|^2\right)$  и итерационная последовательность (13) сходится к единст-

венной стационарной точке  $x = (x_1, x_2, ..., x_n) \in A$ . Оценка верхней границы для оптимального шага  $h_i^m$  определяется формулой

$$h_{i}^{upper} = \min \left\{ \sqrt{\frac{12 \left| f_{x_{i}}^{"}(x^{m}) \right|}{\left| f_{x_{i}}^{(4)}(x^{m}) \right|}}, \sqrt{\frac{240 f_{x_{i}}^{(3)}(\bar{x}) f_{x_{i}}^{"}(\bar{x})}{20 f_{x_{i}}^{(3)}(\bar{x}) f_{x_{i}}^{(4)}(\bar{x}) - 3 f_{x_{i}}^{(5)}(\bar{x}) f_{x_{i}}^{"}(\bar{x})}} \right\}.$$

**Доказательство.** Разложим в ряд Тейлора числитель и знаменатель формул (6), обозначим  $x^m = (x_1^m, ..., x_n^m)$ :

$$\begin{split} f\left(x_{1}^{m},...,x_{i}^{m}\pm\frac{h}{2},...,x_{i}^{m}\right) &= f\left(x^{m}\right)\pm\frac{h}{2}f_{x_{i}}^{\prime}\left(x^{m}\right)+\frac{h^{2}}{8}f_{x_{i}}^{\prime\prime}\left(x^{m}\right)\pm\frac{h^{3}}{48}f_{x_{i}}^{(3)}\left(x^{m}\right)+\frac{h^{4}}{384}f_{x_{i}}^{(4)}\left(x^{m}\right)\pm\frac{h^{5}}{3840}f_{x_{i}}^{(5)}\left(x^{m}\right),\\ &\frac{f\left(x_{1}^{m},...,x_{i}^{m}\pm\frac{h}{2},...,x_{n}^{m}\right)-f\left(x_{1}^{m},...,x_{i}^{m}-\frac{h}{2},...,x_{n}^{m}\right)}{h}=f_{x_{i}}^{\prime}\left(x^{m}\right)+\frac{h^{2}}{24}f_{x_{i}}^{(3)}\left(x^{m}\right)+\frac{h^{4}}{1920}f_{x_{i}}^{(5)}\left(x^{m}\right)+O(h^{6}),\\ f\left(x_{1}^{m},...,x_{i}^{m}\pm h,...,x_{n}^{m}\right)=f\left(x^{m}\right)\pm hf_{x_{i}}^{\prime}\left(x^{m}\right)+\frac{h^{2}}{2}f_{x_{i}}^{\prime\prime}\left(x^{m}\right)\pm\frac{h^{3}}{6}f_{x_{i}}^{(3)}\left(x^{m}\right)+\frac{h^{4}}{24}f_{x_{i}}^{(4)}\left(x^{m}\right)\pm\frac{h^{5}}{120}f_{x_{i}}^{(5)}\left(x^{m}\right)+O(h^{6}),\\ f\left(x_{1}^{m},...,x_{i}^{m}+h,...,x_{n}^{m}\right)+f\left(x_{1}^{m},...,x_{i}^{m}-h,...,x_{n}^{m}\right)-2f\left(x_{1}^{m},x_{2}^{m},...,x_{n}^{m}\right)}{h^{2}}=f_{x_{i}}^{\prime\prime}\left(x^{m}\right)+\frac{h^{2}}{12}f_{x_{i}}^{\prime\prime}\left(x^{m}\right)\pm\frac{h^{5}}{120}f_{x_{i}}^{\prime\prime}\left(x^{m}\right)+\frac{h^{6}}{720}f_{x_{i}}^{\prime\prime}\left(x^{m}\right),\\ f\left(x_{1}^{m},...,x_{n}^{m}+h,...,x_{n}^{m}\right)-2f\left(x_{1}^{m},x_{2}^{m},...,x_{n}^{m}\right)}{h^{2}}=f_{x_{i}}^{\prime\prime}\left(x^{m}\right)+\frac{h^{2}}{12}f_{x_{i}}^{\prime\prime}\left(x^{m}\right)\pm\frac{h^{5}}{120}f_{x_{i}}^{\prime\prime}\left(x^{m}\right)+\frac{h^{6}}{720}f_{x_{i}}^{\prime\prime}\left(x^{m}\right),\\ f\left(x_{1}^{m},...,x_{n}^{m}-h,...,x_{n}^{m}\right)-2f\left(x_{1}^{m},x_{2}^{m},...,x_{n}^{m}\right)}{h^{2}}+O(h^{2})\\ h^{2}\\ h^{2$$

