

MIESIĘCZNIK  
POŁOCKI.

№ 2(43), 2024

Т о м I.  
Р о к 1818.

*«Вестник Полоцкого государственного университета»  
продолжает традиции первого в Беларуси литературно-  
научного журнала «Месячник Полоцкий».*

---

---

## ВЕСТНИК ПОЛОЦКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА Серия С. Фундаментальные науки

В серии С научно-теоретического журнала публикуются статьи, прошедшие рецензирование, содержащие новые научные результаты в области информатики, вычислительной техники и управления, электрофизики, электрофизических установок (технические науки), математики.

---

---

## ВЕСНІК ПОЛАЦКАГА ДЗЯРЖАЎНАГА ЎНІВЕРСІТЭТА Серыя С. Фундаментальныя навукі

У серыі С навукова-тэарэтычнага часопіса друкуюцца артыкулы, якія прайшлі рэцэнзаваанне, змяшчаюць новыя навуковыя вынікі ў галіне інфарматыкі, вылічальнай тэхнікі і кіравання, электрафізікі, электрафізічных устаноў (тэхнічныя навукі), матэматыкі.

---

---

## HERALD OF POLOTSK STATE UNIVERSITY Series C. Fundamental sciences

Series C includes reviewed articles which contain novelty in research and its results in the field of computer science, computer engineering and management, electrophysics, electrophysical installations (technical sciences), mathematics.

---

Журнал входит в Российский индекс научного цитирования.  
Электронная версия номера размещена на сайте <https://journals.psu.by/fundamental>.

Адрес редакции:  
Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой,  
ул. Блохина, 29, г. Новополоцк, 211440, Беларусь  
тел. + 375 (214) 59 95 44, e-mail: [vestnik@psu.by](mailto:vestnik@psu.by)

Отв. за выпуск: С. А. Вабищевич.  
Редактор С. Е. Рясова.

Подписано к печати 18.11.2024. Бумага офсетная 70 г/м<sup>2</sup>. Формат 60×84<sup>1</sup>/<sub>8</sub>. Ризография.  
Усл. печ. л. 8,37. Уч.-изд. л. 10,1. Тираж 50 экз. Заказ 402.

**ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ**

УДК 004.93'1

DOI 10.52928/2070-1624-2024-43-2-2-9

**ПРИНЦИПЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И РАЗРАБОТКИ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ  
ДЛЯ ОБОРУДОВАНИЯ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА ТОПОЛОГИЧЕСКИХ СТРУКТУР  
В МИКРОЭЛЕКТРОНИКЕ**

*д-р техн. наук, доц. С. М. АВАКОВ*  
(ОАО «Планар», Минск);

*канд. техн. наук, доц. А. А. ВОРОНОВ, канд. техн. наук В. В. ГАНЧЕНКО*  
(Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси, Минск)

*Изложены принципы создания программного обеспечения для установок, применяемых в микроэлектронной промышленности для проверки качества топологических структур, играющих ключевую роль в технологическом процессе производства установок контроля критических размеров и автоматического поиска дефектов. Предложен оригинальный алгоритм выбора функции резкости и проведены экспериментальные исследования, подтверждающие его эффективность для получения качественных исходных изображений топологии микросхем. Это обеспечивает высокую точность выполнения измерений установкой контроля критических размеров с использованием системы технического зрения и, как результат, повышает процент выхода годных изделий в микроэлектронике.*

**Ключевые слова:** СБИС, архитектура программного обеспечения систем технического зрения, установки контроля критических размеров в микроэлектронике.

**Введение.** Постоянно растущие требования к надежности, быстродействию и компактности элементов и узлов электронных изделий требуют непрерывной разработки и совершенствования микроэлектронной цифровой техники. Современные средства разработки электронных схем направлены на сокращение времени освоения и производства новых изделий. Использование установок автоматического обнаружения дефектов и контроля критических размеров способствует снижению стоимости цифровой аппаратуры при ее массовом производстве. Такую возможность обеспечивают системы технического зрения (СТЗ), которые являются составной частью современной технологии проектирования и производства интегральных схем (ИС). В отечественной литературе отсутствуют исследования по разработке обобщенных архитектур программного обеспечения установок, применяемых в комбинированной технологии, позволяющей в едином производственном цикле выполнять как анализ ИС, так и ее ремонт и повторный контроль наличия дефектов, а также проверку выполнения проектных норм изготовления ИС при проектировании и перепроектировании.

**Обзор решений.** При проектировании программного обеспечения (ПО) для сложного технологического оборудования, применяемого в микроэлектронной промышленности, как правило, рассматривают примеры уже существующего аппаратного обеспечения конкретных установок и их систем обработки и анализа изображений, а затем формулируют требования к архитектуре разрабатываемого ПО для контрольно-измерительного оборудования изделий микроэлектроники. Важным вопросом является также применение в подобном оборудовании систем технического зрения с различными способами фокусировки, т. к. без них невозможно осуществлять эффективный контроль дефектов топологии (необходимо всегда получать резкое изображение). Существуют как зарубежные установки контроля критических размеров и автоматического обнаружения дефектов полупроводниковых пластин (например, от компании MueTec или KLA-Tencor Corporation [1]), так и их отечественные аналоги от предприятия-производителя ОАО «Планар» [2]. Предварительно исследуем аппаратное обеспечение следующих установок, поддерживающих оборудование видеозахвата, от сторонних производителей: ЭМ-6015М, предназначенной для обнаружения дефектов и загрязнений на поверхности полупроводниковых пластин и фотошаблонов; ЭМ-6239, предназначенной для автоматизированного контроля микроразмеров на автоматически загружаемых полупроводниковых пластинах; ЭМ-6339, предназначенной для контроля критических размеров объектов топологии фотошаблонов и используемой в технологическом процессе производства микроэлектромеханических систем. Кроме того, рассмотрим разработанный новый объектив в установке ЭМ-6339, ахроматизированный для различных длин волн, что позволило улучшить воспроизводимость измерения координат на порядки, исключить подвижные детали в оптической части установки и образование пыли на подложке. Внешний вид установок приведен на рисунке 1.



Рисунок 1. – Контрольно-измерительное оборудование ОАО «Планар» с автофокусировкой

Использованное в установке ЭМ-6339 техническое решение позволило наблюдать объекты в видимом и ультрафиолетовом спектрах. Параметры объектива для установки ЭМ-6339:  $Na = 0,82$ ; рабочий отрезок – 7,5 мм;  $\lambda = 365$  нм, 590 нм, 670 нм. Диапазон контролируемых элементов для данной установки по  $X$  и  $Y$  – 0,5–35 мкм, случайная составляющая погрешности при контроле размеров ( $3\sigma$ ) – не более 6 нм; максимальное увеличение – 6000× крат. На рисунке 2 приведена иллюстрация спектра.

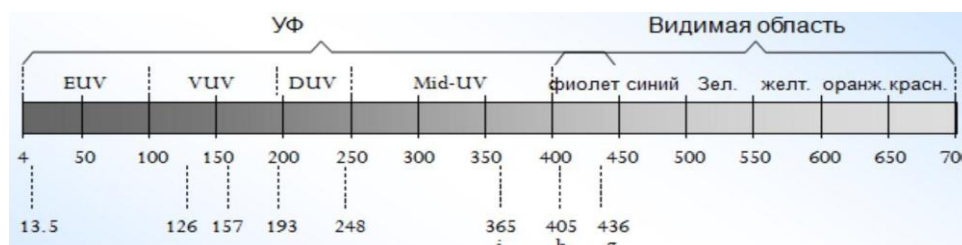


Рисунок 2. – Спектр, в котором работает контрольно-измерительное оборудование ОАО «Планар»

Функциональная структура процессов обработки информации в ПО перечисленных установок представляется ориентированным графом, в вершинах которого располагаются процессоры обработки данных, а дуги обеспечивают транспорт данных между ними. Архитектура программного обеспечения СТЗ представлена на рисунке 3. Для ее визуализации применена нотация, разработанная Г. Бучем [3]. Здесь показаны два типа связей между объектами (экземплярами классов системы). Классы по своему назначению соответствуют блокам функциональной схемы (для построения диаграмм было использовано средство Rational Rose / C++ Demo Version 4.0.3 фирмы Rational Software Corp.) [4].

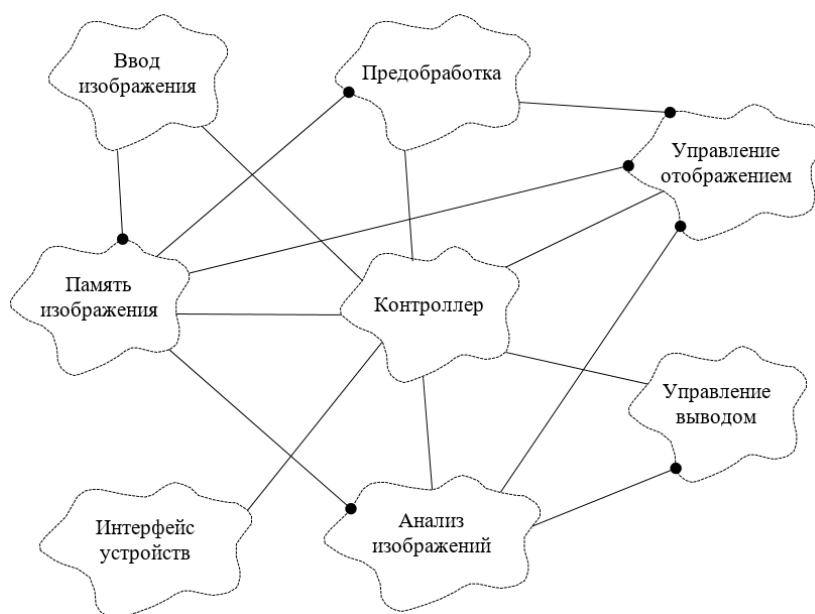


Рисунок 3. – Архитектура программного обеспечения СТЗ

Пример клиент-серверных отношений в модели: объект класса «Управление отображением» (ответственный за отображение информации в процессе обработки) использует данные, предоставляемые объектами классов «Предобработка» (соответствующих блоку предварительной обработки), «Память изображения» и «Анализ изображения».

СТЗ входит в состав рассматриваемого оборудования контроля качества топологических структур в микроэлектронике. Основные используемые в СТЗ базовые методы обработки изображений можно классифицировать [5–9] следующим образом: для формирования изображений (алгоритмы автоматической настройки системы ввода, алгоритмы ввода изображений, алгоритмы первичной обработки); для сегментации изображений (нахождение контуров, операции над однородными областями, декомпозиция изображений); для описания изображений (алгоритмы вычисления геометрических признаков и формальных инвариантов, алгоритмы вычисления ориентации объектов и их локализации); для анализа изображений и распознавания объектов (алгоритмы вычисления дискриминантных функций, структурно-синтаксические алгоритмы и построение модели-описания). Описан лишь один из вариантов разработки СТЗ на основе объектно-ориентированного проектирования [10]. На этапе подготовки к проектированию ПО для контрольно-измерительного оборудования изделий микроэлектроники необходимо пройти основные этапы создания СТЗ:

1. Получение и подготовка изображений для дальнейшей оценки и измерений (установка и настройка системы отображения, калибровка системы отображения, определение формата изображения, извлечение и чтение изображения, отображение изображения, сопоставление калибровочной информации, анализ изображения, улучшение изображения).

2. Идентификация объектов топологии на изображении различными способами (с помощью полутоновых или цветных мер, анализа отдельных частей изображения, методов машинного обучения).

3. Измерение необходимых параметров и характеристик на изображениях объектов топологии.

На основе анализа вариантов использования контрольно-измерительного оборудования в технологическом процессе производства микросхем и управлении качеством (рисунок 4) были сформулированы следующие требования к архитектуре ПО данного оборудования:

- модульность – программное обеспечение должно представлять собой совокупность динамически загружаемых модулей (библиотек), реализующих определенный набор функций и имеющих заданный программный интерфейс, система обработки и анализа изображений должна быть программно реализована в виде модуля;
- открытость – программный модуль должен иметь возможность расширения набора доступной функциональности и список поддерживаемых устройств (установок);
- конфигурируемость – должна быть реализована возможность настройки работы с конкретными устройствами и выбора некоторой последовательности использования функциональности без исходных кодов (без перекомпиляции);
- разделение графического интерфейса пользователя и функциональности – требуется для возможности работы программного модуля без участия пользователя согласно заданной конфигурации.



Рисунок 4. – Контрольно-измерительное оборудование ОАО «Планар» для системы управления качеством полупроводниковых пластин

Наиболее удобным шаблоном для проектирования и создания программного обеспечения контрольно-измерительного оборудования, который бы соответствовал перечисленным требованиям, является MVC [11; 12]:

1. MVC подразумевает разбиение на логические модули, каждый из которых может иметь свою модульную структуру, скрываемую за единым интерфейсом.

2. Открытость следует из возможности реализации иерархической модульности: каждый элемент может иметь требуемое количество внутренних модулей, единственным требованием к которым является соответствие определенному программному интерфейсу.

3. Разделение отображения и управления позволяет формировать наборы команд, передаваемых системе управления, и использовать их вместо реакции на действия пользователя в графическом интерфейсе, что обеспечивает возможность реализации конфигурируемости. Шаблон MVC подразумевает подобное разделение.

Недостатком MVC для обобщенной архитектуры контрольно-измерительного оборудования изделий микроэлектроники является отсутствие четко выделенной модели данных. Однако если объектом исследования является *процесс контроля и измерения объектов топологии изделий микроэлектроники*, то данными можно считать информацию о состоянии этого процесса.

Приведем пример проектирования при помощи архитектурного шаблона MVC одного из модулей программного комплекса системы управления установки контроля критических размеров (ПК УОККР) для производства изделий микроэлектроники, имеющего следующие возможности:

1. ПО системы управления имеет возможность получать команды из нескольких источников – добавляется *интерфейс приема управляющих команд*, в общем случае преобразующий конкретные команды в команды общего вида (метакоманды).

2. ПО системы управления имеет возможность получать видеопоток из нескольких источников – добавляется *интерфейс получения видеоданных*, преобразующий различные форматы данных к единому формату.

3. ПО системы управления имеет возможность передавать управляющие команды различным аппаратным модулям установки (механизмам) – добавляется *интерфейс управления оборудованием*. Этот интерфейс принимает команды управления оборудованием общего формата (метакоманды оборудования) и преобразует их к конкретному виду;

4. Реализована *виртуальная модель данных*, хранящая описание текущего состояния процесса контроля параметров.

#### **Основные прецеденты использования ПК УОККР и его модуля управления механизмами:**

– загрузка объекта исследования – подготовка объекта исследования для дальнейшей работы (предварительная ориентация в пространстве, перемещение в рабочую зону);

– выгрузка объекта исследования – удаление объекта исследования из рабочей зоны в хранилище (контейнер, кассету);

– инициализация установки и базирование механизмов – загрузка в установку данных, описывающих исходное состояние оборудования для решения конкретной задачи, и установка механизмов в соответствующее состояние/положение;

– управление перемещениями координатного стола – формирование обобщенных команд для управления движением координатного стола;

– совмещение и ориентация – привязка системы отсчета и координатной системы объекта к координатной системе установки;

– управление механизмами – подготовка команд управления оборудованием (метакоманд) и соответствующих параметров;

– формирование управляющих команд – преобразование метакоманд в формат, требуемый тем либо иным микроконтроллером управления оборудованием;

– создание карты-структуры объекта (т. к. объектом может служить как пластина, так и шаблон) – подготовка описания структуры объекта для дальнейшего его исследования (кадры, модули).

**Архитектура модуля управления механизмами** представлена в виде диаграммы компонентов, приведенной на рисунке 5.

Модуль управления механизмами состоит из следующих компонентов:

– фасад для SDK-микроконтроллеров – набор фасадных классов, обеспечивающих прозрачное и, насколько это возможно, единообразное выполнение различных команд с использованием реального оборудования видеозахвата. Каждый отдельный фасад разрабатывается для и с учетом особенностей конкретного оборудования;

– фасады блоков формирования последовательностей метакоманд – набор реализаций программного интерфейса `HardwareController`, предоставляющего единообразный набор методов для осуществления управления оборудованием и одновременно позволяющего скрывать особенности конкретного оборудования (методы для управления загрузкой/выгрузкой объекта исследования, инициализацией установки, перемещениями координатного стола; методы для получения статуса выполнения команды, данных или изображения от установки);

- блок формирования последовательностей метакоманд – осуществляет формирование пакетов метакоманд, выполняющих некоторые стереотипные последовательности действий, которые обеспечивают выполнение заданных пользователем действий;
- блок преобразования метакоманд в команды оборудования – преобразует метакоманды с указанными пользователем параметрами в команды конкретного оборудования (или последовательности вызовов SDK) с параметрами, характерными для этого оборудования;
- блок обратной связи – обеспечивает получение данных от оборудования (изображения, параметры состояния оборудования и т. п.), осуществляя соответствующие вызовы функциональности SDK-оборудования. При разработке данного модуля используется понятие «метакоманда». Это понятие предполагает некоторую задачу управления механизмами высокого уровня, более понятную пользователю комплекса. При этом обеспечение выполнения этой команды может потребовать выполнения нескольких команд управления на конкретном оборудовании. Примеры метакоманд: «получить следующее изображение», «сместиться в заданную точку» и т. п.

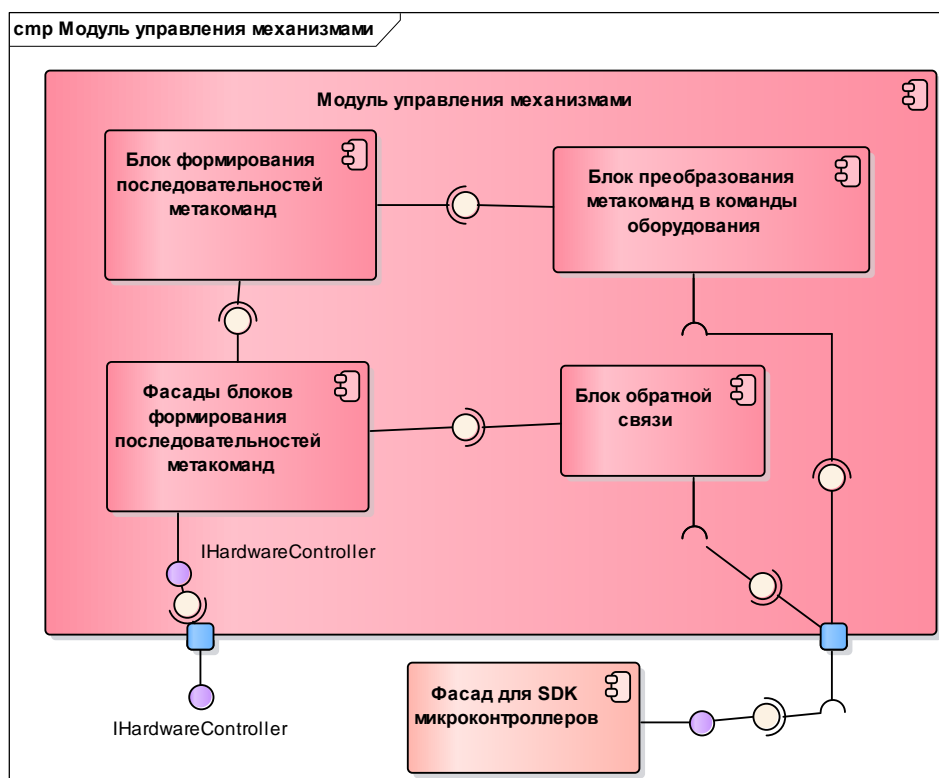


Рисунок 5. – Архитектура ПО модуля управления механизмами для установки контроля критических размеров полупроводниковых пластин

Для успешного поиска дефектов и контроля качества топологии необходимо получение качественного изображения оборудованием видеозахвата. Для этого используется автофокусировка с использованием функции резкости.

**Автоматическая фокусировка и функция резкости.** Актуальность автоматической фокусировки связана с тем, что без нее невозможно в принципе осуществить автоматический контроль изделий, поскольку определяющую роль в процессе контроля играет непрерывное поддержание резкого изображения. При этом могут достигаться различные цели контроля: поиск привнесенных дефектов, регистрация искажений топологического рисунка или контроль размеров элементов структур и т. п. Система автоматической фокусировки позволяет определить такое положение контролируемого образца относительно рабочего объектива, при котором изображение образца формируется объективом с распределением световой энергии, максимально схожим с распределением в самом образце, что особенно важно для достоверной регистрации топологического рисунка на полупроводниковой пластине.

Автоматическая фокусировка по изображению основывается на итеративных методах с использованием функции резкости (ФР), реальной оценки резкости дискретного изображения. Для серии изображений, используемой для фокусировки, ФР должна достигать максимумов для корректно сфокусированного изображения.

ФР дают значение, указывающее степень фокусировки для каждого изображения того же объекта. Эти функции основаны на знаниях о различиях в информационном наполнении в сфокусированных и несфокусированных изображениях [13; 14]. Основное предположение, лежащее в основе большинства этих функций, состоит в том, что расфокусированное изображение является результатом свертки изображения с определенной функцией распространения точек (point-spread function, PSF), которая обычно приводит к уменьшению высоких частот изображения. Хорошо сфокусированные изображения содержат больше информации и деталей (краев), чем несфокусированные. ФР можно разделить на несколько групп: функции, основанные на дифференцировании изображения (градиенте изображения); функции, основанные на глубине пиков и долин; функции, основанные на контрасте изображения; функции, основанные на гистограмме; функции, основанные на статистической информации; функции на основе Фурье-преобразования.

**Алгоритм оценки функции резкости для фокусировки.** Важными алгоритмами, определяющими в значительной степени качество исходных изображений для анализа и обработки, являются алгоритмы автофокусировки. Алгоритмы, выбирающие оптимальный фокус для изображения, основаны на нахождении максимума или же минимума определенной функции резкости, которая представляет собой «показатель метрики качества». Такие алгоритмы должны быть быстрыми, поскольку обычно общее время сканирования изображения ограничено.

Существуют десятки различных функций резкости. Некоторые из них применимы только в решении узконаправленных задач, некоторые достаточно универсальны. Далее будут рассмотрены функции резкости, используемые для обработки видео и изображений. Напомним, что функции резкости – это функции, которые достигают экстремума, когда исследуемый объект в фокусе.

При выборе функции резкости для решения конкретной задачи выполняется оценка ряда функций резкости путем количественной оценки нескольких критериев на конкретных сериях изображений. Могут быть применены следующие критерии:

- точность – это разница в шагах между максимумом функции резкости и правильным фокальным положением (полученным опытным оператором);
- диапазон – это интервал (измеренный от фокального положения), где функция монотонно уменьшается;
- число ложных максимумов;
- полная ширина при 50 % от максимума пика в функции резкости: чем она меньше, тем острее пик фокуса и тем точнее его можно определить;
- время вычисления значения ФР.

Алгоритм предназначен для определения оптимальной функции резкости из заданного набора функций для автоматической фокусировки по изображениям топологии ИС.

На вход поступает последовательность полутоновых изображений и список функций резкости: *th\_grad* – функция резкости на основе дифференцирования изображения; *sq\_grad* – аналогична *th\_grad*, только рассматривает разность квадратов между пикселями; *abs\_ten* – функция резкости, использующая оператор Собеля для свертки изображения; *gauss* – функция резкости, основанная на градиентном фильтре; *absolut* – функция на основе глубины пиков и долин; *variance* – функция резкости на основе контраста изображения; *norm\_variance* – нормализованная функция резкости на основе дисперсии; *dif\_range* – функция на основе гистограммы изображения; *entropy* – функция энтропии.

На выходе алгоритм выдает ранжированный список функций резкости.

Алгоритм состоит из следующих шагов:

1. Задать шаг пересчета функции резкости.
2. Задать вес критериев оценки.
3. Сформировать таблицу сравнения: столбцы соответствуют функциям резкости, строки соответствуют изображениям в последовательности.
4. Задать размер области фокусировки.
5. Выбрать изображения из последовательности.
6. Вычислить значение функции резкости по области фокусировки на выбранном изображении.
7. Сохранить значение в таблицу сравнения.
8. Повторять шаг 5, пока не конец последовательности изображений.
9. Вычислить критерии оценки для всех функций резкости.
10. Ранжировать функции резкости по вычисленным критериям с учетом заданных весов.

Результаты вычисления значений лучшей из функций резкости *sq\_grad* для набора из 23 изображений топологии ИС приведены на рисунке 6. По горизонтали обозначены номера кадров от 0 до 23, а по вертикали – значения метрики *sq\_grad*, которая представляет собой возведенный во вторую степень порогизированный абсолютный градиент, являющийся лучшей функцией резкости для рассмотренного набора изображений и основанный на дифференцировании изображения. Первая разность вычисляется, когда она

больше определенного порога, возводится во вторую степень и накапливается так, что большие градиенты оказывают большее влияние на конечный результат:

$$F_{sq\_grad} = \sum_M \sum_N |g(i, j+1) - g(i, j)|^2,$$

$$\text{для } |g(i, j+1) - g(i, j)| \geq v,$$

где  $M$  и  $N$  – ширина и высота изображения соответственно;

$g(i, j)$  – яркость пикселя  $(i, j)$ ;

$v$  – заданный порог.

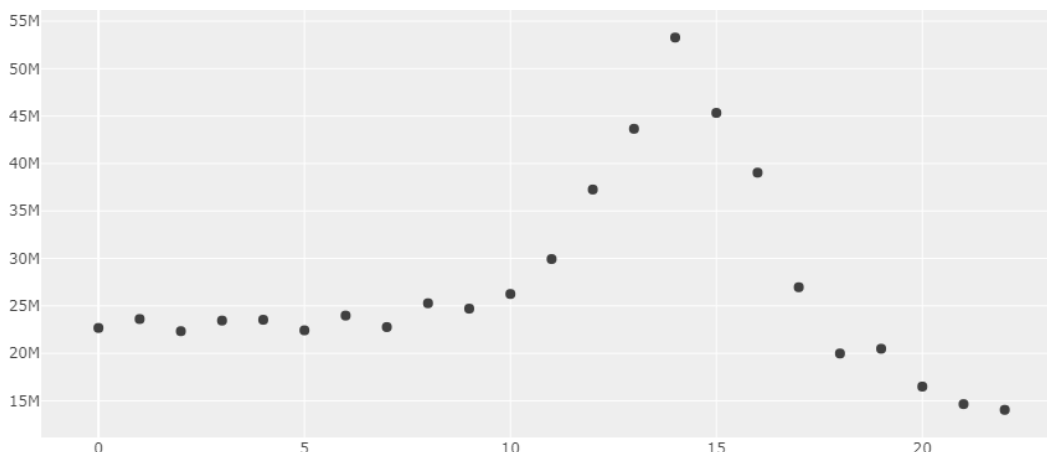


Рисунок 6. – График функции резкости для 23 исследуемых кадров с изображениями топологии полупроводниковой пластины

**Заключение.** Разработаны базовые принципы проектирования программного обеспечения оборудования контроля полупроводниковых структур с использованием системы технического зрения на основе вариантов использования такого оборудования в технологическом процессе производства микросхем и необходимое алгоритмическое обеспечение для автоматической фокусировки оборудования видеозахвата с использованием функции резкости. Приведен пример использования разработанной архитектуры при реализации программного модуля управления механизмами для программного комплекса установки контроля критических размеров полупроводниковых пластин. Разработка успешно используется при проектировании программного обеспечения для оборудования контроля полупроводниковых пластин и в комплексном проектировании оборудования, производимого ОАО «Планар». Это обеспечивает следующие преимущества: возможность получения более полной совместимости координатных систем установок за счет применения однотипных алгоритмов управления перемещениями, возможность гибкого изменения форматов данных для установок автоматического контроля дефектов, возможность реализации единой интерфейсной системы ПО и повышения эффективности эксплуатации оборудования за счет уменьшения стоимости разработки и изготовления вследствие высокой степени унификации аппаратного и программного обеспечения, используемого для системы управления качеством полупроводниковых пластин.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Оптико-механические комплексы для бездефектного изготовления фотошаблонов 0,35 мкм и 90 нм / С. Аваков, В. Овчинников, С. Карпович и др. // Фотоника. – 2007. – № 6. – С. 35–39.
2. Фалк Г. Гибкие решения для оптического контроля качества // Наноиндустрия. – 2018. – № 1(80). – С. 24–26. – DOI: [10.22184/1993-8578.2018.80.1.24.26](https://doi.org/10.22184/1993-8578.2018.80.1.24.26).
3. Буч Г. Объектно-ориентированный анализ и проектирование с примерами приложений на C++. – СПб.: Невский диалект, 1999. – 560 с.
4. Боггс У., Боггс М. UML и Rational Rose. – М.: Лори, 2000. – 580 с.
5. Сойфер В. А. Методы компьютерной обработки изображений. – М.: Физматлит, 2003. – 192 с.
6. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. – М.: Техносфера, 2005. – 1072 с.
7. Дудкин А. А., Садыхов Р. Х. Обработка изображений в проектировании и производстве интегральных схем. – Минск: ОИПИ НАН Беларуси, 2008. – 270 с.
8. Распознавание и анализ стохастических данных и цифровых изображений / С. В. Абламейко, Ю. С. Харин, Р. Х. Садыхов и др. // Вестн. Фонда фундам. исслед. – 2003. – № 4. – С. 91–106.



9. Krasnoproshin, V. V., Obraztsov V. A. Problems of Solvability and Choice of Algorithms for Decision Making by Precedence // *Pattern Recognit. Image Anal.* – 2006. – Vol. 16, iss. 2. – P. 155–169. – DOI: [10.1134/S1054661806020027](https://doi.org/10.1134/S1054661806020027).
10. Приемы объектно-ориентированного проектирования. Паттерны проектирования / Э. Гамма, Р. Хелм, Р. Джонсон и др. – СПб.: Питер, 2001. – 368 с.
11. Ларман К. Применение UML и шаблонов проектирования. – М.: Вильямс, 2002. – 624 с.
12. Кнут Д. Э. Искусство программирования: в 4 т. – СПб.: Вильямс, 2000. – Т. 3: Сортировка и поиск. – 832 с.
13. Tian Q., Fainman I., Lee S. H. Comparison of statistical pattern-recognition algorithms for hybrid processing. II. Eigenvector-based algorithm // *J. Optical Society America A.* – 1988. – Vol. 5, iss. 10. – P. 1670–1682. – DOI: [10.1364/JOSAA.5.001670](https://doi.org/10.1364/JOSAA.5.001670).
14. Automatic PCB Inspection Algorithms: A Survey / M. Moganti, F. Erçal, C. H. Dagli et al. // *Comput. Vis. Image Underst.* – 1996. – Vol. 63, iss. 2. – P. 287–313. – DOI: [10.1006/cviu.1996.0020](https://doi.org/10.1006/cviu.1996.0020).

## REFERENCES

1. Avakov, S., Ovchinnikov, V., Karpovich, S., Titko, E., & Trapashko, G. (2007). Optiko-mehaniicheskie komplekсы dlja bezdefektnogo izgotovlenija fotoshablonov 0,35 mkm i 90 nm. *Fotonika*, (6), 35–39. (In Russ.).
2. Falk, G. (2018). Gibkie reshenija dlja opticheskogo kontrolja kachestva. *Nanoindustrija*, (1), 24–26. DOI: [10.22184/1993-8578.2018.80.1.24.26](https://doi.org/10.22184/1993-8578.2018.80.1.24.26). (In Russ.).
3. Buch, G. (1999). Ob"ektno-orientirovannyj analiz i proektirovanie s primerami prilozhenij na C++. St. Petersburg: Nevskij dialekt. (In Russ.).
4. Boggs, U., & Boggs, M. (2000). *UML i Rational Rose*. Moscow: Lori. (In Russ.).
5. Soifer, V. A. (2003). *Metody komp'yuternoj obrabotki izobrazhenii*. Moscow: Fizmatlit. (In Russ.).
6. Gonsales, R., & Vuds, R. (2005). *Tsifrovaya obrabotka izobrazhenii*. Moscow: Tekhnosfera. (In Russ.).
7. Dudkin, A. A., & Sadykhov, R. Kh. (2008). *Obrabotka izobrazhenii i proektirovanii i proizvodstve integral'nykh skhem*. Minsk: UIIP NAS Belarus. (In Russ.).
8. Ablameiko, S. V., Kharin, Yu. S., Sadykhov, R. Kh., Starovoitov, V. V., & Tuzikov, A. V. (2003). Raspoznavanie i analiz stokhasticheskikh dannyx i tsifrovyykh izobrazhenii. *Vestnik Fonda fundamental'nykh issledovanii*, (4), 101–106. (In Russ.).
9. Krasnoproshin, V. V., & Obraztsov, V. A. (2006). Problems of Solvability and Choice of Algorithms for Decision Making by Precedence. *Pattern Recognit. Image Anal.*, 16(2), 155–169. DOI: [10.1134/S1054661806020027](https://doi.org/10.1134/S1054661806020027).
10. Gamma, E., Khelm, R., Dzhonson, R., & Vliissides, Dzh. (2001). *Priemy ob"ektno-orientirovannogo proektirovaniya. Patterny proektirovaniya*. St. Petersburg: Piter. (In Russ.).
11. Larman, K. (2002). *Primenenie UML i shablonov proektirovaniya*. Moscow: Vil'yams. (In Russ.).
12. Knut, D. E. (2000). *Iskusstvo programmirovaniya: v 4 t. T. 3: Sortirovka i poisk [The Art of Computer Programming (in 4 vol., Vol. 3: Sorting and Searching)]*. – St. Petersburg: Vil'jams. (In Russ.).
13. Tian, Q., Fainman, I., & Lee, S. H. (1988). Comparison of statistical pattern-recognition algorithms for hybrid processing. II. Eigenvector-based algorithm. *J. Optical Society America A*, 5(10), 1669–1681. DOI: [10.1364/JOSAA.5.001670](https://doi.org/10.1364/JOSAA.5.001670).
14. Moganti, M., Erçal, F., Dagli, C. H., & Tsunekawa, S. (1996). Automatic PCB Inspection Algorithms: A Survey. *Comput. Vis. Image Underst.*, 63(2), 287–313. DOI: [10.1006/cviu.1996.0020](https://doi.org/10.1006/cviu.1996.0020).

Поступила 05.11.2024

## SOFTWARE DESIGN PATTERN FOR EQUIPMENT OF AUTOMATIC MASK INSPECTION SYSTEMS IN MICROELECTRONICS

S. AVAKOV

(Planar JSC, Minsk);

A. VORONOV, V. GANCHENKO

(United Institute of Informatics Problems of NAS of Belarus, Minsk)

*The paper investigates a relevant applied problem associated with software development for building equipment of automatic mask inspection systems and quality control topological structures in the microelectronics industry. This problem is one of key issues of design flow for equipment of automatic mask inspection systems and automatic defects detection. An original approach is proposed for selecting the sharpness function. Experiments have been conducted that confirm the effectiveness of original approach for obtaining high-quality initial images in equipment of automatic mask inspection systems using a technical vision system and, as a result, increases the percentage of yield of suitable products in microelectronics.*

**Keywords:** VLSI, software architecture of machine vision systems, systems for inspection of work masks in microelectronics.

## ЭФФЕКТИВНОЕ УМЕНЬШЕНИЕ РАЗРЕШЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ В НЕЙРОННЫХ СЕТЯХ НА ОСНОВЕ ВЕЙВЛЕТОВ

В. А. ВОРОБЕЙ, канд. физ.-мат. наук, доц. А. Э. МАЛЕВИЧ  
(Белорусский государственный университет, Минск)

U. Varabei ORCID <https://orcid.org/0009-0006-9604-8894>

A. Malevich ORCID <https://orcid.org/0000-0001-8716-8655>

На основе дискретного вейвлет-преобразования реализованы несколько вариантов блоков для уменьшения разрешения изображений внутри моделей компьютерного зрения. Блоки протестированы с использованием моделей ResNetV2-50 и MobileNetV2 на наборе данных Flowers. При незначительном увеличении количества параметров и близком уровне качества удалось сократить количество эпох для сходимости на 34 %, а требования к видеопамяти на 18 %. Благодаря особенностям реализации предложенных блоков они могут быть использованы для замены слоев уменьшения разрешения изображений и в моделях для других задач с целью экономии вычислительных ресурсов и ускорения процесса тренировки. В разработанных блоках для вычисления вейвлет-преобразования используются стандартные операция сложения и умножения, что позволяет при необходимости легко экспортировать обученные модели в другие форматы.

**Ключевые слова:** нейронные сети, глубокое обучение, вейвлеты, дискретное вейвлет-преобразование, классификация изображений.

**Введение.** Для улучшения работы моделей компьютерного зрения в различных задачах было предложено большое количество сверточных архитектур, которые позволяют лучше извлекать признаки из входных изображений: Dense CNN [1], SE Networks [2], CSPNet [3] и др. Однако, несмотря на все разнообразие архитектур, пространственный размер изображений в нейронных сетях зачастую понижается при помощи субдискретизации (пулинга) или свертки с шагом больше 1 (иногда фильтры могут быть фиксированными). При использовании этих методов либо теряется часть информации, либо же она извлекается слишком простым способом, который не подстраивается под данные. Для устранения этих недостатков в данной работе предлагается для понижения разрешения изображений использовать вейвлеты: они естественным образом выделяют из входного сигнала признаки с высокими и низкими частотами (всего 4 комбинации), у каждой из которых сохраняется исходное количество каналов, а размер по ширине и высоте уменьшается в 2 раза, что соответствует стандартному уменьшению разрешения тензоров по ширине и высоте в нейронных сетях. Схема двумерного вейвлет-преобразования представлена на рисунке 1. При необходимости можно применить вейвлет-преобразование несколько раз, на каждом шаге понижая разрешение тензора в 2 раза. Существует ряд работ, в которых авторы для сохранения большего количества информации использовали вейвлеты похожим образом [4–6], однако зачастую в них из выходных компонент вейвлет-преобразования не выделяются новые признаки в рамках реализованных блоков, либо же это делается достаточно простым способом. В данной работе предложены варианты вейвлет-блоков, в которые добавлены механизмы внимания с обучаемыми параметрами, а также показано, как значительно увеличить вычислительную эффективность методов построения карт внимания в сверточных нейронных сетях.

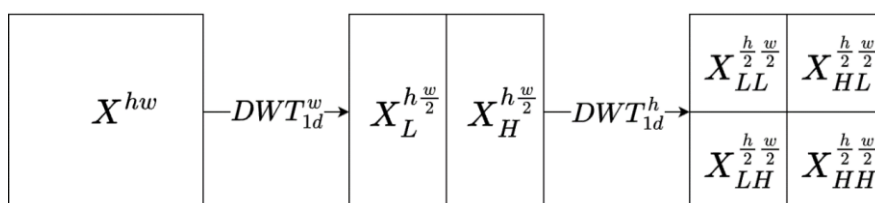


Рисунок 1. – Схема двумерного вейвлет-преобразования

**Вейвлет-блоки.** Для уменьшения разрешения изображений внутри моделей были реализованы 4 варианта блоков на основе вейвлет-преобразования, каждый из которых понижает разрешение по ширине и высоте в 2 раза.

11. WL + LL. Входной сигнал проходит через прямое дискретное вейвлет-преобразование и для дальнейших операций используется лишь компонента LL, которая содержит в себе признаки низкой частоты и может рассматриваться как уменьшенная версия исходной картинки. Блок не содержит дополнительных обучаемых параметров. Его схема представлена на рисунке 2 (V1).

12. WL + LHAttn. Ко входному сигналу применяется прямое дискретное вейвлет-преобразование, и компоненты LH и HL поэлементно перемножаются, а затем проходят через операцию softmax вдоль каждого пикселя. Полученная карта внимания применяется к выходу LL при помощи операций поэлементного сложения и умножения. Компонента HH никак не используется, поскольку зачастую в ней может содержаться достаточно много шума. Этот блок не содержит в себе дополнительных обучаемых параметров. Он был предложен в [6], его схема представлена на рисунке 2 (V2).

13. WL + HCBAM. Блок отличается от предыдущего варианта тем, что для построения карты внимания здесь используется модуль CBAM [7]: он применяется ко всем признакам с низкой частотой, которые предварительно проходят через свертку с ядром  $1 \times 1$  (без последующей нормализации и активации). Операция свертки необходима для того, чтобы количество каналов совпадало с тем, что было у исходного тензора. Далее построенная карта внимания применяется к компоненте LL при помощи операций поэлементного сложения и умножения. Для уменьшения вычислительной сложности в модуле CBAM использовалось лишь внимание по каналам, а остальные параметры не менялись относительно тех, что установлены по умолчанию его авторами. Схема данного блока представлена на рисунке 2 (V3).

