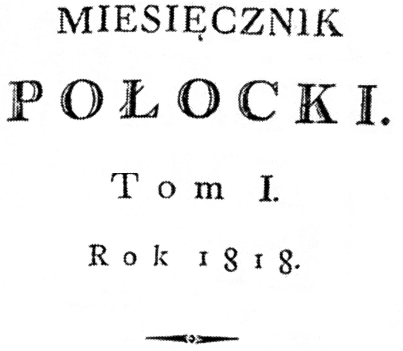

MIESIĘCZNIK
POŁOCKI.
Tom I.
Rok 1818.

«Вестник Полоцкого государственного университета» продолжает традиции первого в Беларуси литературно-научного журнала «Месячник Полоцкий».

ВЕСНІК ПОЛАЦКАГА ДЗЯРЖАЎНАГА УНІВЕРСІТЭТА
Серыя С. Фундаментальныя навукі

У серыі С навукова-тэарэтычнага часопіса друкуюцца артыкулы, якія прайшлі рэцэнзаванне, змяшчаюць новыя навуковыя вынікі ў галіне інфарматыкі і матэматыкі, фізікі.

ВЕСТНИК ПОЛОЦКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
Серия С. Фундаментальные науки

В серии С научно-теоретического журнала публикуются статьи, прошедшие рецензирование, содержащие новые научные результаты в области информатики и математики, физики.

HERALD OF POLOTSK STATE UNIVERSITY
Series C. Fundamental sciences

Series C includes reviewed articles which contain novelty in research and its results in computer science and mathematics, physics.

Адрес редакции:
Полоцкий государственный университет, ул. Блохина, 29, г. Новополоцк, 211440, Беларусь
тел. + 375 (214) 53 34 58, e-mail: vestnik@psu.by

Отв. за выпуск В.А. Груздев, С.Г. Ехилевский, Э.М. Пальчик.
Редактор Р.Н. Авласенок.
Подписано к печати 29.09.2014. Бумага офсетная 70 г/м^2. Формат 60×84$^1/_8$. Ризография.
Усл. печ. л. 10,46. Уч.-изд. л. 12,61. Тираж 100 экз. Заказ 1679.

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 534; 53.08:681.3

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ШИРОКОПОЛОСНОГО ЛИНЕЙНО-ЧАСТОТНО-МОДУЛИРОВАННОГО СИГНАЛА ДЛЯ ОЦЕНКИ РАЗБОРЧИВОСТИ РЕЧИ В ТЕХНИЧЕСКИХ КАНАЛАХ УТЕЧКИ ИНФОРМАЦИИ

д-р техн. наук, проф. В.К. ЖЕЛЕЗНЯК; канд. тех. наук К.Я. РАХАНОВ; И.Б. БУРАЧЕНОК
(Полоцкий государственный университет)

Исследованы параметры измерительного широкополосного ЛЧМ-сигнала в полосах равной разборчивости. Предложена оценка защищенности объектов информатизации от утечки речевой информации по низкочастотным техническим каналам утечки широкополосным ЛЧМ-сигналом на основе функции взаимной корреляции в полосах равной разборчивости. Получены исходные данные для реализации метода оценки параметров широкополосного ЛЧМ-сигнала на новых принципах в условиях воздействующих факторов. Метод реализует сокращение времени обработки ЛЧМ-сигнала при сохранении результатов, достигнутых при обработке частотно-временным преобразованием Вигнера по чувствительности, разрешающей способности по частоте и методической погрешности.

Введение. Задача оценки степени защищенности объекта информатизации от утечки информации объекта информатизации (ОИ) по техническим каналам несомненно актуальна. Для этого необходимо выявить каналы утечки (акустический, вибрационный) и оценить защищенность каждого (оценить защищенность выявленного канала утечки в реальном масштабе времени и с высокой точностью по критерию разборчивости речи и критерию отношения сигнал/шум). Защищенность ОИ объективно оценивают выделением слабых измерительных сигналов из шумов высокого уровня в канале утечки (КУ) речевой информации. Методы оценки защищенности речевой информации в полосах равной разборчивости регламентированы в Республике Беларусь СТБ 34.101.29-2011 [1]. Для оценки защищенности КУ речевой информации широко применяется в качестве измерительного гармонический сигнал, обоснованный корреляционной теорией разборчивости речи [2]. Наряду с положительными параметрами и характеристиками данному сигналу присуща методическая погрешность, обусловленная неравномерностями спектральной плотности речевого сигнала в широком диапазоне частот, кривой чувствительности уха, неравномерностью амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) преграды, через которую распространяется речевой сигнал (КУ речевой информации), а также из-за ограниченной продолжительности сигнала. К этим факторам относят и неравномерность спектральной плотности фонового шума.

Особенностью КУ информации является неравномерность АЧХ, высокий уровень шумов. Спектр речевого сигнала разбивают на 20 полос равной разборчивости либо на 20 1/3-октавных полос [2].

Реализация широкополосного линейно-частотно-модулированного (ЛЧМ) сигнала для оценки разборчивости речи в КУ речевой информации с обработкой частотно-временным преобразованием Вигнера [3–7] исключает методическую погрешность, присущую гармоническому сигналу, что позволяет значительно повысить информационные параметры по точности, разрешающей способности по частоте и чувствительности. Однако получение достигнутых результатов требует значительного увеличения времени обработки сигналов. Поэтому ***целью работы*** является оптимизация автоматизированной обработки измерительного широкополосного ЛЧМ-сигнала по критерию минимизации временного ресурса в условиях воздействия шумов высокого уровня, деформации его спектральной характеристики при неизменных достигнутых параметрах по предельной чувствительности и высокой точности.

Постановка задачи исследования

1. Исследовать характеристики и параметры широкополосного ЛЧМ-сигнала при разбиении спектра речевого сигнала на 20 полос равной разборчивости. Оценить влияние размера базы и длительности сигнала на чувствительность и точность.

2. Представить параметры широкополосного ЛЧМ-сигнала для оценки разборчивости речи в КУ речевой информации при сокращении времени оценки с сохранением достигнутой чувствительности и методической погрешности.

3. Оценить временную эффективность цифровой обработки широкополосного ЛЧМ-сигнала методом взаимной корреляции.

Анализ широкополосного ЛЧМ-сигнала. В отличие от гармонического сигнала, широкополосный ЛЧМ-сигнал позволяет расширить возможность оценки защищенности речи и контролировать АЧХ в полосах равной разборчивости, на которые разбивается спектр речевого сигнала, а не в отдельных точках на числовой оси [5]. Для оценки защищенности в работах [3; 5] предложено использование широкополосного ЛЧМ-сигнала с большой базой $B > 1$, с прямоугольной огибающей и мгновенной частотой, изменяющейся по линейному закону в пределах времени, равного длительности прямоугольного импульса:

$$f(t) = f_0 + \mu t, \qquad -\frac{T_c}{2} \le t \le \frac{T_c}{2}. \tag{1}$$

Здесь f_0 – средняя частота широкополосного ЛЧМ-сигнала; μ – скорость изменения мгновенной частоты $\left(\mu = \frac{2 \cdot \Delta f}{T_c}, \text{ где } 2 \cdot \Delta f - \text{девиация частоты}\right)$; T_c – длительность импульса.

С учетом (1) уравнение ЛЧМ-сигнала можно представить следующим образом [8]:

$$s_{ЛЧМ}(t) = \begin{cases} A_0 \cos\left[2\pi\left(f_0 t + \frac{\mu}{2} t^2\right) + \varphi_0\right], & |t| \le \frac{T_c}{2}, \\ 0, & |t| > \frac{T_c}{2}, \end{cases} \tag{2}$$

где A_0 – амплитуда сигнала; φ_0 – начальная фаза.