Откуда видно, что (6) отличается от (15) с точностью до  $O(h^2)$ . Заменим h на  $\left|x_i^{m+1}-x_i^{m}\right|=h_i^m$ , где  $h_i^m$  — абсолютная разность i-й координаты между соседними итерациями с номерами m и m+1. Примем во внимание условие

$$\left| \delta x_{i}^{m} \right| (1-q) \leq \left| \delta x_{i}^{m} \right| - \left| \delta x_{i}^{m+1} \right| \leq \left| x_{i}^{m+1} - x_{i}^{m} \right| \leq \left| \delta x_{i}^{m} \right| + \left| \delta x_{i}^{m+1} \right| \leq \left| \delta x_{i}^{m} \right| (1+q) ,$$

$$\frac{h_{i}^{m}}{(1+q)} = \frac{\left| x_{i}^{m+1} - x_{i}^{m} \right|}{(1+q)} \leq \left| \delta x_{i}^{m} \right| \leq \frac{\left| x_{i}^{m+1} - x_{i}^{m} \right|}{(1-q)} = \frac{h_{i}^{m}}{(1-q)} , \quad (1-q) \left| \delta x_{i}^{m} \right| \leq h_{i}^{m} \leq (1+q) \left| \delta x_{i}^{m} \right| .$$

Запись  $\varphi(x) = O(\psi(x))$  при  $x \in X$  означает, что существует постоянная A > 0 такая, что  $|\varphi(x)| \le A |\psi(x)|$  для  $x \in X$  [3]. Для дискретного задания функции аналогично запишем:  $\varphi_m = O(\psi_m)$  при  $m = 0, 1, 2, \ldots$ , если существует постоянная A такая, что  $|\varphi_m| \le A |\psi_m|$  при  $m = 0, 1, 2, \ldots$ . Поскольку для

функций  $h_i$  и  $\delta x_i$  получено неравенство  $0 \le h_i^m \le (1+q) \left| \delta x_i^m \right|$ , то есть существует постоянная A = 1+q такая, что  $h_i^m \le A \left| \delta x_i^m \right|$  для любого  $m = 0, 1, 2, \dots$ . Следовательно,  $h_i = O(\delta x_i^m)$ ,  $i = \overline{1, n}$ .

С другой стороны,  $\left|\delta x_i^m\right| \leq \frac{h_i^m}{1-q}$  для любого  $m=0,1,2,\dots$  Тогда  $\delta x_i=O(h_i)$ ,  $i=\overline{1,n}$  с постоянной

$$A = \frac{1}{1-q}$$
. На основании свойств  $O(x^n)O(x^m) = O(x^{n+m})$  и  $O(O(f(x))) = O(f(x))$  имеем

 $O(h_i^2) = O(O(\delta x_i)O(\delta x_i)) = O(O(\delta x_i)) = O(\delta x_i^2)$ , поэтому равенство  $O((h_i^m)^2) = O(\left|\delta x_i^m\right|^2)$  справедливо для любого  $m = 0, 1, 2, \ldots$ , значит системы (6) и (15) эквивалентны со вторым порядком точности. Если в теореме 2 выполнены условия теоремы 1, то существует единственное решение итерации (15), сходящееся к решению системы (2). Число итераций по-прежнему определяется формулами (13), (14). Теорема доказана.

Чтобы устранить неопределенность в (15) при малых h, преобразуем ее к (16). На первый взгляд, формулы (16) от шага  $h_i^m$  не зависят. Действительно, числитель и знаменатель дроби прямо пропорциональны в первом приближении  $(h_i^m)^2$  и сокращаются на  $(h_i^m)^2$ . Следовательно, для оптимального шага с наименьшей погрешностью нужно учесть члены более высокого порядка  $O(h_i^m)^2$ :