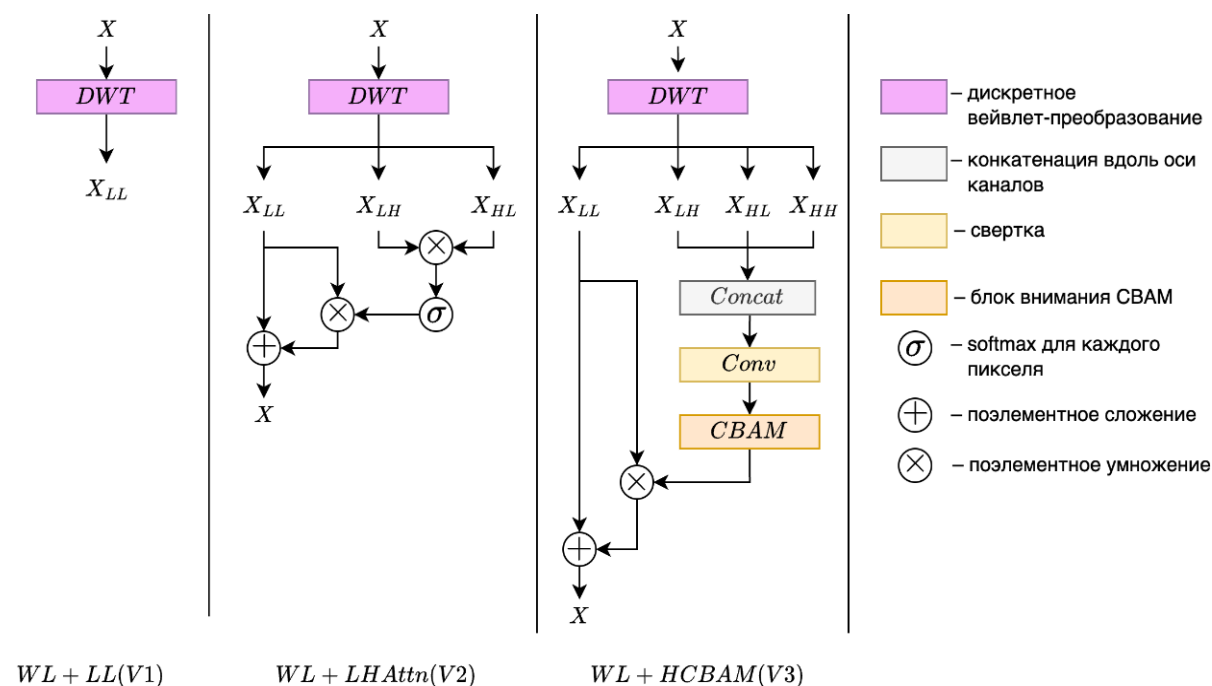
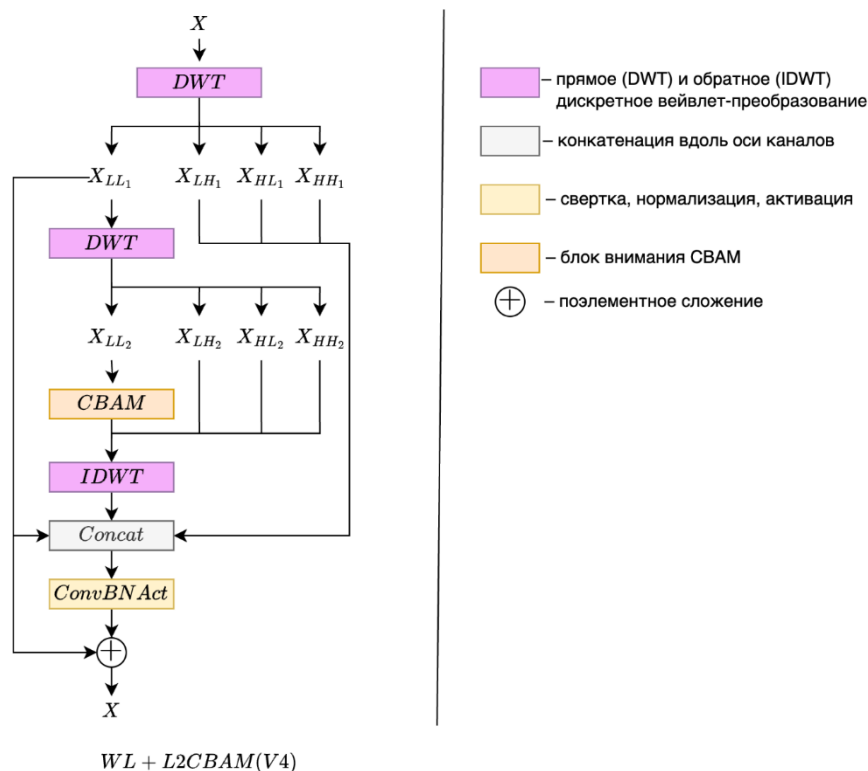


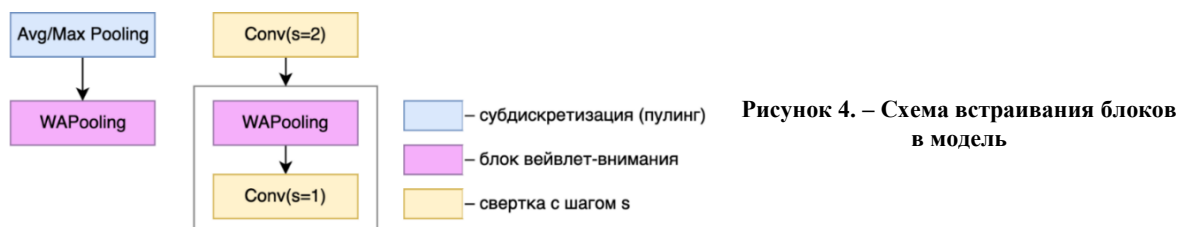
Рисунок 2. – Схема блоков WL + LL(V1), WL + LHAttn(V2), WL + HCBAM(V3)

14. WL + L2CBAM. У входного сигнала считается 2 уровня вейвлет-разложения, после чего к компоненте LL2 (2 – номер уровня разложения) применяется модуль CBAM, который используется в полной версии: внимание считается как по каналам, так и по пикселям. Параметр reduction устанавливался равным 2 для извлечения большего количества информации (стандартное значение – 16). Далее по модифицированной компоненте LL2, CBAM и деталям второго уровня при помощи обратного вейвлет-преобразования восстанавливалась компонента LL1, CBAM, которая объединялась со всеми признаками первого уровня разложения и пропусклась через слой свертки с ядром  $1 \times 1$ , пакетную нормализацию и активацию GELU. Полученный тензор по аналогии с предыдущими вариантами блоков использовался вместе с компонентой LL1. Применение модуля CBAM к разложению второго уровня призвано уменьшить вычислительную сложность всего блока, поскольку в таком случае внимание считается на тензоре, у которого 2 размерности уменьшены в 2 раза, а для восстановления исходной размерности используется легковесное обратное вейвлет-преобразование. Схема данного блока представлена на рисунке 3.

Рисунок 3. – Схема блока  $WL + L2CBAM(V4)$ 

**Модификация моделей.** Для проверки работы реализованных блоков использовались две популярные модели компьютерного зрения: ResNetV2-50 [8] и MobileNetV2 [9]. Эти архитектуры хорошо подходили также и потому, что позволяли оценить эффект как на вычислительно тяжелых, так и на легковесных моделях.

Так как реализованные блоки уменьшают размеры тензора по ширине и высоте в 2 раза, то и в выбранных моделях заменялись соответствующие слои, за тем исключением, что первый шаг понижения разрешения во всех моделях оставался неизменным. Стоит отметить, что зачастую внутри моделей входное изображение по ширине и высоте уменьшается в 5 раз (как и в случае выбранных архитектур), соответственно, с учетом пропуска первого слоя получается, что замене подвергались только 4 набора слоев в каждой модели. За операцию уменьшения разрешения отвечают или слои субдискретизации (пулинга), или же свертки с шагом больше 1. В первом случае слой заменялся на один из реализованных блоков, а во втором же шаг свертки становился равен 1, а перед соответствующим слоем добавлялся блок на основе вейвлетов. Стоит отметить, что в модели MobileNetV2 не используются слои субдискретизации: изображения уменьшаются лишь при помощи свертки с шагом 2. Схема встраивания реализованных блоков показана на рисунке 4.



**Набор данных.** Для проверки работы моделей было решено использовать набор данных Flowers<sup>1</sup>, который состоит из 4317 изображений цветов 5 категорий: маргаритка, одуванчик, роза, подсолнух, тюльпан. Для тестового датасета выбиралось 20 % данных из каждой категории, а из оставшейся части также 20 % шло на валидацию. Таким образом, в тренировочном, валидационном и тестовом датасетах было по 2763, 691, 863 изображения соответственно.

<sup>1</sup> The TensorFlow Team. TensorFlow Flowers dataset [Электронный ресурс] // TensorFlow datasets. – URL: [https://www.tensorflow.org/datasets/catalog/tf\\_flowers](https://www.tensorflow.org/datasets/catalog/tf_flowers) (дата обращения 16.06.2024).

Тренировочные изображения перед подачей в модель вдоль каждой стороны дополнялись случайным количеством нулей в диапазоне  $[0; 0,2]$  от ее размера, а затем у полученного изображения брался случайный патч размером  $256 \times 352$ . Также с вероятностью 0,5 изображения отражались относительно вертикальной оси. Изображения для теста и валидации сразу приводились к размеру  $256 \times 352$  с сохранением соотношения сторон: меньшая из них с обоих краев дополнялась одинаковым количеством нулей. Примеры изображений из тестового датасета показаны на рисунке 5.

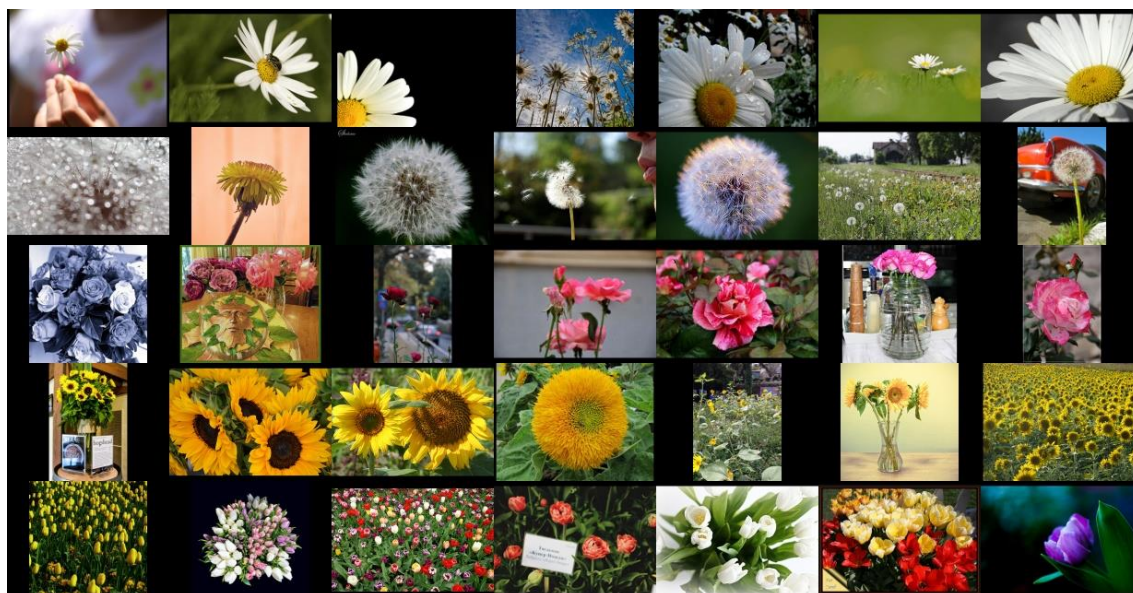


Рисунок 5. – Пример тестовых изображений

**Обучение модели.** В качестве вейвлетов использовалось семейство CDF-9/7, операции прямого и обратного преобразования были реализованы при помощи лифтинг-схемы, которую можно найти в [10]. Параметры были зафиксированы на константных значениях и не обучались.

Все модели использовали входное разрешение картинки  $256 \times 352$  пикселя. Изображения в тренировочном наборе на старте каждой эпохи случайным образом перемешивались. К валидационным и тестовым изображениям не применялись аугментации.

В качестве оптимизатора использовался SGD со скоростью обучения равной  $0,01 \times bs / 64$  ( $bs$  – размер батча). Первые 5 эпох модели обучались со скоростью 0,005. Это было сделано для стабилизации обновления весов на ранних стадиях обучения. Скорость затухания весов устанавливалась равной  $5e-4$ , а значения импульса – 0,9. Батчи состояли из 128 примеров, что было сделано для ускорения вычислений, а во избежание ухудшения сходимости данное число было учтено в скорости обучения.

Обучение могло длиться максимум 200 эпох с возможностью ранней остановки после 30, если значение метрики на валидационных данных не увеличивалось в течение этого времени.

Модели реализовывались при помощи библиотеки PyTorch. Обучение проходило на стенде с GPU Nvidia RTX 3090 24 Гб.

**Результаты.** В ходе исследования было проверено несколько вариантов блоков уменьшения разрешения изображений на основе вейвлетов для моделей ResNetV2-50 и MobileNetV2. Результаты представлены в таблицах 1 и 2 (Base – базовая модель). Для уменьшения влияния случайности каждый вариант модели обучался по 10 раз, а затем усреднялось количество эпох, которое прошло до момента сходимости моделей, а также значения метрики на валидационном и тестовых датасетах, полученные финальными моделями.

Таблица 1. – Результаты моделей на основе ResNetV2-50

Метод	Количество параметров (М)	Видеопамять (Мб)	Среднее количество эпох	Среднее значение метрики (валидация)	Среднее значение метрики (тест)
Base	23,530	9690	72,5	0,864062	0,831793
WL + LL (V1)	23,530	8646	74,1	0,858854	0,791466
WL + LHAttn (V2)	23,530	11275	75,6	0,854323	0,799264
WL + HCBAM (V3)	28,115	11315	79,3	0,850417	0,798738
WL + L2CBAM (V4)	32,337	12895	81,5	0,847500	0,792916

Замена слоев в архитектуре ResNetV2-50 отрицательно сказалась на результатах моделей: уменьшилось значение метрики, увеличилось количество параметров, а также скорость сходимости. Это может быть связано с большим количеством остаточных соединений в блоках моделей, а также с тем, что субдискретизация на основе максимального значения хорошо справляется с выделением признаков, оказывающих наибольшее влияние на итоговый выход сетей.

Таблица 2. – Результаты моделей на основе MobileNetV2

Метод	Количество параметров (М)	Видеопамять (Мб)	Среднее количество эпох	Среднее значение метрики (валидация)	Среднее значение метрики (тест)
Base	1,580	7363	73,4	0,863125	0,840739
WL + LL (V1)	1,580	6007	58,9	0,865260	0,829217
WL + LHAttn (V2)	1,580	6007	77,3	0,864427	0,835155
WL + HCBAM (V3)	1,615	6040	54,8	0,863437	0,829257
WL + L2CBAM (V4)	1,647	6069	53,2	0,859792	0,824236

Модели на основе MobileNetV2 хорошо отреагировали на замену операций уменьшения размера изображений блоками на основе вейвлетов: требования к видеопамяти снизились, для ряда блоков увеличилась скорость сходимости и лишь немного уменьшилось значение метрики на тестовой выборке, а на валидации фактически не изменилось. Такой результат можно связать с тем, что в отличие от ResNetV2-50, модель MobileNetV2 для уменьшения разрешения изображений использует лишь свертки с шагом 1, а субдискретизация по максимальному значению отсутствует.

**Заключение.** Было реализовано и протестировано несколько вариантов блоков уменьшения разрешения изображений в нейронных сетях на основе вейвлетов на примере моделей ResNetV2-50 и MobileNetV2 на наборе данных Flowers. Замена блоков в модели ResNetV2-50 привела к ухудшению качества и лишь увеличила ее сложность. Использование предложенных блоков в архитектуре MobileNetV2 наоборот хорошо себя показало: увеличилась скорость сходимости, уменьшился потребляемый размер видеопамяти при обучении, значение метрики качества на валидации не изменилось, а на тестовых данных оно лишь слегка снизилось (в пределах 1,651 % в худшем случае). Лучше всего себя показал вариант блока на основе механизма внимания CBAM: при его применении к высокочастотным частям вейвлет-разложения 1-го уровня требования к видеопамяти снизились на 18 %, количество эпох для сходимости уменьшилось на 34 %, количество параметров увеличилось лишь на 2,2 %, а значение метрик на тесте упало на 1,15 %. Благодаря простоте реализации предложенный метод уменьшения размера изображений в моделях может быть использован в более сложных задачах компьютерного зрения, таких как обнаружение и сегментация объектов, где для обучения требуется большее число эпох, а также увеличены требования к расходу видеопамяти.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Densely Connected Convolutional Networks / G. Huang, Z. Liu, L. Van Der Maaten et al. // arXiv. – 2016. – DOI: [10.48550/arXiv.1608.06993](https://doi.org/10.48550/arXiv.1608.06993).
2. Squeeze-and-Excitation Networks / J. Hu, L. Shen, S. Albanie et al. // arXiv. – 2017. – DOI: [10.48550/arXiv.1709.01507](https://doi.org/10.48550/arXiv.1709.01507).
3. CSPNet: A New Backbone than can Enhance Learning Capability of CNN / C.-Y. Wang, H.-Y. M. Liao, I.-H. Yeh et al. // arXiv. – 2019. – DOI: [10.48550/arXiv.1911.11929](https://doi.org/10.48550/arXiv.1911.11929).
4. Wavelet Integrated CNNs for Noise-Robust Image Classification / Q. Li, L. Shen, S. Guo et al. // arXiv. – 2020. – DOI: [10.48550/arXiv.2005.03337](https://doi.org/10.48550/arXiv.2005.03337).
5. Liu P., Zhang H., Lian W. et al. Multi-level Wavelet Convolutional Neural Networks // arXiv.org. – 2019. – DOI: [10.48550/arXiv.1907.03128](https://doi.org/10.48550/arXiv.1907.03128).
6. Xiangyu Z. Wavelet-Attention CNN for Image Classification // arXiv. – 2022. – DOI: [10.48550/arXiv.2201.09271](https://doi.org/10.48550/arXiv.2201.09271).
7. CBAM: Convolutional Block Attention Module / S. Woo, J. Park, J.-Y. Lee et al. // arXiv. – 2018. – DOI: [10.48550/arXiv.1807.06521](https://doi.org/10.48550/arXiv.1807.06521).
8. Identity Mappings in Deep Residual Networks / K. He, X. Zhang, S. Ren et al. // arXiv. – 2016. – DOI: [10.48550/arXiv.1603.05027](https://doi.org/10.48550/arXiv.1603.05027).
9. Sandler M., Howard A., Zhu M. et al. MobileNetV2: Interested Residuals and Linear Bottlenecks // arXiv. – 2018. – DOI: [10.48550/arXiv.1801.04381](https://doi.org/10.48550/arXiv.1801.04381).
10. Getreuer P. Wavelet CDF 9/7 Implementation [Электронный ресурс] // Getreuer: On Wavelet Implementation. – 1997. – URL: <https://getreuer.info/posts/waveletcdf97/index.html> (дата обращения 16.06.2024).

#### REFERENCES

1. Huang, G., Liu, Z., van der Maaten, L., & Weinberger, K. Q. (2016). Densely Connected Convolutional Networks. *arXiv*. DOI: [10.48550/arXiv.1608.06993](https://doi.org/10.48550/arXiv.1608.06993).
2. Hu, J., Shen, L., Albanie, S., Sun, G., & Wu, E. (2017). Squeeze-and-Excitation Networks. *arXiv*. DOI: [10.48550/arXiv.1709.01507](https://doi.org/10.48550/arXiv.1709.01507).

3. Wang, C.-Y., Liao, H.-Y. M., Yeh, J.-H., Wu, Y.-H., Chen, P.-Y., Hsieh, J.-W. (2019). CSPNet: A New Backbone than can Enhance Learning Capability of CNN. *arXiv*. DOI: [10.48550/arXiv.1911.11929](https://doi.org/10.48550/arXiv.1911.11929).
4. Li, Q., Shen, L., Guo, S., Lai, Z. (2020). Wavelet Integrated CNNs for Noise-Robust Image Classification. *arXiv*. DOI: [10.48550/arXiv.2005.03337](https://doi.org/10.48550/arXiv.2005.03337).
5. Liu, P., Zhang, H., Lian, W., & Zuo, W. (2019). Multi-level Wavelet Convolutional Neural Networks. *arXiv*. DOI: [10.48550/arXiv.1907.03128](https://doi.org/10.48550/arXiv.1907.03128).
6. Xiangyu, Z. (2022). Wavelet-Attention CNN for Image Classification. *arXiv*. DOI: [10.48550/arXiv.2201.09271](https://doi.org/10.48550/arXiv.2201.09271).
7. Woo, S., Park, J., Lee, J.-Y., & Kweon, I. S. (2018). CBAM: Convolutional Block Attention Module. *arXiv*. DOI: [10.48550/arXiv.1807.06521](https://doi.org/10.48550/arXiv.1807.06521).
8. He, K., Zhang, X., Ren, S., Sun, J. (2016). Identity Mappings in Deep Residual Networks. *arXiv*. DOI: [10.48550/arXiv.1603.05027](https://doi.org/10.48550/arXiv.1603.05027).
9. Sandler, M., Howard, A., Zhu, M., Zhmoginov, A., Chen, L.-C. (2018). MobileNetV2: Interested Residuals and Linear Bottlenecks. *arXiv*. DOI: [10.48550/arXiv.1801.04381](https://doi.org/10.48550/arXiv.1801.04381).
10. Getreuer, P. (1997). Wavelet CDF 9/7 Implementation. URL: <https://getreuer.info/posts/waveletcdf97/index.html>.

Поступила 25.06.2024

## WAVELET-BASED EFFECTIVE IMAGES DOWNSCALING IN NEURAL NETWORKS

**U. VARABEL, A. MALEVICH**  
(*Belarusian State University, Minsk*)

*Based on discrete wavelet transform, several blocks for images downscaling in computer vision models were implemented. The blocks were tested with ResNetV2-50 and MobileNetV2 models on Flowers dataset. With small increase in number of models' parameters and close results in terms of metric the changes allowed to reduce number of training epochs by 34 % and VRAM requirements by 18 %. Due to the implementation details the blocks suggested can be used as a replacement of layers responsible for images downscaling in models for other tasks to save computation resources and speed up training process. In the blocks developed standard operations of addition and multiplication are used for evaluation of wavelet transform, which allows a simple export of trained models into other formats.*

**Keywords:** *neural networks, deep learning, wavelets, discrete wavelet transform, image classification.*

УДК 004.942, 519.876.5

DOI 10.52928/2070-1624-2024-43-2-16-23

## РАЗРАБОТКА ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ МАССЫ ДЕТАЛЕЙ РЕДУКТОРА ПРИ FDM-ПЕЧАТИ

**Т. Ю. КИМ, Е. И. ПЕЧКОВСКИЙ, А. В. ПЕЧКОВСКАЯ**

*(Лаборатория робототехнических систем,  
Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси, Минск)*

*В настоящее время трехмерная печать стала важным инструментом прототипирования, ускоряющим внедрение новых технических решений. Данная работа посвящена оптимизации массы деталей, изготавливаемых из пластика с помощью FDM-печати. Задача заключается в подборе параметров деталей таким образом, чтобы оптимизировать массу комплектующих и, соответственно, расход пластика в процессе печати. Для этой цели используются генетические алгоритмы (ГА) и компьютерное моделирование. Авторами разработана целевая функция, минимизирующая массу компонентов редуктора, и приведены окончательные оптимальные решения проверочных расчетов передачи на контактную прочность, выносливость при изгибе и прочность вала, а также на статическую прочность и контактную прочность рассчитанные с помощью ГА. Метод, предложенный в статье, иллюстрируется на примере оптимизации массы зубчатых колес для цилиндрической зубчатой передачи.*

**Ключевые слова:** генетические алгоритмы, MATLAB, редуктор, шестерня, зубчатое колесо, оптимизация, масса, эволюционные алгоритмы, трехмерная печать, FDM-печать.

**Введение.** На сегодняшний день аддитивные технологии производства являются все более востребованными при прототипировании и макетировании, а также при мелкосерийном производстве. Аддитивные производственные технологии основаны на методе трехмерной печати и представляют собой послойное нанесение материала [1]. В то время как большинство производств основано на методах механической обработки, подразумевающих вычитание материала, и формообразующих методах, таких как литье, трехмерная печать дает возможность изготавливать изделия, не подверженные коррозии, обладающие не столь высоким, как у большинства конструкционных металлов, коэффициентом трения, имеющие сложную геометрическую форму.

Изготовление изделий методом трехмерной печати, равно как и классические методы, требует оптимизации массы компонентов редуктора. Говоря о редукторе, можно отметить, что многие исследования в области оптимизации конструкции сосредоточены на минимизации массы его зубчатой передачи [2; 3]. Для оптимизации редукторов получил распространение генетический алгоритм, предназначенный для оптимизации функций дискретных переменных. К примеру, в [4] представлен процесс автоматизированного проектирования зубчатых передач путем минимизации их объема с использованием генетического алгоритма.

Целью работы является создание новых подходов к проектированию деталей для изготовления их методом трехмерной печати. Работа построена на использовании эволюционных алгоритмов для оптимизации массы детали (а следовательно, и расхода пластика для трехмерной печати) при сохранении прочностных характеристик. Компоненты редуктора, в частности, шестерня, колесо и валы, рассматриваемые в настоящей работе, изготавливаются из PLA-пластика (англ. – Polylactic Acid, полилактид) [5]. Низкая температура плавления такого пластика, позволяет обеспечить более высокую точность изготавливаемой детали.

Полученные результаты проиллюстрированы на примере эволюционной оптимизации параметров зубчатых колес для применения в понижающем редукторе цилиндрического типа таким образом, чтобы сделать возможным изготовление компонентов редуктора с заданными характеристиками на основе аддитивных технологий. Выбор именно редуктора в качестве объекта оптимизации обусловлен тем фактом, что зубчатые передачи являются одним из наиболее часто используемых механизмов передачи мощности. Как правило, конструктивные компоненты редуктора изготавливаются стандартными методами механической обработки либо методами литья с последующей механической постобработкой, однако уникальные детали либо детали со сложной геометрической формой, изготовленные такими методами, отличаются высокой себестоимостью. Конструкция зубчатых колес сложна и связана с необходимостью удовлетворять ряду ограничений, в числе которых прочность, устойчивость к точечной коррозии, напряжению изгиба, образованию задиров, износу и помехам в круговых зубчатых передачах.

Учитывая, что поставленная задача по сути является многокритериальной оптимизационной задачей, целесообразно изучить возможности применения эволюционных методов для ее решения.

**Реализация ГА.** Для того чтобы определить работоспособность редуктора при минимальной массе, необходим минимальный перечень характеристик, описывающих требуемые параметры редуктора, куда



входят крутящий момент на шестерне  $T_1$  и колесе  $T_2$ , плотность PLA-пластика  $\rho$ , длина вала шестерни  $l_1$  и колеса  $l_2$ ,  $i$  – передаточное число. В ходе натуральных экспериментов для PLA-пластика были получены значения предела прочности на растяжение материала, со следующими параметрами печати:

- толщина слоя – 0,2 мм;
- процент заполнения при печати – 30 %;
- направление силы, имитирующей нагрузку по оси, параллельной нанесению слоев трехмерной печати.

Генетический алгоритм был реализован с помощью библиотеки Global Optimization Toolbox в среде MATLAB<sup>1</sup>. Для решения проблемы с помощью ГА необходимо выполнить следующие шаги:

- 1) сформировать начальную популяцию методом случайной генерации в диапазоне допустимых значений;
- 2) вычислить значение приспособленности для хромосом начальной популяции, которое равно значению целевой функции, т. е. суммарной массе основных компонентов редуктора;
- 3) проверить ограничения, где в каждом поколении производится расчет передачи и валов на контактную прочность и на выносливость при изгибе;
- 4) реализовать жизненный цикл популяции в виде набора генетических операторов:
  - селекция (производится выбор хромосом, участвующих в формировании новой популяции);
  - скрещивание выбранных хромосом с целью получения новых решений;
  - мутация одного случайно выбранного гена в каждой хромосоме с заданной вероятностью;
- 5) повторить проверочный расчет и возвратиться к шагу 1 при неудовлетворительных результатах проверки [6].

Рассмотрим подробно каждый шаг.

**Формирование начальной популяции.** На данном этапе выполняется генерация начальной хромосомы. Для этого формируется вектор  $X$ , представленный в формуле

$$X = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5] = [bd_1, d_2, z_1, m]. \quad (1)$$

Данный вектор представляет собой строку фиксированной длины, называемой хромосомой. Популяция в каждой итерации была представлена в виде набора особей, где каждая особь кодировалась одной хромосомой в виде вектора [6].

**Операторы ГА.** Селекция – это первый генетический оператор, который выполняется после формирования популяции. Функция приспособленности оценивается для каждой особи в популяции, и для формирования следующего поколения отбираются как минимум две особи с низкой функцией приспособленности.

Скрещивание – второй генетический оператор, позволяющий производить потомство путем рекомбинации хромосом двух особей. В таблице 1 представлен промежуточный процесс скрещивания, где случайно выбирается точка в строке хромосомы, до которой особи обмениваются генами.

Таблица 1. – Скрещивание

Особи	
Особь 1	[30 23.94 32 38 4.5]
Особь 2	[32 21.51 25 40 4]
Потомки	
Потомок 1	[30 23.94 25 40 4]
Потомок 2	32 21.51 32 38 4.5]

Мутация – третий генетический оператор, позволяющий создать новую особь, изменив часть генов, чтобы поддержать разнообразие популяции (таблица 2).

Таблица 2. – Мутация

Индивид до мутации	[30 23.94 25 40 4]
Индивид после мутации	[30 23.94 21 40 4]

**Формирование модели одноклассового цилиндрического редуктора.** Рассмотрим формирование целевой функции на примере одноклассового цилиндрического редуктора, который имеет широкое общемашиностроительное применение. Редуктор содержит шестерню, колесо и 2 вала. Далее все расчеты подробно изложены для шестерни, для колеса же приведены только результаты расчета. Следует отметить, что в работе использована более сложная модель зубчатого колеса, чем те, которые описаны в литературе. К примеру, один из методов вычисления объема рассмотрен в работе [7]. Он отличается тем, что находит объем зубьев

<sup>1</sup> Genetic Algorithm Options [Электронный ресурс] // MathWork. – URL: <https://www.mathworks.com/help/gads/genetic-algorithm-options.html> (дата обращения 15.06.2024).

через усеченный конус. Подобный метод, однако, дает лишь приближенные значения размера зубчатой шестерни. Далее будет использоваться метод, обеспечивающий более точные значения.

**Формирование целевой функции.** Функция пригодности  $f_1(x)$  определяется как суммарная масса исполнительных компонентов редуктора  $M_{gearbox}$ , которую следует минимизировать:

$$[f_1(x)] = [M_{gearbox}] = \rho \cdot (V_{gear} + V_{pinion} + V_{pinion\_shaft} + V_{gear\_shaft}). \quad (2)$$

где  $\rho$  – плотность PLA-пластика;

$V_{pinion}$  и  $V_{gear}$  – объемы шестерни и колеса соответственно;

$V_{pinion\_shaft}$  и  $V_{gear\_shaft}$  – объемы вала для шестерни и колеса соответственно с учетом длины  $l_1$  и диаметра вала  $d_1$ .

Объем колеса находится по формуле

$$V_{gear} = (S_{deep} \cdot (z_1 - 1) + \pi \cdot R_f^2 - S_{shp}) \cdot b - 2 \cdot V_{chamfer} \cdot z_1. \quad (3)$$

где  $S_{shp}$  – площадь шпоночного отверстия для вала;

$V_{chamfer}$  – объем фаски.

Для того чтобы найти массу компонентов редуктора, определим основные геометрические размеры цилиндрической прямозубой передачи. Далее вычислим площадь поверхности каждого компонента, затем – общую массу компонентов редуктора.

Контур зубьев представляет собой окружность радиуса, который равен половине шага делительной окружности  $r$ . Распределим 4 окружности с радиусом  $r$  на края окружностей:  $R$  – радиус делительной окружности шестерни,  $R_a$  – радиус окружности вершины зубьев шестерни,  $R_f$  – радиус окружности впадины зубьев шестерни соответственно (рисунок 1). Найдем площадь впадины  $S_{deep}$ , которая на рисунке 1 выделена цветом. Поскольку фигура симметрична, ее следует разделить пополам.

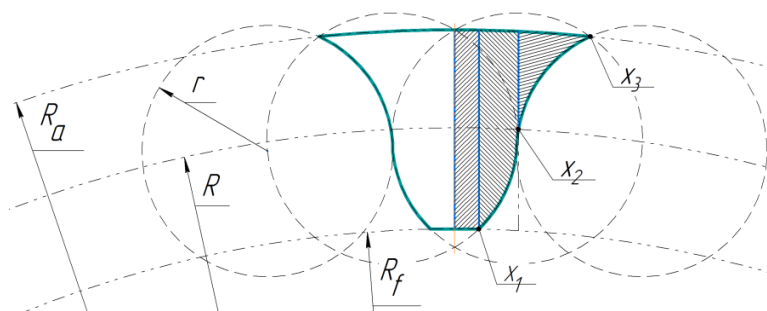


Рисунок 1. – Формирование формы зуба и вычисление площади впадины  $S_{deep}$

$$S_{deep} = 2 \cdot \left( \int_0^{x_1} (\sqrt{R_a^2 - x^2} - 2 \cdot R - \sqrt{R_f^2 - x^2}) dx + \int_{x_1}^{x_2} (\sqrt{R_a^2 - x^2} - R + \sqrt{r^2 - (x - \frac{r}{2})^2}) dx + \int_{x_2}^{x_3} (\sqrt{R_a^2 - x^2} - R - \sqrt{r^2 - (x - \frac{3 \cdot r}{2})^2}) dx \right), \quad (4)$$

где  $x_1, x_2, x_3$  – точки пересечения окружностей (делительной, внешней, внутренней);

$r$  – радиус малых четырех окружностей.

**Переменные.** Для снижения массы компонентов редуктора и повышения качества поиска оптимального решения установлены граничные условия для ГА (таблица 2), обозначения параметров проиллюстрированы на рисунке 2.

Таблица 2. – Граничные условия для ГА

Наименование параметра	Обозначения	Диапазон
Ширина рабочего венца	$b$	[10 – 32]
Диаметр вала шестерни	$d_1$	[10 – 30]
Диаметр вала колеса	$d_2$	[20 – 40]
Количество зубьев шестерни	$z_1$	[18 – 30]
Модуль зацепления	$m$	[2.7 – 5.4]

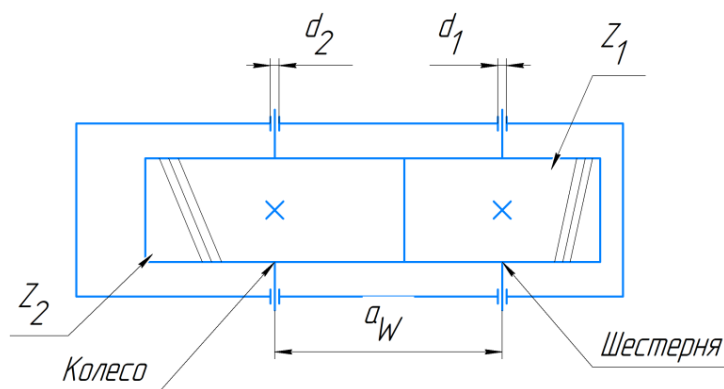


Рисунок 2. – Схема цилиндрической прямозубой передачи редуктора

**Формирование ограничений.** Геометрия шестерни довольно специфичная, поэтому есть определенные требования к качеству зубчатых передач. Выдвигаются ограничивающие условия на контактную прочность, выносливость при изгибе, статическую прочностности вала (расчет сдвига), усталостную прочность (выносливость), которые должны быть удовлетворены и представлены в виде математических функций с целью выбора оптимальных результатов. Все ограничения для компонентов редуктора, рассматриваемого в качестве примера, представлены ниже.

При каждом формировании поколения производится расчет предварительных геометрических размеров передачи, определяемых из условий обеспечения работоспособности по основным критериям (прочность, выносливость и т. д.). Для закрытых передач наиболее вероятная причина выхода из строя – появление на активных поверхностях зубьев следов выкрашивания, следовательно, основным критерием работоспособности является контактная выносливость. Результаты работы ГА, представляющие собой геометрические размеры передачи, проверяются на соответствие остальным критериям работоспособности. Для закрытых передач такими критериями являются выносливость при изгибе, контактная и изгибная прочность при действии пикового момента. В случае удовлетворительного результата предварительные размеры принимаются в качестве окончательных.

Установим критерии оптимальности (5) – (13).

– *Расчет на контактную прочность.* Исходя из опыта авторов, допустимое контактное напряжение составляет  $b_1 = 357,12$ . Данное значение было получено с учетом коэффициента безопасности шестерни, коэффициента нагрузки, предела контактной выносливости, основанного на средней твердости PLA-пластика, и расчетного числа циклов работы передачи. Определим расчетное контактное напряжение:

$$g_1(x) = b_1 - Z_H \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot T_1 \cdot (u + 1) \cdot K_H}{b \cdot d_1^2}} \leq 0, \tag{5}$$

где  $Z_H$  – коэффициент, учитывающий механические свойства материала сопряженных колес;

$K_H$  – коэффициент нагрузки.

– *Расчет на выносливость при изгибе для шестерни и колеса.* С учетом твердости материала и коэффициента запаса прочности определены допустимые пределы выносливости на изгиб, которые составляют при расчете для шестерни  $b_2 = 157$  и для колеса –  $b_3 = 167$ . Определим расчетное напряжение при изгибе зубьев колеса:

$$g_2(x) = b_2 - \frac{2 \cdot T_1 \cdot Y_{F_2}}{d_1 \cdot b \cdot m} \cdot K_{F_a} \cdot K_{F_b} \cdot K_{F_v} \leq 0, \tag{6}$$

где  $Y_{F_2}$  – коэффициент, учитывающий форму зуба для прямозубой передачи без смещения исходного контура колеса;

$K_{F_a}$  – коэффициент, учитывающий распределение нагрузки между зубьями;

$K_{F_b}$  – коэффициент, учитывающий распределение нагрузки по ширине зубчатого венца при изгибе;

$K_{F_v}$  – коэффициент, учитывающий динамическую нагрузку при изгибе.

Определим расчетное напряжение при изгибе зубьев шестерни:

$$g_3(x) = b_3 - \frac{\sigma_{F_2} \cdot Y_{F_1}}{Y_{F_2}} \leq 0, \quad (7)$$

где  $Y_{F_1}$  и  $Y_{F_2}$  – расчетные коэффициенты формы зуба для прямозубой передачи без смещения исходного контура шестерни и колеса;

$\sigma_{F_2}$  – расчетное напряжение при изгибе зубьев колеса (6).

– *Расчет на статическую прочность при кратковременных перегрузках.* Допускаемое напряжение  $b_4 = 123$  находится в зависимости от предела текучести для материала вала при изгибе [8] и от коэффициента запаса прочности для пластичных материалов. Выходной вал редуктора приводит в движение объект, поэтому требуется провести прочностной расчет вала на эквивалентное напряжение, действующее в опасном сечении вала согласно уравнению, приведенному ниже [9]:

$$g_4(x) = b_4 - \frac{K_p \cdot M_c}{\frac{\pi \cdot d_1^3}{32} - \frac{b \cdot h \cdot (2 \cdot d_1 - h)^2}{16 \cdot d_1}} \leq 0, \quad (8)$$

где  $K_p$  – коэффициент перегрузки;

$M_c$  – суммарный изгибающий момент силы, меняющий положение относительно вала.

– *Расчет на усталостную прочность для быстроходного и тихоходного вала [9].* Целью проверочного расчета валов на выносливость является определение коэффициентов запаса выносливости  $S$  во всех предположительно критических сечениях вала. Проверку валов на усталостную прочность ведут по условию  $b_5 \leq S \leq b_6$ , где  $b_5 = 2$ ,  $b_6 = 4$  – необходимое значение коэффициента запаса выносливости.  $S$  – расчетное значение коэффициента запаса выносливости вала в его рассматриваемом предположительно опасном сечении, которое определяется по формуле

$$S = \frac{S_\sigma \cdot S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}}, \quad (9)$$

где  $S_\sigma$  – коэффициент запаса выносливости по нормальным напряжениям;

$S_\tau$  – коэффициент запаса выносливости по касательным напряжениям.

При расчете на выносливость быстроходного и тихоходного валов редуктора применяется формула (9), однако для быстроходного вала используется диаметр вала  $d_1$  и входной момент  $T_1$ , а для тихоходного – диаметр вала  $d_2$  и входной момент  $T_2$ .

Вспользуемся формулой (9) и применим ее для быстроходного вала:

$$S_{fast} = \frac{S_\sigma \cdot S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}}. \quad (9.1)$$

Для проверки тихоходного вала редуктора повторяют расчет по формуле (9), только с параметрами для колеса  $d_2$ ,  $T_2$ :

$$S_{quite} = \frac{S_\sigma \cdot S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}}. \quad (9.2)$$

– *Расчет на усталостную прочность для быстроходного и тихоходного валов:*

$$g_5(x) = b_5 - S_{fast} < 0, \quad (10)$$

$$g_6(x) = S_{fast} - b_6 < 0, \quad (11)$$

$$g_7(x) = b_7 - S_{fast} < 0, \tag{12}$$

$$g_8(x) = S_{fast} - b_8 < 0. \tag{13}$$

Набор переменных  $[b_1 b_2 b_3 b_4 b_5 b_6 b_7 b_8]$  принимаем за допустимое значение, которое было вычислено заранее. При вычислении критериев оптимальности определяется расчетное значение работоспособности, и во время эволюционного моделирования данные критерии проверяют условия пригодности параметров шестерни, колеса и вала.

**Полученные результаты генетического алгоритма.** Выбранные операторы и значения приведены в таблице 3. Вычисленные значения параметров подробно описаны в справочной системе пакета MATLAB R2024a<sup>2</sup>.

Таблица 3. – Операторы и значения параметров генетического алгоритма

Операторы	Значение операторов
Population type	100
Creation function	Uniform
Rank	Rank
Selection function	Stochastic uniform
Mutation function	Gaussian
Elite count	2
Crossover function	Arithmetic
Crossover fraction	0,8
Max Generations	25
Upper bounds	[32 30 25 40 4]
Lower bounds	[20 10 18 30 2.75]

Полученную по результатам оптимизации массу шестерен для изготовления методом FDM-печати целесообразно сравнить с массой аналогичных шестерен, изготавливаемых литьем.