В качестве примера на рисунке 1 изображена спектральная характеристика широкополосного ЛЧМ-сигнала частотой f_0 = 1690 Гц ($2 \cdot \Delta f$ = 180 Гц, девятая полоса равной разборчивости) и базой B = 200 длительностью T_c = 1,1 с.

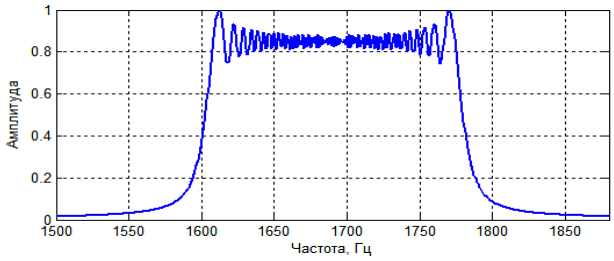


Рис. 1. Спектральная характеристика широкополосного сигнала частотой f_0 = 1690 Гц и базой B = 200 длительностью T_c = 1,1 с

Используя уравнение (2) широкополосного ЛЧМ-сигнала, сформированы и исследованы 20 широкополосных ЛЧМ-сигналов в полосах равной разборчивости при различных исходных размерах базы сигналов и их длительности.

Первоначально в качестве постоянного был установлен безразмерный параметр базы B. При различных значениях базы (B = 200, 500, 5000) определено время пребывания широкополосного ЛЧМ-сигнала в полосе равной разборчивости для каждого отдельно взятого широкополосного ЛЧМ-сигнала. Время пребывания широкополосного ЛЧМ-сигнала в полосе равной разборчивости T_c определялось как [9]:

$$T_c = \frac{B}{2 \cdot \Delta f_N}, \tag{3}$$

где B – база широкополосного ЛЧМ-сигнала; $2 \cdot \Delta f_N$ – девиация широкополосного ЛЧМ-сигнала в пределах полосы равной разборчивости; $N = \overline{1,k}$ (k – порядковый номер полосы равной разборчивости; k = 20 – количество полос равной разборчивости).

При исследовании полученных сигналов установлено, что самое малое значение девиации частоты $2 \cdot \Delta f_{N=3}$ = 140 Гц имеет широкополосный сигнал в третьей полосе равной разборчивости N_3, а самое большое значение девиации частоты $2 \cdot \Delta f_{N=20}$ = 2750 Гц имеет сигнал в двадцатой полосе N_{20}, т.е. значение девиации в двадцатой полосе почти в 20 раз больше значения девиации третьей полосы. Эта разница значительно влияет на оценку сигналов, сформированных при постоянном значении базы, например,

если значение базы равно $B = 200$, длительность широкополосного ЛЧМ-сигнала в N_3 составляет $T_c = 1{,}43$ с, а в полосе N_{20} длительность широкополосного ЛЧМ-сигнала $T_c = 0{,}07$ с.

Особенностью широкополосных ЛЧМ-сигналов с постоянным значением базы является зависимость энергии от ширины полосы. При расширении полосы уменьшается энергия широкополосного ЛЧМ-сигнала. Уменьшение энергии ведет к необходимости сокращения расстояния между источником и приемником сигнала для получения заданной разрешающей способности.

При значении базы $B = 5000$ длительность полученного широкополосного ЛЧМ-сигнала в полосе N_{20} равна $T_c = 1{,}82$ с. При использовании такого же значения базы для формирования широкополосного ЛЧМ-сигнала в третьей полосе N_3 его длительность возрастет до значения $T_c = 35{,}71$ с. Суммарное время при значении базы $B = 200$ равно $T_{сум} = 16{,}86$ с, однако это не позволяет провести оценку разборчивости в полосах равной разборчивости в равных условиях. Чтобы уравнять условия, необходимо использовать постоянное значение базы не менее $B = 5000$. В этом случае суммарное время всех 20-ти широкополосных сигналов составит $T_{сум} = 421{,}79$ с. Данное значение получено без учета времени обработки сигналов на выходе измерителя. При использовании постоянного значения базы не менее $B = 5000$ не представляется возможным сократить общее время оценки технических каналов утечки.

Таким образом, возникла необходимость дальнейшего исследования 20-ти широкополосных ЛЧМ-сигналов в полосах равной разборчивости с постоянным значением длительности сигнала $T_c = 1, 2, 4, 6$ с. Из (3), следует, что

$$B = 2 \cdot \Delta f_N \cdot T_c . \qquad (4)$$

При постоянной длительности были сформированы широкополосные ЛЧМ-сигналы с различными значениями базы в каждой полосе равной разборчивости. При длительности $T_c = 2$ с база широкополосного ЛЧМ-сигнала в третьей полосе N_3 равна $B = 280$, а в полосе N_{20} база $B = 5500$. При длительности $T_c = 4$ с база широкополосного ЛЧМ-сигнала в полосе N_3 и полосе N_{20} составит $B = 560$ и $B = 11000$ соответственно.

Таким образом, если оценивать суммарное время для передачи всех сигналов в 20-ти полосах равной разборчивости, одинаковых по длительности, то суммарное время формирования 20-ти широкополосных ЛЧМ-сигналов при длительности $T_c = 2$ с составит $T_{сум} = 40$ с, при длительности $T_c = 4$ с $T_{сум} = 80$ с.

В результате исследования широкополосных ЛЧМ сигналов в 20 полосах равной разборчивости с постоянным значением базы показано, что с увеличением ширины полосы длительность широкополосных ЛЧМ-сигналов уменьшается и использование широкополосных ЛЧМ-сигналов с постоянным значением базы нецелесообразно. Предложено использовать сигналы, одинаковые по длительности и имеющие различные значения базы. Это сокращает общее время оценки каналов утечки информации.

В таблице 1 представлена зависимость $B = f(2 \cdot \Delta f_N \cdot T_c)$ при $T_c = 4$ с в полосах равной разборчивости.

Таблица 1

Зависимость $B = f(2 \cdot \Delta f_N \cdot T_c)$ при $T_c = 4$ с

Номер полосы N_k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Девиация частоты $2 \cdot \Delta f_N$, Гц	320	150	140	155	165	190	190	190	180	180
База B	1280	600	560	620	660	760	760	760	720	720

Продолжение таблицы 1

Номер полосы N_k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Девиация частоты $2 \cdot \Delta f_N$, Гц	180	180	230	350	400	360	390	960	2240	2750
База B	720	720	920	1400	1600	1440	1560	3840	8960	11000

При оценке КУ длительность формируемого измерительного гармонического сигнала в каждой полосе равной разборчивости регламентирована: $T_c = 1, 10, 25$ с.

Оценка параметров широкополосного ЛЧМ-сигнала на основе функции взаимной корреляции. При обработке и оценке параметров широкополосного ЛЧМ-сигнала в КУ речевого сигнала необходимо обеспечить синхронность генерируемого измерительного сигнала с сигналом на выходе КУ информации. Для оценки параметров широкополосного ЛЧМ-сигнала в КУ информации с высокой точностью требуется учитывать случайное запаздывание, обусловленное прохождением его через среду распространения, задержками аппаратуры. Даже небольшое случайное запаздывание длительностью 10…200 мс способно значительно увеличить погрешность оценки выходных параметров.

Предложен метод, исключающий погрешности, связанные с запаздыванием сигнала в КУ речевой информации. Данный метод основан на оценке параметров взаимной корреляции между широкополосным ЛЧМ-сигналом, прошедшим через среду распространения с определенной задержкой, и измерительным широкополосным ЛЧМ-сигналом. Случайное запаздывание определяется как разность времени максимума функции взаимной корреляции между сигналом на выходе КУ речевой информации и измерительным широкополосным ЛЧМ-сигналом и времени максимума функции автокорреляции измерительного широкополосного ЛЧМ-сигнала. Это время является временем задержки принимаемого широкополосного ЛЧМ-сигнала.