$$\begin{cases} x_{1}^{m+1} = x_{1}^{m} - h_{1}^{m} \frac{f\left(x_{1}^{m} + \frac{h_{1}^{m}}{2}, x_{2}^{m}, ..., x_{n}^{m}\right) - f\left(x_{1}^{m} - \frac{h_{1}^{m}}{2}, x_{2}^{m}, ..., x_{n}^{m}\right)}{f\left(x_{1}^{m} + h_{1}^{m}, x_{2}^{m}, ..., x_{n}^{m}\right) + f\left(x_{1}^{m} - h_{1}^{m}, x_{2}^{m}, ..., x_{n}^{m}\right) - 2f\left(x_{1}^{m}, x_{2}^{m}, ..., x_{n}^{m}\right) + O((h_{1}^{m})^{2}), \\ \vdots \\ x_{i}^{m+1} = x_{i}^{m} - h_{i}^{m} \frac{f\left(x_{1}^{m}, ..., x_{i}^{m} + \frac{h_{i}^{m}}{2}, ..., x_{n}^{m}\right) - f\left(x_{1}^{m}, ..., x_{i}^{m} - \frac{h_{i}^{m}}{2}, ..., x_{n}^{m}\right)}{f\left(x_{1}^{m}, ..., x_{i}^{m} + h_{i}^{m}, ..., x_{n}^{m}\right) + f\left(x_{1}^{m}, ..., x_{i}^{m} - h_{i}^{m}, ..., x_{n}^{m}\right) - 2f\left(x_{1}^{m}, x_{2}^{m}, ..., x_{n}^{m}\right) + O((h_{i}^{m})^{2}), \\ \vdots \\ x_{n}^{m+1} = x_{n}^{m} - h_{n}^{m} \frac{f\left(x_{1}^{m}, x_{2}^{m}, ..., x_{n}^{m} + \frac{h_{n}^{m}}{2}\right) - f\left(x_{1}^{m}, x_{2}^{m}, ..., x_{n}^{m} - \frac{h_{n}^{m}}{2}\right)}{f\left(x_{1}^{m}, x_{2}^{m}, ..., x_{n}^{m} + h_{n}^{m}\right) + f\left(x_{1}^{m}, x_{2}^{m}, ..., x_{n}^{m} - h_{n}^{m}\right) - 2f\left(x_{1}^{m}, x_{2}^{m}, ..., x_{n}^{m}\right) + O((h_{n}^{m})^{2}). \end{cases}$$

Преобразуя *i*-е уравнение ( $i = \overline{1, n}$ ) системы (16), получим

$$x_{i}^{m+1} = x_{i}^{m} - h_{i}^{m} \frac{f\left(x_{1}^{m}, ..., x_{i}^{m} + \frac{h_{i}^{m}}{2}, ..., x_{n}^{m}\right) - f\left(x_{1}^{m}, ..., x_{i}^{m} - \frac{h_{i}^{m}}{2}, ..., x_{n}^{m}\right)}{f\left(x_{1}^{m}, ..., x_{i}^{m} + h_{i}^{m}, ..., x_{n}^{m}\right) + f\left(x_{1}^{m}, ..., x_{i}^{m} - h_{i}^{m}, ..., x_{n}^{m}\right) - 2f\left(x_{1}^{m}, x_{2}^{m}, ..., x_{n}^{m}\right)} =$$

$$= x_{i}^{m} - \frac{f_{x_{i}}'(x^{m}) + \frac{(h_{i}^{m})^{2}}{24} f_{x_{i}}^{(3)}(x^{m}) + \frac{(h_{i}^{m})^{4}}{1920} f_{x_{i}}^{(5)}(x^{m}) + O((h_{i}^{m})^{6})}{f_{x_{i}}'(x^{m})} =$$

$$= x_{i}^{m} - \frac{f_{x_{i}}'(x^{m})}{f_{x_{i}}''(x^{m})} \left(1 + \frac{(h_{i}^{m})^{2}}{24} \frac{f_{x_{i}}^{(3)}(x^{m})}{f_{x_{i}}'(x^{m})} + \frac{(h_{i}^{m})^{4}}{1920} \frac{f_{x_{i}}^{(5)}(x^{m})}{f_{x_{i}}'(x^{m})} + O((h_{i}^{m})^{6})\right)^{*}$$

$$* \left(1 - \frac{(h_{i}^{m})^{2}}{12} \frac{f_{x_{i}}^{(4)}(x^{m})}{f_{x_{i}}''(x^{m})} - \frac{(h_{i}^{m})^{4}}{360} \frac{f_{x_{i}}^{(6)}(x^{m})}{f_{x_{i}}''(x^{m})} + \left(\frac{(h_{i}^{m})^{2}}{12} \frac{f_{x_{i}}^{(4)}(x^{m})}{f_{x_{i}}''(x^{m})}\right)^{2} + O((h_{i}^{m})^{6})\right) =$$

$$= x_{i}^{m} - \frac{f_{x_{i}}'(x^{m})}{f_{x_{i}}''(x^{m})} \left(1 + \frac{(h_{i}^{m})^{2}}{24} \left(\frac{f_{x_{i}}^{(3)}(x^{m})}{f_{x_{i}}''(x^{m})} - \frac{2f_{x_{i}}^{(4)}(x^{m})}{f_{x_{i}}''(x^{m})}\right)^{2} + O((h_{i}^{m})^{6})\right) =$$

$$+ (h_{i}^{m})^{4} \left(\frac{1}{144} \left(\frac{f_{x_{i}}^{(4)}(x^{m})}{f_{x_{i}}''(x^{m})}\right)^{2} + \frac{f_{x_{i}}^{(5)}(x^{m})}{1920f_{x_{i}}'(x^{m})} - \frac{f_{x_{i}}^{(6)}(x^{m})}{360f_{x_{i}}''(x^{m})} - \frac{f_{x_{i}}^{(3)}(x^{m})}{288f_{x_{i}}'(x^{m})} \frac{f_{x_{i}}^{(4)}(x^{m})}{f_{x_{i}}''(x^{m})}\right) + O((h_{i}^{m})^{6})\right).$$