По завершении работы алгоритма, все хромосомы в популяции были сведены к лучшей хромосоме. Было вычислено 7 различных вариантов, которые удовлетворяют критериям пригодности (таблица 4). Также можно найти параметры для редуктора по минимуму для экспериментальной трехмерной печати. Средняя масса компонентов редуктора составляет 455 г. С учетом того, что заполняемость пластиком при FDM-печати составляет 30 %, то масса компонентов редуктора составляет 45 % от таковой для литых деталей.

Таблица 4. – Значения параметров для компонентов редуктора, которые прошли отбор и удовлетворяют всем критериям пригодности

Вариант	$b$	$d_1$	$d_2$	$z_1$	$m$	Масса	Масса на 30 %
1	13,625	10,277	10,201	20	3,999		
2	15,571	18,220	20,190	30	3,970		
3	10	10	10	24	3,98		
4	31	10,2	12,6	25	3,95		
5	10	12,270	10	25	3,97		
6	27,250	10,4	10	20	3,99		
7	23,94	30	40	25	4		
Средняя масса компонентов						455	318.5

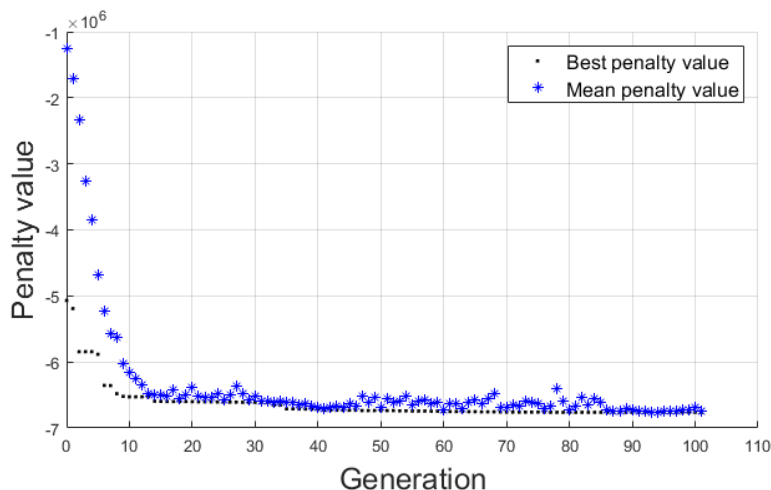
Поиск оптимального значения целевой функции показан на рисунке 3, где в пространстве поиска показаны лучшие и средние кривые. Целевая функция оптимизируется, когда средняя кривая сходится к лучшей кривой после 100 поколения.

<sup>2</sup> Genetic Algorithm Options [Электронный ресурс] // MathWork. – URL: <https://www.mathworks.com/help/gads/genetic-algorithm-options.html> (дата обращения 20.06.2024).

Примененный метод настройки ГА доказал свою эффективность в выборе лучших параметров для трехмерной печати.

Предложенная функция пригодности, описываемая формулами (2) – (4), и критерии условности (5) – (13) для проверки работоспособности всего механизма позволили найти необходимые значения для компонентов редуктора.

В сравнении с литой шестерней при FDM-печати удастся снизить на 45 % массу шестерни при сохранении заданных параметров.



**Рисунок 3.** – Процесс работы генетического алгоритма. Ось Y – значение целевой функции. Ось X – порядковый номер поколения. Знаком «точка» отмечены лучшие (минимальные) значения целевой функции в поколении, знаком звезда – средние значения целевой функции по всем особям поколения

**Заключение.** В работе применен стохастический подход в виде генетического алгоритма для нахождения оптимального сочетания конструктивных параметров при минимальной массе для прямозубой пары зубчатых колес. Была разработана целевая функция генетического алгоритма для оптимизации массы деталей редуктора при FDM-печати и установлены ограничения передачи на контактную прочность, выносливость при изгибе и прочность вала, а также на статическую прочность и контактную прочность, которая состояла в прямой зависимости от свойств PLA-пластика.

**Благодарности.** Работа выполнена в рамках задания 1.3.1. ГПНИ «Цифровые и космические технологии, безопасность человека, общества и государства», подпрограмма «Цифровые технологии и космическая информатика» и частично при поддержке гранта ГКНТ–Китай Ф22КИТГ-002 «Медицинские роботы на основе человеко-машинного взаимодействия».

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Singh S., Prakash Ch., Ramakrishna S. Additive Manufacturing. – World Scientific, 2020. – P. 81–113. – DOI: [10.1142/9789811224829\\_0005](https://doi.org/10.1142/9789811224829_0005).
2. Yokota T., Taguchi T., Gen M. A solution method for optimal weight design problem of the gear using genetic algorithms // Computers & Industrial Engineering. – 1998. – Vol. 35, iss. 3-4. – P. 523–526.
3. Savsani V., Rao R. V., Vakharia D. P. Optimal weight design of a gear train using particle swarm optimization and simulated annealing algorithms // Mechanism and Machine Theory. – 2010. – Vol. 45, iss. 3. – P. 531–541. – DOI: [10.1016/j.mechmachtheory.2009.10.010](https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2009.10.010).
4. Gologlu C., Zeyveli M. A genetic approach to automate preliminary design of gear drives // Computers & Industrial Engineering. – 2009. – Vol. 57, iss. 3. – P. 1043–1051. – DOI: [10.1016/j.cie.2009.04.006](https://doi.org/10.1016/j.cie.2009.04.006).
5. The life cycle assessment for polylactic acid (PLA) to make it a low-carbon material / E. Rezvani Ghomi, F. Khosravi, A. Saedi Ardahaee et al. // Polymers. – 2021. – Vol. 13, iss. 11. – С. 1854. – DOI: [10.3390/polym13111854](https://doi.org/10.3390/polym13111854).
6. Ким Т. Ю., Прокопович Г. А. Оптимизация коэффициентов ПИД-регулятора системы управления движением мобильного робота по цветоконтрастной линии на основе генетического алгоритма // Информатика. – 2021. – Т. 18, № 4. – С. 53–68. – DOI: [10.37661/1816-0301-2021-18-4-53-68](https://doi.org/10.37661/1816-0301-2021-18-4-53-68).
7. Volume calculation of the spur gear billet for cold precision forging with average circle method / W. Cheng, C. Chi, Y. Wang et al. // Intern. J. of Coal Science & Technology. – 2014. – Vol. 1. – P. 456–462. – DOI: [10.1007/s40789-014-0048-8](https://doi.org/10.1007/s40789-014-0048-8).
8. Кушлин Н. Г., Куклина Г. С. Детали машин. – М.: Высш. шк. – 1987. – 383 с.
9. Дунаев П. Ф., Леликов О. П. Конструирование узлов и деталей машин: учеб. пособие для техн. спец. вузов. – М.: Высш. шк. – 1998. – 447 с.

## REFERENCES

1. Singh, S., Prakash, Ch., & Ramakrishna, S. (2020). *Additive Manufacturing*. World Scientific. Singapore. DOI: [10.1142/9789811224829\\_0005](https://doi.org/10.1142/9789811224829_0005).
2. Yokota, T., Taguchi, T., & Gen, M. (1998). A solution method for optimal weight design problem of the gear using genetic algorithms. *Computers & Industrial Engineering*, 35(3-4), 523–526.
3. Savsani, V., Rao, R. V., & Vakharia, D. P. (2010). Optimal weight design of a gear train using particle swarm optimization and simulated annealing algorithms. *Mechanism and Machine Theory*, 45(3), 531–541. DOI: [10.1016/j.mechmachtheory.2009.10.010](https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2009.10.010).
4. Gologlu, C., & Zeyveli, M. (2009). A genetic approach to automate preliminary design of gear drives. *Computers & Industrial Engineering*, 57(3), 1043–1051. DOI: [10.1016/j.cie.2009.04.006](https://doi.org/10.1016/j.cie.2009.04.006).
5. Rezvani Ghomi, E., Khosravi, F., Saedi Ardahaie, A., Dai, Y., Neisiany, R. E., Foroughi, F., ... Ramakrishna, S. (2021). The life cycle assessment for polylactic acid (PLA) to make it a low-carbon material. *Polymers*, 13(11), 1854. DOI: [10.3390%2Fpolym13111854](https://doi.org/10.3390%2Fpolym13111854).
6. Kim, T. Ju., & Prokopovich, G. A. (2021). Optimizacija koeficientov PID-reguljatora sistemy upravljenja dvizheniem mobil'nogo robota po cvetokontrastnoj linii na osnove geneticheskogo algoritma [Optimization of the PID coefficients for the line-follower mobile robot controller employing genetic algorithm]. *Informatika [Informatics]*, 18(4), 53–68. DOI: [10.37661/1816-0301-2021-18-4-53-68](https://doi.org/10.37661/1816-0301-2021-18-4-53-68). (In Russ., abstr. in Engl.).
7. Cheng, W., Chi, C., Wang, Y., Lin, P., Liang, W., & Li, C. (2014). Volume calculation of the spur gear billet for cold precision forging with average circle method. *Intern. J. of Coal Science & Technology*, 1, 456–462. DOI: [10.1007/s40789-014-0048-8](https://doi.org/10.1007/s40789-014-0048-8).
8. Kuklin, N. G., & Kuklina, G. S. (1987). *Detali mashin [Machine parts]*. Moscow: Higher School. (In Russ.).
9. Dunaev P. F., Lelikov O. P. (1998). *Konstruirovaniye uzlov i detalej mashin [Design of units and machine parts: a textbook for technical specialties at universities]*. Moscow: Higher School. (In Russ.).

Поступила 30.04.2024

**DEVELOPMENT OF THE TARGET FUNCTION OF THE GENETIC ALGORITHM  
FOR OPTIMIZATION OF THE MASS OF GEARBOX PARTS DURING FDM PRINTING**

**T. KIM, Yau. PECHKOUSKI, A. PECHKOUSKAYA**  
(Laboratory of Robotic System,  
United Institute of Informatics Problems of NAS of Belarus, Minsk)

Nowadays, 3D printing has become an important prototyping tool that accelerates the introduction of new technical solutions. This paper is devoted to the optimization of the mass of parts made of plastic using FDM-printing. The task is to select part parameters that optimize the mass of components and plastic consumption during the printing process. Genetic algorithms (GA) and computer modeling are used for this purpose. In the article a target function minimizing the mass of gear components is developed and the final optimal solutions of verification calculations of the gear for contact strength, bending endurance and shaft strength, as well as for static strength and contact strength calculated with the help of GA are given. The method proposed in the paper is illustrated by the example of gear mass optimization for a spur gear.

**Keyword:** genetic algorithms, MATLAB, gearbox, gear, optimization, mass, evolutionary algorithms, three-dimensional printing, FDM printing.

УДК 004.932

DOI 10.52928/2070-1624-2024-43-2-24-33

## АНАЛИЗ МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ АБСОЛЮТНОГО РАССТОЯНИЯ ДО ОБЪЕКТА ПО ИЗОБРАЖЕНИЮ С ОДНОЙ ВИДЕОКАМЕРЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

*Н. Л. ЛУПЕНКО, д-р техн. наук, доц. Р. П. БОГУШ  
(Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой);*

*Ph. D. X. ЧЕН  
(университет Чжэцзян Шурен, Китай)*

*Рассмотрен ряд подходов для определения расстояния до объекта по изображению, сформированному монокулярной видеокамерой, которые применяют искусственные нейронные сети на различных этапах обработки. Проанализирован метод, основанный на нахождении карты глубины и обнаружении объекта с последующим проецированием его координат на карту глубины. Описан метод, использующий взаимосвязь реального размера определенного класса объекта и его размера на сформированном изображении. Рассмотрен подход, основанный на модификации нейронной сети YOLO, при котором в результирующей дескриптор включает дополнительный вектор, характеризующий расстояние до объекта, а также изменяется функция потерь. Описаны состав и особенности наборов данных, которые используются для обучения нейронных сетей, применяемых в алгоритмах вычисления абсолютного расстояния до объекта по изображению. Представлены результаты оценки эффективности различных подходов, описаны их преимущества и недостатки, а также перспективы применения при решении практических задач.*

**Ключевые слова:** *определение расстояния, нейронная сеть, компьютерное зрение, определение объекта на изображении, карта глубины.*

**Введение.** С развитием аппаратных средств расширяется спектр практических задач, которые могут быть решены с использованием методов компьютерного зрения [1]. Определение расстояния до объекта необходимо для эффективной ориентации и навигации устройств в трехмерном пространстве во множестве различных областей, например, в сфере автономного вождения, в робототехнике и т. п. Для решения подобной задачи существует значительное количество подходов, которые можно разделить на две основные категории: с использованием активного и пассивного оборудования.

Активное оборудование включает в себя такие устройства, как лидар, сонар и т. п. Они точны и просты в использовании, поскольку представляют информацию о расстоянии как множество точек [2], но у них есть ряд недостатков, основными из которых являются высокая стоимость и небольшая дальность [3]. Пассивное оборудование, такое как RGB- или инфракрасные камеры, дешево и может работать для большего расстояния, чем лидар, но требует наличия сложного алгоритма компьютерного зрения для определения расстояния. Особое внимание стоит уделить подходу, основанному на использовании одной монокулярной видеокамеры, поскольку он является наиболее дешевым и доступным, что позволяет легко внедрять его практически в любые сферы. Однако этот метод также является самым сложным с точки зрения обеспечения достаточной точности.

Развитие нейронных сетей значительно расширяет и упрощает решение многих задач компьютерного зрения [4; 5]. В связи с этим данная статья посвящена анализу эффективности и возможности практического применения современных архитектур нейронных сетей и алгоритмов на их основе к задаче определения расстояния до объектов по изображениям с видеокамеры.

**Определение расстояния до объекта на основе его координат и карты глубины.** Принцип работы данного решения основан на параллельном использовании двух нейронных сетей: одной для обнаружения объектов и другой для оценки расстояния от видеокамеры до поверхности объекта. Карта глубины формируется в результате применения модели DepthNET [6].

Модель DepthNET основана на применении двух нейронных сетей. Одна из них служит для формирования карты глубины, а другая – для оценки позы изображения. Обе сети построены по принципу автокодировщика и состоят из последовательных кодера и декодера. Предварительно обученные веса модификаций моделей ResNet использовались для извлечения признаков [7]: ResNet-50 в качестве основной для прогнозирования глубины, а ResNet-18 – для оценки позы. В обеих сетях перед первым слоем данные проходят свертку (convolution), пакетную нормализацию (batch normalization) и операцию подвыборки (max-pooling). Декодер же состоит из обратной свертки (deconvolution) и операции увеличения разрешения (upsampling). Также для повышения точности определения глубины изображения в данной работе использовалась GCN (Graph Convolutional Network), которая обеспечивает правильное определение сходства пикселей и нахождение связи



между ними. В итоге на выходе мы получаем карту глубины изображения. Стоит отметить, что в данном решении значение глубины находится в интервале от 0 до 100 метров.

Обнаружение объектов выполняется с помощью быстрой и точной модели YOLOv5<sup>1</sup>, которая формирует ограничивающий прямоугольник (bounding box) для объекта (значит, известны его координаты в пределах изображения) и определяет класс объектов. Далее границы объекта проецируются на карту глубины и находится относительное расстояние до него как медианное значение расстояния до каждого пикселя в границах объекта. На последнем шаге относительное расстояние преобразовывается в абсолютное.

В работе [8] показано (рисунок 1), что если наблюдаемое видеокамерой пространство пересекается с поверхностью, на которой располагается объект, то найти абсолютную дистанцию до объекта можно с помощью формулы

$$y = h * \tan\left(\beta + \frac{2\alpha(v)}{n-1}\right), \tag{1}$$

- где  $h$  – высота камеры;  
 $\beta$  и  $\alpha$  – углы, показанные на рисунке 1;  
 $(u, v)$  – координаты точки в плоскости изображения;  
 $(m, n)$  – разрешение изображения;  
 $(x, y)$  – реальные координаты объекта.

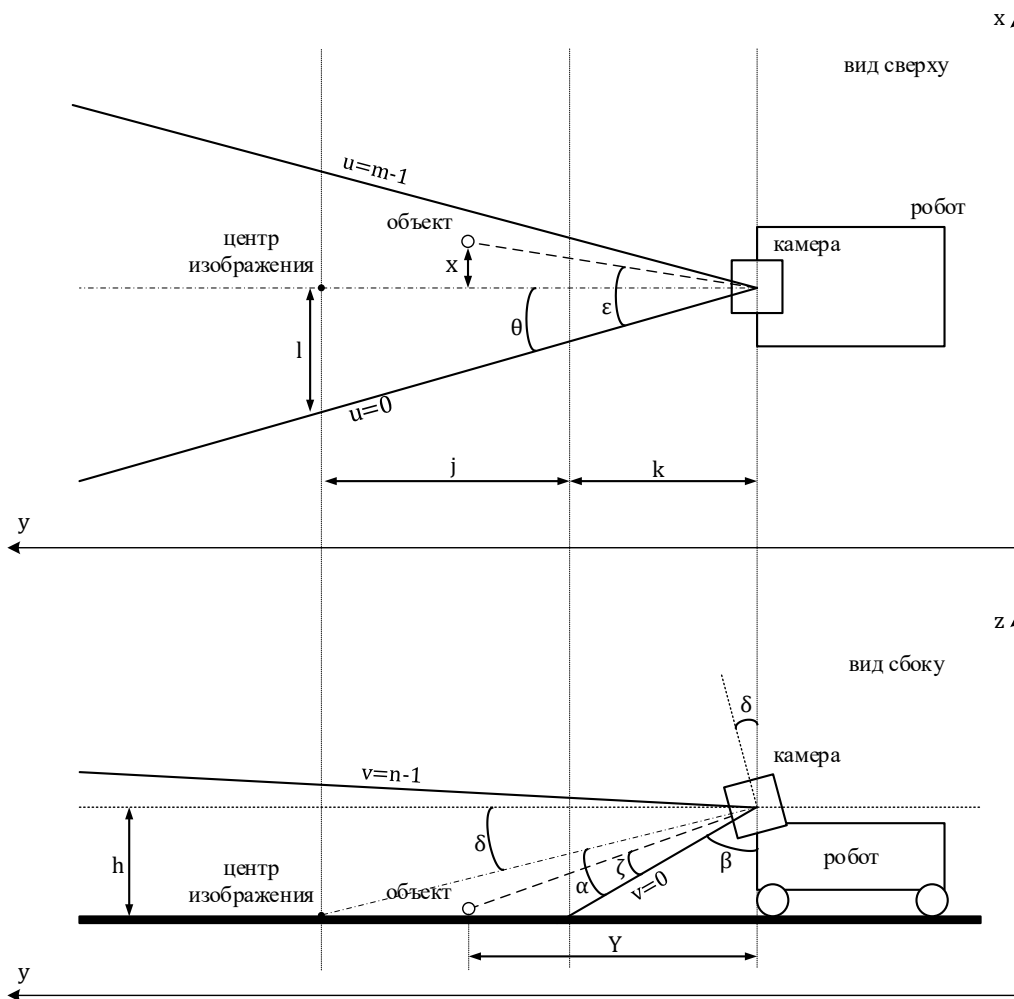


Рисунок 1. – Схема размещения видеокамеры для формирования изображения при определении расстояния

<sup>1</sup> Comprehensive Guide to Ultralytics YOLOv5 [Электронный ресурс]. – URL: <https://docs.ultralytics.com/yolov5> (дата обращения 30.08.2024).

В работе [6] выражение (1) преобразуется в квадратичную формулу для перевода относительного расстояния в абсолютное:

$$Y = (c_0 + c_1 X + c_2 X^2) * h, \quad (2)$$

где  $c_0, c_1, c_2$  – коэффициенты, которые можно получить с помощью метода наименьших квадратов;  
 $h$  – высота камеры;  
 $X$  – относительное расстояние;  
 $Y$  – абсолютное расстояние.

Для нахождения коэффициентов были выбраны 10 различных изображений, в которых расстояние до объектов известно. После определения относительного расстояния и сопоставления его с абсолютным был получен график зависимости данных величин (рисунок 2). Методом приближения с помощью кривых (curve fitting) и методом наименьших квадратов (least squares) были получены необходимые коэффициенты. Тогда

$$Y = 0,0036X^2 - 0,5373X + 21,714. \quad (3)$$

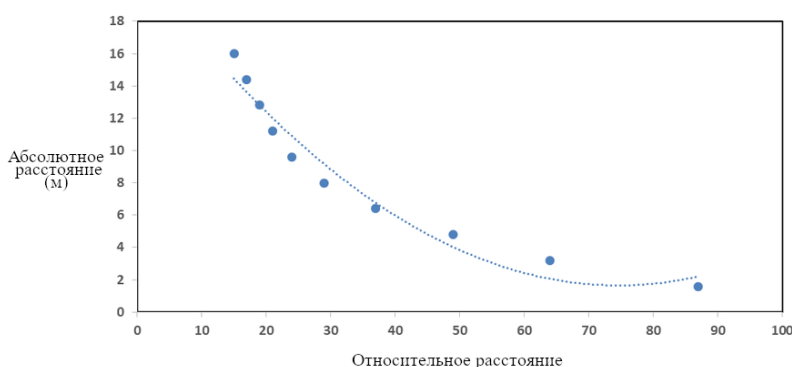


Рисунок 2. – График зависимости абсолютного и относительного расстояний





Известно, что эффективность нейронных сетей в значительной мере определяется характеристиками набора данных для ее обучения. При реализации метода определения расстояния до объекта на основе его координат и карты глубины было использовано два набора данных KITTY [9] и COCO [10]. Набор данных KITTY [9], который создавался для построения алгоритмов автономного вождения, состоит из изображений и лидарных данных, применяемых в исследованиях по компьютерному зрению в таких областях, как стереовидение, оптический поток, визуальная одометрия, обнаружение 3D-объектов и 3D-трекинг. Из данного набора были использовано 39 810 изображений для обучения, 4424 для валидации и 697 для тестирования. Все изображения были сняты с монокулярной камеры. Разрешение –  $320 \times 1024$  пикселей.

Широко известным и применяемым для тренировки и тестирования нейронных сетей является набор изображений COCO [10], который используется при решении задач обнаружения объектов и сегментации. Он содержит 330 тыс. изображений (> 200 тыс. с маркерами), 1,5 млн экземпляров объектов, 80 категорий объектов. Из COCO-датасета было использовано 165 482 изображений для обучения, 81 208 для валидации и 81 434 для тестирования. Разрешение изображений –  $640 \times 480$  пикселей.

Параметры обучения модели: тренировка – 20 эпох, размер пакета (batch size) – 10, скорость обучения (learning rate) – 0,001, оптимизатор – Adam. Обучение заняло 60 ч с использованием одной видеокарты GTX 1080 TI. В данной работе код для определения глубины был реализован с помощью Pytorch, в реализации обнаружения объектов на YOLOv5 также использовалась данная библиотека. Следует отметить, что для уменьшения вычислительной сложности была выбрана предварительно обученная модель YOLOv5s.

В ходе тестирования эффективность данного метода определения абсолютного расстояния до объекта была проверена с использованием 100 изображений с различными классами объектов, такими как человек, автомобиль, стул и т. д. Для оценки предлагаемой системы использовались две стандартные метрики: точность (accuracy) и среднеквадратичная ошибка (RMSE – Root Mean Square Deviation). Точность использовалась для оценки погрешности в соответствии с заданным пороговым значением, что служит показателем того, насколько часто предсказанное значение оказывается правильным. Пороговое значение, по сути, представляет собой ожидание того, что абсолютная погрешность определения расстояния до данного объекта в сцене ниже порогового значения  $T$  (в данной работе пороговое значение – 0,2 м). В ходе тестирования определено, что данная система обеспечивает точность и среднее значение RMSE, равные 96 % и 0,203 м соответственно. Для четырех изображений с известным расстоянием до объектов результаты представлены в таблице 1 [6].

Таблица 1. – Результаты эффективности метода определения расстояния с использованием нейронных сетей DepthNET и YOLO5

Изображение	Объект	Абсолютная дистанция, м	Предсказываемая дистанция, м	Погрешность, м
	Автомобиль	53,9	53,21	0,69
	Человек	21,5	21,35	0,15
	Автобус	48,7	48,13	0,57
	Стул	3,5	3,45	0,05
	Человек	8,0	8,09	0,09
	Автомобиль	10,1	9,83	0,27
	Человек 1	8,0	8,13	0,13
	Человек 2	12,0	11,69	0,31
	Человек 3	4,0	3,88	0,12

**Определение расстояния до объекта на основе оценки его размеров на изображении.** В основе данного метода лежит нейронная сеть DisNET [10], построенная на многослойной архитектуре (Multi Hidden-Layer Neural Network). Для определения положения объекта на изображении данный метод использует модель YOLOv3 [11]. Схема работы данного решения показана на рисунке 3.

На вход нейронная сеть DisNET получает информацию о фактических и средних размерах объекта, представленную в виде вектора  $v$ :

$$v = \left[ \frac{1}{B_h} \frac{1}{B_w} \frac{1}{B_d} C_h C_w C_b \right], \tag{4}$$

где  $B_h, B_w, B_d$  – значения высоты, ширины и диагонали ограничивающего прямоугольника, измеряемые в пикселях;

$C_h, C_w, C_b$  – средние значения высоты, ширины и глубины объекта определенного класса, измеряемые в сантиметрах. Средние значения задаются вручную и известны для каждого определяемого класса объекта, например,  $C_h, C_w$  и  $C_b$  для класса «человек» равны 175, 55 и 30 см соответственно, а для класса «автомобиль» – 160, 180 и 400 см.

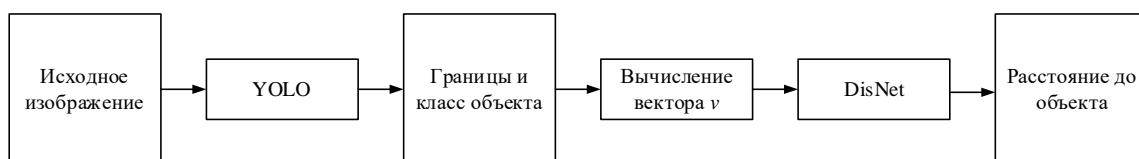


Рисунок 3. – Общая схема метода определения расстояния до объекта на основе оценки его размеров на изображении

На рисунке 4 представлены принятые отношения между значениями размеров ограничивающего прямоугольника и расстоянием до объекта. По мере удаления от камеры фактический размер объекта на изображении уменьшается. Следовательно, числа, обратные значениям  $B_h$ ,  $B_w$  и  $B_d$ , будут увеличиваться. Из графиков видно, что расстояние до объекта и обратные размеры ограничивающего прямоугольника образуют практически линейную зависимость.

Структура самой модели DisNET (рисунок 5) состоит из 3 скрытых слоев (hidden layer), которые содержат по 100 нейронов каждый. Данные значения были получены экспериментальным путем. Входной слой (input layer) содержит 6 нейронов, которые соответствуют значениям из вектора  $v$  согласно выражению 4. Выходной слой (output layer) содержит один нейрон, который формирует предсказанное расстояние между камерой и объектом.

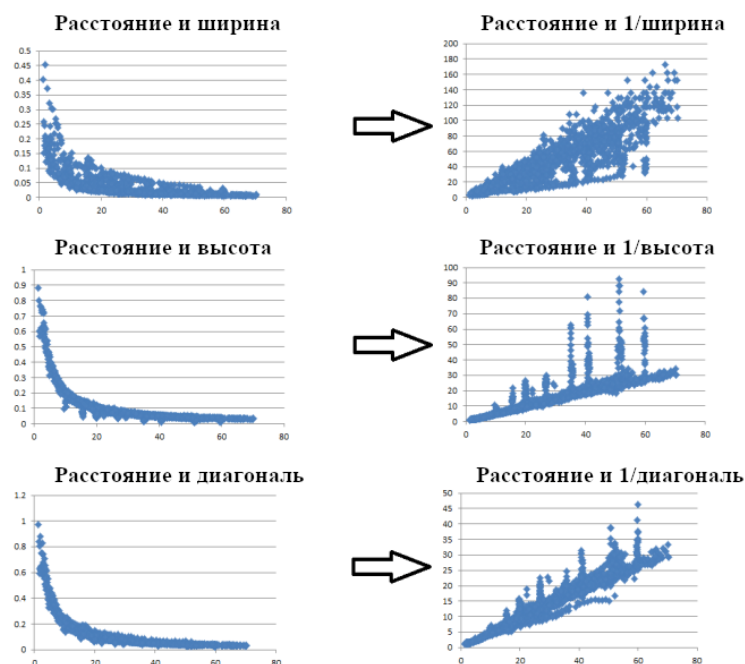


Рисунок 4. – Зависимости между расстоянием и размерами объекта на изображении

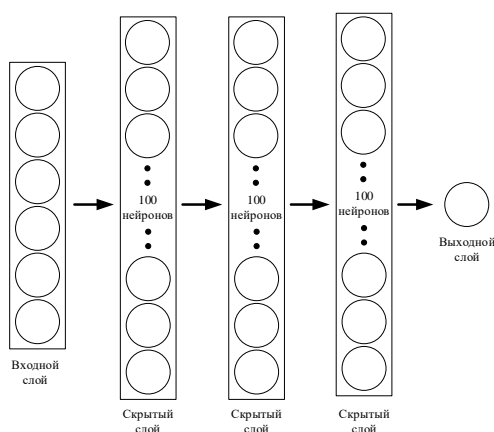


Рисунок 5. – Архитектура DisNET

Для обучения модели DisNET использовался датасет, состоящий из 2000 векторов, которые представляются согласно выражению 4. Он был разделен таким образом: 80 % – обучающие данные, 10 % – тестовые данные и 10 % – валидационные данные. Оценка эффективности работы данной модели для двух изображений (примеров) может быть проведена на основе анализа таблицы 2. Реализация данного решения доступна на странице GitHub<sup>2</sup>.

<sup>2</sup> URL: <https://github.com/guanjianyu/DisNet> (дата обращения 03.09.2024).

Таблица 2. – Результаты работы модели DisNET

Номер изображения	Объект	Абсолютная дистанция, м	Предсказанная дистанция, м	Погрешность, м
1	Человек 1	100	101,89	1,89
	Человек 2		99,44	0,56
2	Человек 1	50	54,26	4,26
	Человек 2	150	167,59	17,59
	Человек 3	100	132,26	32,26
	Человек 4	300	338,51	38,51

На первом изображении было два человека, которые располагались на расстоянии 100 метров от видеокамеры, на втором – четыре человека, находившихся на различных дистанциях от видеокамеры. Изображение второго примера представлено на рисунке 6.



Рисунок 6. – Изображение примера 2

**Определение расстояния до объекта на основе модификации архитектуры нейронной сети.** Метод основан на изменении архитектуры YOLOv3 с целью включения в предсказываемые значения данной нейросетью вектора расстояния, а кроме того, предполагает модификацию функции потерь. Для обучения используется такой же датасет, как и для YOLOv3, но с добавлением абсолютной дистанции. Таким образом, можно сформулировать ключевые отличия:

1. Расширение вектора предсказываемых значений.
2. Модификация функции потерь, чтобы учесть дистанцию до объекта.
3. Дополнение обучающего датасета информацией о дистанции до объектов.

В YOLOv3 вектор предсказываемых значений  $p$  описывается как  $p = (b, c, o)$ , где  $b = (x, y, w, h)$  – вектор координат ограничивающего прямоугольника объекта,  $c = (c_1, c_2, \dots, c_n)$  – вектор значений, которые отражают степень уверенности в том, что объект принадлежит определенному классу от 1 до  $n$ ,  $o$  отражает степень уверенности в том, что был обнаружен существующий объект.

Данный метод расширяет исходный вектор до  $p = (b, c, o, d)$ , где  $d$  – вектор, который содержит значения, описывающие расстояние до объекта. В этом решении рассматриваются два различных варианта вектора  $d$ . Первый из них не зависит от класса объекта  $d = (d)$ , а второй учитывает класс  $d = (d_1, d_2, \dots, d_n)$ . В результате получена архитектура Dist-YOLO [12], позволяющая находить абсолютное расстояние до объекта, используя изображения, снятые с помощью монокулярной камеры.

Dist-YOLO модифицирует функцию потерь  $l$ , используемую в YOLOv3, следующим образом [13]:

$$l = \sum_{i=0}^{G^w G^h} \sum_{j=0}^{n^a} q_{i,j} [l_1(i,j) + l_2(i,j) + l_3(i,j) + l_5(i,j)] + l_4(i,j), \quad (5)$$

где  $l_1(i,j)$  – потери при определении центра ограничивающего прямоугольника (bounding box);  
 $l_2(i,j)$  – потери при определении размеров ограничивающего прямоугольника объекта;  
 $l_3(i,j)$  – потери при определении уверенности;  
 $l_4(i,j)$  – потери при определении класса;  
 $l_5(i,j)$  – потери при определении дистанции;  
 $q_{i,j} \in \{0,1\}$  – константа, которая показывает, содержит ли  $i$ -я ячейка и  $j$ -я якорная рамка (anchor) объект.

Функция применяется к ячейкам сетки  $G^w G^h$  и  $n^a$  якорным рамкам. Часть  $l_1, \dots, l_4$  заимствована у YOLOv3, а  $l_5$  является новой функцией для нахождения потерь при определении расстояния.

В последующих формулах будет использован знак  $\wedge$ , чтобы выделить значения, предсказанные нейросетью.

Потери при определении центра ограничивающего прямоугольника рассчитываются следующим образом:

$$l_1(i,j) = z_{i,j} [H(c_{i,j}^x, \hat{c}_{i,j}^x) + H(c_{i,j}^y, \hat{c}_{i,j}^y)], \quad (6)$$

где  $c_{i,j}^x$  и  $c_{i,j}^y$  – это координаты центра рамки;  
 $H(.,.)$  – бинарная кросс-энтропия (binary cross-entropy);  
 $z_{i,j} = 2 - w_{i,j} h_{i,j}$  служит для определения относительного веса  $(i,j)$ -го размера ограничивающего прямоугольника в соответствии с его шириной  $w_{i,j}$  и высотой  $h_{i,j}$ .

Формула расчета потерь при определении размеров ограничивающего прямоугольника имеет вид:

$$l_2(i,j) = 0.5 z_{i,j} \left[ \left( \log \left( \frac{w_{i,j}}{a_j^w} \right) - \hat{w}_{i,j} \right)^2 + \left( \log \left( \frac{h_{i,j}}{a_j^h} \right) - \hat{h}_{i,j} \right)^2 \right], \quad (7)$$

где  $a_j^w$  и  $a_j^h$  – ширина и высота  $j$ -й якорной рамки (anchor) соответственно.

Потери при определении уверенности рассчитываются по формуле

$$l_3(i,j) = q_{i,j} H(q_{i,j}, \hat{q}_{i,j}) + (1 - q_{i,j}) H(q_{i,j}, \hat{q}_{i,j}) I_{i,j}, \quad (8)$$

где  $\hat{q}_{i,j}$  – предсказанная уверенность;

$I_{i,j}$  – маска, которая исключает часть потери для  $i$ -й ячейки, если  $q_{i,j} = 0$ , а метрика IoU (Intersection over Union)  $> 0.5$ .

Расчет потерь при определении класса происходит по формуле

$$l_4(i,j) = \sum_{k=0}^c H(C_{i,j,k} - \hat{C}_{i,j,k}), \quad (9)$$

где  $C_{i,j,k}$  – вероятность  $k$ -го класса в  $i$ -й ячейке.

Функция потерь дистанции без учета класса объекта имеет вид

$$l_5(i,j) = \omega (\hat{d}_{i,j} - d_{i,j})^2. \quad (10)$$

Функция потерь дистанции с учетом класса определена как

$$l_5(i, j) = \omega \sum_{k=0}^c C_{i,j,k} \left( \hat{d}_{i,j,k} - d_{i,j,k} \right)^2, \quad (11)$$

где  $\omega$  – весовая константа.

Обучение выполнено на наборе данных KITTI 3D Object Detection Evaluation 2017<sup>3</sup>, который содержит 7481 тренировочных и 7518 тестовых изображений. Однако следует отметить, что для обучения и тестирования данной модели использовался только тренировочный датасет, который был разделен на тренировочную часть, состоящую из 5241 изображения, и тестовую, содержащую 2240 изображений. Разрешение изображений – 1216 × 366 пикселей. Классы, которые были выбраны, – пешеход, легковой автомобиль, фургон, грузовик, сидящий человек, велосипед и трамвай. Максимальное и минимальное расстояния ограничили значениями 150 и 0 м соответственно, но при обучении использовались нормализованные значения дистанции [0, 1].

Для тестирования производительности модели были выбраны следующие настройки: разрешение изображений было уменьшено до 608 × 192 пикселей, размер батча – 24, количество эпох обучения – 100, оптимизатор – Adam.

Для оценки полученных результатов были определены средняя абсолютная  $\varepsilon_A$  (в метрах) и средняя относительная  $\varepsilon_R$  (в процентах) погрешности:

$$\varepsilon_A = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |d_i - \hat{d}_i|; \quad (12)$$

$$\varepsilon_R = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|d_i - \hat{d}_i|}{\max(d_i, 1)}, \quad (13)$$

где  $n$  – количество найденных объектов;

$d_i$  и  $\hat{d}_i$  – известная и предсказанная дистанции соответственно.

Оценка результатов представлена в таблице 3. Min, Mean и Max – минимальное, среднее и максимальное отклонения в метрах соответственно. При этом Dist-YOLOv3 G – результаты для метода определения расстояния вне зависимости от класса объекта, а Dist-YOLOv3 W – с учетом класса объекта.

Таблица 3. – Погрешности при определении расстояния до объекта на основе модификации архитектуры нейронной сети YOLOv3

Объект	Dist-YOLOv3 G						Dist-YOLOv3 W					
	Кол-во	Min	Mean	Max	$\varepsilon_A$	$\varepsilon_R$	Кол-во	Min	Mean	Max	$\varepsilon_A$	$\varepsilon_R$
Пешеход	1150	-16,81	-0,54	7,73	1,75	0,11	1117	-8,93	3,83	39,48	4,87	0,41
Автомобиль	7682	-24,87	-0,81	14,47	2,49	0,11	7798	-13,24	8,75	42,10	10,68	0,44
Фургон	749	-20,49	0,46	18,00	3,55	0,15	751	-26,88	13,94	42,25	14,17	0,64
Грузовик	318	-34,36	1,16	15,93	4,63	0,14	319	-27,33	4,51	26,30	6,49	0,21
Сидящий человек	57	-7,09	-0,59	4,74	1,84	0,22	56	-2,27	4,35	16,15	4,64	0,64
Велосипедист	406	-17,79	-1,25	14,66	2,47	0,11	409	-4,16	14,32	46,80	14,38	0,85
Трамвай	135	-26,66	1,85	19,57	4,72	0,19	132	-22,37	-2,65	11,36	4,41	0,17
Все	10 497	-34,36	-0,61	19,57	2,57	0,11	10 582	-27,33	8,52	46,80	10,22	0,46

Сравнив погрешности этих двух методов, можно сделать вывод, что точность вычисления расстояния с учетом класса объекта Dist-YOLOv3 W существенно уступает методу, который не учитывает класс объекта. Таким образом, тест производительности данной модели показал, что средняя погрешность в определении абсолютного расстояния составляет около 2,5 м, а средняя погрешность относительного расстояния – 11 %. Это показывает, что, интегрировав алгоритм определения расстояния в архитектуру YOLO, можно добиться вполне приемлемых результатов. Реализация данного решения доступна на странице GitLab<sup>4</sup>.

<sup>3</sup> KITTI 3D Object Detection Benchmark [Электронный ресурс]. – URL: [http://www.cvlibs.net/datasets/kitti/eval\\_object.php?obj\\_benchmark=3d](http://www.cvlibs.net/datasets/kitti/eval_object.php?obj_benchmark=3d) (дата обращения 30.08.2024).

<sup>4</sup> URL: <https://gitlab.com/EnginCZ/yolo-with-distance> (дата обращения 05.09.2024).

**Заключение.** Метод определения расстояния до объекта, основанный на его координатах и карте глубины, изначально разрабатывался для применения в области автономного вождения, однако его структура также позволяет использовать его в других сферах. Основным недостатком данного метода является то, что для корректного определения расстояния до объекта в угол обзора видеокамеры должна включаться поверхность, на которой располагается объект, а также необходимо знать высоту, на которой расположена видеокамера. В работе [6] эта проблема решается тем, что видеокамера размещена на штативе, высота которого фиксирована и поэтому может приниматься за константу, что дает возможность точно вычислить высоту расположения видеокамеры.

Метод определения расстояния до объекта на основе оценки его размеров на изображении также планировался для применения в сфере автономного вождения. Камера должна была монтироваться на поезд и определять объекты на больших расстояниях. Однако структура данного решения позволяет переобучить нейронную сеть для использования в других областях. Основным недостатком данного решения является то, что необходимо знать средние размеры для классов определяемых объектов. Также в статье [12] были проведены сторонние исследования, целью которых было найти зависимость между размерами объекта и расстоянием до него, а также определить, возможно ли предсказать дистанцию, используя эти данные. В итоге был сделан вывод, что определение точной дистанции до объекта только на основе его размеров практически невозможно.