Следующим параметром является чувствительность оценки, определяемая отношением изменения выходного значения сигнал/шум $Q_{вых}$ к вызывающему его изменению входного отношения сигнал/шум $Q_{вх}$ [10]. Зависимость изменения выходного значения сигнал/шум от изменения входного значения сигнал/шум можно представить как

$$Q_{вых} = f(Q_{вх}), \tag{5}$$

где $Q_{вх} = \left(\frac{P_c}{P_n}\right)_{вх}$ – отношение мощности измерительного сигнала к мощности помехи на входе. Здесь P_c, P_n – соответственно мощности широкополосного ЛЧМ-сигнала и помехи.

При использовании широкополосного ЛЧМ-сигнала предложенным методом для определения $Q_{вых}$ можно воспользоваться следующим выражением [11]:

$$Q_{вых} = 2 \cdot E / N_n, \tag{6}$$

где E – энергия сигнала в канале утечки речевой информации; N_n – спектральная плотность мощности помехи в полосе широкополосного ЛЧМ-сигнала.

Оценку энергии сигнала осуществим на основе корреляционной функции. Согласно исследованиям, корреляционный метод определения сигнала известной формы на фоне белого шума является наиболее оптимальным. Считается, что данный метод позволяет получить наилучшее отношение сигнал/шум [11]. Для этих целей вычисляется статистическая взаимосвязь между случайными величинами из одного ряда с величинами другого ряда, но взятыми со сдвигом. Функция взаимной корреляции определяется [12] согласно выражению

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s_1(t)\, s_2(t-\tau)\, dt, \tag{7}$$

где τ – сдвиг по времени между сигналами.

Функция (7) позволяет дополнительно оценить как степень сходства формы двух сигналов, так и их взаимное расположение друг относительно друга по координате. В момент времени, когда выходной сигнал $s_2(t)$ наиболее похож на входной $s_1(t)$, корреляционная функция будет иметь пик. Ширина этого пика, если не брать во внимание шум, будет равна удвоенной длине зондирующего импульса и будет симметричной относительно центрального пика, даже если исследуемый сигнал не является симметричным. Чтобы оценить с высокой точностью зондирующий ЛЧМ-импульс, он должен удовлетворять следующим требованиям: иметь как можно более узкий центральный пик и при этом иметь минимальный уровень боковых лепестков, так как сигнал похож сам на себя только в очень коротком интервале времени.

С использованием выражения (7) построены графики чувствительности 20-ти широкополосных ЛЧМ-сигналов в шумах высокого уровня в пределах $(P_c)_{вых} < (P_n)_{вых}$ и $(P_c)_{вых} > (P_n)_{вых}$ [13].

Графики чувствительности двух широкополосных ЛЧМ-сигналов в полосе N_3 и N_{20} длительностью T_c = 1 с представлены на рисунке 2. Из данных графиков следует, что в надпороговой области имеется выигрыш, одинаковый для обоих случаев. Предельная чувствительность данных сигналов при длительности T_c = 1 с имеет погрешность. Для получения с минимальными разбросами графических зависи-

мостей $Q_{вых} = f(Q_{вх})$, выполнена точечная среднестатистическая обработка выходных 20-ти широкополосных ЛЧМ-сигналов в шумах длительностью T_c = 1, 2, 4, 6 с.

На рисунке 3 показано, что при увеличении длительности широкополосного ЛЧМ-сигнала получен выигрыш в надпороговой области, который имеет линейную зависимость, а его величина одинакова для всех 20-ти ЛЧМ-сигналов. При длительностях сигналов T_c = 1 с, T_c = 2 с, T_c = 4 с выигрыш в надпороговой области составляет 2, 5 и 8 дБ соответственно. При увеличении длительности сигналов уменьшается также погрешность предельной чувствительности для различных полос при отрицательных отношениях сигнал/шум, а при длительности сигналов T_c = 4 с графики практически совпадают для 20-ти полос равной разборчивости. Таким образом, с увеличением T_c точность оценки параметров увеличивается, так как соответственно повышается количество точек дискретизации, однако увеличение количества точек дискретизации увеличивает время обработки сигнала.

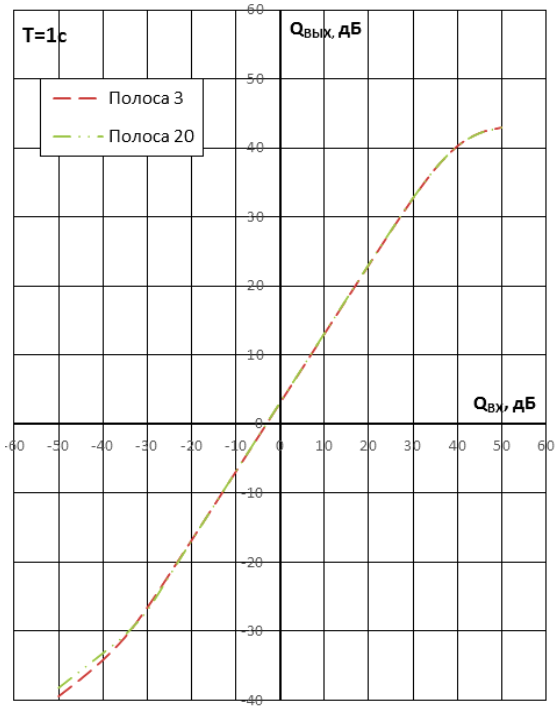


Рис. 2. Зависимость $Q_{вых}$ от $Q_{вх}$ в полосах N_3 и N_{20} с точечной среднестатистической обработкой выходных сигналов в шумах длительностью T_c = 1 с

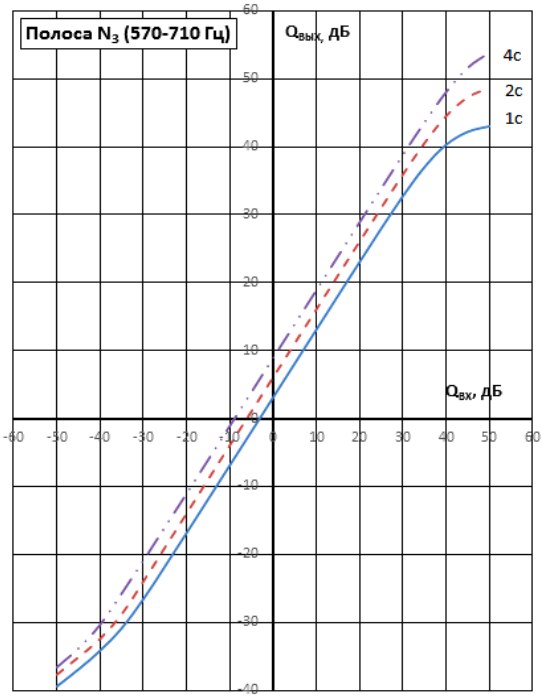


Рис. 3. Зависимость $Q_{вых}$ от $Q_{вх}$ в полосе N_3 с точечной среднестатистической обработкой выходных сигналов в шумах длительностью T_c = 1, 2, 4 с

Графики чувствительности построены на основе статистической обработки ряда измерений. При оценке результатов измерений иногда пользуются понятием максимальной или предельной допустимой погрешности, значение которой определяют в долях σ. В настоящее время существуют разные критерии установления максимальной погрешности, т.е. границы поля допуска $\pm D$, в которые случайные погрешности должны уложиться. На основании информационной теории измерений профессор П.В. Новицкий рекомендует пользоваться значением $D = 2 \cdot \sigma$ [14].

Таким образом, для определения предельной чувствительности измерителя определим относительную погрешность согласно [14]:

$$\gamma \approx \pm \frac{D}{\overline{X}} \cdot 100\ \%, \qquad (8)$$

где D – границы поля допуска, определяющие доверительный интервал значений измеряемой величины от $\overline{X} - D$ до $\overline{X} + D$; $\overline{X}$ – действительное значение измеряемой величины.