В последнем разложении используется формула  $\frac{1}{1+\alpha} = \sum_{k=0}^{\infty} (-\alpha)^k$ , для применимости которой достаточно выполнения условия  $|\alpha| < 1$ , где

$$\left|\alpha\right| = \frac{1}{\left|f_{x_i}''(x^m)\right|} \left|\frac{(h_i^m)^2}{12} f_{x_i}^{(4)}(x^m) + \frac{(h_i^m)^4}{360} f_{x_i}^{(6)}(x^m)\right|,\tag{18}$$

тогда

$$\frac{1}{\left|f_{x_{i}}''(x^{m})\right|} \frac{\left|\frac{(h_{i}^{m})^{2}}{12} f_{x_{i}}^{(4)}(x^{m}) + \frac{(h_{i}^{m})^{4}}{360} f_{x_{i}}^{(6)}(x^{m})\right| \leq \frac{1}{\left|f_{x_{i}}''(x^{m})\right|} \frac{(h_{i}^{m})^{2}}{12} \left|f_{x_{i}}^{(4)}(x^{m})\right| + \frac{1}{\left|f_{x_{i}}''(x^{m})\right|} \frac{(h_{i}^{m})^{4}}{360} \left|f_{x_{i}}^{(6)}(x^{m})\right| < 1.$$

Обозначим 
$$A = \frac{\left|f_{x_i}^{(4)}(x^m)\right|}{12\left|f_{x_i}''(x^m)\right|} \ge 0$$
,  $B = \frac{\left|f_{x_i}^{(6)}(x^m)\right|}{360\left|f_{x_i}''(x^m)\right|} \ge 0$ ,  $y = (h_i^m)^2$ , тогда последнее неравенство при-

мет следующий вид:  $Ay + By^2 - 1 < 0$  при  $y \ge 0$ . Далее решаем неравенства, получим приближенную оценку верхней границы шага итерации:

$$0 \le y < \frac{-A + \sqrt{A^2 + 4B}}{2B} = \frac{4B}{2B(\sqrt{A^2 + 4B} + A)} = \frac{2}{\sqrt{A^2 + 4B} + A} \le \frac{2}{2A} = \frac{1}{A} = \frac{12|f_{x_i}''(x^m)|}{|f_{x_i}^{(4)}(x^m)|}.$$
 (19)

Чтобы формула (17) имела порядок точности  $O((h_i^m)^6)$ , необходимо:

$$(I_{i}^{m})^{2} = \frac{\frac{f_{x_{i}}^{(3)}(x^{m})}{f_{x_{i}}'(x^{m})} - \frac{2f_{x_{i}}^{(4)}(x^{m})}{f_{x_{i}}''(x^{m})}}{-\frac{1}{6} \left(\frac{f_{x_{i}}^{(4)}(x^{m})}{f_{x_{i}}''(x^{m})}\right)^{2} - \frac{f_{x_{i}}^{(5)}(x^{m})}{80f_{x_{i}}'(x^{m})} + \frac{f_{x_{i}}^{(6)}(x^{m})}{15f_{x_{i}}''(x^{m})} + \frac{f_{x_{i}}^{(3)}(x^{m})}{12f_{x_{i}}'(x^{m})} + \frac{f_{x_{i}}^{(4)}(x^{m})}{f_{x_{i}}''(x^{m})} = \frac{240(f_{x_{i}}^{(3)}(x^{m})f_{x_{i}}''(x^{m}) - 2f_{x_{i}}^{(4)}(x^{m})f_{x_{i}}'(x^{m}))}{10f_{x_{i}}^{(6)}(x^{m})f_{x_{i}}''(x^{m}) + 20f_{x_{i}}^{(3)}(x^{m})f_{x_{i}}''(x^{m}) - 3f_{x_{i}}^{(5)}(x^{m})f_{x_{i}}''(x^{m}) - 40\frac{f_{x_{i}}'(x^{m})(f_{x_{i}}^{(4)}(x^{m}))^{2}}{f_{x_{i}}''(x^{m})}}, i = \overline{1, n}$$