Можно отметить, что метод, предполагающий модификацию архитектуры нейронной сети YOLO3, является самым универсальным из рассмотренных. Изначально он также был разработан для использования в сфере автономного вождения, однако его структура позволяет его переобучить для работы и в других областях при наличии требуемого обучающего набора данных. Недостаток же данного метода состоит в том, что при небольших расстояниях (примерно 1 м) относительная погрешность составляет около 45 %.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Мальцев С. В., Абламейко С. В., Богуш Р. П. Обработка сигналов и изображений средствами векторно-матричных вычислений. – Новополоцк: ПГУ, 2011. – 212 с.
2. Estimation of Absolute Scale in Monocular SLAM Using Synthetic Data / D. Rukhovich, D. Mouritzen, R. Kaestner et al. // IEEE/CVF International Conference on Computer Vision Workshop (ICCVW). – 2019. – P. 803–812. – DOI: [10.1109/ICCVW.2019.00108](https://doi.org/10.1109/ICCVW.2019.00108).
3. DisNet: A novel method for distance estimation from monocular camera [Electronic resource] / M. A. Haseeb, J. Guan, D. Ristić-Durrant et al. // 2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems / 10<sup>th</sup> Workshop on Planning, Perception and Navigation for Intelligent Vehicles (PPNIV). – 2018. – URL: <https://project.inria.fr/ppniv18/files/2018/10/paper22.pdf> (дата обращения 02.09.2024).
4. Богуш Р. П., Захарова И. Ю. Алгоритм сопровождения людей на видеопоследовательностях с использованием сверточных нейронных сетей для видеонаблюдения внутри помещений // Компьютерная оптика. – 2020. – Т. 44, № 1 – С. 109–116. – DOI: [10.18287/2412-6179-CO-565](https://doi.org/10.18287/2412-6179-CO-565).
5. Повторная идентификация людей в системах видеонаблюдения с использованием глубокого обучения: анализ существующих методов / Х. Чен, С. А. Игнатъева, Р. П. Богуш и др. // Автоматика и телемеханика. – 2023. – № 5. – С. 61–112. – DOI: [10.31857/S0005231023050057](https://doi.org/10.31857/S0005231023050057).
6. Absolute distance prediction based on deep learning object detection and monocular depth estimation models / A. Masoumian, D. G. F. Marei, S. Abdulwahab et al. // Frontiers in Artificial Intelligence and Applications. – 2021. – Vol. 339. – P. 325–334. – DOI: [10.3233/FAIA210151](https://doi.org/10.3233/FAIA210151).
7. Deep Residual Learning for Image Recognition / K. He, X. Zhang, S. Ren et al. // IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). – 2016. – P. 770–778. – DOI: [10.1109/CVPR.2016.90](https://doi.org/10.1109/CVPR.2016.90).
8. Taha Z., Jizat J. A. M. A comparison of two approaches for collision avoidance of an automated guided vehicle using monocular vision // Applied Mechanics and Materials. – 2012. – Vol. 145. – P. 547–551. – DOI: [10.4028/www.scientific.net/AMM.145.547](https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.145.547).
9. Geiger A., Lenz P., Urtasun R. Are we ready for autonomous driving? The KITTI vision benchmark suite // IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. – 2012. – P. 3354–3361. – DOI: [10.1109/CVPR.2012.6248074](https://doi.org/10.1109/CVPR.2012.6248074).
10. Microsoft COCO: Common objects in context / T. Y. Lin, M. Maire, S. Belongie et al. // Lecture Notes in Computer Science. 2014. – Vol. 8693. – P. 740–755. – DOI: [10.1007/978-3-319-10602-1\\_48](https://doi.org/10.1007/978-3-319-10602-1_48).
11. Redmon J., Farhadi A. YOLOv3: An Incremental Improvement // ArXiv. – 2018. – DOI: [10.48550/arXiv.1804.02767](https://doi.org/10.48550/arXiv.1804.02767).
12. Vajgl M., Hurtik P., Nejezchleba T. Dist-YOLO: Fast Object Detection with Distance Estimation // Applied Sciences. – 2022. – Vol. 12, iss. 3. – P. 1354. – DOI: [10.3390/app12031354](https://doi.org/10.3390/app12031354).
13. Poly-YOLO: Higher speed, more precise detection and instance segmentation for YOLOv3 / P. Hurtik, V. Molek, J. Hula et al. // Neural Computing and Applications. – 2022. – Vol. 34. – P. 8275–8290. – DOI: [10.1007/s00521-021-05978-9](https://doi.org/10.1007/s00521-021-05978-9).

#### REFERENCES

1. Mal'cev, S. V., Ablamejko, S. V., & Bogush, R. P. (2011). *Obrabotka signalov i izobrazhenij sredstvami vektorno-matrichnyh vychislenij [Processing of signals and images by means of vector-matrix calculations]*. Novopolotsk: PSU. (In Russ.).



2. Rukhovich, D., Mouritzen, D., Kaestner, R., Rufli, M., & Velizhev A. (2019). Estimation of Absolute Scale in Monocular SLAM Using Synthetic Data. In *2019 IEEE/CVF International Conference on Computer Vision Workshop (ICCVW)* (803–812). IEEE. DOI: [10.1109/ICCVW.2019.00108](https://doi.org/10.1109/ICCVW.2019.00108).
3. Haseeb, M. A., Guan, J., Ristic-Durrant, D., & Gräser, A. (2018). DisNet: A novel method for distance estimation from monocular camera. In *2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems: 10<sup>th</sup> Workshop on Planning, Perception and Navigation for Intelligent Vehicles (PPNIV)*. URL: <https://project.inria.fr/ppniv18/files/2018/10/paper22.pdf>.
4. Bogush, R. P., & Zaharova, I. Ju. (2020). Algoritm soprovozhdenija ljudej na videoposledovatel'nostjah s ispol'zovaniem svertochnyh nejronnyh setej dlja videonabljudenija vnutri pomeshhenij [Person tracking algorithm based on convolutional neural network for indoor video surveillance]. *Komp'yuternaja optika [Computer Optics]*, 40(1), 109–116. DOI: [10.18287/2412-6179-CO-565](https://doi.org/10.18287/2412-6179-CO-565). (In Russ., abstr. in Engl.).
5. Chen, H., Ihnatsyeva, S. A., Bohush, R. P., & Ablameyko, S. V. (2023). Person Re-identification in Video Surveillance Systems Using Deep Learning: Analysis of the Existing Methods. *Automation and Remote Control*, 84(5), 497–528. DOI: [10.1134/S0005117923050041](https://doi.org/10.1134/S0005117923050041).
6. Masoumian, A., Marei, D. G. F., Abdulwahab, S., Cristiano J., Puig D., & Rashwan H. A. (2021). Absolute distance prediction based on deep learning object detection and monocular depth estimation models. *Frontiers in Artificial Intelligence and Applications*, 339, 325–334. DOI: [10.3233/FAIA210151](https://doi.org/10.3233/FAIA210151).
7. He, K., Zhang, X., Ren, S., & Sun, J. (2016). Deep Residual Learning for Image Recognition. In *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)* (770–778). IEEE. DOI: [10.1109/CVPR.2016.90](https://doi.org/10.1109/CVPR.2016.90).
8. Taha, Z., & Jizat, J. A. M. (2012). A comparison of two approaches for collision avoidance of an automated guided vehicle using monocular vision. *Applied Mechanics and Materials*, 145, 547–551. DOI: [10.4028/www.scientific.net/AMM.145.547](https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.145.547).
9. Geiger, A., Lenz, P., & Urtasun, R. (2012). Are we ready for autonomous driving? The KITTI vision benchmark suite. In *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition* (3354–3361). DOI: [10.1109/CVPR.2012.6248074](https://doi.org/10.1109/CVPR.2012.6248074).
10. Lin, T. Y., Maire, M., Belongie, S., Hays, J., Perona, P., Ramanan, D., ... Zitnick, C. L. (2014). Microsoft COCO: Common objects in context. In D. Fleet, T. Pajdla, B. Schiele, T. Tuytelaars (Eds.) *Computer Vision – ECCV 2014*. ECCV 2014. *Lecture Notes in Computer Science: Vol. 8693* (740–755). Springer, Cham. DOI: [10.1007/978-3-319-10602-1\\_48](https://doi.org/10.1007/978-3-319-10602-1_48).
11. Redmon, J., Farhadi, A. (2018). YOLOv3: An Incremental Improvement. *ArXiv*. DOI: [10.48550/arXiv.1804.02767](https://doi.org/10.48550/arXiv.1804.02767).
12. Vajgl, M., Hurtik, P., Nejezchleba, T. (2022). Dist-YOLO: Fast Object Detection with Distance Estimation. *Applied Sciences*, 12(3), 1354. DOI: [10.3390/app12031354](https://doi.org/10.3390/app12031354).
13. Hurtik, P., Molek, V., Hula, J., Vajgl, M., Vlasanek, P., & Nejezchleba, T. (2022). Poly-YOLO: Higher speed, more precise detection and instance segmentation for YOLOv3. *Neural Computing and Applications*, 34, 8275–8290. DOI: [10.1007/s00521-021-05978-9](https://doi.org/10.1007/s00521-021-05978-9).

Поступила 23.09.2024

## ANALYSIS OF METHODS FOR DISTANCE ESTIMATION TO AN OBJECT FROM A SINGLE VIDEO CAMERA IMAGE USING NEURAL NETWORKS

*N. LUPENKO, R. BOHUSH*

*(Euphrosyne Polotskaya State University of Polotsk)*

*H. CHEN*

*(Zhejiang Shuren University, China)*

*This paper discusses about any approaches to determining the distance to an object based on an image generated by a monocular video camera, which use artificial neural networks at various stages of processing. Method based on finding a depth map, detecting an object, and then projecting its coordinates onto the depth map is analyzed. It describes a method that uses the relationship between the real size of an object and its size in the image. It considers a method based on a modification of the YOLO, which allows expanding the resulting descriptor with an additional vector characterizing the distance to the object. Data sets used to train neural networks used in algorithms for calculating the absolute distance to an object based on an image is analyzed. The paper discusses about the effectiveness of the methods considered, their advantages and disadvantages, as well as the prospects for using them for practical solutions.*

**Keywords:** *distance estimation, neural network, computer vision, object detection, depth map.*

## ЭЛЕКТРОФИЗИКА, ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИЕ УСТАНОВКИ (ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ)

УДК 541.183

DOI 10.52928/2070-1624-2024-43-2-34-40

### ИНФРАКРАСНАЯ ФУРЬЕ-СПЕКТРОСКОПИЯ ДИФФУЗНОГО ОТРАЖЕНИЯ ПЛЕНОК НЕГАТИВНЫХ ФОТОРЕЗИСТОВ СЕРИИ AZ nLOF НА МОНОКРИСТАЛЛИЧЕСКОМ КРЕМНИИ

канд. физ.-мат. наук Д. И. БРИНКЕВИЧ, канд. физ.-мат. наук, доц. В. С. ПРОСОЛОВИЧ  
(Белорусский государственный университет, Минск);

канд. техн. наук В. В. КОЛОС, О. А. ЗУБОВА  
(ОАО «ИНТЕГРАЛ» – управляющая компания холдинга «ИНТЕГРАЛ», Минск);

канд. физ.-мат. наук, доц. С. А. ВАБИЩЕВИЧ  
(Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой)

Методом ИК-Фурье-спектроскопии диффузного отражения исследованы пленки негативных фоторезистов (ФР) AZ nLOF 2020, AZ nLOF 2070 и AZ nLOF 5510 толщиной 0,95 – 6,1 мкм, нанесенные на поверхность пластин кремния методом центрифугирования. В спектрах диффузного отражения структур фоторезист/Si полосы поглощения наблюдались на фоне интерференционных полос, что позволяет использовать методику для измерения толщины пленки или ее показателя преломления. Наиболее интенсивными в спектрах ФР серии AZ nLOF являются полосы валентных колебаний ароматического кольца, нульсационных колебаний углеродного скелета ароматического кольца, широкая структурированная полоса с несколькими максимумами в диапазоне 1050 – 1270 см<sup>-1</sup> и полоса, связанная с СН<sub>2</sub>-мостиком. Структура спектра поглощения фоторезистов серии AZ nLOF схожа со структурой спектра фенолформальдегидного фоторезиста ФП9120. Показано, что полоса колебаний СН<sub>3</sub>-групп при 2945 см<sup>-1</sup> обусловлена растворителем.

**Ключевые слова:** негативный фоторезист, ИК-спектроскопия, диффузное отражение, растворитель.

**Введение.** Негативные фоторезисты AZ nLOF 2020, AZ nLOF 2070 и AZ nLOF 5510 (производитель MicroChemicals GmbH, Германия) предназначены для использования в процессах обратной (lift-off) литографии и обладают высокой (до 250 °С и выше) термической стабильностью<sup>1</sup>. Они разработаны под *i*-линию (365 нм) дуговой лампы, при этом не чувствительны к *g*- и *h*-линиям (435 и 404 нм соответственно). Указанные резисты устойчивы к большинству органических растворителей, но в тоже время не обладают стабильностью по отношению к кремниевым травителям на основе КОН. Они чувствительны к электронному облучению, что позволяет комбинировать ультрафиолетовую и высокоразрешающую электронную литографию. В качестве растворителя используется пропиленгликоль ацетат монометилового эфира (PGMEA) (рисунок 1). PGMEA применяют для удаления бортиков по краям, поскольку низкое давление его паров предотвращает дальнейшее уменьшение толщины нанесенной пленки фоторезиста.

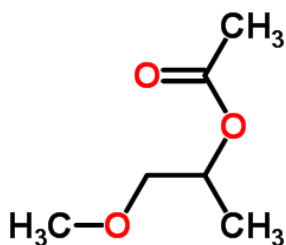


Рисунок 1. – Структурная формула пропиленгликоля ацетата монометилового эфира (PGMEA)

Фоторезисты AZ nLOF 2020, AZ nLOF 2070 и AZ nLOF 5510 имеют различную вязкость и рассчитаны на разные толщины пленки. Так, при скорости вращения центрифуги 3000 об/мин толщина фоторезистивной пленки для AZ nLOF 2070 составляет 7,0 мкм, для AZ nLOF 2020 – 2,0 мкм и для AZ nLOF 5510 – 0,90 мкм.

<sup>1</sup> AZ nLOF 20xx negative resist [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.microchemicals.com/PRODUCTS/Photochemicals/Photoresist/Negative-Resist> (дата обращения 06.11.2024).

Метод нарушенного полного внутреннего отражения широко применяется при исследованиях жидких пленок [1], поскольку в этом случае имеет место хороший контакт пленки с измерительной призмой. При измерении твердых пленок для исключения зазора между образцом и призмой необходимо обеспечить идеальное усилие прижима. При недостаточном прижимном усилии снижается интенсивность полос поглощения, а сам спектр искажается. Чрезмерное усилие приводит к царапанию призмы и/или разрушению образца. Указанные обстоятельства существенным образом влияют на воспроизводимость результатов измерений и осложняют их анализ.

Целью настоящей работы являлось исследование методом диффузного отражения оптических характеристик пленок негативных фоторезистов AZ nLOF 2020, AZ nLOF 2070 и AZ nLOF 5510 на кремнии.

**Методы исследования.** Пленки негативных фоторезистов марок AZ nLOF 2020, 2070 и 5510 толщиной 0,95 – 6,1 мкм наносились на поверхность Si с ориентацией (111) методом центрифугирования [2]. Перед нанесением ФР пластины кремния подвергались стандартному циклу очистки поверхности в органических и неорганических растворителях. После формирования пленки ФР проводилась ее сушка при температуре 90 – 110 °С. Измерение геометрической толщины пленок фоторезистов выполнялось на растровом электронном микроскопе.

ИК-Фурье-спектры структур фоторезист/Si регистрировались в диапазоне 400 – 4000 см<sup>-1</sup> при комнатной температуре спектрофотометром ALPHA (Bruker Optik GmbH) с приставкой для измерения диффузного отражения. Количество сканов – 24. Разрешение было не хуже 4 см<sup>-1</sup>. Коррекция фона проводилась перед каждым измерением.

**Экспериментальные результаты и их обсуждение.** В спектре диффузного отражения структур фоторезист/Si полосы поглощения наблюдаются на фоне интерференционных полос. Так, для пленок толщиной ~ (5-6) мкм (рисунок 2) наиболее интенсивные полосы видны на фоне первой и второй интерференционных полос в области 700 – 1700 см<sup>-1</sup>. Это обстоятельство осложняет анализ трансформации полос поглощения при различных воздействиях. Отметим, что в спектрах нарушенного полного внутреннего отражения пленок фоторезистов при  $\nu < 1800$  см<sup>-1</sup> наблюдается монотонное возрастание фонового поглощения, которое обусловлено проникновением ИК-излучения в кремниевую подложку и рассеянием/отражением на границах раздела фоторезист/Si и фоторезист/воздух [3; 4].

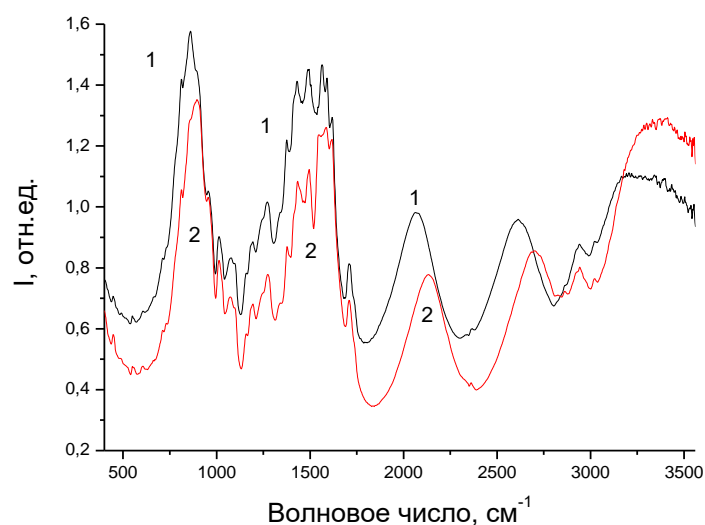


Рисунок 2. – Спектры диффузного отражения пленок фоторезистов AZ nLOF 2020 толщиной 6,0 мкм (1) и AZ nLOF 2070 толщиной 5,8 мкм (2)

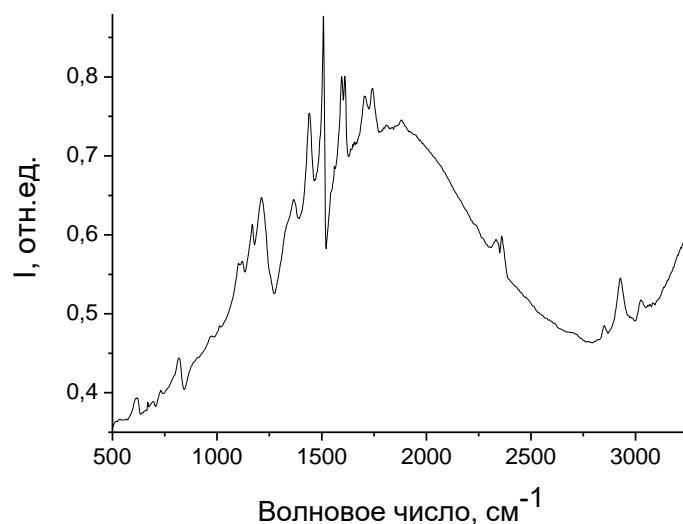
Наличие в спектрах диффузного отражения интерференционных полос открывает дополнительные возможности для исследования фоторезистивных пленок. Известно, что энергетическое положение максимумов этих полос определяется выражением

$$m\lambda = 2nd, \tag{1}$$

где  $m$  – номер максимума;  
 $\lambda$  – длина волны максимума;  
 $n$  – показатель преломления пленки;  
 $d$  – геометрическая толщина пленки.

Это позволяет при известном  $n$  измерить толщину пленки или при известной геометрической толщине пленки определить показатель преломления  $n$  фоторезистивной пленки. Отметим, что значения толщины пленок, полученные из измерений спектров диффузного отражения, совпадали с данными, определенными с помощью электронного микроскопа.

При уменьшении толщины пленки интерференционные полосы расширяются и смещаются в область больших волновых чисел. При толщинах ФР-пленок  $\sim 1$ -2 мкм полосы поглощения отчетливо проявляются на фоне первой интерференционной полосы (рисунок 3), что позволяет достаточно уверенно определять соотношение интенсивностей полос поглощения и анализировать изменение их интенсивности при внешних воздействиях.



**Рисунок 3.** – Спектр диффузного отражения пленок негативного фоторезиста AZ nLOF 5510 толщиной 0,99 мкм

Экспериментальные значения частот полос ИК-поглощения фоторезистов серии AZ nLOF и их соответствие функциональным группам приведены в таблице. Наиболее интенсивными в спектре диффузного отражения фоторезистивных пленок являются полосы валентных колебаний ароматического кольца ( $\sim 1500$   $\text{см}^{-1}$ ), пульсационных колебаний углеродного скелета ароматического кольца (двойный максимум  $\sim 1595$  и  $1610$   $\text{см}^{-1}$ ) и полоса с максимумом  $\sim 1430$   $\text{см}^{-1}$ , обусловленная колебаниями бензольного кольца, связанного с  $\text{CH}_2$ -мостиком [5; 11]. Эти полосы характерны для фенолформальдегидной смолы [5] и наблюдались ранее в различных позитивных [4; 12] и негативных [13] фоторезистах на основе фенолформальдегидных смол. Это обстоятельство позволяет утверждать, что основным компонентом фоторезистов серии AZ nLOF является фенолформальдегидная смола.

**Таблица.** – Экспериментальные значения частот ИК-поглощения функциональных групп в негативных фоторезистах серии AZ nLOF

Энергетическое положение	Интенсивность	Функциональная группа, тип колебаний	Примечание
1	2	3	4
770 $\text{см}^{-1}$	слабая	Внеплоскостные колебания С–Н-связей орто- и пара-замещенного кольца [5]	
810 $\text{см}^{-1}$	сильная		
860 $\text{см}^{-1}$	слабая	Нет данных	
895 $\text{см}^{-1}$	слабая	Нет данных	
958 $\text{см}^{-1}$	слабая	С–О–С-связи в растворителе [6–8]	
1010 $\text{см}^{-1}$	средняя	Колебания С–С-связей [4]	
1070 $\text{см}^{-1}$	средняя	С–О–С в растворителе [6–8]	
1100 $\text{см}^{-1}$	слабая	Валентные колебания Si–О-связей в кремнии [9]	
1166 $\text{см}^{-1}$	сильная	Валентные колебания С–О [7; 9]	Широкая бесструктурная полоса
1180 $\text{см}^{-1}$			
1240 $\text{см}^{-1}$			
1280 $\text{см}^{-1}$			
1320 $\text{см}^{-1}$	слабая	Нет данных	

Окончание таблицы

1	2	3	4
1380 см <sup>-1</sup>	средняя	Деформационные плоскостные колебания ОН-связей [6]	
1440 см <sup>-1</sup>	сильная	Валентные колебания ароматического кольца, связанные с СН <sub>2</sub> -мостиком [6]	2 максимума близко расположены
1502 см <sup>-1</sup>	сильная	Валентные колебания ароматического кольца [6]	
1566 см <sup>-1</sup>	сильная	Пульсационные колебания углеродного скелета ароматического кольца [7]	
1595 см <sup>-1</sup>	средняя		
1610 см <sup>-1</sup>	средняя		
1715 см <sup>-1</sup>	слабая	С=О-валентные колебания в сложных ароматических эфирах [7; 10]	Интенсивность «плавает» от образца к образцу
~ 2850 см <sup>-1</sup>	слабая	Симметричные валентные колебания СН <sub>2</sub> -групп [7]	
~ 2865 см <sup>-1</sup>	слабая	Симметричные валентные колебания СН <sub>3</sub> -групп [7]	
2926 см <sup>-1</sup>	средняя	Асимметричные валентные колебания СН <sub>2</sub> -групп [7]	
2945 см <sup>-1</sup>	средняя	Асимметричные валентные колебания СН <sub>3</sub> -групп [7]	
3010 см <sup>-1</sup>	слабая	Валентные колебания СН-групп [7]	
3300 см <sup>-1</sup>	слабая	О–Н-валентные колебания, водородная связь [7]	Широкая

Во всех спектрах диффузного отражения исследованных фоторезистивных пленок наблюдалась интенсивная широкая структурированная полоса с несколькими максимумами в диапазоне 1050 – 1270 см<sup>-1</sup>. В этом диапазоне наблюдаются колебания С–О- и С–С-связей в растворителе и плоскостные деформационные колебания С–О-связей фенольной группы фенолформальдегидной смолы [13]. Кроме того, в диапазоне волновых чисел 1700 – 1720 см<sup>-1</sup> наблюдалась полоса, обусловленная валентными колебаниями С=O<sub>str</sub> в сложных ароматических эфирах. Отметим, что в пленке AZ nLOF F5510 толщиной 0,99 мкм она имела 2 максимума (см. рисунок 3). Это может быть обусловлено образованием адгезионной связи с кремнием. Отметим, что растворитель фоторезистов серии AZ nLOF – ацетат монометилового эфира пропиленгликоля (PGMEA), широко используется для улучшения адгезии к поверхности кремния.

Наблюдался также ряд полос средней и малой интенсивности в области волновых чисел  $\nu = 400–900$  см<sup>-1</sup>, энергетическое положение и принадлежность которых к функциональным группам были подробно рассмотрены в [4; 13]. Наиболее сильной из них была полоса деформационных колебаний С–Н-связей с максимумом при 810 см<sup>-1</sup>, обусловленная внеплоскостными колебаниями С–Н-связей ароматического кольца.

В области валентных колебаний С–Н-связей в спектрах диффузного отражения ФР-пленок наблюдались полосы с максимумами при ~ 2870 и 2925 см<sup>-1</sup>, обусловленные ассиметричными и симметричными валентными колебаниями С–Н<sub>2</sub>-связей, и полоса с максимумом при 3010 см<sup>-1</sup>, связанная с валентными колебаниями С–Н-связи. Отметим, что интенсивность полос колебаний С–Н<sub>2</sub>-связей была существенно выше интенсивности полосы колебаний С–Н-связей (см. рисунок 3). В спектрах всех ФР-пленок также присутствовала широкая слабая полоса с максимумом в области ~ 3300 см<sup>-1</sup>, обусловленная валентными колебаниями О–Н-связи.

Структура спектра поглощения фоторезистов серии AZ nLOF схожа со структурой спектров позитивного фенолформальдегидного советского фоторезиста ФП9120 [14] и негативных фоторезистов различных производителей: NFR 016D4 (JSR, Япония) [13] и КМР Е3502 (Kempur Microelectronics, Китай). Так, во всех этих резистах самыми интенсивными являются полосы валентных колебаний ароматического кольца, пульсационных колебаний углеродного скелета ароматического кольца, широкая структурированная полоса с несколькими максимумами в диапазоне 1050 – 1270 см<sup>-1</sup> и полоса, связанная с СН<sub>2</sub>-мостиком. Кроме того, наблюдался ряд относительно слабоинтенсивных полос колебаний О–Н- и С–Н-связей. Производитель фоторезистов серии AZ nLOF (MicroChemicas Gmbh, Германия) не раскрывает их состав, но из анализа спектра поглощения можно с достаточной долей уверенности утверждать, что основу ФР составляют фенолформальдегидные смолы.

Различия в спектрах диффузного отражения фоторезистов серии AZ nLOF (рисунки 4 и 5) связаны, на наш взгляд, с особенностями технологий получения фенолформальдегидной смолы, используемой в ФР, и наличием в пленках остаточного растворителя. В толстых пленках AZ nLOF 2070 и AZ nLOF 2020 различается только интенсивность отдельных полос (соотношения интенсивностей близкорасположенных полос); энергетическое положение полос идентично (см. рисунок 4). Более существенные различия имели место между тонкими и толстыми пленками (см. рисунок 5). Так, в области колебаний С=О-связей в пленках AZ nLOF 5510 толщиной 0,99 мкм появляется дополнительная полоса с максимумом при ~ 1650 см<sup>-1</sup> (см. рисунок 5, а). В отдельных толстых пленках эта полоса возникает после облучения ультрафиолетом с  $\lambda = 404$  нм и дополнительной сушки в течение 60 с при 115 °С.

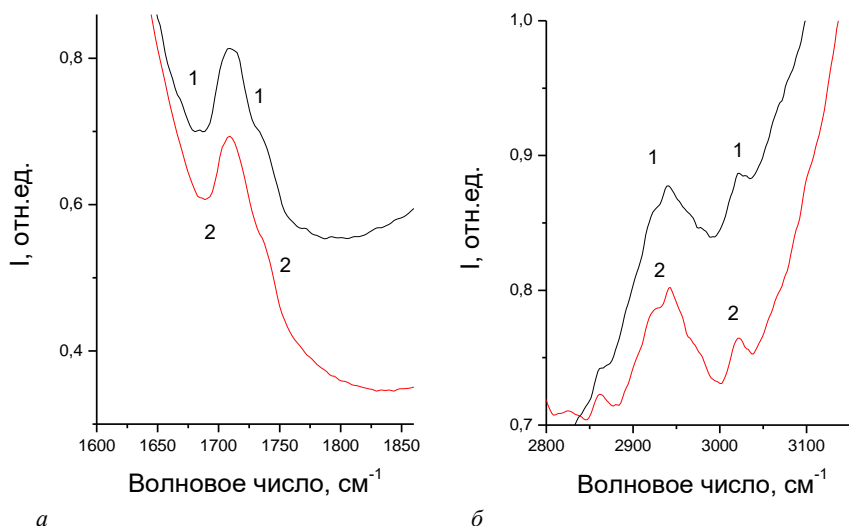


Рисунок 4. – Спектр диффузного отражения пленок фоторезистов AZ pLOF 2070 толщиной 5,8 мкм (2) и AZ pLOF 2020 толщиной 6,0 мкм (1) в области валентных колебаний C=O- (а) и C-H- (б) связей

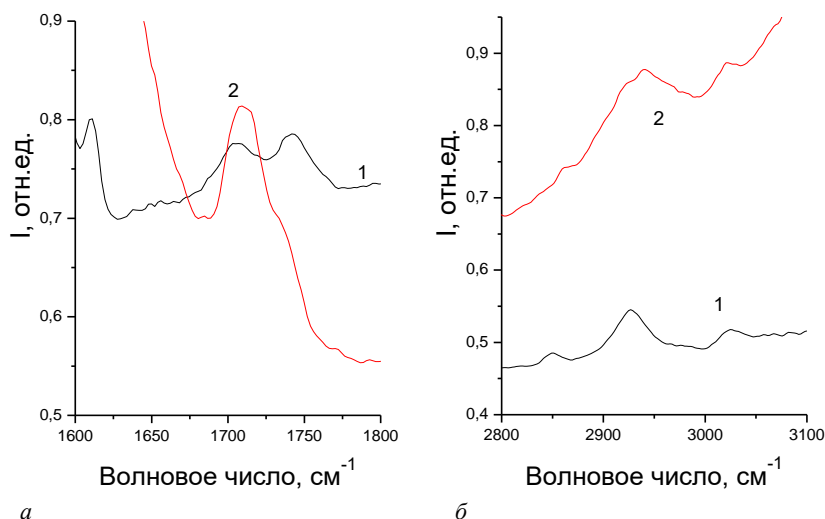


Рисунок 5. – Спектр диффузного отражения пленок фоторезистов AZ pLOF 5510 толщиной 0,99 мкм (1) и AZ pLOF 2020 толщиной 6,0 мкм (2) в области валентных колебаний C=O- (а) и C-H- (б) связей

Существенные отличия также имели место в области валентных колебаний C-H-связей (см. рисунок 5, б). В этой области наблюдались 4 полосы: средней интенсивности при 2926 и 2945  $\text{см}^{-1}$  (асимметричные валентные колебания  $\text{CH}_2$ - и  $\text{CH}_3$ -групп); слабой интенсивности при 3010  $\text{см}^{-1}$  (валентные колебания  $\text{CH}$ -групп) и ~ 2865  $\text{см}^{-1}$  (симметричные валентные колебания  $\text{CH}_2$ - и  $\text{CH}_3$ -групп). Близкорасположенные полосы при 2926 и 2945  $\text{см}^{-1}$  слабо различимы вследствие низкого разрешения использовавшегося прибора (4  $\text{см}^{-1}$ ). В толстых пленках доминирующей является полоса колебаний  $\text{CH}_3$ -групп при 2945  $\text{см}^{-1}$ . Колебания  $\text{CH}_2$ -групп проявляются в виде перегиба на низкоэнергетическом плече полосы колебаний  $\text{CH}_3$ -групп (см. рисунок 5, б, кривая 2). В тонких пленках полоса колебаний  $\text{CH}_3$ -групп при 2945  $\text{см}^{-1}$  пропадает из спектра (см. рисунок 5, б, кривая 1), а полосы колебаний  $\text{CH}_2$ - и  $\text{CH}$ -групп сохраняются практически без снижения интенсивности. При этом слабоинтенсивная полоса при ~ 2865  $\text{см}^{-1}$ , обусловленная симметричными валентными колебаниями  $\text{CH}_2$ - и  $\text{CH}_3$ -групп, смещается в низкоэнергетическую область до 2850  $\text{см}^{-1}$ . Снижение интенсивности полосы колебаний  $\text{CH}_3$ -групп при 2945  $\text{см}^{-1}$  наблюдалось также в толстых пленках после облучения ультрафиолетом с  $\lambda = 404 \text{ нм}$  и дополнительной сушки в течение 60 с при 115  $^{\circ}\text{C}$ . Приведенные экспериментальные результаты, а также наличие трех  $\text{CH}_3$ -групп в составе PGMEA, позволяют с большой достоверностью утверждать, что полоса колебаний  $\text{CH}_3$ -групп при 2945  $\text{см}^{-1}$  обусловлена растворителем.

**Заключение.** Экспериментально установлено, что в спектрах диффузного отражения структур фоторезист/Si полосы поглощения наблюдались на фоне интерференционных полос, что позволяет использовать методику для измерения толщины пленки или ее показателя преломления. Наиболее интенсивными

в спектрах ФР серии AZ nLOF являются полосы валентных колебаний ароматического кольца, пульсационных колебаний углеродного скелета ароматического кольца, широкая структурированная полоса с несколькими максимумами в диапазоне 1050 – 1270 см<sup>-1</sup> и полоса, связанная с CH<sub>2</sub>-мостиком. Структура спектра поглощения фоторезистов серии AZ nLOF схожа со структурой спектра фенолформальдегидного фоторезиста ФП9120. Показано, что полоса колебаний CH<sub>3</sub>-групп при 2945 см<sup>-1</sup> обусловлена растворителем. Различия в спектрах диффузного отражения фоторезистов серии AZ nLOF связаны с особенностями технологий получения фенолформальдегидной смолы, являющейся основой фоторезистов указанных марок, и наличием в пленках остаточного растворителя.

Работа выполнена в рамках задания 2.16 Государственной программы научных исследований «Материаловедение, новые материалы и технологии», подпрограмма «Наноструктурные материалы, нанотехнологии, нанотехника («Наноструктура»).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Трансформация спектров нарушенного полного внутреннего отражения в процессе сушки диазохинон-новолачного фоторезиста / Д. И. Бринкевич, С. Д. Бринкевич, А. Н. Петлицкий и др. // Микроэлектроника. – 2021. – Т. 50, № 4. – С. 274–280. – DOI: [10.31857/S0544126921040037](https://doi.org/10.31857/S0544126921040037).
2. Модификация спектров отражения пленок диазохинон-новолачного фоторезиста при имплантации ионами бора и фосфора / Д. И. Бринкевич, А. А. Харченко, В. С. Просолович и др. // Микроэлектроника – 2019 – Т. 48, № 3. – С. 235–239. – DOI: [10.1134/S0544126919020029](https://doi.org/10.1134/S0544126919020029).
3. Бринкевич С. Д., Бринкевич Д. И., Просолович В. С. Модификация пленок диазохинон-новолачного фоторезиста имплантацией ионов сурьмы // Микроэлектроника. – 2021. – Т. 50, № 1. – С. 36–42. – DOI: [10.31857/S0544126920060022](https://doi.org/10.31857/S0544126920060022).
4. Модификация пленок диазохинон-новолачного фоторезиста за областью внедрения ионов В<sup>+</sup> / С. Д. Бринкевич, Е. В. Гринюк, Д. И. Бринкевич и др. // Химия высоких энергий. – 2020. – Т. 54, № 5. – С. 377–386. – DOI: [10.31857/S0023119320050046](https://doi.org/10.31857/S0023119320050046).
5. Poljansek I., Sebenik U., Krajnc M. Characterization of phenol–urea–formaldehyde resin by inline FTIR spectroscopy // Journal of Applied Polymer Science. – 2006. – Vol. 99, iss. 5. – P. 2016–2028. – DOI: [10.1002/app.22161](https://doi.org/10.1002/app.22161).
6. Преч Э., Бюльманн Ф., Афгольтер К. Определение строения органических соединений. Таблицы спектральных данных. – М.: Мир: БИНОМ. Лаб. знаний, 2006. – 439 с.
7. Тарасевич Б. Н. ИК спектры основных классов органических соединений. Справочные материалы. – М.: МГУ, 2012. – 55 с.
8. Механизм адгезионного взаимодействия пленок диазохинон-новолачного фоторезиста с монокристаллическим кремнием / С. Д. Бринкевич, Е. В. Гринюк, Р. Л. Свердлов и др. // Журнал прикладной спектроскопии. – 2020. – Т. 87, № 4. – С. 589–594.
9. Спектры нарушенного полного внутреннего отражения азотированных структур SiO<sub>2</sub>/Si / В. Б. Оджаев, А. Н. Петлицкий, В. С. Просолович и др. // Журнал прикладной спектроскопии. – 2022. – Т. 89, № 4. – С. 498–504. – DOI: [10.47612/0514-7506-2022-89-4-498-504](https://doi.org/10.47612/0514-7506-2022-89-4-498-504).
10. Модификация спектров нарушенного полного внутреннего отражения пленок диазохинон-новолачного резиста при облучении γ-квантами <sup>60</sup>Со / С. Д. Бринкевич, Д. И. Бринкевич, В. С. Просолович и др. // Химия высоких энергий. – 2021. – Т. 55, № 1. – С. 66–75. – DOI: [10.31857/S0023119321010071](https://doi.org/10.31857/S0023119321010071).
11. Спектры нарушенного полного внутреннего отражения пленок диазохинон-новолачного резистов / С. Д. Бринкевич, Д. И. Бринкевич, В. С. Просолович и др. // Журнал прикладной спектроскопии. – 2020. – Т. 87, № 6. – С. 941–948.
12. Garcia I. T. S., Zawislak F. C., Samios D. The effects of nuclear and electronic stopping powers on ion irradiated novolac-diazoquinone films // Applied Surface Science. – 2004. – Vol. 228, iss. 1–4. – P. 63–76. – DOI: [10.1016/j.apsusc.2003.12.027](https://doi.org/10.1016/j.apsusc.2003.12.027).
13. Инфракрасная Фурье-спектроскопия структур фоторезист/кремний, используемых для обратной литографии / Д. И. Бринкевич, Е. В. Гринюк, С. Д. Бринкевич и др. // Журнал прикладной спектроскопии. – 2023. – Т. 90, № 6. – С. 863–869.
14. Бринкевич Д. И., Просолович В. С., Янковский Ю. Н. Модификация пленок диазохинон-новолачного фоторезиста имплантацией ионов бора // Журнал Белорусского государственного университета. Физика. – 2020. – № 2. – С. 62–69. – DOI: [10.33581/2520-2243-2020-2-62-69](https://doi.org/10.33581/2520-2243-2020-2-62-69).

#### REFERENCES

1. Brinkevich, D. I., Brinkevich, S. D., Petlitsky, A. N., & Prosolovich, V. S. (2021). Transformation of the Spectra of a Attenuated Total Reflection when Drying a Diazoquinone-Novolac Photoresist. *Russian Microelectronics*, 50(4), 239–245. DOI: [10.1134/S106373972104003X](https://doi.org/10.1134/S106373972104003X).
2. Brinkevich, D. I., Kharchenko, A. A., Prosolovich, V. S., Odzhaev, V. B., Brinkevich, S. D., & Yankovski, Yu. N. (2019). Reflection spectra modification of diazoquinone-novolac photoresist implanted with B and P ions. *Russian Microelectronics*, 48(3), 197–201. DOI: [10.1134/S1063739719020021](https://doi.org/10.1134/S1063739719020021).
3. Brinkevich, S. D., Brinkevich, D. I., & Prosolovich, V. S. (2021). Modification of Diazoquinone-Novolac Photoresist Films by the Implantation of Antimony Ions. *Russian Microelectronics*, 50(1), 33–38. DOI: [10.1134/S1063739720060025](https://doi.org/10.1134/S1063739720060025).
4. Brinkevich, S. D., Grinyuk, E. V., Brinkevich, D. I., & Prosolovich V. S. (2020). Modification of Diazoquinone–Novolac Photoresist Films beyond the Region of Implantation of B<sup>+</sup> Ions. *High energy chemistry*, 54(5), 342–351. DOI: [10.31857/S0023119320050046](https://doi.org/10.31857/S0023119320050046).