По результатам исследования методом на основе функции взаимной корреляции параметров выходных $N_1, \ldots, N_{20}$ широкополосных ЛЧМ-сигналов в конкретно заданной *k*-той полосе с частотой дискретизации F_s = 44100 Гц и постоянным значением базы B = 200, 300, 500, 600 были получены значения предельной чувствительности для каждой *k*-той полосы при относительной погрешности $|\gamma| < 3$ %.

На рисунке 4 показана зависимость предельной чувствительности $Q_{вых}$ в полосах равной разборчивости при различном значении базы в каждой *k*-той полосе.

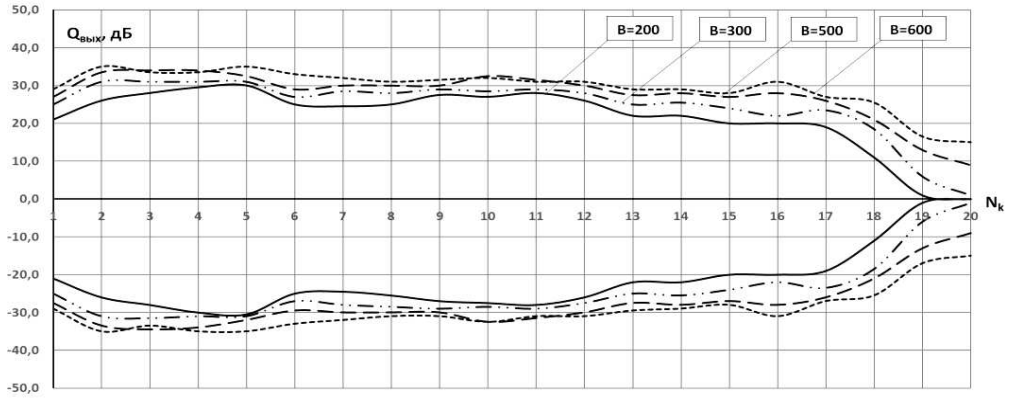


Рис. 4. Предельная чувствительность измерителя выходных ЛЧМ-сигналов
с размером базы *B* = 200, 300, 500, 600 в каждой полосе равной разборчивости в шумах

Из рисунка 4 следует, что при B = 200 в полосах N_{19} (T_c = 0,09 с, Δf = 2240 Гц), N_{20} (T_c = 0,07 с, Δf = 2750 Гц) сигнал практически не обнаруживается. При B = 500 в полосе N_{19} (T_c = 0,22 с), N_{20} (T_c = 0,18 с) сигнал обнаруживается, однако система имеет очень низкий уровень чувствительности.

По результатам эксперимента оптимальное значение базы в полосах N_{19}, N_{20} должно быть не ниже 5000. Если же рассматривать предельную чувствительность в других полосах равной разборчивости, то при значениях базы выше 500 значение предельной чувствительности повышается незначительно, поэтому дальнейшее увеличение значения базы нецелесообразно, так как с увеличением базы резко возрастает и время широкополосных ЛЧМ-сигналов в полосах частот, имеющих меньшее значение девиации частоты, что значительно увеличивает время оценки.

По результатам исследований методом на основе функции взаимной корреляции параметров N_1, ..., N_{20} ЛЧМ-сигналов, каждый в конкретно заданной *k*-той полосе с частотой дискретизации F_s, равной 44100 Гц, и с постоянным значением длительности сигнала при T_c = 1, 2, 4, 6 с были получены значения предельной чувствительности для каждой *k*-той полосы при относительной погрешности $|\gamma| < 3$ %.

На рисунке 5 показана зависимость предельной чувствительности $Q_{вых}$ в полосах равной разборчивости при различной длительности сигналов в каждой *k*-той полосе.

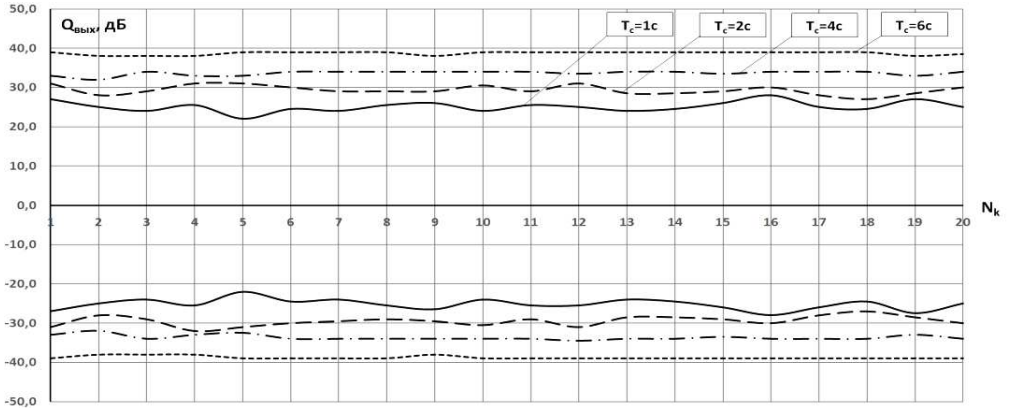


Рис. 5. Предельная чувствительность измерителя выходных ЛЧМ-сигналов
длительностью T_c = 1, 2, 4, 6 с в каждой полосе равной разборчивости в шумах

Из рисунка 5 следует, что чем больше длительность широкополосного ЛЧМ-сигнала, тем меньше значение вариации для каждой *k*-той полосы. Однако, учитывая необходимость выбора минимального значения времени при достижении высокой чувствительности, оптимальным выбором будет T_c = 4 с при условии, что оно имеет постоянное значение для каждой *k*-той полосы. Величины размеров баз 20-ти широкополосных ЛЧМ-сигналов при длительности T_c = 4 с представлены в таблице 1.

Недостатком измерительного широкополосного ЛЧМ-сигнала является наличие порогового эффекта [15]. При уменьшении отношения сигнал/шум до определенного порогового значения [10] наблюдается резкое снижение возможности выделения сигнала из шумов. Снижение порогового эффекта широкополосного ЛЧМ-сигнала осуществляется при помощи синхронного накопления [16]. Синхронное накопление спектральных составляющих позволяет снизить порог чувствительности и повышает точность оценки разборчивости речи [7]. Поэтому, используя данное накопление, получили зависимости $Q_{вых} = f(Q_{вх})$ в шумах высокого уровня при накоплении 10 и 50 раз. Данные зависимости показаны на рисунке 6.

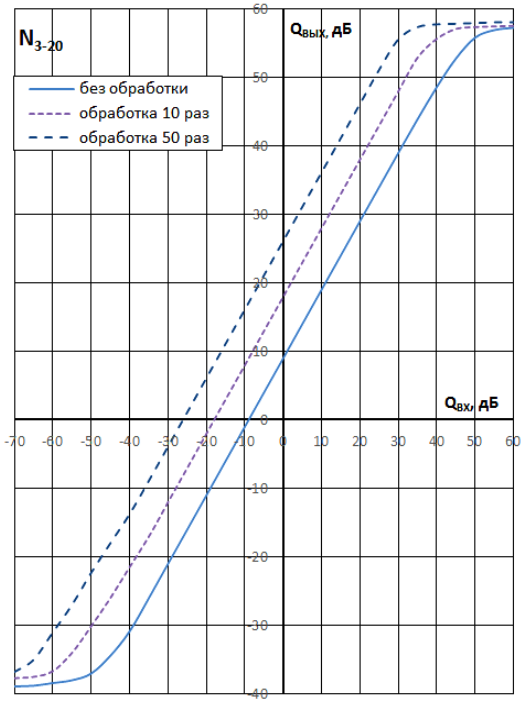


Рис. 6. Зависимость $Q_{вых}$ от $Q_{вх}$ для 20-ти полос равной разборчивости
с точечной среднестатистической обработкой выходных сигналов в шумах длительностью T_c = 4 с

Согласно полученным данным в надпороговой области широкополосный ЛЧМ-сигнал при накоплении 10 раз обладает выигрышем в надпороговой области до 18 дБ. При выделении сигнала из шумов накоплением 50 раз имеем значение выигрыша в надпороговой области, равное 27 дБ. Отношение накопленных энергий широкополосного ЛЧМ-сигнала и помехи растут с увеличением количества накоплений сигнала *n*.