Учитывая систему (2)  $f'_{x_i}(x^m) \approx f'_{x_i}(x) = 0$ , упростим (20):

$$(h_i^m)^2 = \left(\frac{240f_{x_i}^{(3)}(x^m)f_{x_i}''(x^m)}{20f_{x_i}^{(3)}(x^m)f_{x_i}^{(4)}(x^m) - 3f_{x_i}^{(5)}(x^m)f_{x_i}''(x^m)}\right) \approx \left(\frac{240f_{x_i}^{(3)}(\bar{x})f_{x_i}''(\bar{x})}{20f_{x_i}^{(3)}(\bar{x})f_{x_i}^{(4)}(\bar{x}) - 3f_{x_i}^{(5)}(\bar{x})f_{x_i}''(\bar{x})}\right), \ i = \overline{1, n} \ . \tag{21}$$

При совместном выполнении условий (19) и (21) получим

$$h_{i}^{upper} = \min \left\{ \sqrt{\frac{12 \left| f_{x_{i}}^{"}(x^{m}) \right|}{\left| f_{x_{i}}^{(4)}(x^{m}) \right|}}, \sqrt{\frac{240 f_{x_{i}}^{(3)}(\overline{x}) f_{x_{i}}^{"}(\overline{x})}{20 f_{x_{i}}^{(3)}(\overline{x}) f_{x_{i}}^{(4)}(\overline{x}) - 3 f_{x_{i}}^{(5)}(\overline{x}) f_{x_{i}}^{"}(\overline{x})}} \right\}.$$
(22)

Для полиномов n переменных не выше четвертой степени из (22) получим

$$8 h_i^{upper} = \sqrt{12 \frac{\left| f_{x_i}''(\bar{x}) \right|}{\left| f_{x_i}^{(4)}(\bar{x}) \right|}}, \tag{23}$$

так как (19) и (21) дают равные значения.

Рассмотрим пример: 
$$f(x_1,x_2) = 1 + x_1^4 + x_2^4 - x_1x_2 + x_1^2 + x_2^2$$
,  $f_{x_1}'(\overline{x}) = 4\overline{x_1}^3 - \overline{x_2} + 2\overline{x_1} = 0$ ,  $f_{x_2}'(\overline{x}) = 4\overline{x_2}^3 - \overline{x_1} + 2\overline{x_2} = 0 \Rightarrow (\overline{x_1} - \overline{x_2})(4(\overline{x_1}^2 + \overline{x_2}^2 + \overline{x_1}\overline{x_2}) + 3) = 0 \Leftrightarrow \overline{x_1} = \overline{x_2} \Leftrightarrow 4\overline{x_1}^3 + \overline{x_1} = 0 \Leftrightarrow \overline{x_1} = \overline{x_2} = 0$ . 
$$\frac{\partial^2 f(\overline{x_1}, \overline{x_2})}{\partial x_i \partial x_j} = \begin{vmatrix} 12\overline{x_1}^2 + 2 & -1 \\ -1 & 12\overline{x_2}^2 + 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}.$$

По теореме 1 матрица Гессе имеет диагональное преобладание. Оптимальный шаг найдем, применив формулу (23):  $(h_1^m)^2 = (h_2^m)^2 = \frac{12 \cdot 2}{24} = 1$ ,  $h_1^m = h_2^m = 1$ .

**Замечание 1.** Существование оптимального шага  $0 < h_i^m \le (h_i^m)^{upper}$  подтверждает численный эксперимент, поскольку погрешность вычислений стационарной точки увеличивается как при  $h_i^m < (h_i^m)^{upper}$ , так и при  $h_i^m > (h_i^m)^{upper}$ .

Примеры оценки оптимального шага можно встретить в [4].

**Замечание 2**. Несмотря на априорную гладкость функционала в (14), оценка оптимального шага требует как минимум гладкости четвертого порядка (в общем случае – частных производных шестого порядка).