5. Poljansek, I., Sebenik, U., Krajnc, M. (2006). Characterization of phenol–urea–formaldehyde resin by inline FTIR spectroscopy. *Journal of Applied Polymer Science*, 99(5), 2016–2028. DOI: [10.1002/app.22161](https://doi.org/10.1002/app.22161).
6. Pretsch E., Bühlmann, P., & Affolter C. (2000). *Structure Determination of Organic Compounds. Tables of Spectral Data*. Berlin – Heidelberg: Springer – Verlag.
7. Tarasevich, B. N. (2012). *ИК спектры основных классов органических соединений. Справочные материалы*. Moscow: MGU. (In Russ.).
8. Brinkevich, S. D., Grinyuk, E. V., Brinkevich, D. I., Sverdlov, R. L., Prosolovich, V. S., & Pyatlitski, A. N. (2020). Mechanism of the Adhesive Interaction of Diazoquinone–Novolac Photoresist Films with Monocrystalline Silicon. *Journal of Applied Spectroscopy*, 87(4), 647–651. DOI: [10.1007/s10812-020-01049-4](https://doi.org/10.1007/s10812-020-01049-4).
9. Odzhaev, V. B., Pyatlitski, A. N., Prosolovich, V. S., Kovalchuk, N. S., Soloviev, Ya. A., Zhygulin, D. V., ... Brinkevich, D. I. (2022). Attenuated Total Reflection Spectra of Nitrided SiO<sub>2</sub>/Si Structures. *Journal of Applied Spectroscopy*, 89(4), 665–670. DOI: [10.1007/s10812-022-01408-3](https://doi.org/10.1007/s10812-022-01408-3).
10. Brinkevich, S. D., Brinkevich, D. I., Prosolovich, V. S., & Sverdlov, R. L. (2021). Radiation-Induced Processes in Diazoquinone–Novolac Resist Films under Irradiation with <sup>60</sup>Co  $\gamma$ -Rays. *High Energy Chemistry*, 55(1), 65–74. DOI: [10.1134/S0018143921010070](https://doi.org/10.1134/S0018143921010070).
11. Brinkevich, S. D., Brinkevich, D. I., Prosolovich, V. S., Lastovskii, S. B., & Pyatlitski, A. N. (2021). Frustrated total internal reflection spectra of diazoquinone–novolac photoresist films. *Journal of Applied Spectroscopy*, 87(6), 1072–1078. DOI: [10.1007/s10812-021-01111-9](https://doi.org/10.1007/s10812-021-01111-9).
12. Garcia, I. T. S., Zawislak, F. C., & Samios, D. (2004). The effects of nuclear and electronic stopping powers on ion irradiated novolac–diazoquinone films. *Applied Surface Science*, 228(1–4), 63–76. DOI: [10.1016/j.apsusc.2003.12.027](https://doi.org/10.1016/j.apsusc.2003.12.027).
13. Brinkevich, D. I., Grinyuk, E. V., Brinkevich, S. D., Prosolovich, V. S., Kolos, V. V., Zubova, O. A., & Lastovskii, S. B. (2024). Fourier-IR spectroscopy of photoresist/silicon structures for explosive lithography. *Journal of Applied Spectroscopy*, 90(6), 1223–1228. DOI: [10.1007/s10812-024-01657-4](https://doi.org/10.1007/s10812-024-01657-4).
14. Brinkevich, D. I., Prosolovich, V. S., & Jankovskij, Ju. N. (2020). Модификация пленок diazohinonnovolachnogo fotorezista implantaciej ionov bora [Modification of diazoquinone–novolac photoresist films by boron ion implantation]. *Zhurnal Belorusskogo gosudarstvennogo universiteta. Fizika [Journal of the Belarusian State University. Physics]*, (2), 62–69. DOI: [10.33581/2520-2243-2020-2-62-69](https://doi.org/10.33581/2520-2243-2020-2-62-69).

Поступила 16.09.2024

#### INFRARED FOURIER SPECTROSCOPY OF DIFFUSE REFLECTION OF THE AZ nLOF SERIES NEGATIVE PHOTORESISTS FILMS ON MONOCRYSTALLINE SILICON

**D. BRINKEVICH, V. PROSOLOVICH**  
(Belarusian State University, Minsk);

**V. KOLOS, O. ZUBOVA**  
("INTEGRAL" Joint Stock Company, Minsk);

**S. VABISHCHEVICH**  
(Euphrosyne Polotskaya State University of Polotsk)

*Films of the AZ nLOF 2020, AZ nLOF 2070 and AZ nLOF 5510 negative photoresists (PR) with a thickness of 0,95 – 6,1  $\mu\text{m}$ , deposited on the surface of silicon wafers by the centrifugation method, were studied by the method of IR-Fourier diffuse reflection spectroscopy. In the diffuse reflectance spectra of PR/silicon structures, absorption bands were observed against the background of interference fringes. It allows the technique to be used to measure film thickness or its refractive index. The most intense bands in the AZ nLOF series PR spectra are the bands of stretching vibrations of the aromatic ring, pulsation vibrations of the carbon skeleton of the aromatic ring, a wide structured band with several maxima in the range of 1050 – 1270  $\text{cm}^{-1}$  and a band associated with the CH<sub>2</sub> bridge. The structure of the absorption spectrum of photoresists of the AZ nLOF series is similar to the structure of the spectrum of phenol-formaldehyde photoresist FP9120. It was shown that the vibration band of CH<sub>3</sub> groups at 2945  $\text{cm}^{-1}$  is due to the solvent.*

**Keywords:** negative photoresist, IR spectroscopy, diffuse reflection, solvent.



УДК 541.183

DOI 10.52928/2070-1624-2024-43-2-41-46

**ПРОЧНОСТНЫЕ СВОЙСТВА ИМПЛАНТИРОВАННЫХ ИОНАМИ СУРЬМЫ  
ПЛЕНОК ДИАЗОХИНОН-НОВОЛАЧНОГО ФОТОРЕЗИСТА ФП9120  
НА МОНОКРИСТАЛЛИЧЕСКОМ КРЕМНИИ**

*канд. физ.-мат. наук, доц. С. А. ВАБИЩЕВИЧ, Н. В. ВАБИЩЕВИЧ  
(Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой);*

*канд. физ.-мат. наук Д. И. БРИНКЕВИЧ, канд. физ.-мат. наук, доц. В. С. ПРОСОЛОВИЧ  
(Белорусский государственный университет, Минск)*

*Методом индентирования исследована модификация в процессе длительного хранения прочностных свойств имплантированных ионами  $Sb^+$  пленок диазохинон-новолачного фоторезиста ФП9120 на монокристаллическом кремнии. Зависимости микротвердости от нагрузки после имплантации были немонокотонными, что обусловлено наличием у границы раздела фоторезист/кремний упругих напряжений. При длительном хранении наблюдалась их релаксация, обусловившая исчезновение немонокотонности на зависимостях микротвердости от нагрузки. Обнаружено сшивание молекул фенолформальдегидной смолы при длительном хранении. Этот процесс был стимулирован разложением в процессе ионной имплантации диазохинона. После длительного хранения имплантированная фоторезистивная пленка становится менее подверженной упругопластическому восстановлению после снятия нагрузки.*

**Ключевые слова:** *позитивный диазохинон-новолачный фоторезист, ионная имплантация, микроиндентирование, микротвердость.*

**Введение.** Позитивные фоторезисты ФП9120 широко используются в качестве защитного светочувствительного материала в фотолитографических процессах при изготовлении полупроводниковых приборов, интегральных схем, металлизированных шаблонов, шкал, сеток, печатных плат. Они представляют собой композит из светочувствительного агента – О-нафтохинондиазида (5–15 %) – и смеси высокоочищенных фенол- и крезолоформальдегидных смол (60–80 %) [1]. В качестве растворителя используется высокоочищенный 1-метокси-2-пропилацетат. Указанные фоторезисты (ФР) в современной электронике используются в качестве масок при ионной имплантации, которая позволяет с высокой точностью управлять концентрацией легирующей примеси [2]. Отметим, что имплантация ионами  $Sb^+$  с энергией 60 кэВ применяется при формировании  $n^+$ -стоков в КМОП-технологии и  $n^+$ -скрытого слоя в БИКМОП-технологии. Кроме того, интерес к исследованию полимерных материалов, модифицированных ионным облучением, стимулируется все более широким их применением в самых различных областях: от космической техники до медицины. [3].

При ионной имплантации модификация структуры полимера наблюдается далеко за областью внедрения ионов [3–5]. Ранее в работах [5–9] были исследованы оптические и прочностные характеристики пленок позитивного фоторезиста ФП9120 при имплантации ионов сурьмы. Установлено, что в имплантированных пленках эффект радиационного упрочнения ФР наблюдается по всей толщине пленки и обусловлен процессами радиационного сшивания молекул новолачной смолы. Имплантация  $Sb^+$  приводила также к снижению показателя преломления  $n$  пленки вследствие выделения газообразных соединений водорода и окиси углерода [7; 8].

Целью настоящей работы являлось исследование методом индентирования изменения прочностных свойств имплантированных ионами  $Sb^+$  пленок диазохинон-новолачного фоторезиста ФП9120 на кремнии при длительном хранении.

**Методы исследования.** Пленки позитивного диазохинон-новолачного фоторезиста ФП9120 толщиной 1,8 мкм наносились на поверхность пластин (диаметр 100 мм) монокристаллического кремния марки КДБ-10 с ориентацией (111) методом центрифугирования [10]. После формирования пленки ФР на рабочей стороне пластины проводилась ее сушка при температуре 90 °С. Толщина пленок фоторезиста контролировалась с помощью конфокального микроскопа MicroProof по 5 фиксированным точкам, расположенным на двух взаимно перпендикулярных диаметрах на каждой пластине. Имплантация ионами  $Sb^+$  с энергией 60 кэВ в интервале доз  $1 \cdot 10^{15} - 5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-2}$  при плотности ионного тока  $j = 4 \text{ мкА/см}^2$  проводилась в остаточном вакууме  $10^{-5} \text{ мм рт. ст.}$  на ионно-лучевом ускорителе «Везувий-6».

Микроиндентирование проводилось на приборе ПМТ-3 по стандартной методике при комнатной температуре. В качестве индентора использовался алмазный наконечник в форме пирамиды с квадратным основанием и углом при вершине  $\alpha = 136^\circ$ . Нагрузка  $P$  на индентор варьировалась в пределах 1...50 г. Длительность нагружения составляла 2 с; выдержка под нагрузкой – 5 с. При измерении для каждой экспериментальной

точки на поверхность образца наносилось не менее 50 отпечатков. Определение восстановленной микротвердости  $H$  выполнялось по стандартной методике [11]. Обработка результатов измерений проводилась с использованием методов математической статистики, что обеспечивало погрешность измерений восстановленной микротвердости  $H$  менее 2,5 % с доверительной вероятностью 0,95.

**Экспериментальные результаты и их обсуждение.** Отпечатки индентора в имплантированных ионами  $Sb^+$  пленках фоторезиста ФП9120 сразу после имплантации и после хранения в течение 10 лет представлены на рисунках 1 и 2. Отпечатки имели бочковидную форму (см. рисунок 1, а), которая не изменялась после длительного хранения. Это указывает на наличие растягивающих напряжений в полимерной пленке. Возникновение деформаций растяжения, вероятнее всего, обусловлено тем, что в процессе сушки фоторезистивная пленка вследствие испарения растворителя уменьшается в объеме и на границе раздела фоторезист/кремний возникают напряжения, растягивающие пленку. При нагрузках свыше 20 г в центре отпечатка наблюдаются светлые квадраты – отпечатки в кремниевой подложке, поскольку при этих нагрузках глубина внедрения индентора превышает толщину пленки фоторезиста.

Имплантированные пленки ФР ведут себя как хрупкие материалы [12]. Имплантация пленок фоторезиста приводила к появлению трещин в пределах отпечатков. При минимальном флюенсе  $1 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-2}$  радиальные трещины в пределах отпечатка наблюдаются только при нагрузках свыше 20 г (см. рисунок 1). С увеличением флюенса ионов трещинообразование внутри отпечатка усиливается и наблюдается при меньших нагрузках. При дозах свыше  $1 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-2}$  трещинообразование настолько сильно, что приводит к искажению формы отпечатка (см. рисунок 2). Однако при нагрузках менее 10 г даже при максимальной дозе  $5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-2}$  трещины наблюдаются только под ребрами у вершины пирамиды, где развиваются максимальные напряжения. Отметим, что трещинообразование происходит только в слое полимера. В кремнии (светлые квадраты в центре отпечатка на рисунке 1) трещин не наблюдается. Трещинообразование в пределах отпечатка обусловлено разрушением под давлением индентора карбонизированного нанокompозитного слоя, формирующегося в процессе имплантации в области пробега ионов из-за интенсивного выделения газообразных соединений (преимущественно водорода и кислорода).

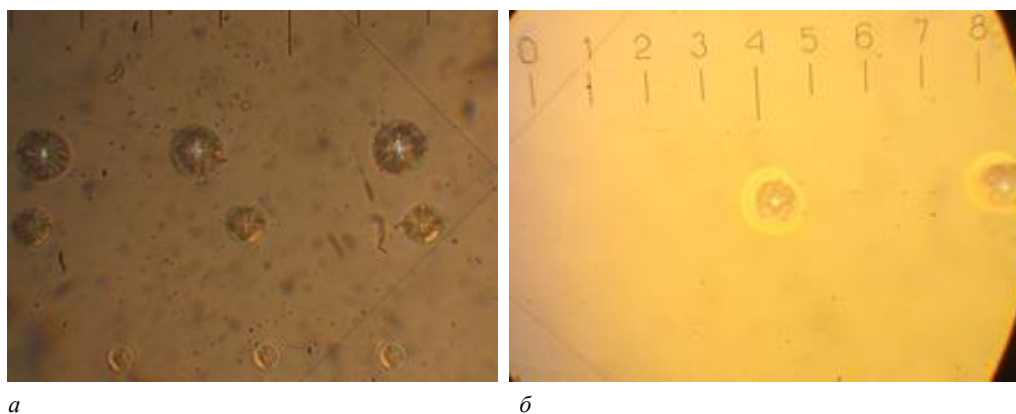


Рисунок 1. – Характерные отпечатки на поверхности пленок ФП9120 сразу после имплантации (а) и после хранения в течение 10 лет (б). Нагрузка – 50, 20, 10 г. Доза имплантации –  $1 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-2}$  (цена деления шкалы окуляра микроскопа 30 мкм)

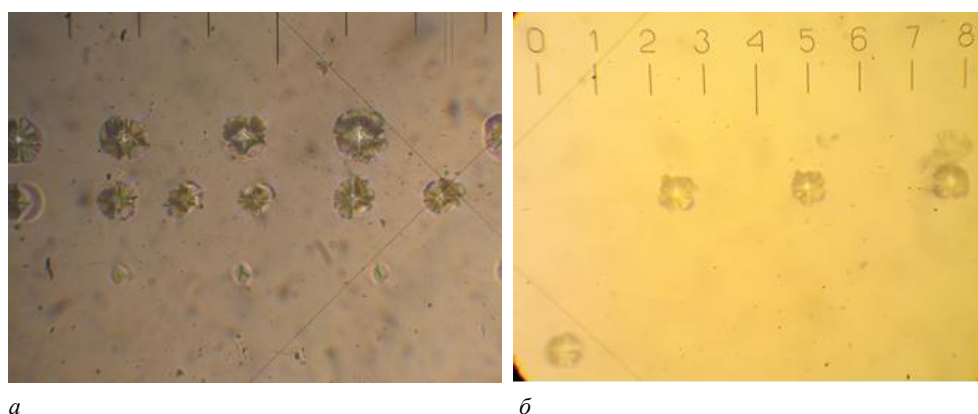


Рисунок 2. – Характерные отпечатки на поверхности пленок ФП9120 сразу после имплантации (а) и после хранения в течение 10 лет (б). Нагрузка – 50, 20, 10 г. Доза имплантации –  $5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-2}$

После длительного хранения (10 лет) вид отпечатков существенным образом не изменился (см. рисунки 1, б и 2, б). Наблюдались развитые трещины в пределах отпечатка, что характерно для всех доз. Плотность трещин отчасти снижается при уменьшении нагрузки ниже 10 г. При этих нагрузках более четко видны контуры отпечатка на поверхности полимера. Наблюдавшиеся отличия в измерениях непосредственно после имплантации и спустя 10 лет были в деталях: несколько меньше размер области трещин, процент отпечатков с трещинами.

Отметим, что в образцах, имплантированных дозой  $1 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-2}$ , после длительного хранения (10 лет) вокруг отпечатков появились ореолы (см. рисунок 1, б) – светлые полосы, обусловленные интерференцией в клине, который образуется в области навалов. Это может свидетельствовать о релаксации остаточных напряжений, возникающих вокруг отпечатка при индентировании (см. рисунок 1). В образцах, имплантированных флюенсами  $5 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-2}$  и выше, таких ореолов не наблюдалось. Это указывает на то, что карбонизированный нанокомпозитный слой, формирующийся при имплантации в области пробега ионов вследствие газовой выделения, препятствует релаксации остаточных напряжений вокруг отпечатков. Этот слой очень компактный, плотный и механически устойчивый. Он стоек к щелочным травителям и препятствует выносу  $\text{CO}_2$  в условиях глубокого вакуума при ионной имплантации [5; 8].

Длительное хранение резко изменяло характер зависимости микротвердости структур фоторезист/кремний от нагрузки (рисунок 3). Непосредственно после имплантации указанные зависимости имели явно выраженный немонотонный характер с минимумом при нагрузке 20 г, усиливающийся при увеличении дозы имплантации (см. рисунок 3, а). Отметим, что при этой нагрузке индентор пересекает границу раздела фоторезист/кремний. Это обстоятельство указывает на то, что немонотонный характер зависимости  $H(P)$  после имплантации  $\text{Sb}^+$  связан с процессами, протекающими у границы раздела фоторезист/кремний, и может быть обусловлен следующими причинами:

1. Снижением при ионной имплантации  $\text{Sb}^+$  адгезии фоторезиста к кремнию.
2. Возникновением в процессе имплантации у границы раздела фоторезист/кремний напряжений, препятствующих растяжению пленки. В этом случае при пересечении индентором границы раздела эти напряжения снимаются, размеры отпечатка увеличиваются, что приводит к снижению значений восстановленной микротвердости.

Поскольку существенных отслоений в процессе индентирования фоторезистивной пленки от подложки, характерных для плохой адгезии [13; 14], не наблюдалось, первая из указанных причин кажется маловероятной. Данный вывод подтверждается проведенным ранее [15] исследованием, в котором показано, что при имплантации ионов  $\text{V}^+$  и  $\text{P}^+$  на границе раздела фоторезист/кремний происходит образование сложноэфирных сшивок между гидроксильными группами на поверхности оксидного слоя кремниевой пластины и карбоксильной группой 1-Н-инден-3-карбоновой кислоты, привитой к полимеру. Этот процесс приводит к усилению адгезии пленки фоторезиста ФП9120 (увеличению удельной энергии отслаивания  $G$  пленки от подложки). Кроме того, в работе [16] при облучении электронами наблюдалось усиление адгезии к кремнию пленок диазохинон-новолачных фоторезистов разных производителей (ФП9120, SPR-700 и S1813 G2 SP15).

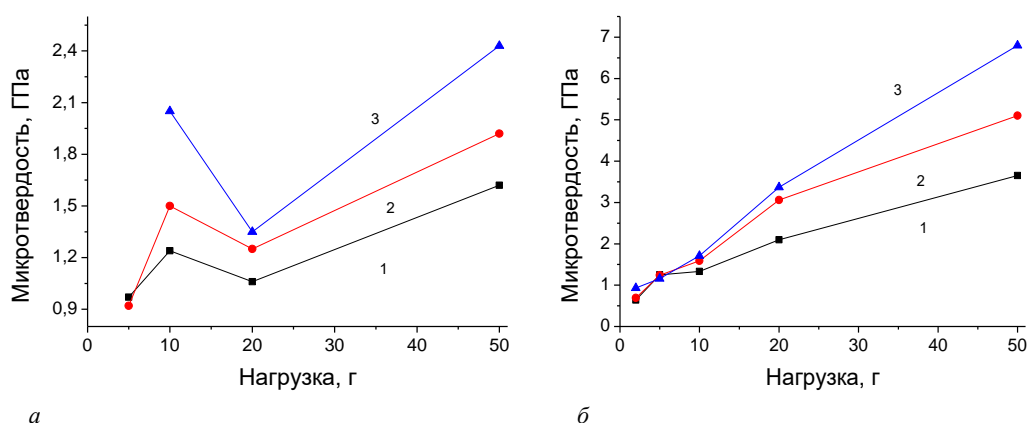


Рисунок 3. – Зависимость от нагрузки микротвердости имплантированных  $\text{Sb}^+$  пленок фоторезиста ФП9120 сразу после имплантации (а) и после хранения в течении 10 лет (б). Доза,  $\text{см}^{-2}$ : 1 –  $1 \cdot 10^{15}$ ; 2 –  $1 \cdot 10^{16}$ ; 3 –  $5 \cdot 10^{16}$

После хранения в течении 10 лет немонотонный характер зависимости микротвердости от нагрузки  $H(P)$  исчезал (см. рисунок 3, б) и указанные зависимости приобрели вид стандартных зависимостей  $H(P)$  для полимерных пленок на кремнии с хорошей адгезией [10; 14]. Вероятнее всего, это обусловлено усилением адгезии фоторезиста к кремнию, связанным с образованием новых ковалентных связей  $\text{Si-C}$  и  $\text{Si-O-C}$

между ФР и Si, что отмечалось ранее в работе [16]. Это в свою очередь приводит к релаксации упругих напряжений у границы раздела.

Отметим также, что микротвердость имплантированных структур фоторезист/кремний после длительного хранения возросла на всех нагрузках и дозах имплантации (рисунок 4). Особенно это выражено при нагрузках  $\geq 20$  г, когда индентор пересекает границу раздела фоторезист/кремний. Как отмечалось выше, это может быть связано с релаксацией упругих напряжений у границы раздела фоторезист/кремний, приводящих к увеличению размеров отпечатка при пересечении индентором границы раздела. Возрастание микротвердости при нагрузках  $\leq 10$  г обусловлено сшиванием молекул фенолформальдегидной смолы при длительном хранении. Этот процесс стимулируется разложением в процессе ионной имплантации О-нафтохинондиазида [5; 8], который, взаимодействуя с молекулами фенолформальдегидной смолы, препятствует их сшиванию. Увеличение значений микротвердости, обусловленное сшиванием макромолекул новолака в объеме полимера, отмечалось ранее в работах [14; 16] при длительном хранении и облучении электронами пленок позитивных диазохинон-новолачных фоторезистов ФП9120, SPR 700 и S1813 G2 SP15. Возможность сшивания новолачной смолы по  $-CH_2-$ -фрагментам отмечалась также авторами [17; 18].

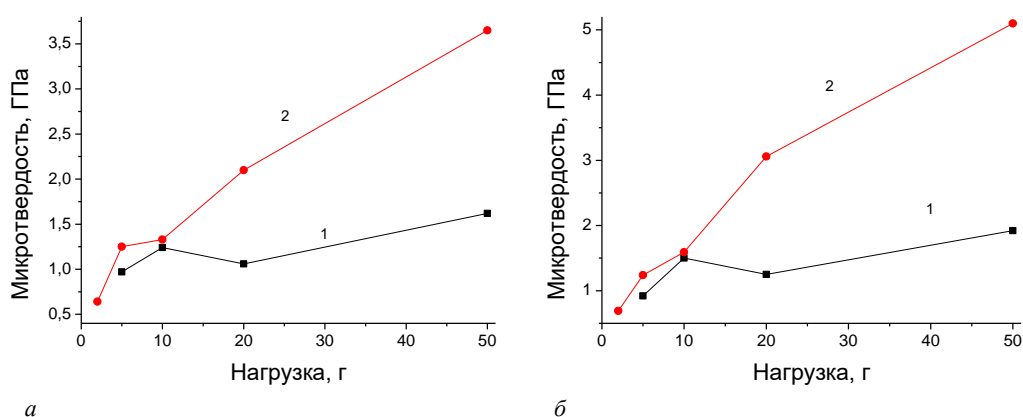


Рисунок 4. – Зависимость от нагрузки микротвердости имплантированных  $Sb^+$  дозами  $1 \cdot 10^{15}$  (а) и  $1 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-2}$  (б) пленок фоторезиста ФП9120 сразу после имплантации (1) и после хранения в течении 10 лет (2)

После длительного хранения стало возможным измерение микротвердости при нагрузке 2 г во всех исследованных образцах. При измерениях непосредственно после имплантации отпечатков на нагрузке 2 г не наблюдалось при всех дозах имплантации, что было обусловлено упругим восстановлением отпечатков при снятии нагрузки [9]. Это указывает на то, что при хранении имплантированных пленок фоторезиста ФП9120 протекает процесс сшивки молекул фенолформальдегидной смолы и фоторезистивная пленка становится менее подверженной упругопластическому восстановлению после снятия нагрузки. Такое упругопластическое восстановление отпечатков наиболее выражено при малых нагрузках [9; 12].

**Заключение.** Экспериментально установлен немонотонный характер зависимости микротвердости от нагрузки после имплантации ионами  $Sb^+$  пленок диазохинон-новолачного фоторезиста ФП9120 на монокристаллическом кремнии, что обусловлено наличием у границы раздела фоторезист/кремний упругих напряжений. При длительном хранении наблюдалась их релаксация, приводящая к исчезновению немонотонности зависимости  $H(P)$ . В имплантированных пленках наблюдалось сшивание молекул фенолформальдегидной смолы при длительном хранении. Этот процесс связан с разложением в процессе ионной имплантации светочувствительного компонента фоторезиста – О-нафтохинондиазида. В процессе хранения имплантированная фоторезистивная пленка становится менее подверженной упругопластическому восстановлению.

Работа выполнена в рамках задания 2.16 Государственной программы научных исследований «Материаловедение, новые материалы и технологии», подпрограмма «Наноструктурные материалы, нанотехнологии, нанотехника («Наноструктура»).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Моро, У. Микролитография. Принципы, методы, материалы: в 2-х ч.: пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – Ч. 2. – 632 с.
2. Бринкевич Д. И., Бринкевич С. Д., Просолович В. С. Ионная имплантация диазохинонноволачного фоторезиста // Химия высоких энергий. – 2022. – Т. 56, № 4. – С. 284–292. – DOI: [10.31857/S0023119322040052](https://doi.org/10.31857/S0023119322040052).
3. Kondyurin A., Bilek M. Ion beam treatment of polymers: application aspects from medicine to space. – Elsevier, 2015. – 256 p.

4. Бринкевич Д. И., Просолович В. С., Янковский Ю. Н. Модификация пленок диазохинон-новолачного фоторезиста имплантацией ионов бора // Журнал Белорусского государственного университета. Физика. – 2020. – № 2. – С. 62–69. – DOI: [10.33581/2520-2243-2020-2-62-69](https://doi.org/10.33581/2520-2243-2020-2-62-69).
5. Ионная имплантация позитивных фоторезистов / Д. И. Бринкевич, С. Д. Бринкевич, Н. В. Вабищевич и др. // Микроэлектроника. – 2014. – Т. 43, № 3. – С. 193–199. – DOI: [10.7868/S0544126914010037](https://doi.org/10.7868/S0544126914010037).
6. Structure and electron-transport properties of photoresist implanted by Sb<sup>+</sup> ions / N. Vabishchevich, D. Brinkevich, V. Volobuev et al. // Proc. of the VIII Intern. Conf. Ion Implantation and Other Applications of Ions and Electrons: Acta Physica Polonica A. – Vol. 120, iss. 1. – Warsaw: Institute of Physics PAS, 2011. – P. 46–48.
7. Радиационно-стимулированная трансформация спектров отражения пленок диазохинон-новолачного фоторезиста при имплантации ионов сурьмы / А. А. Харченко, Д. И. Бринкевич, В. С. Просолович и др. // Поверхность. Рентген., синхротр. и нейтрон. исслед. – 2020. – № 6. – С. 14–18. – DOI: [10.31857/S1028096020060084](https://doi.org/10.31857/S1028096020060084).
8. Бринкевич С. Д., Бринкевич Д. И., Просолович В. С. Модификация пленок диазохинон-новолачного фоторезиста имплантацией ионов сурьмы // Микроэлектроника. – 2021. – Т. 50, № 1. – С. 36–42. – DOI: [10.31857/S0544126920060022](https://doi.org/10.31857/S0544126920060022).
9. Микроиндентирование структур фотополимер – кремний / Н. В. Вабищевич, С. А. Вабищевич, Д. И. Бринкевич и др. // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. С, Фундам. науки. – 2011. – № 4. – С. 77–83.
10. Прочностные свойства фоторезистов для взрывной литографии / С. А. Вабищевич, Н. В. Вабищевич, Д. И. Бринкевич и др. // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. С, Фундам. науки. – 2022. – № 4. – С. 49–55. – DOI: [10.52928/2070-1624-2022-38-4-49-55](https://doi.org/10.52928/2070-1624-2022-38-4-49-55).
11. Бринкевич Д. И., Вабищевич Н. В., Вабищевич С. А. Физико-механические свойства эпитаксиальных слоев фосфида галлия // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. С, Фундам. науки. – 2010. – № 9. – С. 92–97.
12. Бринкевич Д. И., Вабищевич Н. В., Вабищевич С. А. Микропрочностные свойства монокристаллического кремния, выращенного при наложении на расплав сложных электромагнитных полей // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. С, Фундам. науки. – 2012. – № 4. – С. 77–82.
13. Облученные электронами пленки полиимида PI2610 на монокристаллическом кремнии / С. А. Вабищевич, Н. В. Вабищевич, Д. И. Бринкевич и др. // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. С, Фундам. науки. – 2024. – № 1(42). – С. 41–46. – DOI: [10.52928/2070-1624-2024-42-1-41-46](https://doi.org/10.52928/2070-1624-2024-42-1-41-46).
14. Индентирование облученных электронами пленок диазохинон-новолачных фоторезистов на кремнии / С. А. Вабищевич, Н. В. Вабищевич, Д. И. Бринкевич и др. // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. С, Фундам. науки. – 2023. – № 1(40). – С. 29–37. – DOI: [10.52928/2070-1624-2023-40-1-29-37](https://doi.org/10.52928/2070-1624-2023-40-1-29-37).
15. Адгезия к монокристаллическому кремнию пленок диазохинон-новолачного фоторезиста, имплантированных ионами бора и фосфора / С. А. Вабищевич, С. Д. Бринкевич, Д. И. Бринкевич и др. // Химия высоких энергий. – 2020. – Т. 54, № 1. – С. 54–59. – DOI: [10.31857/S002311932001012X](https://doi.org/10.31857/S002311932001012X).
16. Adhesion of Electron-Irradiated Diazoquinone–Novolac Photoresist Films to Single-Crystal Silicon / S. A. Vabishchevich, N. V. Vabishchevich, S. D. Brinkevich et al. // High Energy Chemistry. – 2024. – Vol. 58, iss. 1. – P. 112–119. – DOI: [10.1134/S001814392401017X](https://doi.org/10.1134/S001814392401017X).
17. Debmalya R., Basu P. K., Raghunathan P. et al. DNQ-novolac photoresist revisited: 1H and 13C NMR evidence for a novel photoreaction mechanism // Magnetic resonance in chemistry. – 2003. – Vol. 41, iss. 2. – P. 84–90. – DOI: [10.1002/mrc.1134](https://doi.org/10.1002/mrc.1134).
18. Инфракрасная Фурье-спектроскопия структур фоторезист/кремний, используемых для обратной литографии / Д. И. Бринкевич, Е. В. Гринюк, С. Д. Бринкевич и др. // Журнал прикладной спектроскопии. – 2023. – Т. 90, № 6. – С. 863–869.

## REFERENCES

1. Moreau, W. M. (1988). *Semiconductor Lithography: Principles, Practices, and Materials*. N.Y.; London: Plenum Press.
2. Brinkevich, D. I., Brinkevich, S. D., & Prosolovich, V. S. (2022). Ion Implantation in Diazoquinone–Novolac Photoresist. *High Energy Chemistry*, 56(4), 270–276. DOI: [10.1134/s0018143922040051](https://doi.org/10.1134/s0018143922040051).
3. Kondyurin, A., Bilek, M. (2015). *Ion beam treatment of polymers: application aspects from medicine to space*. Elsevier.
4. Brinkevich, D. I., Prosolovich, V. S., & Jankovskij, Ju. N. (2020). Modifikacija plenok diazohinon-novolachnogo fotorezista implantacijej ionov bora [Modification of diazoquinone-novolac photoresist films by boron ion implantation]. *Zhurnal Belorusskogo gosudarstvennogo universiteta. Fizika [Journal of the Belarusian State University. Physics]*, (2), 62–69. DOI: [10.33581/2520-2243-2020-2-62-69](https://doi.org/10.33581/2520-2243-2020-2-62-69).
5. Brinkevich D. I., Brinkevich S. D., Vabishchevich N. V., Odzhaev V. B., & Prosolovich V. S. (2014). Ion implantation of positive photoresists. *Russian Microelectronics*, 43(3), 194–200. DOI: [10.1134/S106373971401003X](https://doi.org/10.1134/S106373971401003X).
6. Vabishchevich, N., Brinkevich, D., Volobuev, V., Lukashevich, M., Prosolovich, V., Sidorenko, Yu., ... Partyka, J. (2011). Structure and electron-transport properties of photoresist implanted by Sb<sup>+</sup> ions. In J. Žuk & M. Turek (Eds.), *Proc. of the VIII Intern. Conf. Ion Implantation and Other Applications of Ions and Electrons: Acta Physica Polonica A, vol. 120, iss. 1* (46–48). Warsaw: Institute of Physics PAS.
7. Kharchenko, A. A., Brinkevich, D. I., Prosolovich, V. S., Brinkevich, S. D., Odzaev, V. B., & Yankovski, Yu. N. (2020). Radiation-Stimulated Transformation of the Reflectance Spectra of Diazoquinone–Novolac Photoresist Films Implanted with Antimony Ions. *Journal of Surface Investigation: X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques*, 14(3), 558–561. DOI: [10.1134/S1027451020030283](https://doi.org/10.1134/S1027451020030283).
8. Brinkevich, S. D., Brinkevich, D. I., & Prosolovich, V. S. (2021). Modification of Diazoquinone–Novolac Photoresist Films by the Implantation of Antimony Ions. *Russian Microelectronics*, 50(1), 33–38. DOI: [10.1134/S1063739720060025](https://doi.org/10.1134/S1063739720060025).
9. Vabishchevich, N. V., Vabishchevich, S. A., Brinkevich, D. I., Volobuev, V. S., Lukashevich, M. G., Odzhaev, V. B., & Prosolovich, V. S. (2011). Mikroindentirovanie struktur fotopolimer – kremnii [Microindentation of Photopolymer–Silicon Structures]. *Vestnik Polotskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya C, Fundamental'nye nauki [Herald of Polotsk State University. Series C. Fundamental sciences]*, (4), 77–83. (In Russ., abstr. in Engl.).

10. Vabishchevich, S. A., Vabishchevich, N. V., Brinkevich, D. I., Prosolovich, V. S., Kolos, V. V., & Zubova, O. A. (2022). Prochnostnye svoystva fotorezistov dlya vzryvnoi litografii [Strength Properties of Photoresists for Explosive Lithography]. *Vestnik Polotskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya C, Fundamental'nye nauki [Herald of Polotsk State University. Series C. Fundamental sciences]*, (4), 49–55. DOI: 10.52928/2070-1624-2022-38-4-49-55. (In Russ., abstr. in Engl.).
11. Brinkevich, D. I., Vabishchevich, N. V., & Vabishchevich, S. A. (2010). Fiziko-mekhanicheskie svoystva epitaksial'nykh sloev fosfida galliya [Physicomechanical Properties of Epitaxial Layers Gallium Phosphide]. *Vestnik Polotskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya C, Fundamental'nye nauki [Herald of Polotsk State University. Series C. Fundamental sciences]*, (9), 92–97. (In Russ., abstr. in Engl.).
12. Brinkevich D. I., Vabishchevich N. V., & Vabishchevich S. A. (2012). Mikroprochnostnye svoystva monokristallicheskogo kremniya, vyrashchennogo pri nalozhenii na rasplav slozhnykh elektromagnitnykh polei [Microstrength Properties of Silicon Single Crystal Received from the Melt Under the Influence of Combined Magnetic Fields]. *Vestnik Polotskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya C, Fundamental'nye nauki [Herald of Polotsk State University. Series C. Fundamental sciences]*, (4), 77–82. (In Russ., abstr. in Engl.).
13. Vabishchevich, S. A., Vabishchevich, N. V., Brinkevich, D. I., Prosolovich, V. S., Shuljakovskaja, M. B., Kolos, V. V., & Zubova, O. A. (2024). Obluchennye elektronami plenki poliimida PI2610 na monokristallicheskom kremnii [Electron Irradiated PI2610 Polyimide Films on Monocrystalline Silicon]. *Vestnik Polotskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya C, Fundamental'nye nauki [Herald of Polotsk State University. Series C. Fundamental sciences]*, 1(42), 41–46. DOI: [10.52928/2070-1624-2024-42-1-41-46](https://doi.org/10.52928/2070-1624-2024-42-1-41-46).
14. Vabishchevich, S. A., Vabishchevich, N. V., Brinkevich, D. I., & Prosolovich, V. S. (2023). Indentirovanie obluchennykh elektronami plenek diazokhinon-novolachnykh fotorezistov na kremnii [Indentation of Electron-Irradiated Films of Diazoquinone Novolac Photoresists On Silicone]. *Vestnik Polotskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya C, Fundamental'nye nauki [Herald of Polotsk State University. Series C. Fundamental sciences]*, 1(40), 29–37. DOI: [10.52928/2070-1624-2023-40-1-29-37](https://doi.org/10.52928/2070-1624-2023-40-1-29-37).
15. Vabishchevich, S. A., Brinkevich, S. D., Brinkevich, D. I., & Prosolovich, V. S. (2020). Adhesion of diazoquinone-novolac photoresist films with implanted boron and phosphorus ions to single-crystal silicon. *High energy chemistry*, 54(1), 46–50. DOI: [10.1134/S0018143920010129](https://doi.org/10.1134/S0018143920010129).
16. Vabishchevich, S. A., Vabishchevich, N. V., Brinkevich, S. D., Brinkevich, D. I., Prosolovich, V. S., & Lastovskii, S. B. (2024). Adhesion of Electron-Irradiated Diazoquinone–Novolac Photoresist Films to Single-Crystal Silicon. *High Energy Chemistry*, 58(1), 112–119. DOI: [10.1134/S001814392401017X](https://doi.org/10.1134/S001814392401017X).
17. Debmalya, R., Basu, P. K., Raghunathan, P., & Eswaran, S. V. (2003). DNQ-novolac photoresist revisited: <sup>1</sup>H and <sup>13</sup>C NMR evidence for a novel photoreaction mechanism. *Magnetic resonance in chemistry*, 41(2), 84–90. DOI: [10.1002/mrc.1134](https://doi.org/10.1002/mrc.1134).
18. Brinkevich, D. I., Grinyuk, E. V., Brinkevich, S. D., Prosolovich, V. S., Kolos, V. V., Zubova, O. A., & Lastovskii, S. B. (2024). Fourier-IR spectroscopy of photoresist/silicon structures for explosive lithography. *Journal of Applied Spectroscopy*, 90(6), 1223–1228. DOI: [10.1007/s10812-024-01657-4](https://doi.org/10.1007/s10812-024-01657-4).

Поступила 16.09.2024

## STRENGTH PROPERTIES OF DIAZOQUINONE PHOTORESIST FP9120 FILMS ON MONOCRYSTALLINE SILICON IMPLANTED WITH ANTIMONY IONS

**S. VABISHCHEVICH, N. VABISHCHEVICH**  
(*Euphrosyne Polotskaya State University of Polotsk*);

**D. BRINKEVICH, V. PROSOLOVICH**  
(*Belarusian State University, Minsk*)

*The modification of the strength properties of films implanted with Sb<sup>+</sup> ions of diazoquinone-novolac photoresist FP9120 on monocrystalline silicon during long-term storage was investigated by the indentation method. The dependence of microhardness on the load after implantation was nonmonotonic, due to the presence of elastic stresses at the photoresist/silicon interface. During long-term storage, their relaxation was observed, which leads to the disappearance of the non-monotonicity of the microhardness dependences on the load. The crosslinking of phenol-formaldehyde resin molecules during long-term storage was also noted. This process was stimulated by the decomposition of diazoquinone during ion implantation. During storage, the implanted photoresistive film becomes less susceptible to elastoplastic recovery after the load is removed.*

**Keywords:** positive diazoquinone-novolac photoresist, ion implantation, microindentation, microhardness.

УДК 621.371: 550.837.6

DOI 10.52928/2070-1624-2024-43-2-47-54

## МЕТОДЫ КОМПЛЕКСНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ДЛЯ ПОИСКА УГЛЕВОДОРОДОВ

канд. техн. наук, доц. В. Ф. ЯНУШКЕВИЧ

(Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой)

Проведено исследование режимов зондирования на основе комплексного использования модулированных и радиоимпульсных сигналов для определения свойств анизотропной среды над углеводородами. Для режима частотной модуляции установлены закономерности изменения составляющих тензора диэлектрической проницаемости среды для правой поляризации электромагнитных волн при вариации параметров модуляции. Исследованы модуль и фаза компонент поверхностного импеданса  $\check{Z}_{11}$  и  $\check{Z}_{21}$ . Выявленные проявления скачкообразного изменения вещественных составляющих компоненты тензора диэлектрической проницаемости  $\epsilon_3$  представляют практическую значимость для поисковой геофизики. Проведен расчет резонансных частот, мнимой составляющей для правой поляризации электромагнитных волн тензора диэлектрической проницаемости среды для модулированных, двухчастотных и радиоимпульсных сигналов. Результаты моделирования могут быть использованы в электроразведке для разработки методов и аппаратуры поиска и обнаружения углеводородов.

**Ключевые слова:** углеводородная залежь, модулированный сигнал, резонансная частота.

**Введение.** Актуальность выделения углеводородных залежей (УВЗ) на исследуемом геологическом профиле определяется развитием технологий и методик геологических работ: например, на основе метода трехмерного математического моделирования влияния трехмерной неоднородности на электромагнитное поле при морском зондировании. Источником электромагнитного поля является движущийся электрический кабель, буксируемый судном по поверхности моря. Измерения проводятся на морском дне с помощью всплывающих датчиков. Выявляется компонента поля, наиболее чувствительная к неоднородности. Задача решается методом интегральных уравнений [1]. Предлагаются алгоритмы трехмерной покадровой инверсии электрического поля для CSAMT, направленные на преодоление сложностей геофизического мониторинга [2]. Используются электродинамические отклики анизотропной среды над углеводородами на воздействие различных зондирующих сигналов, а также методы каротажа скважин и метод с контролируемым источником (CSEM) для картирования мелководного участка морского дна [3–5].