Для оценки параметров широкополосного ЛЧМ-сигнала в условиях воздействия шумов высокого уровня с целью экономии общего времени оценки каналов утечки целесообразно использование 20-ти испытательных сигналов в каждой полосе равной разборчивости длительностью T_c = 4 с. Данное время позволяет сохранить неизменными достигнутые ранее параметры по предельной чувствительности, высокой точности и тонкой структуре обработанного измерительного сигнала.

Оценка временной эффективности цифровой обработки. Практическая реализация программно-аппаратного комплекса, использующего для оценки каналов утечки метод ЛЧМ-сигнала с обработкой частотно-временным преобразованием Вигнера, связана с определенными сложностями [5], что требует значительных временных ресурсов.

Оценим эффективность цифровой обработки широкополосного ЛЧМ-сигнала методом ЛЧМ-сигнала на основе функции взаимной корреляции. Для анализа эффективности цифровой обработки целесообразно использовать подсчет количества выполнения базовых (основных) операций, которые вносят наибольший вклад в общее время выполнения обработки. Время выполнения программной реализации цифровой обработки $T(n)$ на конкретной ПЭВМ можно представить в виде [17]

$$T(n) = c_{op} \cdot C(n), \tag{9}$$

где c_{op} – время выполнения основной операции на ПЭВМ; $C(n)$ – количество выполняемых базовых операций в зависимости от размера входных данных n.

На основании (9) в работе [3] с использованием внешнего модуля АЦП E14-440D $F_s = 2 \cdot 10^5$ Гц при максимальном размере входных данных $n = 4 \cdot 10^5$ было определено итоговое количество базовых операций, равное $C(n) = 1{,}16 \cdot 10^{12}$, для расчета на ПЭВМ (Intel® Core™ Duo U2400), имеющей производительность $3{,}18 \cdot 10^9$ флоп/с. Время выполнения алгоритма

$$T(n) = \frac{1}{3{,}18 \cdot 10^9} \cdot 1{,}16 \cdot 10^{12} = 3{,}65 \cdot 10^2 \text{ с.}$$

Чтобы оценить время выполнения алгоритма оценки параметров на основе функции взаимной корреляции при тех же заданных условиях, выражение (7) представим в цифровой форме:

$$R_j = \sum_{i=0}^{n} S_j \cdot S'_{i-j} \cdot \Delta t. \tag{10}$$

где S – исходный широкополосный ЛЧМ-сигнал; S' – принятый широкополосный ЛЧМ-сигнал; Δt – интервал дискретизации.

Для оценки эффективности цифровой обработки выделим наиболее ёмкие с точки зрения вычисления по времени операции, требующие значительных вычислительных ресурсов, и представим количество выполняемых базовых операций в зависимости от размера входных данных n по основным операциям. Итоговое количество базовых операций алгоритма вычисления классической функции взаимной корреляции $C(n)$ можно описать выражением

$$C(n) = (C_1(n) + C_2(n) + C_3(n)) \cdot C_4(n) = (3n + n + n) \cdot n = 5n \cdot n = 5 \cdot n^2, \tag{11}$$

где $C_1(n)$ – количество базовых операций произведения $S_j \cdot S'_{i-j} \cdot \Delta t$; $C_2(n)$ – количество базовых операций инкрементации индекса i; $C_3(n)$ – количество базовых операций суммирования результатов произведений $S_j \cdot S'_{i-j} \cdot \Delta t$; $C_4(n)$ – количество базовых операций вычисления взаимной корреляции для временного сдвига.

Таким образом, если $n = F_s \cdot T_c = 2 \cdot 10^5 \cdot 2 = 4 \cdot 10^5$, подставив это значение в (11), получим величину базовых операций $C(n) = 5 \cdot (4 \cdot 10^5)^2 = 8 \cdot 10^{11}$. Тогда время выполнения алгоритма обработки

$$T(n) = \frac{1}{3{,}18 \cdot 10^9} \cdot 8 \cdot 10^{11} = 215{,}6 = 2{,}52 \cdot 10^2 \text{ с.}$$

При оценке параметров широкополосного ЛЧМ-сигнала обработкой частотно-временным преобразованием Вигнера при переходе от аналоговой формы распределения Вигнера к дискретной для наиболее достоверного выделения слабого сигнала в шумах высокого уровня широкополосный ЛЧМ-сигнал должен быть дискретизирован с тактовой частотой, более чем в двое превышающей частоту дискретизации Котельникова [5]. Оценка параметров широкополосного ЛЧМ-сигнала обработкой частотно-временным преобразованием Вигнера проводилась с частотой дискретизации, в десять раз превышающей частоту дискретизации Котельникова. В случае оценки параметров широкополосного ЛЧМ-сигнала на основе функции взаимной корреляции в такой величине дискретизации нет необходимости.

Например, при частоте дискретизации $F_s = 44100$ Гц на основании (11) получим величину базовых операций $C(n) = 5 \cdot (4{,}41 \cdot 10^4 \cdot 2)^2 = 3{,}9 \cdot 10^{10}$. Время выполнения алгоритма обработки

$$T(n) = \frac{1}{3{,}18 \cdot 10^9} \cdot 3{,}9 \cdot 10^{10} = 1{,}2 \cdot 10^1 \text{ с.}$$

В результате время оценки параметров широкополосного ЛЧМ-сигнала на основе функции взаимной корреляции позволит значительно сократить количество базовых операций и, следовательно, общее время оценки каналов утечки информации. Эффективность цифровой обработки параметров широкополосного ЛЧМ-сигнала методом на основе функции взаимной корреляции при T_c = 2 с и T_c = 4 с представлена в таблице 2 и таблице 3 соответственно.

Таким образом, время обработки сигнала длительностью 4 с частотой дискретизации F_s = 44100 Гц на основе функции взаимной корреляции с использованием внешнего модуля АЦП E14-440D и ПЭВМ Intel® Core™ Duo U2400 можно сократить в 7,5 раза.

Таблица 2

Эффективность цифровой обработки параметров широкополосного ЛЧМ-сигнала при T_c = 2 с для ПЭВМ разной производительности

Частота дискретизации F_s, Гц	Размер входных данных n при T_c = 2 с	Количество базовых операций $C(n)$	Эффективность цифровой обработки при производительности микропроцессора (Intel® Core™ Duo U2400) $3{,}18 \cdot 10^9$ флоп/с $T(n)$, с	Эффективность цифровой обработки при производительности микропроцессора (Intel® Core™ i7-975 XE) $53{,}328 \cdot 10^9$ флоп/с $T(n)$, с
$1{,}00 \cdot 10^5$	$2{,}000 \cdot 10^5$	$2{,}00 \cdot 10^{11}$	$6{,}29 \cdot 10^1$	3,80
$9{,}60 \cdot 10^4$	$1{,}920 \cdot 10^5$	$1{,}84 \cdot 10^{11}$	$5{,}80 \cdot 10^1$	3,50
$8{,}82 \cdot 10^4$	$1{,}764 \cdot 10^5$	$1{,}56 \cdot 10^{11}$	$4{,}89 \cdot 10^1$	2,90
$4{,}80 \cdot 10^4$	$9{,}600 \cdot 10^4$	$4{,}61 \cdot 10^{10}$	$1{,}45 \cdot 10^1$	0,90
$4{,}41 \cdot 10^4$	$8{,}820 \cdot 10^4$	$3{,}89 \cdot 10^{10}$	$1{,}22 \cdot 10^1$	0,70
$3{,}20 \cdot 10^4$	$6{,}400 \cdot 10^4$	$2{,}05 \cdot 10^{10}$	6,40	0,40