Запишем программу на языке C (в данном примере мы используем  $h_1^m = h_2^m = 1,0$ , получаем решение с максимально возможной точностью – 16 значащих цифр):

```
#include<stdio.h>
       #include<math.h>
       double fx(double x1, double x2);
       int main()
int n.i:
        double a1,b1,a2,b2,a3,b3,delta1,delta2,delta3;
        double h1,h2,h3,h;
        n=60;
        a1=100.0;
        a2=100.0;
        h1=1.0;
        h2=1.0;
for(i=1;i<=n;i++)
        b1=a1-h1*(fx(a1+(h1/2.0),a2)-fx(a1-(h1/2.0),a2))/(fx(a1+h1,a2)+fx(a1-h1,a2)-2.0*fx(a1,a2));
        delta1 = sqrt((b1-a1)*(b1-a1));
                 a1=b1;
        b2=a2-h2*(fx(a1,a2+(h2/2.0))-fx(a1,a2-(h2/2.0)))/(fx(a1,a2+h2)+fx(a1,a2-h2)-2.0*fx(a1,a2));
        delta2 = sqrt((b2-a2)*(b2-a2));
        a2=b2;
printf("x1=\%.30lf,x2=\%.30lf,extr=\%.30lf \land n",b1,b2,fx(b1,b2));
printf("h1=\%.16lf,h2=\%.16lf,h3=\%.16lf \land n",h1,h2);
double fx(double x1, double x2)
return 1.0+x1*x1*x1+x2*x2*x2*x2+x1*x1-x1*x2+x2*x2;
```

Программа возвращает

$$h_1 = 1.0, \ h_2 = 1.0$$

#### Выводы.

- 1. В теореме 1 получены условия для эффективной сходимости итерации поиска стационарной точки для функционалов третьего порядка гладкости, приведены формулы необходимого числа итераций для поиска экстремума с заданной точностью в конечномерной задаче.
- 2. Теорема 2 доказана для априорно гладких функционалов, возможно не представимых в виде композиции элементарных функций, показана эквивалентность точности итерационных формул в теоремах, определена верхняя граница оптимального шага.
- 3. Приведены программы и примеры, подтверждающие эффективность доказанных методов. Используя полученные теоремы, можно находить как экстремумы, так и точки перевала.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Галеев, Э.М. Краткий курс теории экстремальных задач / Э.М. Галеев, В.М. Тихомиров. М. : Изд-во Москов. ун-т, 1989. 204 с. : ил.
- 2. Бахвалов, Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. 7-е изд. М. : БИ-НОМ. Лаборатория знаний, 2011. – 636 с. – (Классический университетский учебник).
- 3. Федоренко, Р.П. Введение в вычислительную физику : учеб. пособие для вузов / Р.П. Федоренко. Долгопрудный : Издательский дом «Интеллект», 2008. 504 с.
- 4. Колмогоров, А.Н. Элементы теории функции и функционального анализа / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. М.: 1989. 450 с.

Поступила 15.03.2016

# ON EFFECTIVE SEARCHING OF UNCONDITIONAL EXTREMUM SMOOTH FUNCTIONALS IN FINITE-DIMENSIONAL PROBLEMS

#### O. GOLUBEVA, S. EKHILEVSKIY, Y. PASTUHOV, D. PASTUHOV

Conditions of fast convergence of simple iteration in a finite-dimensional task on an extremum for functionality of the third order of smoothness are received. Formulas of necessary number of operations for achievement of the set largest accuracy of coordinates of a stationary point and value of functionality are given in a stationary point. The differential iterative formula for a priori smooth functionalities, perhaps not representable in the form of composition of elementary functions is received. Equivalence of an order of accuracy of the received iterative formulas is shown, the upper bound of an optimum step is defined. Efficiency of a method of search of points of an extremum and points of the pass is shown in examples and computer programs.

**Keywords**: smooth functionality, diagonal prevalence of elements of a matrix of Hess, uniform nondegeneracy, central difference of the first order, optimum step of an iterative formula.

# ПОЗДРАВЛЕНИЕ

# ВЛАДИМИРУ КИРИЛЛОВИЧУ ЖЕЛЕЗНЯКУ

1 февраля 2016 года 80-летие отметил известный ученый и выдающийся специалист в области безопасности и технической защиты информации доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой радиоэлектроники Полоцкого государственного университета Владимир Кириллович Железняк. Ректор ПГУ Дмитрий Николаевич Лазовский тепло поздравил юбиляра и от имени Новополоцкого городского исполнительного комитета вручил Почетную грамоту за многолетний добросовестный труд в области образования.

Родился он в семье железнодорожника, детские годы прошли в селе Юрковцы Винницкой области.

В 1958 году В.К. Железняк окончил Одесский электротехнический институт связи имени А.С. Попова по специальности «Радиосвязь». В 1970 году защитил кандидатскую, а в 1999 — докторскую диссертацию.

Он прошел трудовой путь от инженера радиосвязи до крупного руководителя.

Владимир Кириллович возглавлял государственное научно-производственное предприятие «Информакустика» (Санкт-Петербург, Россия), совмещая работу с обязанностями профессора кафедры электронных и телевизионных систем Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения. В течение семи лет был членом докторского диссертационного совета Военной академии связи.