В Китае были достигнуты значительные успехи в применении электромагнитных методов в нефтяной промышленности, включая технологии сбора, обработки и интерпретации данных [6]. Численные методы одномерного прямого моделирования и инверсии морских электромагнитных данных CSEM используются для изучения разрешения, свойственного различным конфигурациям сбора данных для тонких резистивных слоев, имитирующих морские углеводородные резервуары [7]. Целью исследования [8] было собрать набор высококачественных данных по известным месторождениям углеводородов для их картирования на основе дальнейшего развития CSEM. Режимы частотно-модулированных (ЧМ) сигналов повышают информативность исследований при вариации характеристик зондирующих сигналов [9]. Используются многоуровневые итерационные подходы с применением трехмерных уравнений Максвелла и моделирования электромагнитных полей [10]. Аномальные эффекты для электромагнитных волн (ЭМВ) в режиме двухчастотных сигналов служат для усовершенствования электромагнитных методов выделения углеводородов [11]. Развиваются комплексные подходы для совершенствования разработки трудноизвлекаемых запасов на основе исследования сдвиговых дислокаций залежей<sup>1</sup>. Для поиска углеводородов применяются различные модели анизотропной среды над УВЗ [12]. В настоящее время широко применяются методы космического зондирования нефтеносных структур [13]. Выявленные в [14] эффекты взаимодействия ЭМВ и залежей дополняют имеющиеся данные о характеристиках среды и представляют практический интерес для поисковой геофизики.

<sup>1</sup> Афонин, Д. Г. Совершенствование разработки трудноизвлекаемых запасов на основе комплексного анализа о сдвиговых дислокациях юрских залежей: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 25.00.17 / Д. Г. Афонин. – Тюмень, 2009. – 25 с.

**Методика исследований.** Отклик среды при облучении радиосигналом с частотной модуляцией с амплитудой  $E_2$ , частотой несущего колебания  $\omega_2$ , модулирующей частотой  $\omega_1$ , индексом модуляции  $\beta$  характеризуется тензором [3]

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\epsilon}_1 = \epsilon_r (1 + \beta \cdot k_\omega \cos \omega_1 t) + \sum_{i=1}^2 \left\{ \frac{\omega_{\Pi i}^2 \tilde{\omega}_3}{\omega_2} \frac{\omega_{\Gamma i}^2 - \tilde{\omega}_3^2 - v_i^2}{(v_i^2 + \omega_{\Gamma i}^2 - \tilde{\omega}_3^2)^2 + 4\tilde{\omega}_3^2 v_i^2} - j \left[ \frac{\sigma_r}{\omega_2 \epsilon_0} + \frac{\omega_{\Pi i}^2 v_i}{\omega_2} \frac{\tilde{\omega}_3^2 + v_i^2 + \omega_{\Gamma i}^2}{(v_i^2 + \omega_{\Gamma i}^2 - \tilde{\omega}_3^2)^2 + 4\tilde{\omega}_3^2 v_i^2} \right] \right\}; \\ \dot{\epsilon}_2 = \sum_{i=1}^2 \left\{ \frac{\omega_{\Pi i}^2 \omega_{\Gamma i}}{\omega_2} \frac{\omega_{\Gamma i}^2 - \tilde{\omega}_3^2 + v_i^2}{(v_i^2 + \omega_{\Gamma i}^2 - \tilde{\omega}_3^2)^2 + 4\tilde{\omega}_3^2 v_i^2} - \frac{2j\tilde{\omega}_3 v_i \omega_{\Pi i}^2 \omega_{\Gamma i}}{[(v_i^2 + \omega_{\Gamma i}^2 - \tilde{\omega}_3^2)^2 + 4\tilde{\omega}_3^2 v_i^2] \omega_2} \right\}; \\ \dot{\epsilon}_3 = \epsilon_r (1 + \beta \cdot k_\omega \cos \omega_1 t) + \sum_{i=1}^2 \left\{ \frac{\omega_{\Pi i}^2 \tilde{\omega}_3}{\omega_2} \frac{1}{v_i^2 + \tilde{\omega}_3^2} - j \left[ \frac{\sigma_r}{\omega_2 \epsilon_0} + \frac{\omega_{\Pi i}^2 v_i}{\omega_2} \frac{1}{\tilde{\omega}_3^2 + v_i^2} \right] \right\}. \end{array} \right. \quad (1)$$

где  $\omega_{\Pi i}$  – частота плазменных колебаний;  
 $\omega_{\Gamma i}$  – гиротропная частота;  
 $v_i$  – частота столкновения частиц;  
 $\epsilon_r$  – относительная диэлектрическая проницаемость профиля;  
 $\sigma_r$  – проводимость профиля;  
 $k_\omega$  – коэффициент отношения частот;  
 $\epsilon_0$  – диэлектрическая постоянная.

При воздействии ЧМ-сигнала важную роль играет частотная составляющая

$$\tilde{\omega}_3 = \omega_2 [1 + \beta \cdot k_\omega \cos \omega_1 t]. \quad (2)$$

Исследования основаны на определении компонент тензоров

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_R &= \dot{\epsilon}_1 + \dot{\epsilon}_2 = \text{Re} \dot{\epsilon}_R + j \text{Im} \dot{\epsilon}_R, \\ \dot{\epsilon}_L &= \dot{\epsilon}_1 - \dot{\epsilon}_2 = \text{Re} \dot{\epsilon}_L + j \text{Im} \dot{\epsilon}_L \end{aligned} \quad (3)$$

и поверхностного импеданса

$$\begin{aligned} \dot{Z}_{11} = \dot{Z}_{22} &= -\frac{1}{2j\sqrt{\dot{\epsilon}_R \dot{\epsilon}_L}} (\sqrt{\dot{\epsilon}_R} - \sqrt{\dot{\epsilon}_L}), \\ \dot{Z}_{12} = \dot{Z}_{21} &= \frac{1}{2\sqrt{\dot{\epsilon}_R \dot{\epsilon}_L}} (\sqrt{\dot{\epsilon}_R} + \sqrt{\dot{\epsilon}_L}). \end{aligned} \quad (4)$$

Проводилось моделирование характеристик поверхностного импеданса при следующих данных:

– диэлектрическая проницаемость профиля  $\epsilon_r = 1 - 30$ , электрическая проводимость пород  $\sigma_r = 1 \cdot 10^{-5} - 1$  См/м;

– концентрации частиц среды  $N_e = (10^{15} - 10^{16}) \text{ м}^{-3}$ ,  $N_n = (10^{17} - 10^{18}) \text{ м}^{-3}$ ;

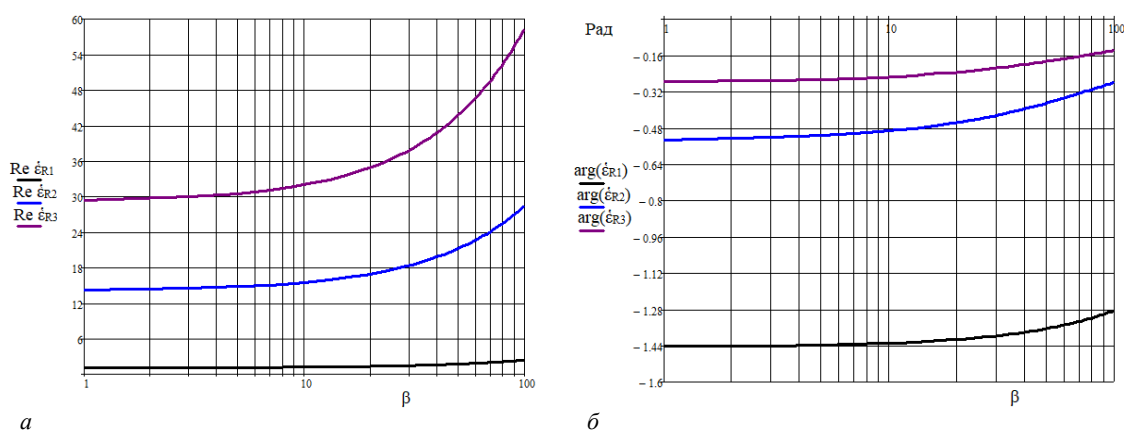
– частота столкновительных процессов  $\nu = 2 \cdot \pi \cdot 10^9$  рад/с.

Осуществлялось моделирование фазы тензоров среды для ЭМВ правой и левой поляризации, расчет резонансных частот, составляющих поверхностного импеданса  $\dot{Z}_{11}$  и  $\dot{Z}_{21}$ , мнимой составляющей для суммарной компоненты тензора сигналов в режиме частотной, амплитудной, амплитудно-частотной модуляций, а также для двухчастотных и радиоимпульсных сигналов.

**Результаты исследований.** Для  $k_\omega = 0,01$ ,  $N_e = 10^{16} \text{ м}^{-3}$ ,  $N_n = 10^{18} \text{ м}^{-3}$ ,  $f_2 = 10^8$  Гц (рисунок 1) вещественная составляющая ЭМВ с правой поляризацией увеличивается при индексах модуляции  $\beta = (10 - 100)$ .

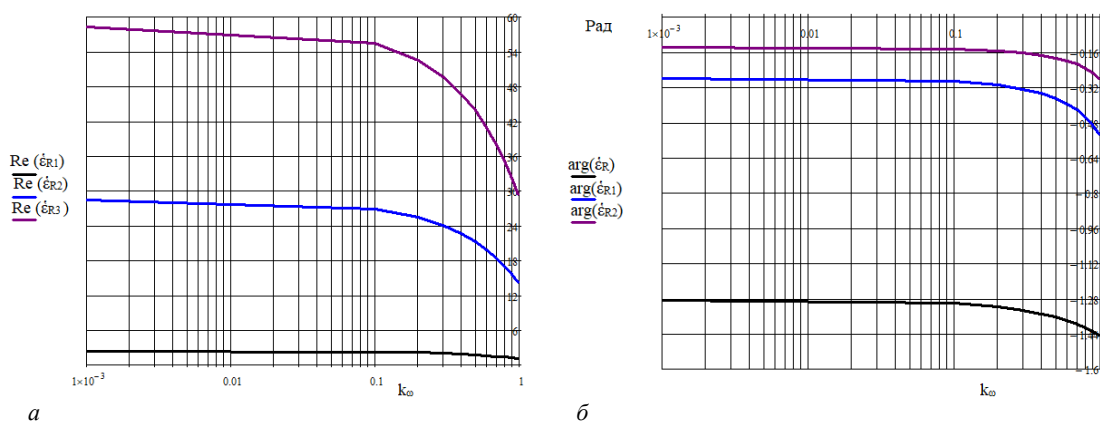


Увеличение диэлектрической проницаемости среды над УВЗ приводит к увеличению данной компоненты тензора. Аналогичный характер поведения фазовой составляющей ЭМВ с правой поляризацией проявляется при индексах модуляции  $\beta = (10 - 100)$  и росте диэлектрической проницаемости вмещающих пород над УВЗ. В данном случае крутизна характеристик уменьшается. Для зависимостей компоненты тензора ЭМВ с правой поляризацией от коэффициента отношения частот для  $N_e = 10^{16} \text{ м}^{-3}$ ,  $N_n = 10^{18} \text{ м}^{-3}$ ,  $f_2 = 10^8 \text{ Гц}$  (рисунок 2) наблюдается уменьшение вещественной составляющей, особенно при коэффициентах отношения частот  $k_\omega = (0,1 - 1)$ . Увеличение диэлектрической проницаемости наполнителя среды ведет к увеличению рассматриваемой компоненты тензора. Фаза компоненты тензора ЭМВ с правой поляризацией уменьшается при коэффициентах отношения частот  $k_\omega = (0,1 - 1)$  с меньшей крутизной характеристик.



***a* – вещественная составляющая; *b* – фазовая составляющая;**  
 **$\text{Re}(\dot{\epsilon}_{R1}(\beta)), \text{arg}(\dot{\epsilon}_{R1}(\beta))$  для  $\epsilon_r = 2$ ;  $\text{Re}(\dot{\epsilon}_{R2}(\beta)), \text{arg}(\dot{\epsilon}_{R2}(\beta))$  для  $\epsilon_r = 15$ ;**  
 **$\text{Re}(\dot{\epsilon}_{R3}(\beta)), \text{arg}(\dot{\epsilon}_{R3}(\beta))$  для  $\epsilon_r = 30$**

**Рисунок 1. – Зависимости суммарной компоненты тензора от индекса модуляции**  
**для  $k_\omega = 0,01$ ,  $N_e = 10^{16} \text{ м}^{-3}$ ,  $N_n = 10^{18} \text{ м}^{-3}$ ,  $f_2 = 10^8 \text{ Гц}$**

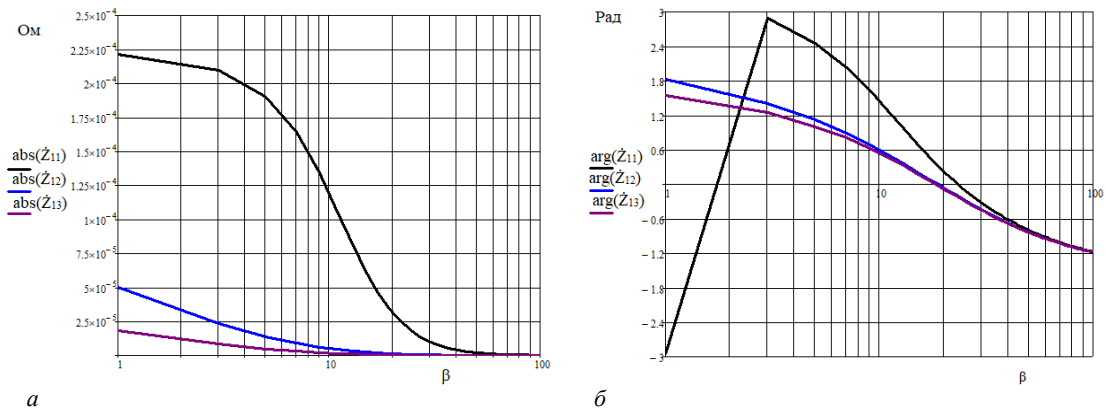


***a* – вещественная составляющая; *b* – фазовая составляющая;**  
 **$\text{Re}(\dot{\epsilon}_{R1}(k_\omega)), \text{arg}(\dot{\epsilon}_{R1}(k_\omega))$  для  $\epsilon_r = 2$ ;  $\text{Re}(\dot{\epsilon}_{R2}(k_\omega)), \text{arg}(\dot{\epsilon}_{R2}(k_\omega))$  для  $\epsilon_r = 15$ ;**  
 **$\text{Re}(\dot{\epsilon}_{R3}(k_\omega)), \text{arg}(\dot{\epsilon}_{R3}(k_\omega))$  для  $\epsilon_r = 30$**

**Рисунок 2. – Зависимости суммарной компоненты тензора от коэффициента отношения частот**  
**для  $N_e = 10^{16} \text{ м}^{-3}$ ,  $N_n = 10^{18} \text{ м}^{-3}$ ,  $f_2 = 10^8 \text{ Гц}$**

Проведено моделирование выражений (4) для вещественной и фазовой составляющих поверхностного импеданса  $\dot{Z}_{11}$  геологического профиля над УВЗ в зависимости от вариации индекса модуляции для  $N_e = 10^{16} \text{ м}^{-3}$ ,  $N_n = 10^{18} \text{ м}^{-3}$ ,  $f_2 = 10^8 \text{ Гц}$ ,  $k_\omega = 0,5$  (рисунок 3). С ростом  $\beta$  модуль поверхностного

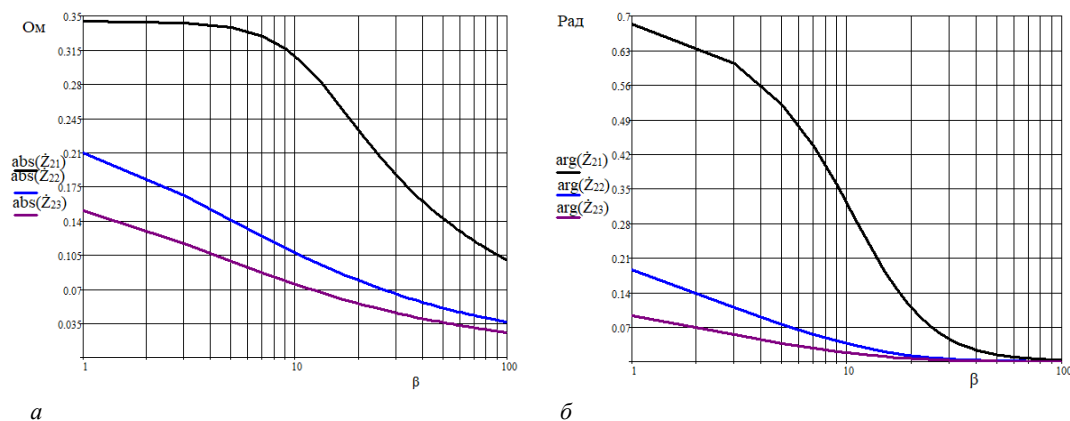
импеданса  $\dot{Z}_{11}$  уменьшается. Особенно контрастно происходит уменьшение модуля для низких значений диэлектрической проницаемости наполнителя среды над УВЗ. Фаза данной составляющей поверхностного импеданса уменьшается при росте индексов модуляции, за исключением  $\varepsilon_r = 2$ , когда наблюдается увеличение фазы с переходом через нуль на отрезке  $\beta = (1 - 2)$ . В дальнейшем фазовые характеристики переходят через нуль на отрезке  $\beta = (17 - 25)$ .



***a* – вещественная составляющая; *б* – фазовая составляющая;**  
 **$\text{abs}(\dot{Z}_{11}(\beta)), \text{arg}(\dot{Z}_{11}(\beta))$  для  $\varepsilon_r = 2$ ;  $\text{abs}(\dot{Z}_{12}(\beta)), \text{arg}(\dot{Z}_{12}(\beta))$  для  $\varepsilon_r = 15$ ;**  
 **$\text{abs}(\dot{Z}_{13}(\beta)), \text{arg}(\dot{Z}_{13}(\beta))$  для  $\varepsilon_r = 30$**

**Рисунок 3. – Зависимости  $\dot{Z}_{11}$  от индекса модуляции**  
**для  $N_e = 10^{16} \text{ м}^{-3}$ ,  $N_n = 10^{18} \text{ м}^{-3}$ ,  $f_2 = 10^8 \text{ Гц}$ ,  $k_\omega = 0,01$**

Аналогичные компоненты поверхностного импеданса  $\dot{Z}_{21}$  показаны на рисунке 4. Увеличение  $\beta$  приводит к уменьшению модуля поверхностного импеданса  $\dot{Z}_{21}$ . Для низких значений диэлектрической проницаемости наполнителя среды над УВЗ происходит более контрастное изменение модуля. Фаза данной составляющей поверхностного импеданса уменьшается при росте индексов модуляции до нуля при  $\varepsilon_r = (15 - 30)$  и  $\beta = (30 - 40)$ , при  $\varepsilon_r = 2$  и  $\beta \approx 80$ .

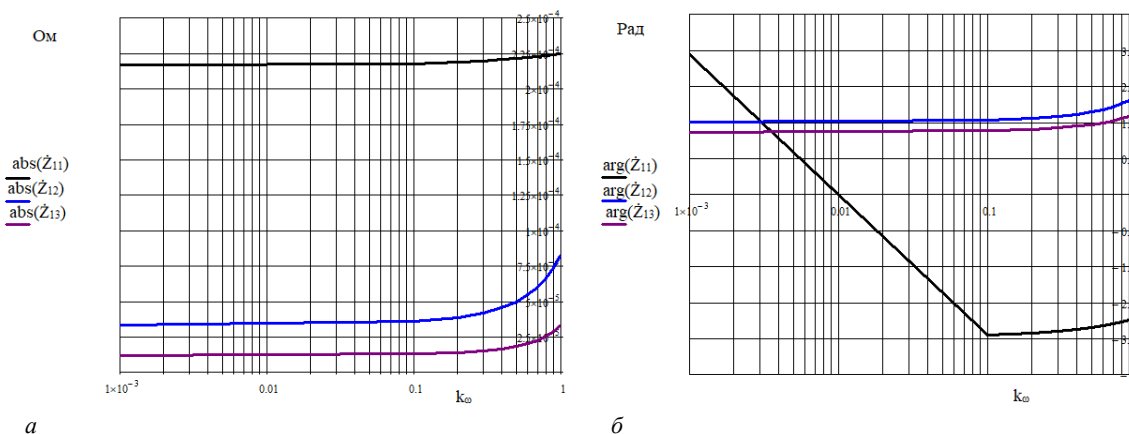


***a* – вещественная составляющая; *б* – фазовая составляющая;**  
 **$\text{abs}(\dot{Z}_{21}(\beta)), \text{arg}(\dot{Z}_{21}(\beta))$  для  $\varepsilon_r = 2$ ;  $\text{abs}(\dot{Z}_{22}(\beta)), \text{arg}(\dot{Z}_{22}(\beta))$  для  $\varepsilon_r = 15$ ;**  
 **$\text{abs}(\dot{Z}_{23}(\beta)), \text{arg}(\dot{Z}_{23}(\beta))$  для  $\varepsilon_r = 30$**

**Рисунок 4. – Зависимости  $\dot{Z}_{21}$  от индекса модуляции**  
**для  $N_e = 10^{16} \text{ м}^{-3}$ ,  $N_n = 10^{18} \text{ м}^{-3}$ ,  $f_2 = 10^8 \text{ Гц}$ ,  $k_\omega = 0,5$**

Проведено моделирование выражений (4) для вещественной и фазовой составляющих поверхностного импеданса  $\dot{Z}_{11}$  геологического профиля над УВЗ в зависимости от коэффициента отношения частот

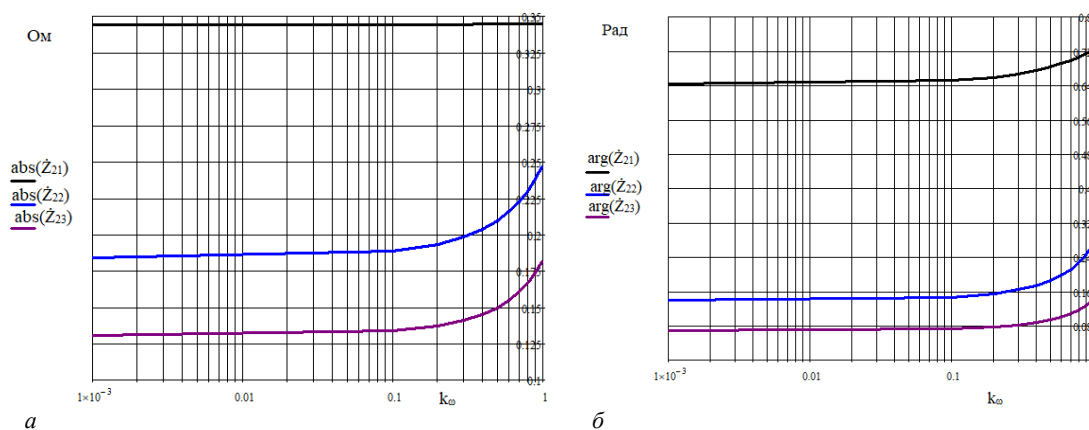
для  $N_e = 10^{16} \text{ м}^{-3}$ ,  $N_n = 10^{18} \text{ м}^{-3}$ ,  $f_2 = 10^8 \text{ Гц}$  (рисунок 5). С ростом  $k_\omega$  модуль поверхностного импеданса  $\dot{Z}_{11}$  увеличивается. При увеличении диэлектрической проницаемости наполнителя среды над УВЗ модуль поверхностного импеданса уменьшается. Поведение фазы поверхностного импеданса  $\dot{Z}_{11}$  среды происходит по аналогичному закону с меньшей крутизной характеристик. Следует отметить, что при  $\epsilon_r = 2$  фаза уменьшается на отрезке  $k_\omega = (10^{-3} - 0,1)$  с переходом через нуль при  $k_\omega = 0,1$  и дальше происходит ее незначительный рост.



**$a$  – вещественная составляющая;  $b$  – фазовая составляющая;**  
 **$\text{abs}(\dot{Z}_{11}(k_\omega))$ ,  $\text{arg}(\dot{Z}_{11}(k_\omega))$  для  $\epsilon_r = 2$ ;  $\text{abs}(\dot{Z}_{12}(k_\omega))$ ,  $\text{arg}(\dot{Z}_{12}(k_\omega))$  для  $\epsilon_r = 15$ ;**  
 **$\text{abs}(\dot{Z}_{13}(k_\omega))$ ,  $\text{arg}(\dot{Z}_{13}(k_\omega))$  для  $\epsilon_r = 30$**

**Рисунок 5. – Зависимости  $\dot{Z}_{11}$  от коэффициента отношения частот**  
**для  $N_e = 10^{16} \text{ м}^{-3}$ ,  $N_n = 10^{18} \text{ м}^{-3}$ ,  $f_2 = 10^8 \text{ Гц}$**

Проведено моделирование выражений (4) для вещественной и фазовой составляющих поверхностного импеданса  $\dot{Z}_{21}$  геологического профиля над УВЗ в зависимости от коэффициента отношения частот (рисунок 6). Коэффициенты  $k_\omega = (0,1 - 1)$  приводят к росту модуля поверхностного импеданса  $\dot{Z}_{21}$  и его фазы с меньшей крутизной характеристик. С ростом диэлектрической проницаемости модуль и фаза поверхностного импеданса уменьшаются.

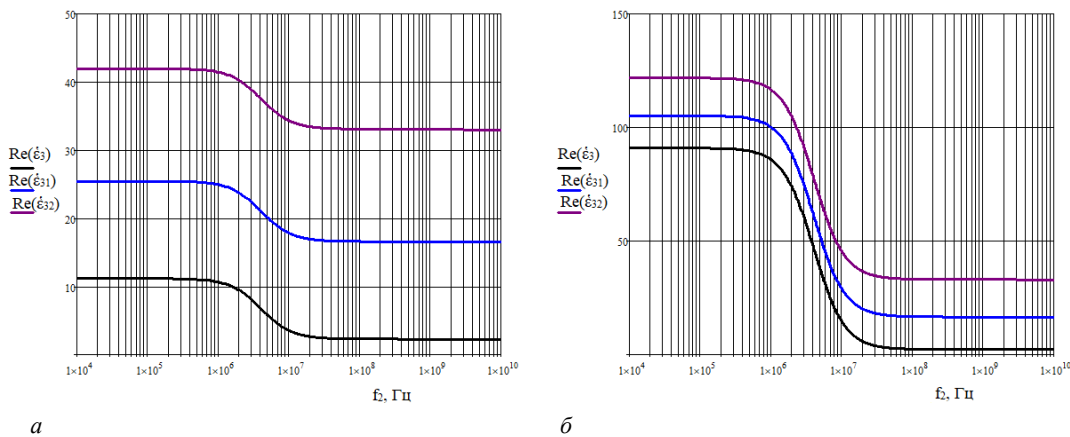


**$a$  – вещественная составляющая;  $b$  – фазовая составляющая;**  
 **$\text{abs}(\dot{Z}_{21}(k_\omega))$ ,  $\text{arg}(\dot{Z}_{21}(k_\omega))$  – для  $\epsilon_r = 2$ ;  $\text{abs}(\dot{Z}_{22}(k_\omega))$ ,  $\text{arg}(\dot{Z}_{22}(k_\omega))$  – для  $\epsilon_r = 15$ ;**  
 **$\text{abs}(\dot{Z}_{23}(k_\omega))$ ,  $\text{arg}(\dot{Z}_{23}(k_\omega))$  – для  $\epsilon_r = 30$**

**Рисунок 6. – Зависимости  $\dot{Z}_{21}$  от коэффициента отношения частот**  
**для  $N_e = 10^{16} \text{ м}^{-3}$ ,  $N_n = 10^{18} \text{ м}^{-3}$ ,  $f_2 = 10^8 \text{ Гц}$**

Зависимости вещественной составляющей  $\text{Re}(\dot{\epsilon}_3)$  от несущей частоты  $f_2$  для  $\beta = 1$ ,  $k_\omega = 0,1$  приведены на рисунке 7 для  $N_1 = 10^{15} \text{ м}^{-3}$ ,  $N_2 = 10^{17} \text{ м}^{-3}$ ,  $N_1 = 10^{15} \text{ м}^{-3}$ ,  $N_2 = 10^{18} \text{ м}^{-3}$ . Наблюдается скачкообразное уменьшение вещественной составляющей  $\dot{\epsilon}_3$  при частотах  $f_2 = (1 \cdot 10^6 - 10 \cdot 10^7) \text{ Гц}$ . С ростом диэлектрической проницаемости вещественная составляющая  $\dot{\epsilon}_3$  увеличивается. Для  $N_1 = 10^{15} \text{ м}^{-3}$ ,  $N_2 = 10^{18} \text{ м}^{-3}$  характеристики скачкообразно уменьшаются для  $f_2 = (10^6 - 50 \cdot 10^7) \text{ Гц}$ .

Определен диапазон изменения мнимой составляющей суммарной компоненты тензора диэлектрической проницаемости среды в режиме АМ-сигналов при  $\epsilon_r = 2$  для коэффициента АМ  $k_m = 0,5$ , модулирующей частоты  $F = 10^4 \text{ Гц}$  и несущей частоты  $f = 10^5 \text{ Гц}$ .



**а** —  $N_1 = 10^{15} \text{ м}^3$ ,  $N_2 = 10^{17} \text{ м}^3$ ; **б** —  $N_1 = 10^{15} \text{ м}^3$ ,  $N_2 = 10^{18} \text{ м}^3$ ;  
 $\text{Re}\dot{\epsilon}_3(f_2)$  — для  $\epsilon_r = 2$ ;  $\text{Re}\dot{\epsilon}_{31}(f_2)$  — для  $\epsilon_r = 15$ ;  $\text{Re}\dot{\epsilon}_{32}(f_2)$  — для  $\epsilon_r = 30$

**Рисунок 7.** — Зависимости вещественной составляющей  $\text{Re}(\dot{\epsilon}_3)$  от несущей частоты  $f_2$ ,  $\beta = 1,0$ ,  $k_\omega = 0,1$

Установлено, что частоты электронного циклотронного и электронного плазменного резонансов при диэлектрической проницаемости среды  $\epsilon_r = (10 - 30)$ , электрической проводимости  $\sigma_r = 10^{-3} \text{ См/м}$ , частоте столкновения частиц  $\nu = 2 \cdot \pi \cdot 10^9 \text{ рад/с}$ , концентрациях частиц  $N_e = 10^{16} \text{ м}^{-3}$  и  $N_n = 10^{18} \text{ м}^{-3}$  для режима НЧ-взаимодействия при коэффициентах соотношения частот и амплитуд  $k_\omega = 10^{-6} - 10^{-1}$ ,  $k_E = 10^{-1}$  соответствуют  $(90 - 200) \text{ кГц}$  и  $(29 - 115) \text{ МГц}$ ; для режима ВЧ-взаимодействия при  $k_\omega = (10^{-6} - 10^{-1})$ ,  $k_E = 10^1 - (15 - 40) \text{ кГц} - (5 - 35) \text{ МГц}$ ; при  $\epsilon_r = (2 - 30)$  в режиме АМ-сигналов для коэффициента АМ  $k_m = 0,5$ , модулирующей частоты  $F = 10^4 \text{ Гц} - (15 - 25) \text{ кГц} - (5 - 40) \text{ МГц}$ ; в режиме ЧМ-сигналов для  $k_\omega = 0,1$ , индекса модуляции  $\beta = 1 - (12 - 20) \text{ кГц} - (5 - 35) \text{ МГц}$ , в режиме АЧМ-сигналов для  $\beta = 5$ , модулирующей круговой частоты  $\Omega = 10^5 \text{ рад/с}$ ,  $k_m = 0,1 - (20 - 42) \text{ кГц} - (6 - 36) \text{ МГц}$ , в режиме радиоимпульсных сигналов для  $\epsilon_r = (5 - 25)$ , длительности импульса  $\tau = 10^{-4} \text{ с}$ , периода  $T = 2\tau$ , количества гармоник  $n = 5 - (65 - 90) \text{ кГц} - (800 \text{ кГц} - 2 \text{ МГц})$ .

Определены фазовые составляющие тензоров диэлектрической проницаемости для электромагнитных волн с правой и левой поляризациями на частотах  $(1 \text{ МГц} - 5 \text{ ГГц})$  в режиме АМ-сигналов для коэффициента АМ  $k_m = 0,5$  и модулирующей частоты  $F = 10^4 \text{ Гц}$ .

**Заключение.** В результате проведенного анализа:

– Установлены увеличение составляющей поверхностного импеданса  $\dot{Z}_{21}$  на участке  $(1 \text{ МГц} - 1 \text{ ГГц})$  и максимумы модулей поверхностного импеданса  $\dot{Z}_{11}$  при значениях диэлектрической проницаемости среды  $\epsilon_r = 1 - 30$ , электрической проводимости  $\sigma_r = 10^{-3} \text{ См/м}$ , частоте столкновения частиц  $\nu = 2 \cdot \pi \cdot 10^9 \text{ рад/с}$  при концентрациях частиц  $N_e = 10^{16} \text{ м}^{-3}$  и  $N_n = 10^{16} \text{ м}^{-3}$  на частотах  $(100 - 400) \text{ МГц}$  для режимов НЧ-

и ВЧ-взаимодействия, на частотах (20 – 400) МГц в режиме АМ-сигналов, на частотах (10 – 400) МГц в режимах ЧМ-, АЧМ- и радиоимпульсных сигналов. Данные закономерности поверхностного импеданса могут быть рекомендованы для комплексного использования модулированных и радиоимпульсных сигналов при определении свойств анизотропной среды над углеводородами. Определение импедансных характеристик в указанном частотном диапазоне, а также анализ контрастов поверхностного импеданса между анизотропными неоднородностями и однородными поверхностями будут способствовать повышению точности определения границ углеводородов.

– Установлены при значениях диэлектрической проницаемости среды  $\epsilon_r = (10 - 30)$ , электрической проводимости  $\sigma_r = 10^{-3}$  См/м, частоты столкновения частиц  $\nu = 2 \cdot \pi \cdot 10^9$  рад/с, концентраций частиц  $N_e = N_n = 10^{16}$  м<sup>-3</sup> для коэффициентов соотношения частот и амплитуд  $k_\omega = 10^{-6}$ ,  $k_E = 10^{-1}$  максимумы модулей поверхностного импеданса  $\dot{Z}_{11}$  на частотах (100 – 400) МГц и  $\dot{Z}_{21}$  на частотах (100 – 500) МГц для режима НЧ, на частотах (10 – 400) МГц и (1 МГц – 1 ГГц) при  $k_\omega = (10^{-6} - 10^{-1})$ ,  $k_E = 10^1$  для режима ВЧ-взаимодействия, для  $\epsilon_r = (2 - 30)$  в режиме АМ-сигналов для коэффициента АМ  $k_m = 0,5$ , частоты модуляции  $F = 10^4$  Гц, для индекса модуляции  $\beta = 1$ ,  $k_\omega = 10^{-3}$  в режиме ЧМ-сигналов, на частотах 1 ГГц и (1 – 200) МГц с уменьшением модуля  $\dot{Z}_{21}$  на частоте 1 ГГц для  $\epsilon_r = (10 - 30)$ , коэффициента АМ  $k_m = 0,5$ ,  $\beta = 5$ , модулирующей круговой частоты  $\Omega = 10^5$  рад/с в режиме АЧМ-сигналов, на частотах 100 кГц – 100 МГц и (4 – 30) МГц для длительности импульса  $\tau = 10^{-4}$  с, периода  $T = (2 - 5)\tau$ , количества гармоник  $n = 5$ ,  $\epsilon_r = (5 - 30)$  для режима радиоимпульсных сигналов. Резонансный характер поведения модулей поверхностного импеданса позволит решать задачи поисковой геофизики, особенно в части идентификации (различения) слабоконтрастных сред. Разработка методов на основе определения импедансных характеристик направлена на снижение временных затрат при аттестации исследуемых геологических профилей и повышение производительности геологоразведочных работ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Dmitriev V. I., Barashkov I. S. Mathematical modeling of marine electromagnetic sounding of a three-dimensional non-homogeneous medium // Computational Mathematics and Modelling. – 2012. – Vol. 23, iss. 3. – P. 168–174. – DOI: [10.1007/s10598-012-9134-1](https://doi.org/10.1007/s10598-012-9134-1).
2. Research on 3D Time-Lapse Electric Field Inversion Algorithm for Controlled Source Audio-Frequency Magnetotelluric Method / Q. Sun, H. Tan, W. Wan et al. // Applied Sciences. – 2024. – Vol. 14, iss. 14. – 1560. – DOI: [10.3390/app14041560](https://doi.org/10.3390/app14041560).
3. Янушкевич В. Ф. Электромагнитные методы поиска и идентификации углеводородных залежей. – Новополоцк, ПГУ, 2017. – 232 с.
4. Ellis D. V., Singer J. M. Well logging to earth scientists. – 2<sup>nd</sup> ed. – The Netherlands: Springer Science + Business Media B. V. – 2008. – 699 p.
5. Evans R. L. Using CSEM techniques to map the shallow section of seafloor: From the coastline to the edges of the continental slope // Geophysics. – 2007. – Vol. 72, iss. 2. – P. WA105–WA116. – DOI: [10.1190/1.2434798](https://doi.org/10.1190/1.2434798).
6. He Z., Hu W., Dong W. Petroleum electromagnetic prospecting advances and case studies in China // Surveys in Geophysics. – 2010. – Vol. 31. – P. 207–224. – DOI: [10.1007/s10712-009-9093-z](https://doi.org/10.1007/s10712-009-9093-z).
7. Key K. 1D inversion of multicomponent, multifrequency marine CSEM data: Methodology and synthetic studies for resolving thin resistive layers // Geophysics. – 2009. – Vol. 74, iss. 2. – P. F9–F20. – DOI: [10.1190/1.3058434](https://doi.org/10.1190/1.3058434).
8. Marine CSEM of the Scarborough gas field. Part 1: Experimental design and data uncertainty / D. Myer, S. Constable, K. Key et al. // Geophysics. – 2012. – Vol. 77, iss. 4. – P. E281–E299. – DOI: [10.1190/geo2011-0380.1](https://doi.org/10.1190/geo2011-0380.1).
9. Взаимодействие ЧМ-сигналов с анизотропной средой / Д. В. Гололобов [и др.] // Проблемы проектирования и производства радиоэлектронных средств: материалы II Междунар. науч.-техн. конф., 15–17 мая 2002 г. – Новополоцк, 2002. – С. 300–303.
10. Nechaev, O., Shurina E. P., Botchev M. A. Multilevel iterative solvers for the edge finite element solution of the 3D Maxwell equation // Computers & Mathematics with Applications. – 2008. – Vol. 55, iss. 10. – P. 2346–2362. – DOI: [10.1016/j.camwa.2007.11.003](https://doi.org/10.1016/j.camwa.2007.11.003).
11. Interaction of two-frequency electromagnetic waves with anisotropic media over hydrocarbon accumulation / V. F. Yanushkevich, D. A. Dauhiala, A. L. Adamovich et al. // Journal of Physics: Conf. Ser. – 2022. – Vol. 2373, iss. 5. – 052016. – DOI: [10.1088/1742-6596/2373/5/052016](https://doi.org/10.1088/1742-6596/2373/5/052016).
12. Бабкин Ю. А. Электрохимические процессы в земной коре на примере залежей нефти и газа // Литасфера. – Минск: ИГН НАНБ, 1996. – № 9. – С. 121–124.
13. Губин В. Н. Космическое зондирование нефтеносных структур в Припятской нефтегазоносной области // Земля Беларуси. – 2013. – № 1. – С. 40–44.
14. Characteristics of anisotropic media over hydrocarbons in the mode of frequency-modulated signals / V. F. Yanushkevich, D. A. Dauhiala, T. V. Maladzechkina et al. // Journal of Physics: Conf. Ser. – 2022. – Vol. 2373, iss. 5. – 052026. – DOI: [10.1088/1742-6596/2373/5/052026](https://doi.org/10.1088/1742-6596/2373/5/052026).