Таблица 3

Эффективность цифровой обработки параметров широкополосного ЛЧМ-сигнала при T_c = 4 с для ПЭВМ разной производительности

Частота дискретизации F_s, Гц	Размер входных данных n при T_c = 4 с	Количество базовых операций $C(n)$	Эффективность цифровой обработки при производительности микропроцессора (Intel® Core™ Duo U2400) $3{,}18 \cdot 10^9$ флоп/с $T(n)$, с	Эффективность цифровой обработки при производительности микропроцессора (Intel® Core™ i7-975 XE) $53{,}328 \cdot 10^9$ флоп/с $T(n)$, с
$1{,}00 \cdot 10^5$	$4{,}000 \cdot 10^5$	$8{,}00 \cdot 10^{11}$	$2{,}516 \cdot 10^2$	$1{,}50 \cdot 10^1$
$9{,}60 \cdot 10^4$	$3{,}840 \cdot 10^5$	$7{,}37 \cdot 10^{11}$	$2{,}318 \cdot 10^2$	$1{,}38 \cdot 10^1$
$8{,}82 \cdot 10^4$	$3{,}528 \cdot 10^5$	$6{,}22 \cdot 10^{11}$	$1{,}957 \cdot 10^2$	$1{,}17 \cdot 10^1$
$4{,}80 \cdot 10^4$	$1{,}920 \cdot 10^5$	$1{,}84 \cdot 10^{11}$	$5{,}800 \cdot 10^1$	3,50
$4{,}41 \cdot 10^4$	$1{,}764 \cdot 10^5$	$1{,}56 \cdot 10^{11}$	$4{,}890 \cdot 10^1$	2,90
$3{,}20 \cdot 10^4$	$1{,}280 \cdot 10^5$	$8{,}19 \cdot 10^{10}$	$2{,}580 \cdot 10^1$	1,50

Выводы

1. Обработка широкополосных ЛЧМ-сигналов на базе корреляционного метода в 20-ти полосах равной разборчивости, одинаковых по длительности, но с разными базами, позволила сократить время оценки в каждой из полос равной разборчивости и суммарное время оценки защищенности КУ информации более чем в 5 раз по сравнению с временем обработки широкополосных ЛЧМ-сигналов с постоянным значением базы и переменным временем.

2. Метод взаимной корреляции между измерительным широкополосным ЛЧМ-сигналом, прошедшим через среду распространения, и измерительным широкополосным ЛЧМ-сигналом позволил упростить процедуру автоматизированных измерений за счет усовершенствования алгоритма и без усложнения аппаратной части программно-аппаратного комплекса сократить время обработки и оценки защищенности КУ информации в 30 раз по сравнению с методом широкополосного ЛЧМ-сигнала с обработкой частотно-временным преобразованием Вигнера. При частоте дискретизации F_s = 44100 Гц время обработки широкополосного ЛЧМ-сигнала длительностью T_c = 4 составит 48,9 с, длительностью T_c = 2 – 12,2 с. Использование более современных ПЭВМ (например, Intel® Core™ i7-975 XE) позволит обрабатывать широкополосный ЛЧМ-сигнал длительностью T_c = 4 около 3 с, длительностью T_c = 2 – 1 с. Результаты получены методом математического моделирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Информационные технологии. Средства контроля защищенности речевой информации. Общие технические требования: СТБ 34.101.29-2011. – Взамен: СТБ П 34.101.29-2007: постановление Госстандарта от 25.11.2011 № 83. – Дата введения: 01.03.2012.

2. Железняк, В.К. Защита информации от утечки по техническим каналам: учеб. пособие / В.К. Железняк. – СПб.: ГУАП, 2006. – 188 с.
3. Раханов, К.Я. Широкополосная линейно-частотная модуляция сигнала для оценки разборчивости речи в каналах утечки информации / К.Я. Раханов, В.К. Железняк // Изв. Нац. акад. наук Беларуси. Серия физ.-техн. наук; редкол.: П.А. Витязь (гл. ред.) [и др.]. – Минск: Беларус. навука, 2014. – С. 88–95.
4. Способ измерения максимальной разборчивости речи: МПК G 10L 15/00 / В.К. Железняк, К.Я. Раханов; заявитель Полоц. гос. ун-т. – № a20100004; заявл. 04.01.2010.
5. Железняк, В.К. Методы оценки защищенности речевой информации / В.К. Железняк, К.Я. Раханов // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Серия С. Фундаментальные науки. – 2011. – № 12. – С. 2 – 8.
6. Раханов, К.Я. Оценка разборчивости речи в каналах утечки информации методом ЛЧМ-сигнала программно-аппаратной системой / К.Я. Раханов, В.К. Железняк // Технические средства защиты информации: тез. докл. X Белорус.- Рос. науч.-техн. конф., Минск, 29–30 мая 2012 г.; редкол.: Л.М. Лыньков (отв. ред.) [и др.]. – Минск: БГУИР, 2012. – С. 12–13.
7. Железняк, В.К. Имитационная модель автоматизированной помехоустойчивой оценки разборчивости речи методом ЛЧМ-сигнала / В.К. Железняк, К.Я. Раханов // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Серия С. Фундаментальные науки. – 2011. – № 12. – С. 35–41.
8. Денисенко, А.Н. Статистическая теория радиотехнических систем / А.Н. Денисенко. – М.: АРИ, 2007. – 200 с.
9. Баскаков, С.И. Радиотехнические цепи и сигналы: учебник для вузов по спец. «Радиотехника» / С.И. Баскаков. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1988. – 448 с.
10. Рекомендации по межгосударственной стандартизации. ГСИ. Метрология. Основные термины и определения: РМГ 29-99. – Минск: ИПК Изд-во стандартов, 2000. – 140 с.
11. Варакин, Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами / Л.Е. Варакин. – М.: Радио и связь, 1985. – 384 с.
12. Сергиенко, А.Б. Цифровая обработка сигналов / А.Б. Сергиенко. – СПб.: Питер, 2005. – 604 с.
13. Железняк, В.К. Представление параметров обработкой сигналом широкополосной линейной частотной модуляции для оценки разборчивости речи в технических каналах утечки информации / В.К. Железняк, И.Б Бураченок // Современные средства связи: материалы XIX междунар. науч.-техн. конф., Минск, 14–15 окт. 2014 года; редкол.: А.О. Зеневич [и др.]. – Минск: УО ВГКС, 2014. – С. 168–169.
14. Новицкий, П.В. Оценка погрешностей результатов измерений / П.В. Новицкий, И.А. Зограф. – 2-е перераб. и доп. – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1991. – 304 с.
15. Теория передачи сигналов на железнодорожном транспорте: учебник для вузов ж.-д. трансп. / Г.В. Горелов [и др.]; под общ. ред. М.В. Пономаренко. – М.: Транспорт, 2001. – 415 с.
16. Харкевич, А.А. Очерки общей связи / А.А. Харкевич. – М., 1955. – 268 с.
17. Левитин, А. Алгоритмы: введение в разработку и анализ / А. Левитин; пер. с англ. – М.: Издат. дом «Вильямс», 2006. – 576 с.

Поступила 12.09.2014

REPRESENTATION OF PARAMETERS BROADBAND LINEAR CHIRP SIGNAL FOR ASSESSMENT OF SPEECH INTELLIGIBILITY IN TECHNICAL CHANNELS OF INFORMATION LEAKAGE

V. ZHELEZNYAK, K. RAKHANAU, I. BURACHONAK

Researched the parameters of measuring broadband linear CHIRP-signal in the bands of equal intelligibility. Offered the estimation of the level of informatization objects protection from leakage of speech information through the low-frequency technical channels of leakage by the linear CHIRP-signal based on the cross-correlation function in the bands of equal intelligibility. Obtained original data to implement the method of estimating the parameters of the broadband linear CHIRP-signal on new principles in terms of influencing factors. The method implements the reduction of the processing time CHIR-signal keeping the results achieved by using processing time-frequency transformation Wigner by sensitivity, frequency resolution and methodological errors.