В 2007 году свою педагогическую и научную деятельность В.К. Железняк продолжил в Полоцком государственном университете.

Обладая высоким уровнем научно-технической подготовки, большим запасом знаний, творческой активностью, Владимир Кириллович охотно передает опыт молодым. Под его руководством подготовили и успешно защитили свои диссертации 1 доктор технических наук, 5 кандидатов и 2 магистра, 2 аспиранта готовят свои кандидатские работы к защите в 2016 году.

Ежегодно вместе с учениками Владимир Кириллович участвует во многих Международных конференциях и выставках, в частности одни из последних – Международная Союзная конференция Союзного государства «Безопасность информации» и XXII Международная выставка-конгресс «Высокие технологии. Инновации. Инвестиции», где проводился конкурс «Лучший инновационный проект и лучшая научно-техническая разработка года».

По его итогам в номинации «Лучший инновационный проект в области средств обеспечения безопасности, средств оповещения и коммуникаций, средств спасения, телефонов, навигаторов, трекеров, транспондеров, противопожарной безопасности, безопасности на транспорте» Золотой медалью и Дипломом I степени была отмечена разработка Полоцкого государственного университета «Мобильная локально-измерительная система двойного назначения оценки защищенности каналов утечки речевой информации». Данный проект был выполнен в рамках диссертационных работ группой ученых ПГУ под руководством Владимира Кирилловича Железняка.

Занимая должность заведующего кафедрой радиоэлектроники Полоцкого государственного университета, Владимир Кириллович уделяет огромное внимание совершенствованию учебного процесса – подготовлена база для новой специализации «Управление роботами».



Владимир Кириллович — научный руководитель научно-исследовательской экспериментальной лаборатории технической защиты информации. Под его руководством в рамках программы Союзного государства созданы «Измерительный программно-аппаратный комплекс "Филин-А"», предназначенный для обнаружения, контроля и оценки защищенности объектов информатизации, «Система измерительная автоматизированная оценки защищенности НЧ-каналов защиты информации "Методика СИА"». Разработаны основы теории и практики защиты акустической речевой информации, приема и обработки акустических сигналов в условиях шумов высокого уровня. Творческим коллективом во главе с В.К. Железняком выполнены и внедрены в практику метод и аппаратно-программный комплекс оценки защищенности объектов.

За время работы в Полоцком государственном университете профессором Железняком сформирована научная школа в области теории и практики защиты и безопасности информации.

Им опубликовано 287 научных работ, он автор 85 свидетельств и патентов. Разработки В.К. Железняка неоднократно отмечались дипломами на международных выставках.

За творческие научные достижения Владимир Кириллович Железняк удостоен трех Серебряных медалей СССР: Серебряной медали В.И. Вернадского, Серебряной медали А.С. Попова «За заслуги в деле изобретательства», Серебряной медали ВДНХ «За успехи в народном хозяйстве СССР», а также медали «За заслуги в сохранении государственной тайны», награжден нагрудными знаками «Отличник соревнования Министерства радиопромышленности СССР», «Почетный радист СССР», «Почетный радист РФ», «За заслуги в защите информации», «Выдатнік адукаціі» и многими другими.

Владимир Кириллович Железняк – академик Российской академии естественных наук им. В.И. Вернадского (секция геополитики и безопасности), академик Международной академии информатизации, академик Арктической академии Российской Федерации.

С большим интересом и настойчивостью Владимир Кириллович осваивает новые направления в широкой области научных интересов, демонстрирует сочетание не только выдающегося ученого, организатора научного коллектива, лектора и педагога, но и замечательного доброго человека, всегда готового дать совет и прийти на помощь в любой ситуации. Обладая исключительно высокой требовательностью к себе, пользуется уважением среди сотрудников и студентов.

Владимира Кирилловича поздравили близкие друзья В.И. Антонов, учитель и непосредственный руководитель, гендиректор НПО «Маяк», первый зам. Председателя СМ УССР, А.П. Провозин, директор НТЦ «Барьер», зам. директора по научной работе НИИ «Электромеханических приборов», Л.И. Лебедева, управляющий делами Правительства Вологодской области, О.В. Рыбальский, профессор Национальной академии МВД Украины, лауреат Госпремии УССР, А.А. Корниенко, зав. кафедрой информатики и информационной безопасности Санкт-Петербургского университета путей сообщения Императора Александра I, С.В. Дворников, председатель совета по защите диссертаций орденоносной Военной академии связи им. С.М. Буденного, Ю.С. Харин, директор Научно-исследовательского института прикладных проблем математики и информатики Белорусского государственного университета, Л.М. Лыньков, зав. кафедрой защиты информации Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники, Л.К. Железняк, лауреат Госпремии СССР и премии Правительства России, главный научный сотрудник Института физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН.