## REFERENCES

1. Dmitriev V. I., & Barashkov I. S. (2012). Mathematical modeling of marine electromagnetic sounding of a three-dimensional nonhomo-geneous medium. *Computational Mathematics and Modelling*, 23(3), 168–174. DOI: [10.1007/s10598-012-9134-1](https://doi.org/10.1007/s10598-012-9134-1).
2. Sun, Q., Tan, H., Wan, W., & Hu, Q. (2024). Research on 3D Time-Lapse Electric Field Inversion Algorithm for Controlled Source Audio-Frequency Magnetotelluric Method. *Applied Sciences*, 14(4), 1560. DOI: [10.3390/app14041560](https://doi.org/10.3390/app14041560).
3. Yanushkevich, V. F. (2017). *Elektromagnitnye metody poiska i identifikatsii uglevodorodnykh zalezhei [Electromagnetic methods for searching and identifying hydrocarbon deposits]*. Novopolotsk: PGU. (In Russ.).
4. Ellis, D. V., & Singer, J. M. (2008). *Well logging to earth scientists*. The Netherlands: Springer Science+Business Media B. V.
5. Evans, R. L. (2007). Using CSEM techniques to map the shallow section of seafloor: from the coastline to the edges of the continental slope. *Geophysics*, 72(2), WA105–WA116. DOI: [10.1190/1.2434798](https://doi.org/10.1190/1.2434798).
6. He Z., Hu W., Dong W. (2010). Petroleum electromagnetic prospecting advances and case studies in China. *Surveys in Geophysics*, 31, 207–224. DOI: [10.1007/s10712-009-9093-z](https://doi.org/10.1007/s10712-009-9093-z).
7. Key, K. (2009). 1D inversion of multicomponent, multifrequency marine CSEM data: Methodology and synthetic studies for resolving thin resistive layers. *Geophysics*, 74(2), F9–F20. DOI: [10.1190/1.3058434](https://doi.org/10.1190/1.3058434).
8. Myer, D., Constable, S., Key, K., Glinsky, M. E., & Liu, G. (2012). Marine CSEM of the Scarborough gas field. Part 1: Experimental design and data uncertainty. *Geophysics*, 77(4), E281 – E299. DOI: [10.1190/geo2011-0380.1](https://doi.org/10.1190/geo2011-0380.1).
9. Gololobov, D. V. et al. (2002). Vzaimodejstvie ChM-signalov s anizotropnoj sredoj. In *Problemy proektirovanija i proizvodstva radioelektronnyh sredstv* (300–303). Novopolock: PGU. (In Russ.).
10. Nechaev, O., Shurina, E. P., & Botchev, M. A. (2008). Multilevel iterative solvers for the edge finite element solution of the 3D Maxwell equation. *Computers & Mathematics with Applications*, 55(10), 2346–2362. [10.1016/j.camwa.2007.11.003](https://doi.org/10.1016/j.camwa.2007.11.003).
11. Yanushkevich, V. F., Dauhiala, D. A., Adamovich, A. L., Abramenska, S. N., & Kalintsau, S. V. (2022). Interaction of two-frequency electromagnetic waves with anisotropic media over hydrocarbon accumulation. *Journal of Physics: Conf. Ser.*, 2373(5), 052016. DOI: [10.1088/1742-6596/2373/5/052016](https://doi.org/10.1088/1742-6596/2373/5/052016).
12. Babkin, Ju. A. (1996). Jelektrohimicheskie processy v zemnoj kore na primere zalezhej nefiti i gaza. *Litasfera*, (9), 121–124. Minsk: IGN NANB. (In Russ.).
13. Gubin V. N. (2013). Kosmicheskoe zondirovanie neftenosnyh struktur v Pripjatskoj neftegazonosnoj oblasti. [Remote Sensing Oil Structures of Pripyat's Oil and Gas Field]. *Zemlya Belarusi*, (1), 40–44. (In Russ., abstr. in Engl.).
14. Yanushkevich, V. F., Dauhiala, D. A., Maladzechkina, T. V., Kalintsau, S. V., & Bogush, V. A. (2022). Characteristics of anisotropic media over hydrocarbons in the mode of frequency-modulated signals. *Journal of Physics: Conf. Ser.*, 2373(5), 052026. DOI: [10.1088/1742-6596/2373/5/052026](https://doi.org/10.1088/1742-6596/2373/5/052026).

Послупила 03.09.2024

## METHODS OF COMPLEX USE OF ELECTROMAGNETIC WAVES FOR SEARCHING FOR HYDROCARBONS

V. YANUSHKEVICH

(Euphrosyne Polotskaya State University of Polotsk)

*The study of sounding modes based on the complex use of modulated and radio pulse signals for determining the properties of anisotropic medium above hydrocarbons was carried out. For the frequency modulation mode, regularities in the change in the components of the permittivity tensor of the medium for the right-hand polarization of electromagnetic waves were established with varying modulation parameters. The modulus and phase of the surface impedance components  $\tilde{Z}_{11}$  and  $\tilde{Z}_{21}$  were investigated. The revealed manifestations of an abrupt change in the real components of the permittivity tensor component  $\tilde{\epsilon}_3$  are of practical importance for exploration geophysics. The resonant frequencies and imaginary component for the right-hand polarization of electromagnetic waves of the permittivity tensor of the medium for modulated, dual-frequency and radio pulse signals were calculated. The modeling results can be used in electrical exploration for developing methods and equipment for searching and detecting hydrocarbons.*

**Keywords:** hydrocarbon deposit, modulated signal, resonant frequency.

УДК 621.371: 550.837.6

DOI 10.52928/2070-1624-2024-43-2-55-61

## ПРИМЕНЕНИЕ АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНО-МОДУЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ ДЛЯ ПОИСКА УГЛЕВОДОРОДОВ

канд. техн. наук, доц. В. Ф. ЯНУШКЕВИЧ

(Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой)

Проведено исследование фазовых характеристик поверхностного импеданса среды над углеводородными залежами в режиме их взаимодействия с амплитудно-частотно-модулированными сигналами. Исследованы характеристики геологического профиля над месторождениями нефти и газа в зависимости от несущей частоты, модулирующей частоты и индекса модуляции. Приведено обоснование применения зондирования амплитудно-частотно-модулированными сигналами для практической реализации с целью повышения информативности и точности определения границ углеводородов. Разработан способ георазведки для определения границ углеводородов с применением амплитудно-частотно-модулированных сигналов на основе измерения фазовых характеристик поверхностного импеданса среды над залежами. Полученные результаты могут быть использованы для поисковой геофизики с целью обнаружения месторождений нефти и газа.

**Ключевые слова:** углеводородная залежь, тензор диэлектрической проницаемости, амплитудно-модулированный сигнал.

**Введение.** Современная георазведка основана на усовершенствовании существующих электромагнитных методов (ЭММ) поиска углеводородных залежей (УВЗ) по дифференциации исследуемых сред по электромагнитным свойствам, например: по сравнению 3D-инверсии электромагнитных данных буксирной косы во временной области с 3D-инверсией обычных данных CSEM в частотной области [1], по 3D-инверсии морских данных CSEM с использованием быстрого прямого кода во временной области с конечной разностью [2]. В этой области исследований предлагается трехмерный алгоритм покадровой инверсии электрического поля для CSAMT, направленный на решение сложных задач геофизического мониторинга [3]. Развиваются комплексные подходы к морской электромагнитной съемке [4]. Показаны преимущества геоэлектрического метода вынужденной поляризации при разведке углеводородов [5].

За последние несколько лет морские электромагнитные методы с контролируемым источником (МСЕМ) успешно применялись на глубокой воде (глубина более 1 км) при разведке нефти и газа [6]. Изучение процессов происхождения нефти и газа способствует развитию ЭММ, основанных на регистрации собственного излучения залежей [7]. Метод надводной и морской георазведки с использованием управляемого источника возбуждения предназначен для обнаружения месторождений углеводородов на глубине нескольких километров и картирования их границ [8].

Применение режимов амплитудно-частотно-модулированного (АЧМ) воздействия рассмотрено в ряде работ<sup>1</sup> [9]. Тем не менее, возможности зондирования анизотропных сред над залежами нефти и газа и усовершенствование существующих ЭММ поиска УВЗ для данных режимов представляют большой практический интерес с целью повышения информативности и точности определения границ углеводородов.

**Методика исследований.** Рассмотрим воздействие на анизотропную среду АЧМ-сигнала вида

$$e(t) = E_0(1 + k_m \cos \Omega t) \cos[\omega t + \beta \cdot \cos \Omega t], \quad (1)$$

где  $E_0$  – амплитудное значение сигнала несущей частоты  $\omega = 2\pi f$ ;

$k_m, \beta$  – коэффициент амплитудной модуляции и индекс частотной модуляции соответственно;

$\Omega$  – модулирующая частота.

Для анализа применяются составляющие тензора  $\hat{\epsilon}_1, \hat{\epsilon}_2, \hat{\epsilon}_3$ , плазменная частота  $\omega_{\text{П}}$ , гиротропная частота  $\omega_{\text{Г}}$ , частота столкновения частиц  $\nu_i$ , относительная диэлектрическая проницаемость среды  $\epsilon_r$ , проводимость среды  $\sigma_r$ , диэлектрическая постоянная  $\epsilon_0$ .

При этом частотная компонента

$$\tilde{\omega}_4 = \omega [1 - k_m^2 \sin^2 \Omega t].$$

<sup>1</sup> Способ георазведки углеводородной залежи: пат. 16771 РБ / А. О. Бездель, В. Ф. Янушкевич, Ю. А. Щаденков. – Оpubл. 28.12.2013.

Данная характеристика отражает использование несущей, модулирующей частот и коэффициента амплитудной модуляции для повышения информативности и точности определения границ углеводородов. Влияние индекса частотной модуляции заложено в формуле для тензора. Вариация этих параметров сигналов расширяет возможности георазведки.

Составляющие тензора диэлектрической проницаемости среды для режима АЧМ-сигнала приведены в [9]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\epsilon}_1 = \epsilon_r (1 - k_m^2 \sin \Omega \cdot t) + \sum_{i=1}^2 \left\{ \frac{\omega_{\Pi i}^2 \tilde{\omega}_4}{\omega} \frac{\omega_{\Gamma i}^2 - \tilde{\omega}_4^2 - v_i^2}{(v_i^2 + \omega_{\Gamma i}^2 - \tilde{\omega}_4^2)^2 + 4\tilde{\omega}_4^2 v_i^2} + j \left[ \frac{\epsilon_r \beta \cdot k_m \sin \Omega \cdot t}{1 + \beta \cdot \cos \Omega \cdot t} - \frac{\sigma_r}{\omega \epsilon_0} - \frac{\omega_{\Pi i}^2 v_i}{\omega} \frac{\tilde{\omega}_4^2 + v_i^2 + \omega_{\Gamma i}^2}{(v_i^2 + \omega_{\Gamma i}^2 - \tilde{\omega}_4^2)^2 + 4\tilde{\omega}_4^2 v_i^2} \right] \right\} \\ \dot{\epsilon}_2 = \sum_{i=1}^2 \left\{ \frac{\omega_{\Pi i}^2 \omega_{\Gamma i}}{\omega} \frac{\omega_{\Gamma i}^2 - \tilde{\omega}_4^2 + v_i^2}{(v_i^2 + \omega_{\Gamma i}^2 - \tilde{\omega}_4^2)^2 + 4\tilde{\omega}_4^2 v_i^2} - \frac{2j \tilde{\omega}_4 v_i \omega_{\Pi i}^2 \omega_{\Gamma i}}{\omega [(v_i^2 + \omega_{\Gamma i}^2 - \tilde{\omega}_4^2)^2 + 4\tilde{\omega}_4^2 v_i^2]} \right\} \\ \dot{\epsilon}_3 = \epsilon_r (1 - k_m^2 \sin \Omega \cdot t) + \sum_{i=1}^2 \left\{ \frac{\omega_{\Pi i}^2 \tilde{\omega}_4}{\omega} \frac{1}{v_i^2 + \tilde{\omega}_4^2} + j \left[ \frac{\epsilon_r \beta \cdot k_m \sin \Omega \cdot t}{1 + \beta \cdot \cos \Omega \cdot t} - \frac{\sigma_r}{\omega \epsilon_0} - \frac{\omega_{\Pi i}^2 v_i}{\omega} \frac{1}{\tilde{\omega}_4^2 + v_i^2} \right] \right\} \end{array} \right. \quad (2)$$

Методика исследований состоит в расчете суммарных и разностных составляющих тензора диэлектрической проницаемости среды

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\epsilon}_R = \dot{\epsilon}_1 + \dot{\epsilon}_2 = \text{Re} \dot{\epsilon}_R + j \text{Im} \dot{\epsilon}_R; \\ \dot{\epsilon}_L = \dot{\epsilon}_1 - \dot{\epsilon}_2 = \text{Re} \dot{\epsilon}_L + j \text{Im} \dot{\epsilon}_L \end{array} \right. \quad (3)$$

и фазовых составляющих  $\arg \dot{Z}_{11}$  и  $\arg \dot{Z}_{21}$  поверхностного импеданса среды над УВЗ

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{Z}_{11} = \dot{Z}_{22} = -\frac{1}{2j\sqrt{\epsilon_R \dot{\epsilon}_L}} (\sqrt{\epsilon_R} - \sqrt{\epsilon_L}); \\ \dot{Z}_{12} = \dot{Z}_{21} = \frac{1}{2\sqrt{\epsilon_R \dot{\epsilon}_L}} (\sqrt{\epsilon_R} + \sqrt{\epsilon_L}), \end{array} \right. \quad (4)$$

для параметров среды над залежами углеводородов [9]: значения диэлектрической проницаемости вмещающих пород  $\epsilon_r = 1 - 30$  и электрической проводимости  $\sigma_r = 1 \cdot 10^{-5} - 1$  См/м, концентрации частиц  $N_e = 10^{16} \text{ м}^{-3}$ ,  $N_n = 10^{18} \text{ м}^{-3}$ , частота столкновения частиц  $\nu = 1 \cdot 10^9 - 1 \cdot 10^{10}$  рад/с.

**Результаты исследований.** Фазовые характеристики составляющей поверхностного импеданса среды над УВЗ  $\dot{Z}_{11}$  в зависимости от индекса модуляции для  $f = 10^8$  Гц и  $F = 10^6$  Гц приведены на рисунке 1. Характерно постоянство фазы данной составляющей поверхностного импеданса с наличием положительных или отрицательных значений. Наиболее информативны значения индексов модуляции  $\beta = (1 - 3)$ , когда фаза отрицательна и  $\beta = (3 - 4)$ , когда наблюдается скачкообразное увеличение фазовой характеристики поверхностного импеданса исследуемых сред для  $\epsilon_r = 4, 3$ ,  $k_m = 0, 5$ .

На фазовые характеристики данной составляющей поверхностного импеданса не влияет диапазон индексов модуляции (4 - 100).

Применение для зондирования АЧМ-сигнала (1) с частотой модуляции  $F = 5 \cdot 10^6$  Гц при несущей частоте  $f = 10^8$  Гц приводит к влиянию индекса модуляции на фазовые характеристики составляющей поверхностного импеданса среды над УВЗ  $\dot{Z}_{11}$  (рисунок 2). Для  $\epsilon = 4, 0$ ,  $k_m = 0, 5$  наблюдается рост  $\arg \dot{Z}_{11}$  от  $-3$  рад ( $\beta = 1$ ) до  $+2, 8$  рад ( $\beta = 2$ ), уменьшение фазы с переходом через нуль на отрезке  $\beta = (2 - 10)$  и дальнейшее уменьшение до  $-0, 5$  рад при  $\beta \approx 95$ . Для  $\epsilon_r = 4, 3$ ,  $k_m = 1, 0$  происходит уменьшение  $\arg \dot{Z}_{11}$  от  $+2, 4$  рад ( $\beta = 1$ ) до  $+1, 4$  рад ( $\beta = 95$ ), при дальнейшей вариации индекса модуляции изменение фазы несущественно.



Для  $\epsilon_r = 10$ ,  $k_m = 0,1$  влияние индекса модуляции на фазовые характеристики составляющей поверхностного импеданса среды над УВЗ  $\dot{Z}_{11}$  происходит на отрезке  $\beta = (1 - 10)$ .

Фазовые характеристики составляющей поверхностного импеданса среды над УВЗ  $\dot{Z}_{11}$  в зависимости от индекса модуляции для  $f = 10^9$  Гц и  $F = 10^7$  Гц приведены на рисунке 3. Для данных режимов зондирования характерно скачкообразное увеличение фазовой характеристики поверхностного импеданса исследуемых сред на отрезке  $\beta = (1 - 2)$ , незначительное уменьшение фазы при  $\beta = (2 - 10)$  и практически отсутствие влияния на  $\arg \dot{Z}_{11}$  при дальнейшем росте  $\beta$ .

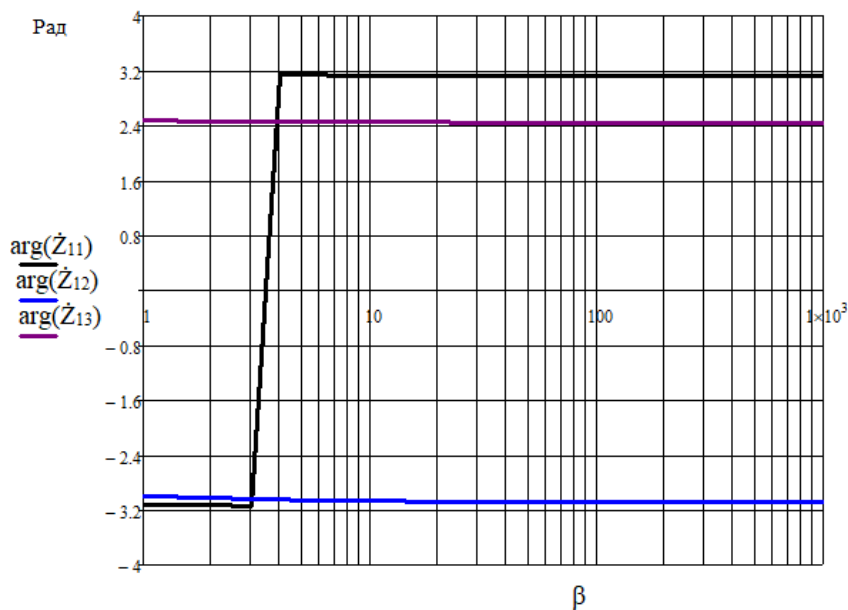


Рисунок 1. – Зависимости  $\arg(\dot{Z}_{11}(\beta))$  для  $\epsilon_r = 4,3$ ,  $k_m = 0,5$ ;  
 $\arg(\dot{Z}_{12}(\beta))$  для  $\epsilon_r = 4,3$ ,  $k_m = 1,0$ ;  $\arg(\dot{Z}_{13}(\beta))$  для  $\epsilon_r = 10$ ,  $k_m = 0,1$

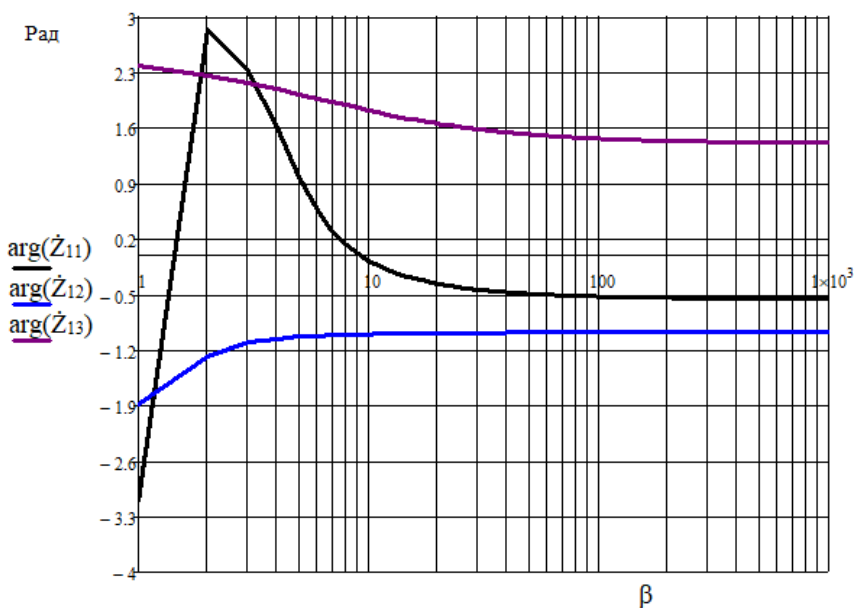


Рисунок 2. – Зависимости  $\arg(\dot{Z}_{11}(\beta))$  для  $\epsilon_r = 4,3$ ,  $k_m = 0,5$ ;  
 $\arg(\dot{Z}_{12}(\beta))$  для  $\epsilon_r = 4,3$ ,  $k_m = 1,0$ ;  $\arg(\dot{Z}_{13}(\beta))$  для  $\epsilon_r = 10$ ,  $k_m = 0,1$

Применение для зондирования АЧМ сигнала с частотой модуляции  $F = 10^6$  Гц при несущей частоте  $f = 2 \cdot 10^9$  Гц приводит к влиянию индекса модуляции на фазовые характеристики составляющей поверхностного импеданса среды над УВЗ  $\dot{Z}_{11}$  (рисунок 4) на отрезке  $\beta = (1 - 10)$  для  $\epsilon_r = 20,0$ ,  $k_m = 0,1$  на отрезке  $\beta = (1 - 95)$  для  $\epsilon_r = 10$ ,  $k_m = 1,0$  и  $\epsilon_r = 7,0$ ,  $k_m = 0,5$ .

Фазовые характеристики составляющей поверхностного импеданса среды над УВЗ  $\dot{Z}_{21}$  (4) в зависимости от индекса модуляции для  $f = 10^8$  Гц и  $F = 10^6$  Гц приведены на рисунке 5. Характерно постоянство фазы данной составляющей поверхностного импеданса с наличием положительных значений. Происходит уменьшение фазы  $\arg \dot{Z}_{21}$  от  $-0,30$  рад ( $\beta = 1$ ) до  $-0,46$  рад ( $\beta = 10$ ), уменьшение фазы с переходом через нуль на отрезке  $\beta = (2 - 10)$  и дальнейшее уменьшение до  $-0,77$  рад при  $\beta \approx 95$ .

Применение для зондирования АЧМ сигнала (1) с частотой модуляции  $F = 5 \cdot 10^6$  Гц при несущей частоте  $f = 10^8$  Гц приводит к влиянию индекса модуляции на фазовые характеристики составляющей поверхностного импеданса среды над УВЗ  $\dot{Z}_{21}$  (рисунок 6).

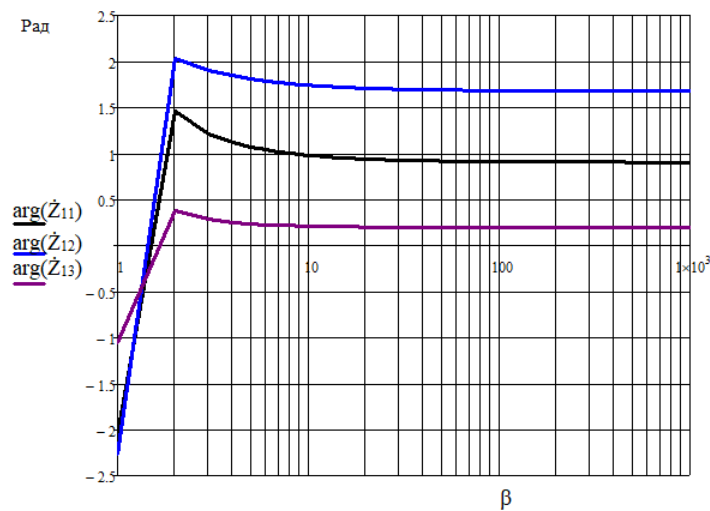


Рисунок 3. – Зависимости  $\arg(\dot{Z}_{11}(\beta))$  для  $\epsilon_r = 7,0$ ,  $k_m = 0,5$ ;  
 $\arg(\dot{Z}_{12}(\beta))$  для  $\epsilon_r = 10$ ,  $k_m = 1,0$ ;  $\arg(\dot{Z}_{13}(\beta))$  для  $\epsilon_r = 20,0$ ,  $k_m = 0,1$

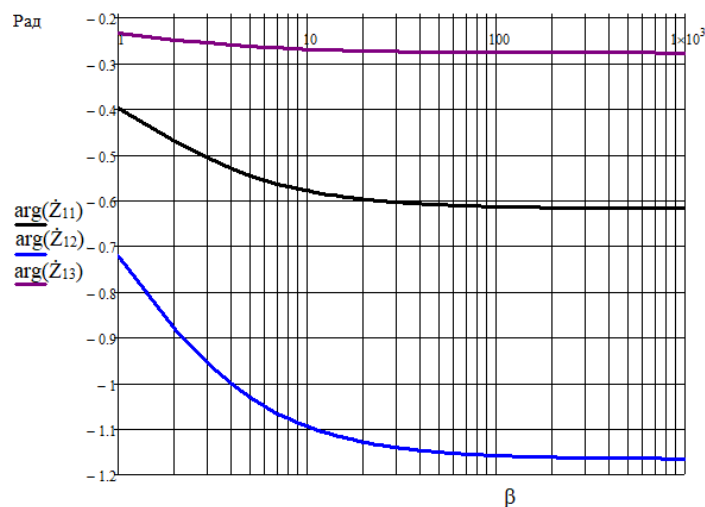


Рисунок 4. – Зависимости  $\arg(\dot{Z}_{11}(\beta))$  для  $\epsilon_r = 7,0$ ,  $k_m = 0,5$ ;  
 $\arg(\dot{Z}_{12}(\beta))$  для  $\epsilon_r = 10$ ,  $k_m = 1,0$ ;  $\arg(\dot{Z}_{13}(\beta))$  для  $\epsilon_r = 20,0$ ,  $k_m = 0,1$

Для  $\epsilon_r = 4,0$ ,  $k_m = 0,5$  наблюдается уменьшение  $\arg \dot{Z}_{21}$  от 0,95 рад ( $\beta = 1$ ) до  $-0,85$  рад ( $\beta = 2$ ) с незначительным изменением фазы при дальнейшей вариации индекса модуляции. Для  $\epsilon_r = 4,3$ ,  $k_m = 1,0$  происходит уменьшение  $\arg \dot{Z}_{21}$  от  $+0,58$  рад ( $\beta = 1$ ) до  $-0,62$  рад ( $\beta = 95$ ), при дальнейшем изменении индекса модуляции изменение фазы незначительно. Для  $\epsilon_r = 10$ ,  $k_m = 1,0$  происходит уменьшение  $\arg \dot{Z}_{21}$  от  $+0,30$  рад ( $\beta = 1$ ) до  $-0,77$  рад ( $\beta = 95$ ), при дальнейшем изменении индекса модуляции изменение фазовой характеристики незначительно.

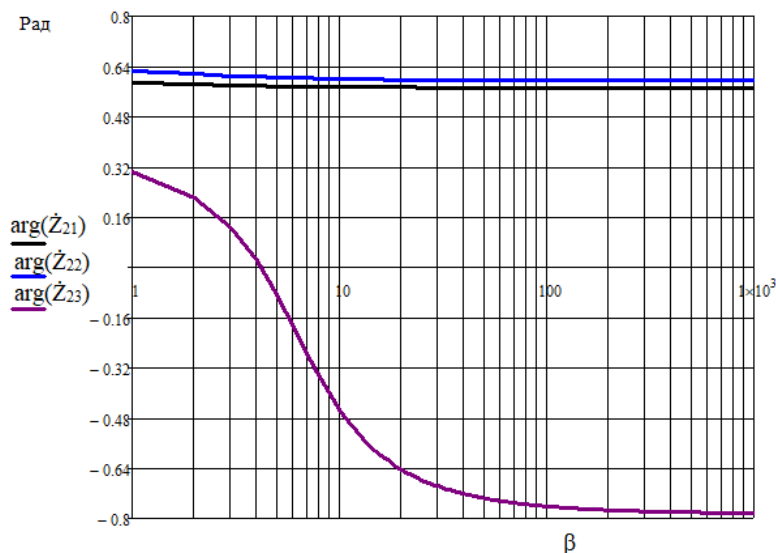


Рисунок 5. – Зависимости  $\arg(\dot{Z}_{21}(\beta))$  для  $\epsilon_r = 4,0$ ,  $k_m = 0,5$ ;  $\arg(\dot{Z}_{22}(\beta))$  для  $\epsilon_r = 4,3$ ,  $k_m = 1,0$ ;  $\arg(\dot{Z}_{23}(\beta))$  для  $\epsilon_r = 10$ ,  $k_m = 1,0$

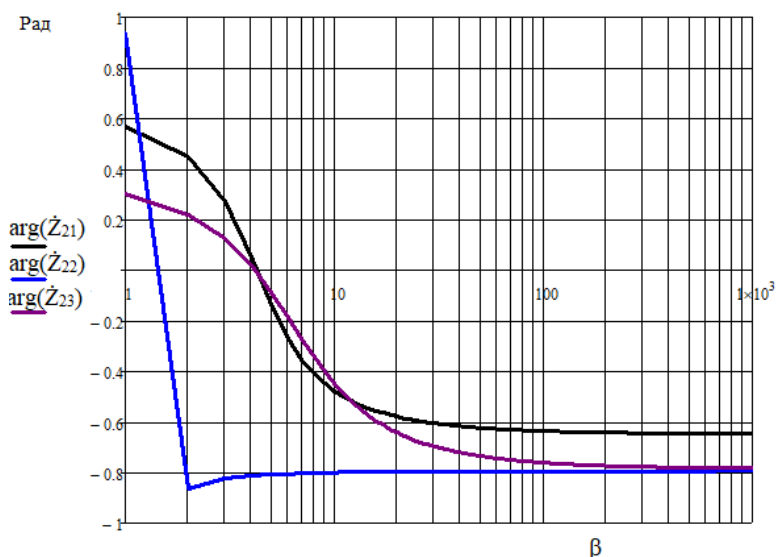


Рисунок 6. – Зависимости  $\arg(\dot{Z}_{21}(\beta))$  для  $\epsilon_r = 4,0$ ,  $k_m = 0,5$ ;  $\arg(\dot{Z}_{22}(\beta))$  для  $\epsilon_r = 4,3$ ,  $k_m = 1,0$ ;  $\arg(\dot{Z}_{23}(\beta))$  для  $\epsilon_r = 10$ ,  $k_m = 1,0$

Установлено, что информативность поиска на несущей частоте  $f = 2 \cdot 10^9$  Гц повышается при зондировании АЧМ-сигналом с частотой модуляции  $F = 50 \cdot 10^6$  Гц для индексов модуляции  $\beta = (1-5)$ , с частотой модуляции  $F = 10^8$  Гц для индексов модуляции  $\beta = (1-3)$ . Также проводились исследования

при вариации концентрации частиц в диапазоне  $N_c = N_n = (10^{15} - 10^{18}) \text{ м}^{-3}$ , подтвердившие эффективность применяемых характеристик АЧМ-сигналов.

Установлен рост фазы тензоров диэлектрической проницаемости от  $-1,57$  рад до  $0,35$  рад на частотах ( $1 \text{ МГц} - 1 \text{ ГГц}$ ) с  $\beta = 5$ , модулирующей круговой частотой  $\Omega = 10^4$  рад/с, причем на частоте  $1 \text{ ГГц}$  происходит скачкообразное уменьшение фазы суммарной компоненты (3) до  $-1,57$  рад и скачкообразное увеличение фазы разностной компоненты до  $1,57$  рад, резонансное увеличение модуля  $\dot{Z}_{11}$  до  $(0,5 \cdot 10^{-3} - 2,5 \cdot 10^{-3}) \text{ Ом}$  при  $\beta = (1 - 10)$ , увеличение его фазы от  $-2,64$  рад до  $-0,86$  рад, уменьшение модуля  $\dot{Z}_{21}$  от  $0,0344 \text{ Ом}$  до  $0 \text{ Ом}$  при  $\beta = (1 - 100)$ , увеличение его фазы от  $0,79$  рад до  $1,57$  рад, уменьшение мнимой составляющей суммарной компоненты от  $-273,4$  до  $-3,47 \cdot 10^3$  при  $\varepsilon_r = 1 - 30$  для  $\beta = 10$ , для  $k_m = 0,5$  и  $f = 10^7$  Гц для режима АЧМ-сигналов.

**Заключение.** Теоретический анализ взаимодействия амплитудно-частотно-модулированных сигналов с анизотропными средами над углеводородами показал:

- зондирование такими сигналами представляет большой практический интерес для повышения информативности и точности определения границ углеводородов;
- для определения границ углеводородов может быть предложен способ геоэлектроразведки с применением амплитудно-частотно-модулированных сигналов на основе измерения фазовых характеристик поверхностного импеданса среды над залежами на несущих частотах ( $0,1 - 2,0$ ) ГГц с частотой модуляции  $F = (1 - 100)$  МГц при коэффициентах амплитудной модуляции в диапазоне  $0,1 - 1,0$  и индексах частотной модуляции в интервале  $1 - 95$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. 3D inversion of towed streamer EM data: a model study of the Harding field with comparison to CSEM / M. Zhdanov, C. Anderson, M. Endo et al. // *First Break*. – 2012. – Vol. 30, iss. 4. – P. 71–74. – DOI: [10.3997/1365-2397.30.4.57977](https://doi.org/10.3997/1365-2397.30.4.57977).
2. 3D inversion of marine CSEM data using a fast finite-difference time-domain forward code and approximate Hessian-based optimization / J. J. Zach, A. K. Bjorke, T. Storen et al. // *SEG Technical Program Expanded Abstracts*. – 2008. – Vol. 27, iss. 1. – P. 614–618. – DOI: [10.1190/1.3063726](https://doi.org/10.1190/1.3063726).
3. Research on 3D Time-Lapse Electric Field Inversion Algorithm for Controlled Source Audio-Frequency Magnetotelluric Method / Q. Sun, H. Tan, W. Wan et al. // *Applied Sciences*. – 2024. – Vol. 14, iss. 4. – 1560. – DOI: [10.3390/app14041560](https://doi.org/10.3390/app14041560).
4. Anderson C., Mattsson J. An integrated approach to marine electromagnetic surveying using a towed streamer and source // *First Break*. – 2010. – Vol. 28, iss. 5. – P. 71–75. – DOI: [10.3997/1365-2397.28.5.38986](https://doi.org/10.3997/1365-2397.28.5.38986).
5. Benefits of the induced polarization geoelectric method to hydrocarbon exploration / P. Veeken, P. J. Legeydo, Y. A. Davidenko et al. // *Geophysics*. – 2009. – Vol. 74, iss. № 2. – P. B47–B59. – DOI: [10.1190/1.3076607](https://doi.org/10.1190/1.3076607).
6. Chen, J., Alumbaugh D. L. Three methods for mitigating airwaves in shallow water marine controlled-source electromagnetic data // *Geophysics*. – 2011. – Vol. 76, iss. 2. – P. F89–F99. – DOI: <https://doi.org/10.1190/1.3536641>.
7. Гулиев И. И. Современные взгляды на происхождение нефти и газа // *Научные труды НИПИ «Нефтегаз»*. – 2013. – № 4. – С. 21–24.
8. Davydycheva S., Rykhlini N., Legeido P. Electrical-prospecting method for hydrocarbon search using the induced-polarization effect // *Geophysics*. – 2006. – Vol. 71, iss. 4. – P. G179–G189. – DOI: [10.1190/1.2217367](https://doi.org/10.1190/1.2217367).
9. Янушкевич, В. Ф., Щаденков Ю. А., Бездель А. О. Фазовые характеристики поверхностного импеданса среды над углеводородами при амплитудно-частотном модулированном воздействии // *Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. С, Фундам. науки*. – 2010. – № 9. – С. 111–115.

#### REFERENCES

1. Zhdanov, M., Anderson, C., Endo, M., Cox, L., Čuma, M., Wilson, G. A., ... Gribenko, A. V. (2012). 3D inversion of towed streamer EM data: a model study of the Harding field with comparison to CSEM. *First Break*, 30(4), 71–74. DOI: [10.3997/1365-2397.30.4.57977](https://doi.org/10.3997/1365-2397.30.4.57977).
2. Zach, J. J., Bjorke, A. K., Storen, T., & Maaø, F. (2008). 3D inversion of marine CSEM data using a fast finite-difference time-domain forward code and approximate Hessian-based optimization. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, 27(1), 614–618. DOI: [10.1190/1.3063726](https://doi.org/10.1190/1.3063726).
3. Sun, Q., Tan, H., Wan, W., & Hu, Q. (2024). Research on 3D Time-Lapse Electric Field Inversion Algorithm for Controlled Source Audio-Frequency Magnetotelluric Method. *Applied Sciences*, 14(4), 1560. DOI: [10.3390/app14041560](https://doi.org/10.3390/app14041560).
4. Anderson, C., & Mattsson, J. (2010). An integrated approach to marine electromagnetic surveying using a towed streamer and source. *First Break*, 28(5), 71–75. DOI: [10.3997/1365-2397.28.5.38986](https://doi.org/10.3997/1365-2397.28.5.38986).
5. Veeken, P., Legeydo, P. J., Davidenko, Y. A., Kudryavceva, E. O., Ivanov, S. A., & Chuyayev, A. (2009). Benefits of the induced polarization geoelectric method to hydrocarbon exploration. *Geophysics*, 74(2), B47–B59. DOI: [10.1190/1.3076607](https://doi.org/10.1190/1.3076607).
6. Chen, J., & Alumbaugh, D. L. (2011). Three methods for mitigating airwaves in shallow water marine controlled-source electromagnetic data. *Geophysics*, 76(2), F89–F99. DOI: <https://doi.org/10.1190/1.3536641>.

7. Guliev, I. I. (2013). Sovremennye vzgljady na proishozhdenie nefiti i gaza [Current views on the origin of the oil and gas]. *Nauchnye trudy NIPI «Neftegaz»*, (4), 21–24. (In Russ., abstr. in Engl.).
8. Davydycheva, S., Rykhlini, N., & Legeido, P. (2006). Electrical-prospecting method for hydrocarbon search using the induced-polarization effect. *Geophysics*, 71(4), G179–G189. DOI: [10.1190/1.2217367](https://doi.org/10.1190/1.2217367).
9. Janushkevich, V. F., Shhadenkov, Ju. A., & Bezdell, A. O. (2010). Fazovye harakteristiki poverhnostnogo impedansa sredy nad uglevodorodami pri amplitudno-chastotnom modulirovannom vozdejstvii [Phase Characteristics of Surface Impedance of the Environment over Hydrocarbons at Amplitude-Frequency-Modulated Influence]. *Vestnik Polotskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya C, Fundamental'nye nauki [Herald of Polotsk State University. Series C. Fundamental sciences]*, (9), 111–115. (In Russ., abstr. in Engl.).

Поступила 23.09.2024

## APPLICATION OF AMPLITUDE-FREQUENCY-MODULATED SIGNALS FOR HYDROCARBON SEARCH

V. YANUSHKEVICH

*(Euphrosyne Polotskaya State University of Polotsk)*

*The phase characteristics of the surface impedance of the medium above hydrocarbon deposits were studied in the mode of their interaction with amplitude-frequency-modulated signals. The characteristics of the geological profile above oil and gas deposits were investigated depending on the carrier frequency, modulating frequency and modulation index. The rationale for using sounding with amplitude-frequency-modulated signals for practical implementation in order to increase the information content and accuracy of determining hydrocarbon boundaries was provided. A method for geoelectric exploration was developed to determine hydrocarbon boundaries using amplitude-frequency-modulated signals based on measuring the phase characteristics of the surface impedance of the medium above the deposits. The results obtained can be used for exploration geophysics in order to detect oil and gas deposits.*

**Keywords:** *hydrocarbon deposit, permittivity tensor, amplitude-modulated signal.*

## МАТЕМАТИКА

УДК 517.926, 517.977

DOI 10.52928/2070-1624-2024-43-2-62-66

О СВОЙСТВЕ РАВНОМЕРНОЙ ПОЛНОЙ УПРАВЛЯЕМОСТИ  
ДЛЯ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ  
С ЛОКАЛЬНО ИНТЕГРИРУЕМЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИканд. физ.-мат. наук, доц. А. А. КОЗЛОВ  
(Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой)

В данной работе введено свойство равномерной полной управляемости для линейных систем с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами (определение 3). Наличие у таких систем изучаемого свойства позволяет решать задачи как локального, так и глобального управления их асимптотическими характеристиками, т. е. управления асимптотикой решений этих динамических систем (более подробно об этом см. в монографии [3]). Последний факт подтверждает актуальность настоящих исследований.

**Ключевые слова:** равномерная полная управляемость, локально интегрируемые и интегрально ограниченные коэффициенты, линейная система обыкновенных дифференциальных уравнений.

Пусть  $\mathbb{R}^n$  –  $n$ -мерное евклидово векторное пространство с нормой  $\|x\| = \sqrt{x^T x}$  (здесь символ  $T$  означает операцию транспонирования вектора или матрицы);  $e_1, e_2, \dots, e_n$  – векторы (столбцы) канонического ортонормированного базиса пространства  $\mathbb{R}^n$ ;  $M_{mn}$  – пространство вещественных матриц размерности  $m \times n$  со спектральной (операторной) нормой  $\|A\| = \max_{\|x\|=1} \|Ax\|$ , т. е. нормой, индуцируемой на  $M_{mn}$  евклидовой нормой в пространствах  $\mathbb{R}^n$  и  $\mathbb{R}^m$ ;  $M_n := M_n$ ;  $L_p(\Delta) = L_p(\Delta, V)$  – пространство Лебега измеримых функций  $G: \Delta \rightarrow V$ , где  $p = 1, 2$ ,  $\Delta = [\alpha, \beta] \subset [0, +\infty)$ ,  $V = M_{mn}$  или  $V = \mathbb{R}^n$ , таких, что  $\int_{\alpha}^{\beta} \|G(t)\|^p dt < \infty$ ;  $L_p^{loc}(\Delta, V)$  – пространство локально интегрируемых функций на  $\Omega \subset [0, +\infty)$  со степенью  $p$  ( $p = 1, 2$ ).

Рассмотрим линейную нестационарную управляемую систему

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R}^m, \quad t \geq 0. \quad (1)$$

Предполагаем, что для коэффициентов  $A(\cdot)$  и  $B(\cdot)$  этой системы выполняются включения  $A \in L_1^{loc}([0, +\infty), M_n)$  и  $B \in L_1^{loc}([0, +\infty), M_{nm})$ , а также условие интегральной ограниченности [1, с. 252]

$$\sup_{t \geq 0} \int_t^{t+1} \|A(\tau)\| d\tau < +\infty, \quad \sup_{t \geq 0} \int_t^{t+1} \|B(\tau)\| d\tau < +\infty.$$

В качестве управлений в системе (1) будем рассматривать измеримые по Лебегу и ограниченные функции  $u: \Omega \rightarrow \mathbb{R}^m$ , где  $\Omega \subset [0, +\infty)$ .