УДК 621.391

ФОРМИРОВАНИЕ ФАЗОМАНИПУЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ В БАЗИСАХ ВЕЙВЛЕТ-ФУНКЦИЙ

д-р техн. наук, проф. С.В. ДВОРНИКОВ; канд техн. наук, доц. А.А. ПОГОРЕЛОВ;
канд. техн. наук, доц. С.С. МАНАЕНКО; К.К. КИСЛИЦИНА
(Военная академия связи им. Маршала Советского Союза С.М. Буденного, Санкт-Петербург);
А.В. ЖЕЛЕЗНЯК
(Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»);
С.С. ДВОРНИКОВ
(Санкт-Петербургский государственный политехнический университет);
Д.С. РЯБЕНКО
(Полоцкий государственный университет)

Представлены результаты исследования возможности формирования фазоманипулированных сигналов разнополярными фрагментами вейвлет-функций Гаусса первого порядка. Обосновываются энергетические параметры синтезированных вейвлет-сигналов и анализируется их помехоустойчивость. Получены модулированные колебания, помехоустойчивость которых превосходит потенциально возможные показатели для ФМ-2 сигналов, сформированных в базисе гармонических функций. Данный эффект может быть усилен при увеличении числа различных используемых вейвлетов, применяемых для синтеза итогового сигнала.

Введение. Повышение помехоустойчивости является приоритетным вопросом при разработке техники радиосвязи. Среди широко известных модуляционных форматов наиболее помехоустойчивым является двухпозиционная фазовая манипуляция (ФМ-2) [1]. Именно поэтому данный модуляционный формат находит широкое применение на радиолиниях КВ- и УКВ-диапазонов.

Физическая сущность формата ФМ-2 заключается в инвертировании несущего колебания при смене информационной посылки, т.е. для синтеза сигналов ФМ-2 достаточно наличия двух фрагментов гармонических сигналов, начальные фазы которых сдвинуты друг относительно друга на 180°.

Следовательно, для формирования формата ФМ-2 достаточно наличия любых двух ортогональных функций. В связи с этим предлагается в качестве таковых использовать вейвлет-функции, обладающие высокими свойствами помехоустойчивости [1].

В данном исследовании рассматриваются вопросы синтеза сигналов модуляционного формата ФМ-2 на основе вейвлетов семейства функций Гаусса первого порядка и исследуются их помехоустойчивость в канале с аддитивным белым гауссовым шумом (АБГШ). Здесь и далее под модуляционным форматом будем понимать совокупность вида модуляции и скорости передачи, определяемой длительностью бодовой посылки.

Предложения по синтезу вейвлет-сигналов. Вопросы повышения помехоустойчивости за счет использования базисов формирования сигналов, отличных от гармонических, рассматривались в [2], где предлагалось осуществлять синтез сигналов в базисах функций сплайн-Виленкина – Крестенсона, которые являются обобщающими по отношению к базису функций Фурье. Причем результаты моделирования показали, что у синтезируемых конструкций помехоустойчивость более высокая по сравнению с сигналами, сформированными в гармонических базисах.

В связи с этим выясним, насколько полученные результаты применимы к сигналам, сформированным в вейвлет-базисах. В качестве исходного модуляционного формата определим двухпозиционную фазовую манипуляцию и рассмотрим основные этапы ее реализации.

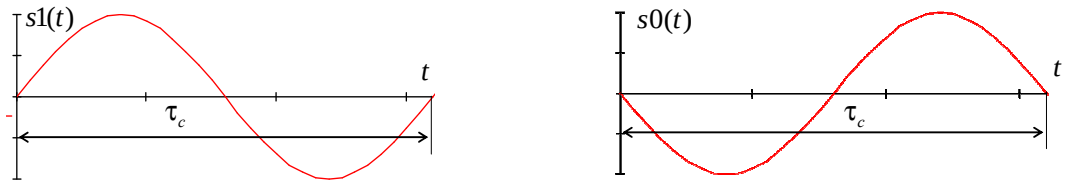
Скорость передачи сигналов ФМ-2 определяется минимальной длительностью фрагмента τ_c, в пределах которого фаза сигнала остается постоянной. Указанный интервал представляет собой элемент сигнала ФМ-2.

Согласно [1], процедура синтеза сигналов ФМ-2 заключается в следующем. У несущего колебания определенной частоты с заданной скоростью манипуляции происходит изменение значения фазы на 180° в соответствии с информационной последовательностью логических нулей и единиц.

Анализ известного метода формирования сигнала ФМ-2 показывает, что модулированный сигнал можно рассматривать как совокупность повторяющихся элементов, соответствующих значениям логических нулей и единиц.

Указанные обстоятельства позволяют предложить представленный ниже подход к его синтезу.

На первом этапе формируются элементы сигнала $s1(t)$ и $s0(t)$, соответствующие логическим нулю и единице (рис. 1). Причем длительности элементов τ_c выбираются таким образом, чтобы соответствовать требуемой скорости манипуляции $V = 1/\tau_c$.



а) *б*)

Рис. 1. Элементы сигнала ФМ-2:
а – логической единицы; *б* – логического нуля

На втором этапе согласно информационной последовательности из сформированных элементов сигнала $s1(t)$ и $s0(t)$ конструируется требуемая модуляционная конструкция. В результате получаем ФМ-2 сигнал, аналогичный по структуре сигналу, синтезируемому согласно [1].

Предложенный подход открывает новые возможности по синтезу ФМ-2 сигналов на основе произвольных импульсных фрагментов, в том числе вейвлетов, если в качестве элементов сигнала $s1(t)$ и $s0(t)$ определить, в частности, так называемый вейвлет Гаусса первого порядка $\psi(t)$, представляющий первую производную от функции Гаусса [3].

Аналитически вейвлет Гаусса первого порядка описывается следующим выражением:

$$\psi(t) = -t\exp(-t^2/2). \qquad (1)$$

Анализ выражения (1) указывает на локализованный характер функции, т.е. синтез непрерывного колебания на его основе в принципе невозможен. Однако вейвлет Гаусса вполне может быть использован в качестве фрагмента для синтеза сигнала ФМ-2 в соответствии с предложенным подходом.

Так, на рисунке 2 представлены элементы сигнала $\psi1(t)$ и $\psi0(t)$, сформированные на основе вейвлета Гаусса.

а) *б*)

Рис. 2. Элементы вейвлет-сигнала:
а – логической единицы; *б* – логического нуля

Следует отметить, что свойства локализации вейвлета и его двусторонняя временная структура позволяют на его же основе формировать колебания, которые также можно рассматривать как фрагменты сигнала ФМ-2.

В качестве примера на рисунке 3 показаны фрагменты ФМ-2 сигнала, сформированного на основе элементов синусоид и на основе вейвлетов.

Для оценки помехоустойчивости предложенной ФМ-2 вейвлет-конструкции был определен канал с АБГШ. При эксперименте учитывались следующие обстоятельства. В качестве исходной была определена мощность фрагмента сигнала на основе синусоиды, формируемого квадратурным методом из синфазной и квадратурной составляющих единичной амплитуды. В этом случае амплитуда временной развертки синусоиды составила $\sqrt{2}$. Соответственно, для обеспечения аналогичной мощности у фрагмента, сформированного на основе вейвлета, его амплитуда должна быть повышена до уровня 2,84.