Коллеги, последователи, ученики сердечно поздравляют ВЛАДИМИРА КИРИЛЛОВИЧА с его 80-летним юбилеем и желают ему новых творческих достижений неистощимого энтузиазма, доброго здоровья и удачи во всех начинаниях.

Коллеги, ученики из Полоцкого государственного университета, а также Президиума НАН Беларуси, Белорусской государственной академии связи, Санкт-Петербургского государственного автономного университета аэрокосмического приборостроения, Оперативно-аналитического центра при Президенте Республики Беларусь, Высшего государственного колледжа связи и других университетов и организаций Беларуси, России, Украины.

# СОДЕРЖАНИЕ

## ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Железняк В.К., Лавров С.В., Рябенко Д.С. Системный подход: защита информации,	
помехозащищенность, помехоустойчивость	2
<b>Оськин А.Ф., Оськин Д.А.</b> Применение интеллектуального анализа образовательных данных	
для прогнозирования успешности учебной деятельности	8
<b>Рыбальский О.В., Журавель В.В., Соловьёв В.И., Железняк В.К.</b> Обобщенная модель выделения	
фрактальных структур из цифровых сигналов методом максимумов вейвлет-преобразования	13
Железняк В.К., Барков А.В. Формирование видеошумовых кадров для обеспечения	
защищенности видеосигнала от утечки по электромагнитным каналам	16
<b>Бобович Н.М.</b> Аналитический алгоритм расчета вероятности поражения структурных элементов	
критически важного объекта информатизации в задачах оценки его живучести	21
<b>Дворников С.В., Гулидов А.А., Домбровский Я.А., Лавров С.В., Рябенко Д.С.</b> Информационные	
показатели для оценки эффективности подавления каналов радиосвязи с дискретными видами	
модуляции	25
<b>Дворников С.В., Курносенков А.А., Домбровский Я.А., Рябенко Д.С., Лавров С.В.</b> Методика	
статистической оценки параметров, характеризующих систему радиосвязи	29
Гулидов А.А. Методический аппарат оценки эффективности блокирования каналов	
спутниковой связи	
<i>Иванов Р.В.</i> Оценка имитостойкости каналов управления беспилотными летательными аппаратами .	
<b>Левощенко В.Н., Янушкевич В.Ф.</b> Устройства формирования цифровых диаграмм направленности .	43
<i>Карась А.В., Янушкевич В.Ф.</i> Моделирование микрополосковой антенны диапазона частот	
2300–2400 МГц для систем телекоммуникаций	49
$Xod$ жамура $dos$ Б. $A$ ., Янушкевич В. $\Phi$ . Методы модуляции и демодуляции видеосигналов	
с использованием поднесущих частот	55
<b>Ярица А.И., Железняк В.К.</b> Стабилизация возмущающих воздействий на прием сигналов	
искусственных спутников земли	61
<i>Маргунов Е.А., Мисюткин В.И.</i> Проблема передачи данных между персональным компьютером	
и платформой больших серверов класса мэйнфрейм	66
<b>Иванов М.М., Железняк В.К., Чертков В.М.</b> Способ повышения чувствительности нелинейного	
радиолокатора	72
AHOHE!	
ФИЗИКА	
<i>Лукашевич М.Г.</i> Корреляция электрических, магнитных и гальваномагнитных характеристик	
композитов, полученных имплантацией ионов 3d-элементов в оксид цинка	79
Вабищевич С.А., Вабищевич Н.В., Бринкевич Д.И., Просолович В.С. Взаимодействие индентора	70
с пленками сополимеров на основе метилметакрилата	90
<i>Танана О.В.</i> Методы и стендовая аппаратура для измерения электрофизических характеристик	)0
наноструктурных углеродных материалов в СВЧ диапазоне	97
Остриков О.М. Физическая модель движения границы остаточного двойника	
<b>Кузнечик О.О.</b> Кинетическая модель перехода электропроводящей дисперсно-порошковой среды	. 103
в твердотельное состояние в виде образующегося пористого материала	
при электроконтактной обработке	108
mpn snektpokontuktnon oopuootke	. 100
МАТЕМАТИКА	
Голубева О.В., Ехилевский С.Г., Пастухов Ю.Ф., Пастухов Д.Ф. Об эффективном поиске	
безусловного экстремума гладких функционалов в конечномерных задачах	119
осодоловного экстромуна гладких функционалов в коно шоморивых зада на	/
Поздравление Владимиру Кирилловичу Железняку	. 132