Обозначим через  $X(t, s) \in M_n$ ,  $t, s \geq 0$  матрицу Коши системы (1) с нулевым управлением. При любом фиксированном  $t_0 \geq 0$  рассмотрим следующие матрицы-функции:

$$Q(t_0, s) = (q_{ij}(t_0, s))_{i=1, \dots, n, j=1, \dots, m} := X(t_0, s)B(s);$$

$$\text{sign } Q^T(t_0, s) = (\text{sign } q_{ji}(t_0, s))_{j=1, \dots, m, i=1, \dots, n},$$

где функция  $\text{sign}: [0, +\infty) \rightarrow \{-1, 0, 1\}$ , стоящая в правой части последнего равенства, обозначает сигнум-функцию, т. е. функцию вида

$$\text{sign } f(s) = \begin{cases} 1, & \text{при всех } s \text{ таких, что } f(s) > 0, \\ 0, & \text{при всех } s \text{ таких, что } f(s) = 0, \\ -1, & \text{при всех } s \text{ таких, что } f(s) < 0. \end{cases} \quad (2)$$

Установим, каким функциональным классам принадлежат эти матрицы. Очевидно, что для любого  $p = 1, 2$  и всякого фиксированного  $t_0 \geq 0$  выполняются включение  $(\text{sign } Q^T(t_0, s)) \in L_p^{loc}([0, +\infty), M_{nm})$  и вытекающая из верного для всякой матрицы  $A \in M_{nm}$  неравенства  $\text{sign } A \leq \sqrt{n}$  оценка

$$\|\text{sign } Q^T(t_0, s)\| \leq \sqrt{n}, \quad s \geq 0. \tag{3}$$

Поскольку же матрица Коши  $X(t, s)$ ,  $t, s \geq 0$ , является абсолютно непрерывной функцией по каждой переменной вне зависимости от принадлежности матрицы  $A$  к классу функций  $L_1^{loc}([0, +\infty), M_{nm})$  или  $L_2^{loc}([0, +\infty), M_{nm})$ , то принадлежность функции  $Q(t_0, s)$  к какому-либо из этих классов зависит от соответствующей принадлежности матричной функции  $B(s)$ .

Предположим, что матрица  $B$  принадлежит также и пространству  $L_2^{loc}([0, +\infty), M_{nm})$ . Тогда корректно определена симметрическая  $(n \times n)$ -матрица

$$W(t_0, t_1) := \int_{t_0}^{t_1} Q(t_0, \tau) Q^T(t_0, \tau) d\tau,$$

носящая название *матрицы Калмана* или *матрицы управляемости* [1] системы (1) на отрезке  $[t_0, t_1]$ , и справедлива

**Лемма.** Если существуют величины  $\sigma > 0$  и  $\beta > 0$ , при которых для любого числа  $t_0 \geq 0$  и всякого ненулевого вектора  $\xi \in \mathbb{R}^n$  выполняется соотношение

$$\int_{t_0}^{t_0+\sigma} Q(t_0, \tau) (\text{sign } Q^T(t_0, \tau)) d\tau \xi \geq \beta \|\xi\|^2, \tag{4}$$

то найдется такое число  $\alpha > 0$ , что при произвольных числе  $t_0 \geq 0$  и векторе  $\xi \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$  для матрицы Калмана системы (1) на отрезке  $[t_0, t_0 + \sigma]$  будет справедливо неравенство

$$\xi^T W(t_0, t_0 + \sigma) \xi = \xi^T \int_{t_0}^{t_0+\sigma} Q(t_0, \tau) Q^T(t_0, \tau) d\tau \xi \geq \alpha \|\xi\|^2. \tag{5}$$

**Доказательство.** Зафиксируем произвольное число  $t_0 \geq 0$ . Известно, что матрица Калмана  $W(t_0, t_1)$  неотрицательно определенная при всех  $t_1 \geq t_0$ , тогда для любого  $\xi \in \mathbb{R}^n$  выполняется неравенство  $\xi^T W(t_0, t_0 + \sigma) \xi \geq 0$  и поэтому  $(\xi^T W(t_0, t_0 + \sigma) \xi)^{1/2}$  существует и является неотрицательным числом. Тогда, последовательно используя определение матрицы управляемости на отрезке  $[t_0, t_0 + \sigma]$ , свойство евклидовой нормы вектора, вторую из оценок в формуле (3), кольцевое свойство спектральной нормы матриц, неравенство Коши – Буняковского, вновь кольцевое свойство нормы, неравенство между интегралом от модуля и модулем от интеграла, положительность интеграла  $\int_{t_0}^{t_0+\sigma} \xi^T Q(t_0, \tau) (\text{sign } Q^T(t_0, \tau)) \xi d\tau$ , вытекающую из формулы (4), и, наконец, саму формулу (4), при любом ненулевом векторе  $\xi \in \mathbb{R}^n$  получим цепочку соотношений

$$\begin{aligned} (n\sqrt{\sigma}) \cdot (\xi^T W(t_0, t_0 + \sigma) \xi)^{1/2} &= (n\sqrt{\sigma}) \cdot \left( \int_{t_0}^{t_0+\sigma} \xi^T Q(t_0, \tau) Q^T(t_0, \tau) \xi d\tau \right)^{1/2} = \\ &= \left( \sigma \cdot \int_{t_0}^{t_0+\sigma} \|\xi^T Q(t_0, \tau)\|^2 \cdot (\sqrt{n})^2 d\tau \right)^{1/2} \geq \left( \sigma \cdot \int_{t_0}^{t_0+\sigma} \|\xi^T Q(t_0, \tau)\|^2 \cdot \|\text{sign } Q^T(t_0, \tau)\|^2 d\tau \right)^{1/2} \geq \\ &\geq \left( \int_{t_0}^{t_0+\sigma} 1^2 d\tau \cdot \int_{t_0}^{t_0+\sigma} \|\xi^T Q(t_0, \tau) \text{sign } Q^T(t_0, \tau)\|^2 d\tau \right)^{1/2} \geq \\ &\geq \int_{t_0}^{t_0+\sigma} (1 \cdot \|\xi^T Q(t_0, \tau) \text{sign } Q^T(t_0, \tau)\|) d\tau = \int_{t_0}^{t_0+\sigma} (1 \cdot \|\xi^T Q(t_0, \tau) \text{sign } Q^T(t_0, \tau)\|) d\tau \cdot \|\xi\| / \|\xi\| \geq \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\geq \int_{t_0}^{t_0+\sigma} |\xi^T Q(t_0, \tau) (\text{sign } Q^T(t_0, \tau)) \xi| d\tau / \|\xi\| \geq \left| \int_{t_0}^{t_0+\sigma} \xi^T Q(t_0, \tau) (\text{sign } Q^T(t_0, \tau)) \xi d\tau \right| / \|\xi\| = \\ &= \int_{t_0}^{t_0+\sigma} \xi^T Q(t_0, \tau) (\text{sign } Q^T(t_0, \tau)) \xi d\tau / \|\xi\| \geq \beta \|\xi\|^2 / \|\xi\| = \beta \|\xi\|, \end{aligned}$$

откуда следует неравенство

$$(n\sqrt{\sigma}) \cdot \left( \int_{t_0}^{t_0+\sigma} \xi^T Q(t_0, \tau) Q^T(t_0, \tau) \xi d\tau \right)^{1/2} \geq \beta \|\xi\|,$$

и поэтому

$$\int_{t_0}^{t_0+\sigma} \xi^T Q(t_0, \tau) Q^T(t_0, \tau) \xi d\tau \geq \frac{\beta^2}{n^2 \sigma} \|\xi\|^2.$$

Полагая  $\alpha := \beta^2 / (n^2 \sigma)$ , получим требуемое соотношение. Лемма доказана.

**Определение 1** [1, см. также 3; 4]. Система (1) называется *равномерно вполне управляемой (по Калману)*, если найдутся такие числа  $\sigma > 0$  и  $\alpha > 0$ , что при всяких  $t_0 \geq 0$  и  $\xi \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$  для матрицы Калмана  $W(t_0, t_0 + \sigma)$  системы (1) выполнено неравенство

$$\xi^T W(t_0, t_0 + \sigma) \xi \geq \alpha \|\xi\|^2.$$

Из этого определения 1 и леммы очевидным образом следует

**Теорема 1.** Пусть  $B \in L_2^{loc}([0, +\infty), M_{nm})$ . Если существуют такие величины  $\sigma > 0$  и  $\beta > 0$ , что для произвольных числа  $t_0 \geq 0$  и ненулевого вектора  $\xi \in \mathbb{R}^n$  выполняется соотношение (4), то система (1) равномерно вполне управляема (по Калману).

Поскольку свойство равномерной полной управляемости (по Калману) может быть выполнено лишь для систем (1), коэффициенты которых удовлетворяют (см. [4]) одному из следующих условий:

– либо

$$\sup_{t \geq 0} \int_t^{t+1} \|A(\tau)\| d\tau \leq a_1 < \infty, \quad \sup_{t \geq 0} \|B(t)\| \leq b_1 < \infty,$$

– либо

$$\sup_{t \geq 0} \int_t^{t+1} \|A(\tau)\| d\tau \leq a_1 < \infty, \quad \sup_{t \geq 0} \int_t^{t+1} \|B(\tau)\|^2 d\tau \leq b_2 < \infty,$$

то возникает вопрос, является ли соотношение (4) критерием или хотя бы достаточным условием равномерной полной управляемости для систем, коэффициенты которых лишь локально интегрируемы и интегрально ограничены. Оказывается, в таком случае справедлива теорема, аналогичная теореме 1. Однако в этом случае необходимо пользоваться иным определением равномерной полной управляемости, которое справедливо и для таких классов систем.

**Определение 2** [2, см. также 3; 4]. Система (1) называется *равномерно вполне управляемой (по Тонкову)*, если существуют такие числа  $\sigma > 0$  и  $\gamma > 0$ , что при любых  $t_0 \geq 0$  и  $x_0 \in \mathbb{R}^n$  найдется измеримое и ограниченное управление  $u: [t_0, t_0 + \sigma] \rightarrow \mathbb{R}^m$ , при всех  $t \in [t_0, t_0 + \sigma]$  удовлетворяющее неравенству  $\|u(t)\| \leq \gamma \|x_0\|$  и переводящее вектор начального состояния  $x(t_0) = x_0$  системы (1) в ноль на этом отрезке.

Для систем (1) с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами легко доказать следующий критерий равномерной полной управляемости.

**Теорема 2.** Система (1) с локально интегрируемыми и интегрально ограниченными коэффициентами равномерно вполне управляема тогда и только тогда, когда существуют такие величины  $\sigma > 0$  и  $\alpha > 0$ , что при всяком числе  $t_0 \geq 0$  и любом векторе  $\xi \in \mathbb{R}^n$  выполняется неравенство

$$\int_t^{t+\sigma} \xi^T Q(t_0, \tau) \text{sign}(Q^T(t_0, \tau) \xi) d\tau \geq \alpha \|\xi\|.$$

Этот критерий позволяет ввести следующее определение равномерной полной управляемости системы (1), справедливое и для систем с локально интегрируемыми коэффициентами.



**Определение 3.** Система (1) называется *равномерно вполне управляемой*, если найдутся такие величины  $\sigma > 0$  и  $\alpha > 0$ , при которых для произвольного числа  $t_0 \geq 0$  и любого вектора  $\xi \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$  выполняется неравенство

$$\int_{t_0}^{t_0+\sigma} \xi^T Q(t_0, \tau) \text{sign}(Q^T(t_0, \tau)\xi) d\tau \geq \alpha \|\xi\|.$$

**Замечание 1.** Установим связь между введенным определением и определением 1 равномерной полной управляемости (по Калману). Для этого рассмотрим систему (1), у которой  $A(t) \equiv 0$  и  $B(t) \equiv E$  для всех  $t \geq 0$ . Тогда для матрицы  $Q(t, s) = X(t, s)B(s)$  при любых  $t, s \geq 0$  будет выполняться тождество  $Q(t, s) \equiv E$ . Очевидно, что система (1) равномерно вполне управляема как по определению 2, так и по определению 3. При этом для рассматриваемой равномерно вполне управляемой системы условия Калмана будут выглядеть так:

$$\begin{aligned} \alpha_1 \cdot \|\xi\|^2 &\leq \xi^T W(t_0, t_0 + \sigma)\xi = \xi^T \int_{t_0}^{t_0+\sigma} Q(t_0, \tau) Q^T(t_0, \tau) d\tau \xi = \\ &= \xi^T \int_{t_0}^{t_0+\sigma} E \cdot E^T d\tau \xi = \int_{t_0}^{t_0+\sigma} \|\xi\|^2 d\tau \end{aligned}$$

при некотором  $\alpha_1 > 0$  и всяком  $\xi \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ . Заметим, что в данном условии под знаком интеграла (а также в левой части условия) стоит квадрат евклидовой нормы вектора  $\xi$ .

В случае же определения 3 условия равномерной полной управляемости рассматриваемой системы окажутся несколько иными:

$$\begin{aligned} \alpha_2 \cdot \|\xi\| &\leq \int_{t_0}^{t_0+\sigma} \xi^T Q(t_0, \tau) \text{sign}(Q^T(t_0, \tau)\xi) d\tau = \\ &= \int_{t_0}^{t_0+\sigma} \xi^T \cdot E \cdot \text{sign}(E \cdot \xi) d\tau = \int_{t_0}^{t_0+\sigma} \xi^T \cdot \text{sign} \xi d\tau = \int_{t_0}^{t_0+\sigma} \|\xi\| d\tau. \end{aligned}$$

при некотором  $\alpha_2 > 0$  и всяком  $\xi \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ . Однако, как легко заметить, в данном случае под знаком интеграла (как и в левой части этих условий) уже стоит не квадрат евклидовой нормы вектора  $\xi \in \mathbb{R}^n$ , а сама норма этого вектора, причем его  $l_1$ -норма.

Аналогичным образом можно изучить условия равномерной полной управляемости для системы (1) при  $n = m = 1$ , у которой  $A(t) \equiv 0$  и  $B(t) \equiv b(t) \in \mathbb{R}$  для всех  $t \geq 0$ . Тогда для рассматриваемой системы такими условиями, вытекающими из определений 2 и 3, будут соответственно

$$\int_{t_0}^{t_0+\sigma} (\xi \cdot b(\tau))^2 d\tau \geq \alpha_3 \cdot \xi^2, \quad \int_{t_0}^{t_0+\sigma} |\xi \cdot b(\tau)| d\tau \geq \alpha_4 \cdot |\xi|$$

при некоторых  $\alpha_i > 0$ ,  $i = 3, 4$ , и всяком  $\xi \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ . При этом очевидно, что в случае лишь локальной интегрируемости и интегральной ограниченности функции  $b(t)$ ,  $t \geq 0$ , можно пользоваться лишь вторым условием. Так, например, пользуясь вторым условием, можно показать, что уравнение

$$\dot{x} = \frac{1}{\sqrt{t}} u, \quad t \geq 0,$$

вполне управляемо на отрезке  $[0, 1]$  (но не равномерно!). Очевидно, что определение Калмана для данного уравнения применить нельзя. Воспользуемся в этом случае определением 3. Тогда при любом  $\xi \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  для системы (1) имеем равенство  $\int_0^1 |\xi \cdot \frac{1}{\sqrt{\tau}}| d\tau = |\xi|$ , означающее, что рассматриваемое уравнение управляемо на интервале  $[0, 1]$ . Действительно, зафиксировав произвольное  $x_0 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  и взяв в качестве управления  $u$  функцию вида

$$u(t) = \begin{cases} -x_0 \cdot \text{sign}(1/\sqrt{t}), & \text{где } t \in (0, 1], \\ -x_0, & \text{где } t = 0, \end{cases}$$

которая, очевидно, при всех  $t \in [0, 1]$  удовлетворяет оценке  $|u(t)| \leq \gamma |x_0|$  при  $\gamma = 1$ , для решения  $x = x(t)$ ,  $t \in [0, 1]$ , этого уравнения с начальным условием  $x(0) = x_0$  и выбранным управлением  $u = u(t)$  в точке  $t = 1$  получим равенства, устанавливающие полную управляемость на отрезке  $[0, 1]$  рассматриваемого уравнения

$$x(1) = x(0) + \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{\tau}} \cdot u(\tau) d\tau = x_0 - x_0 \cdot \int_0^1 \left| \frac{1}{\sqrt{\tau}} \right| d\tau = x_0 - x_0 \cdot \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{\tau}} d\tau = x_0 - x_0 = 0.$$

**Замечание 2.** Легко доказать, что введенное в данной работе определение 3 равномерной полной управляемости для линейных систем (1) с локально интегрируемыми коэффициентами эквивалентно рассмотренному в статье [4] В. А. Зайцевым определению 4 (последнее свойство В. А. Зайцев называет *H-свойством* системы (1)).

Работа выполнена в рамках ГПНИ «Конвергенция – 2025», подпрограмма «Математические модели и методы», задание 1.2.01. (№ регистрации 20211316 от 15.05.2021 г.).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Kalman R. E. Contribution to the theory of optimal control // *Boletin de la Sociedad Matematika Mexicana*. – 1960. – Vol. 5, iss. 1. – P. 102–119.
2. Тонков Е. Л. Критерий равномерной управляемости и стабилизация линейной рекуррентной системы // *Дифференц. уравнения*. – 1979. – Т. 15, № 10. – С. 1804–1813.
3. Макаров Е. К., Попова С. Н. Управляемость асимптотических инвариантов нестационарных линейных систем. – Минск: Беларус. навука, 2012. – 408 с.
4. Зайцев В. А. Критерии равномерной управляемости линейной системы // *Вестн. Удмурт. ун-та. Математика. Механика. Компьютерные науки*. – 2015. – Т. 25, вып. 2. – С. 157–179.

#### REFERENCES

1. Kalman, R. E. (1960). Contribution to the theory of optimal control. *Boletin de la Sociedad Matematika Mexicana*, 5(1), 102–119.
2. Tonkov, E. L. (1979). Kriterij ravnomernoj upravljaemosti i stabilizacija linejnoj rekurrentnoj sistemy. *Differencial'nye uravnenija*, 15(10), 1804–1813. (In Russ.).
3. Makarov, E. K., & Popova, S. N. (2012). *Upravljaemost' asimptoticheskikh invariantov nestacionarnyh linejnyh sistem*. Minsk: Belaruskaja navuka. (In Russ.).
4. Zajcev, V. A. (2015). Kriterii ravnomernoi upravlyaemosti lineinoi sistemy [Criteria for uniform controllability of a linear system]. *Vestnik Udmurtskogo universiteta. Matematika. Mehanika. Komp'juternye nauki [The Bulletin of Udmurt University. Mathematics. Mechanics. Computer Science]*, 25(2), 157–179. (In Russ., abstr. in Engl.).

Поступила 11.11.2024

### ON THE PROPERTY OF UNIFORM COMPLETE CONTROLLABILITY FOR A LINEAR SYSTEM WITH LOCAL INTEGRABLE COEFFICIENTS

A. KOZLOV

(*Euphrosyne Polotskaya State University of Polotsk*)

*In this paper, the property of uniform complete controllability for linear systems with locally integrable and integral coefficients is introduced (definition 3). The presence of the studied property in such systems allows solving problems of both local and global control of their asymptotic characteristics, i. e. control of the asymptotics of solutions of these dynamic systems (for more details, see the monograph [3]). The latter fact confirms the relevance of the present research.*

**Keywords:** uniform complete controllability, local integrable and integrally bounded coefficients, linear system of ordinary differential equations.

**ИНТЕГРАЛЬНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ С ФУНКЦИЕЙ МИТТАГ – ЛЕФФЛЕРА  
В ПРОСТРАНСТВАХ ИЗМЕРИМЫХ ПО ЛЕБЕГУ ФУНКЦИЙ**

*д-р физ.-мат. наук, доц. С. М. СИТНИК*

*(Белгородский государственный национальный исследовательский университет, Россия);*

*канд. физ.-мат. наук, доц. О. В. СКОРОМНИК, А. А. КУРОХТИНА*

*(Полоцкий государственный университет имени Евфросинии Полоцкой)*

Рассматривается одно интегральное преобразование со специальной функцией Миттаг – Леффлера в ядре. Применяя технику преобразования Меллина, показываем, что оно является частным случаем одномерного  $H$ -преобразования. На основании теории  $H$ -преобразования в работе исследованы свойства рассматриваемого интегрального преобразования в пространствах интегрируемых функций с весом на полуоси.

**Ключевые слова:** интегральное  $H$ -преобразование, функция Миттаг – Леффлера,  $H$ -функция Фокса, преобразование Меллина, пространство интегрируемых функций, дробные интегралы и производные.

**Введение.** Рассматривается интегральное преобразование, содержащее функцию Миттаг – Леффлера  $E_\alpha(z)$  в ядре:

$$(H_{1,1,1,2}f)(x) = \int_0^\infty E_\alpha(-xt)f(t)dt \quad (x > 0). \tag{1}$$

Функцией Миттаг – Леффлера называется целая функция, определяемая рядом (см., например, [1, формулы 1.90 и 1.91; 2; 3])

$$E_\alpha(z) = \sum_{k=0}^\infty \frac{z^k}{\Gamma(\alpha k + 1)}, \quad \alpha > 0, \tag{2}$$

где гамма-функция  $\Gamma(z)$  представляется интегралом Эйлера второго рода (см., например, [1, формула (1.54)])

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty x^{z-1}e^{-x}dx, \quad \text{Re}(z) > 0.$$

В настоящей работе преобразование (1) изучено в весовых пространствах  $L_{v,r}$  измеримых по Лебегу функций  $f$  на действительной полуоси  $R_+ = (0, \infty)$ , для которых норма определяется следующим образом:

$$\|f\|_{v,r} < \infty, \text{ где } \|f\|_{v,r} = \left( \int_0^\infty |t^v f(t)|^r \frac{dt}{t} \right)^{\frac{1}{r}} \quad (1 \leq r < \infty, v \in R). \tag{3}$$

$$\|f\|_{v,\infty} = \text{ess sup}_{t>0} [t^v |f(t)|] \quad (r = \infty).$$

Получены условия ограниченности и взаимной однозначности оператора преобразования (1) из одних пространств вида (3) в другие, выведены различные интегральные формы представления, получен аналог формулы интегрирования по частям, дано описание образа для рассматриваемого преобразования.

**Предварительные сведения.**  $H$ -функцией Фокса порядка  $(m, n, p, q)$ , где  $0 \leq m \leq q, 0 \leq n \leq p$ , называется функция, определяемая интегралом Меллина – Барнса

$$H_{p,q}^{m,n}[z] \equiv H_{p,q}^{m,n} \left[ z \left| \begin{matrix} (a_i, \alpha_i)_{1,p} \\ (b_j, \beta_j)_{1,q} \end{matrix} \right. \right] = \frac{1}{2\pi i} \int_L \mathcal{H}_{p,q}^{m,n}(s)z^{-s} ds, \quad z \neq 0, \tag{4}$$

где

$$\mathcal{H}_{p,q}^{m,n}(s) \equiv \mathcal{H}_{p,q}^{m,n} \left[ \begin{matrix} (a_i, \alpha_i)_{1,p} \\ (b_j, \beta_j)_{1,q} \end{matrix} \middle| s \right] = \frac{\prod_{j=1}^m \Gamma(b_j + \beta_j s) \prod_{i=1}^n \Gamma(1 - a_i - \alpha_i s)}{\prod_{i=n+1}^p \Gamma(a_i + \alpha_i s) \prod_{j=m+1}^q \Gamma(1 - b_j - \beta_j s)}. \quad (5)$$

Здесь  $L$  – специально выбранный бесконечный контур, а пустые произведения, если таковые имеются, считаются равными единице. Более подробно с теорией  $H$ -функции (4) можно ознакомиться в [4, гл. 1–2].

$H$ -преобразованием называют интегральное преобразование [4]

$$(\mathcal{H}f)(x) = \int_0^{\infty} \mathcal{H}_{p,q}^{m,n} \left[ \begin{matrix} (a_i, \alpha_i)_{1,p} \\ (b_j, \beta_j)_{1,q} \end{matrix} \middle| s \right] f(t) dt, \quad (6)$$

содержащее  $H$ -функцию (4) в ядре.

Преобразование Меллина  $\mathfrak{M}f$  определяется равенством [5]

$$(\mathfrak{M}f)(s) = f^*(s) = \int_0^{+\infty} f(t) t^{s-1} dt. \quad (7)$$

Формула преобразования Меллина от функции Миттаг – Леффлера [6, формула (1.8.15)]:

$$\mathfrak{M}(E_{\alpha}(-t))(s) = \frac{\Gamma(s)\Gamma(1-s)}{\Gamma(1-\alpha s)}. \quad (8)$$

Известно, что формула преобразования Меллина от  $H$ -преобразования (6) имеет вид [4, (3.1.5)]

$$(\mathfrak{M} \mathcal{H} f)(s) = \mathcal{H}_{p,q}^{m,n} \left[ \begin{matrix} (a_i, \alpha_i)_{1,p} \\ (b_j, \beta_j)_{1,q} \end{matrix} \middle| s \right] (\mathfrak{M}f)(1-s), \quad (9)$$

где  $\mathcal{H}_{p,q}^{m,n}(s)$  определяется формулой (5).

Нам понадобятся следующие числа, определяемые через параметры  $H$ -функции (4) [4; 7]:

$$\bar{\alpha} = \begin{cases} -\min_{1 \leq j \leq m} \left[ \frac{\operatorname{Re}(b_j)}{\beta_j} \right], & m > 0, \\ -\infty, & m = 0; \end{cases} \quad \bar{\beta} = \begin{cases} \min_{1 \leq i \leq n} \left[ \frac{1 - \operatorname{Re}(a_i)}{\alpha_i} \right], & n > 0, \\ \infty, & n = 0, \end{cases} \quad (10)$$

$$a_1^* = \sum_{j=1}^m \beta_j - \sum_{i=n+1}^p \alpha_i, \quad a_2^* = \sum_{i=1}^n \alpha_i - \sum_{j=m+1}^q \beta_j, \quad (11)$$

$$a^* = a_1^* + a_2^* = \sum_{i=1}^n \alpha_i - \sum_{i=n+1}^p \alpha_i + \sum_{j=1}^m \beta_j - \sum_{j=m+1}^q \beta_j, \quad \Delta = a_1^* - a_2^* = \sum_{j=1}^m \beta_j - \sum_{i=1}^n \alpha_i, \quad (12)$$

$$\mu = \sum_{j=1}^q b_j - \sum_{i=1}^p a_i + \frac{p-q}{2}. \quad (13)$$

Исключительным множеством  $\mathcal{E}_{\mathcal{H}}$  функции  $\mathcal{H}_{p,q}^{m,n}(s)$ , определенной в (5), называется множество вещественных чисел  $v$  таких, что  $\bar{\alpha} < 1 - v < \bar{\beta}$  и  $\mathcal{H}_{p,q}^{m,n}(s)$  имеет нули на прямой  $\operatorname{Re}(s) = 1 - v$ .

Дробные интегралы типа Эрдейи – Кобера  $I_{0+;\sigma,\eta}^\lambda f$  и  $I_{-;\sigma,\eta}^\lambda f$  порядка  $\lambda \in \mathbb{C}$ ,  $\text{Re}(\lambda) > 0$ , определяются для  $\sigma > 0$ ,  $\eta \in \mathbb{C}$  при  $x > 0$  равенствами [1, (18.1), (18.3)]

$$I_{0+;\sigma,\eta}^\alpha f(x) = \frac{\sigma x^{-\sigma(\alpha+\eta)}}{\Gamma(\alpha)} \int_0^x (x^\sigma - t^\sigma)^{\alpha-1} t^{\sigma\eta+\sigma-1} f(t) dt,$$

$$I_{-;\sigma,\eta}^\alpha f(x) = \frac{\sigma x^{\sigma\eta}}{\Gamma(\alpha)} \int_x^\infty (t^\sigma - x^\sigma)^{\alpha-1} t^{\sigma(1-\alpha-\eta)-1} f(t) dt.$$

Обобщенное преобразование Лапласа определяется формулой [4, формула (3.3.3)]

$$(L_{k,\lambda} f)(x) = \int_0^\infty (xt)^{-\lambda} e^{-k|(xt)^{1/k}} f(t) dt, \quad k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, \lambda \in \mathbb{C}, x \in \mathbb{R}_+.$$

**Свойства интегрального преобразования с функцией Миттаг – Леффлера.** Найдем преобразование Меллина (7) от преобразования (1).

Переставляем порядок интегрирования в повторном интеграле, используем формулы (7) и (8), с учетом формулы (5) окончательно получаем

$$\begin{aligned} (\mathfrak{M}H_{1,1,1,2} f)(s) &= \int_0^\infty x^{s-1} dx \int_0^\infty E_\alpha(-xt) f(t) dt = \int_0^\infty t^{1-s-1} f(t) dt \int_0^\infty (xt)^{s-1} E_\alpha(-xt) d(xt) = \\ &= \frac{\Gamma(s)\Gamma(1-s)}{\Gamma(1-\alpha s)} (\mathfrak{M} f \mathfrak{A})(s) = \mathcal{H}_{1,2}^{1,1} \left[ \begin{matrix} (0, 1) \\ (0, 1) (0, \alpha) \end{matrix} \middle| s \right] (\mathfrak{M} f \mathfrak{A})(s). \end{aligned} \tag{14}$$

Из (14) следует представление преобразования (1) в виде Н-преобразования вида (6):

$$(Hf)(x) = (H_{1,1,1,2} f)(x) = \int_0^\infty H_{1,2}^{1,1} \left[ \begin{matrix} (0, 1) \\ (0, 1) (0, \alpha) \end{matrix} \middle| xt \right] f(t) dt \quad (x > 0). \tag{15}$$

Параметры (10) – (13) для преобразования (15) соответственно равны:

$$\bar{\alpha} = 0, \bar{\beta} = 1; a_1^* = 1, a_2^* = 1 - \alpha, a^* = 2 - \alpha, \Delta = \alpha; \mu = -\frac{1}{2}; \alpha_0 = 1 + \max \left[ -1, -\frac{1}{\alpha} \right], \beta_0 = 1. \tag{16}$$

Введем обозначение. Пусть  $[X, Y]$  означает множество ограниченных линейных операторов, действующих из банахова пространства  $X$  в банахово пространство  $Y$ .

Учитывая, что (1) и (15) являются частным случаем преобразования (6) с параметрами (16), на основании утверждений, представленных в [4, теорема 3.6], получаем следующие свойства преобразования (1) и (15) в пространствах  $\mathfrak{L}_{v,2}$ . Отметим, что все результаты, полученные для преобразования (1) и (15), получены для значений  $0 < \alpha < 1$  в (2).

**Теорема 1.** Пусть выполняются условия

$$0 < 1 - v < 1, a^* = 2 - \alpha > 0. \tag{17}$$

Верны следующие утверждения:

А. Существует инъективное преобразование  $H_{1,1,1,2} \in [\mathfrak{L}_{v,2}, \mathfrak{L}_{1-v,2}]$  такое, что равенство (14) выполняется для  $f \in \mathfrak{L}_{v,2}$  и  $\text{Re}(s) = 1 - v$ .

Если  $a^* = 0$ ,  $\alpha(1 - v) - \frac{1}{2} = 0$  и  $v \notin \mathcal{E}_{\mathfrak{H}}$ , тогда оператор  $H_{1,1,1,2}$  биективно отображает пространство  $\mathfrak{L}_{v,2}$  на  $\mathfrak{L}_{1-v,2}$ .

В. Если  $f \in \mathfrak{L}_{v,2}$  и  $g \in \mathfrak{L}_{v,2}$ , тогда справедлива формула

$$\int_0^\infty f(x) (H_{1,1,1,2} g)(x) dx = \int_0^\infty (H_{1,1,1,2} f)(x) g(x) dx. \tag{18}$$

С. Пусть  $\lambda \in \mathbb{C}$ ,  $h > 0$  и  $f \in \mathfrak{L}_{\nu, 2}$ . Если  $\operatorname{Re}(\lambda) > (1-\nu)h - 1$ , тогда преобразование вида (15)  $H_{1,1,1,2} f$  может быть представлено как

$$(H_{1,1,1,2} f)(x) = hx^{1-(\lambda+1)/h} \frac{d}{dx} x^{(\lambda+1)/h} \int_0^\infty H_{2,3}^{1,2} \left[ xt \left| \begin{matrix} (-\lambda, h), & (0, 1) \\ (0, 1), (0, \alpha), & (-\lambda-1, h) \end{matrix} \right. \right] f(t) dt, \quad (19)$$

а при  $\operatorname{Re}(\lambda) > (1-\nu)h - 1$  дается формулой

$$(H_{1,1,1,2} f)(x) = -hx^{1-(\lambda+1)/h} \frac{d}{dx} x^{(\lambda+1)/h} \int_0^\infty H_{2,3}^{2,1} \left[ \frac{x}{t} \left| \begin{matrix} (0, 1), & (-\lambda, h) \\ (-\lambda-1, h), (0, 1), (0, \alpha) \end{matrix} \right. \right] f(t) dt. \quad (20)$$

Д. Преобразование  $H_{1,1,1,2} f$  не зависит от  $\nu$  в том смысле, что если  $\nu$  и  $\tilde{\nu}$  удовлетворяют условиям (17) и если преобразования  $H_{1,1,1,2} f$  и  $\tilde{H}_{1,1,1,2} f$  определены соответственно в пространствах  $\mathfrak{L}_{\nu, 2}$  и  $\mathfrak{L}_{\tilde{\nu}, 2}$  равенством (14), то равенство  $H_{1,1,1,2} f = \tilde{H}_{1,1,1,2} f$  выполняется для функций  $f \in \mathfrak{L}_{\nu, 2} \cap \mathfrak{L}_{\tilde{\nu}, 2}$ .

Функциональные свойства преобразования (1) и (15) в пространствах  $\mathfrak{L}_{\nu, r}$  представлены в следующих двух теоремах, которые получены из утверждений [4, теоремы 4.5 и 4.6].

**Теорема 2.** Пусть

$$a^* = 2 - \alpha > 0, \quad 0 < 1 - \nu < 1 \text{ и } 1 \leq r \leq s \leq \infty.$$

Верны следующие утверждения:

А. Преобразование  $H_{1,1,1,2} f$ , определенное на  $\mathfrak{L}_{\nu, 2}$ , может быть продолжено на  $\mathfrak{L}_{\nu, r}$  до элемента  $H_{1,1,1,2} \in [\mathfrak{L}_{\nu, r}; \mathfrak{L}_{1-\nu, s}]$ . Если  $1 \leq r \leq 2$ , то преобразование  $H_{1,1,1,2} f$  взаимно однозначно отображает пространство  $\mathfrak{L}_{\nu, 2}$  на  $\mathfrak{L}_{1-\nu, s}$ .

**Теорема 3.** Пусть  $a_1^* = 1$ ,  $a_2^* = 1 - \alpha > 0$ ,  $0 < 1 - \nu < 1$ ,  $\omega = \alpha - \frac{1}{2}$  и  $1 < r < \infty$ .

А. Если  $\nu \notin \mathcal{E}_{\mathcal{H}}$  или  $1 \leq r \leq 2$ , то преобразование  $H_{1,1,1,2} f$  взаимно однозначно на  $\mathfrak{L}_{\nu, r}$  и его образ описывается равенством

$$H_{1,1,1,2} (\mathfrak{L}_{\nu, r}) = (L_{1,0} L_{1-\alpha, -\omega/(1-\alpha)}) (\mathfrak{L}_{1-\nu, r}). \quad (21)$$

Когда  $\nu \in \mathcal{E}_{\mathcal{H}}$ , то  $H_{1,1,1,2} (\mathfrak{L}_{\nu, r})$  является подмножеством множества в правой части (21).

В. Если  $\omega = \alpha - \frac{1}{2} < 0$  и  $\nu \notin \mathcal{E}_{\mathcal{H}}$ , тогда

$$H_{1,1,1,2} (\mathfrak{L}_{\nu, r}) = (\Gamma_{-, 1, 0}^{-\omega} L_{1,0} L_{1-\alpha, 0}) (\mathfrak{L}_{1-\nu, r}). \quad (22)$$

Когда  $\nu \in \mathcal{E}_{\mathcal{H}}$ , то  $H_{1,1,1,2} (\mathfrak{L}_{\nu, r})$  является подмножеством множества в правой части (22).

**Заключение.** В работе получены условия ограниченности и взаимной однозначности оператора преобразования (1), (15) из одних пространств интегрируемых функций в другие, получен аналог формулы интегрирования по частям. Для такого преобразования установлены различные интегральные представления.

Работа выполнена в рамках ГПНИ «Конвергенция – 2025», подпрограмма «Математические модели и методы», задание 1.2.01. (№ регистрации 20211316 от 15.05.2021 г.).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Самко С. Г., Килбас А. А., Маричев О. И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. – Минск: Наука и техника, 1987. – 688 с.
2. Paneva-Konovska J. From Bessel to multi-index Mittag-Leffler functions: enumerable families, series in them and convergence. – World Scientific, 2017. – 229 p.

3. Mittag-Leffler Functions, Related Topics and Applications / R. Gorenflo, A. A. Kilbas, F. Mainardi et al. – 2th ed. – Springer, 2020. – 548 p. – DOI: [10.1007/978-3-662-61550-8](https://doi.org/10.1007/978-3-662-61550-8).
4. Kilbas A. A., Saigo M. H. *H-Transforms. Theory and Applications*. – London [etc.]: Chapman and Hall. CRC Press, 2004. – 401 p.
5. Rooney P. G. On integral transformations with G-function kernels // Proc. Royal Soc. Edinburgh. Sect. A. – 1983. – Vol. 93. – P. 265–297.
6. Theory and applications of fractional differential equations // North–Holland Mathematics Studies; ed.: A. A. Kilbas, H. M. Srivastava, J. J. Trujillo. – Amsterdam: Elsevier.xv, 2006. – Vol. 204. – 523 p.
7. Скоромник О. В. Интегральные преобразования с функциями Гаусса и Лежандра в ядрах и интегральные уравнения первого рода. – Новополюк: ПГУ, 2019. – 180 с.

## REFERENCES

1. Samko, S. G., Kilbas, A. A., & Marichev, O. I. (1987). *Integraly i proizvodnye drobnogo poryadka i nekotorye ikh prilozheniya [Integrals and derivatives of fractional order and some of their applications]*. Minsk: Nauka i tekhnika. (In Russ.).
2. Paneva-Konovska, J. (2017). *From Bessel to multi-index Mittag-Leffler functions: enumerable families, series in them and convergence*. World Scientific.
3. Gorenflo, R., Kilbas, A. A., Mainardi, F., & Rogosin, S. (2020). *Mittag-Leffler Functions, Related Topics and Applications*. Springer. DOI: [10.1007/978-3-662-61550-8](https://doi.org/10.1007/978-3-662-61550-8).
4. Kilbas, A. A., & Saigo, M. H. (2004). *H-Transforms. Theory and Applications*. London [etc.]: Chapman and Hall. CRC Press.
5. Rooney, P. G. (1983). On integral transformations with G-function kernels. *Proc. Royal Soc. Edinburgh. Sect. A.*, 93, 265–297.
6. Kilbas, A. A., Srivastava, H. M., & Trujillo, J. J. (Ed.). (2006). *Theory and applications of fractional differential equations. North–Holland Mathematics Studies* (Vol. 204). Amsterdam: Elsevier.xv.
7. Skoromnik, O. V. (2019). *Integral'nye preobrazovaniya s funktsiyami Gaussa i Lezhandra v yadrakh i integral'nye uravneniya pervogo roda*. – Novopolock: PGU. (In Russ.).

Поступила 11.11.2024

**INTEGRAL TRANSFORMATION WITH THE MITTAG–LEFFLER FUNCTION  
IN SPACES OF LEBESGUE-MEASURABLE FUNCTIONS**

**S. SITNIK**

*(The National Research University "Belgorod State University" (BelSU), Russia);*

**O. SKOROMNIK, A. KUROKHTINA**

*(Euphrosyne Polotskaya State University of Polotsk)*

*One integral transformation with a special Mittag – Leffler function in the kernel is considered. Using the Mellin transformation technique, we show that it is a special case of the one-dimensional H-transformation. Based on the theory of the H-transformation, the properties of the considered integral transformation in the spaces of integrable functions with a weight on the semiaxis are investigated.*

**Keywords:** *integral H-transformation, Mittag – Leffler function, Fox H-function, Mellin transform, space of integrable functions, fractional integrals and derivatives.*

## СОДЕРЖАНИЕ

### **ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ**

<i>Аваков С. М., Воронов А. А., Ганченко В. В.</i> Принципы проектирования и разработки программного обеспечения для оборудования контроля качества топологических структур в микроэлектронике .....	2
<i>Воробей В. А., Малевич А. Э.</i> Эффективное уменьшение разрешения изображений в нейронных сетях на основе вейвлетов .....	10
<i>Ким Т. Ю., Печковский Е. И., Печковская А. В.</i> Разработка целевой функции генетического алгоритма для оптимизации массы деталей редуктора при FDM-печати .....	16
<i>Лупенко Н. Л., Бозуш Р. П., Чен Х.</i> Анализ методов определения абсолютного расстояния до объекта по изображению с одной видеокамеры с использованием нейронных сетей .....	24

### **ЭЛЕКТРОФИЗИКА, ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИЕ УСТАНОВКИ (ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ)**

<i>Бринкевич Д. И., Просолович В. С., Колос В. В., Зубова О. А., Вабищевич С. А.</i> Инфракрасная Фурье-спектроскопия диффузного отражения пленок негативных фоторезистов серии AZ nLOF на монокристаллическом кремнии .....	34
<i>Вабищевич С. А., Вабищевич Н. В., Бринкевич Д. И., Просолович В. С.</i> Прочностные свойства имплантированных ионами сурьмы пленок диазохинон-новолачного фоторезиста ФП9120 на монокристаллическом кремнии .....	41
<i>Янушкевич В. Ф.</i> Методы комплексного использования электромагнитных волн для поиска углеводородов .....	47
<i>Янушкевич В. Ф.</i> Применение амплитудно-частотно-модулированных сигналов для поиска углеводородов .....	55

### **МАТЕМАТИКА**

<i>Козлов А. А.</i> О свойстве равномерной полной управляемости для линейной системы с локально интегрируемыми коэффициентами .....	62
<i>Ситник С. М., Скоромник О. В., Курохтина А. А.</i> Интегральное преобразование с функцией Миттаг – Леффлера в пространствах измеримых по Лебегу функций .....	67