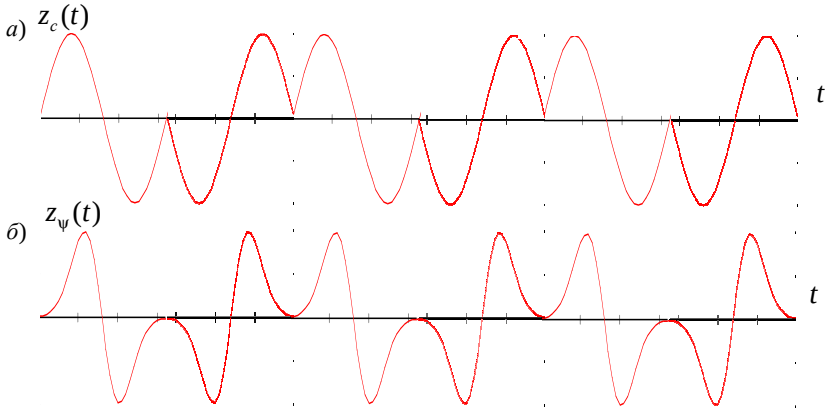


Рис. 3. Сигнал ФМ-2, синтезированный на основе фрагментов:
а – синусоид; *б* – вейвлетов

На рисунке 4 представлен график зависимости вероятности ошибки на бит P_b от значения отношения мощности сигнала к спектральной плотности мощности шума (ОСШ) h^2 для сигналов ФМ-2 на основе фрагментов синусоид и вейвлетов, синтезированных в соответствии с предложенным подходом к формированию фазоманипулированных колебаний.

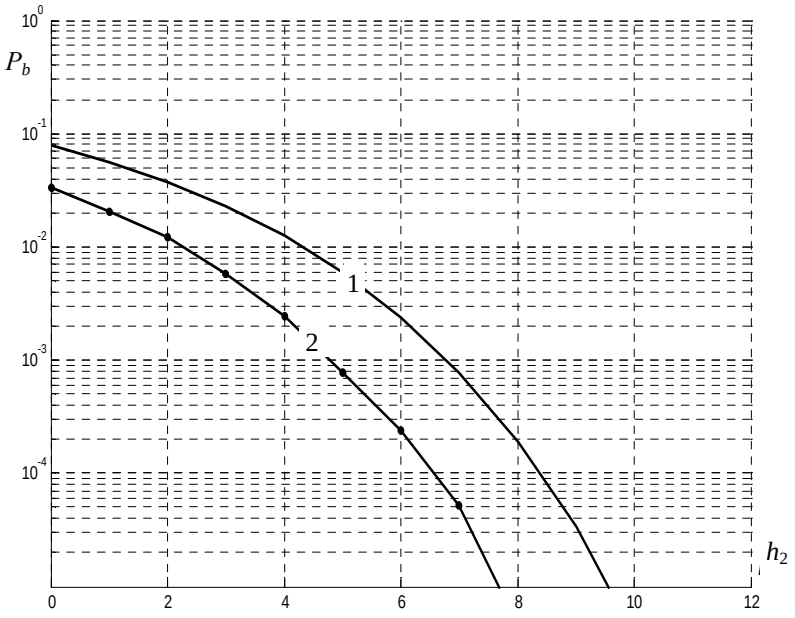


Рис. 4. Зависимость вероятности ошибки на бит от ОСШ
при обработке вейвлет-сигнала в базисе вейвлет-функций

На рисунке 4 под цифрой 1 показана кривая потенциальной помехоустойчивости для сигнала ФМ-2 в гармоническом базисе, а под цифрой 2 – кривая помехоустойчивости для вейвлет-сигнала, обрабатываемого в базисе вейвлет-функций.

Следует заметить, что указанную помехоустойчивость вейвлет-сигналы обеспечат только в том случае, когда на приемном конце корреляционная обработка будет осуществляться в базе вейвлет-функций (т.е. будут обеспечены условия когерентной обработки).

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующее заключение: при обеспечении требуемой вероятности ошибки на бит $P_b = 10^{-4}$ выигрыш в помехоустойчивости от когерентной обработки в базисе вейвлет-функций составит порядка 2 дБ.

Моделирование проводилось в среде MatLab.

Графики строились из условия появления 100 ошибочных решений.

Значение вероятности ошибки на бит рассчитывалось в соответствии с требованиями [1] по формуле:

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right), \quad (2)$$

где E_b – энергия, приходящаяся на бит; N_0 – спектральная плотность мощности шума.

В формуле (2) $Q(x)$ – функция плотности распределения вероятности (площадь под кривой интеграла вероятности):

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} \exp(-t^2/2)\,\mathrm{d}t.$$

Таким образом, исходя из полученных результатов можно сделать следующие **выводы:**

- синтез сигналов на основе фрагментов вейвлетов позволяет получить модулированные колебания, помехоустойчивость которых на 2 дБ превосходит потенциально возможные показатели для ФМ-2 сигналов, сформированных в базисе гармонических функций;

- предполагаем, что указанный эффект может быть усилен при увеличении числа различных используемых вейвлетов, применяемых для синтеза итогового сигнала, поскольку в этом случае возрастает сложность обработки таких конструкций. Это обусловливается отсутствием априорной информации о базисах их формирования. Дальнейшие исследования видятся в разработке эффективных методов демодуляции вейвлет-сигналов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Прокис, Дж. Цифровая связь / Дж. Прокис; пер. с англ.; под ред. Д.Д. Кловского. – М.: Радио и связь, 2000. – 800 с.
2. Описание сигналов в базисах функций сплайн-Виленкина – Крестенсона / С.Н. Агиевич [и др.] // Контроль-Диагностика. – 2009. – № 3. – С. 52–57.
3. Яковлев, А.Н. Введение в вейвлет-преобразования: учеб. пособие / А.Н. Яковлев. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003. – 104 с.

Поступила 03.09.2014

FORMATION OF THE PHASE-SHIFT KEYED SIGNALS IN WAVELET FUNCTIONS BASISES

S. DVORNIKOV, A. POGORELOV, S. MANAENKO, K. KISLICYNA, A. ZHELEZNYAK, S. DVORNIKOV, D. RYABENKO

The results of investigation of the possibility of formation of phase-shift keyed signals with the help of Gaussian wavelet functions of the first order fragments. Energy parameters of the synthesized wavelet signals are substantiated and their noise immunity is analyzed. Modulated vibrations which noise immunity potentially exceeds the possible values of PM-2 signals formed in harmonic functions basis are received. This effect can be enhanced by increasing the number of different used wavelets which are used for synthesis of the final signal.

УДК 621.3

МУЛЬТИФРАКТАЛЬНАЯ СТРУКТУРА ШЕПОТА И РАСПОЗНАВАНИЕ РЕЧЕВЫХ СТРУКТУР

канд. техн. наук, доц. В.И. СОЛОВЬЕВ
(Восточноукраинский национальный университет им. В. Даля, Луганск);
д-р техн. наук, проф. О.В. РЫБАЛЬСКИЙ
(Национальная академия внутренних дел Украины, Киев);
д-р техн. наук, проф. В.К. ЖЕЛЕЗНЯК
(Полоцкий государственный университет)

Демонстрируются результаты исследований по выявлению мультифрактальных структур для гласных фонем шепота. Экспериментальные исследования по частотно-временной модификации гласных фонем русского языка, произносимых шепотом, показали их явно выраженную мультифрактальную структуру. Выявлена возможность «конструирования» гласных фонем шепота из «атомарных» структур фонем путем аффинных преобразований.

Исследования и практические разработки в области автоматического распознавания речи в последнее время базируются на многообразных подходах. В ранних периодах основой этих исследований являлись вероятностные модели скрытых марковских цепей. Эти модели широко применялись во второй половине прошлого столетия для решения задач в области речевых технологий [1–3]. Сегодня в исследованиях и разработках для распознавания речи используются идеи нейронных сетей.

В настоящее время созданы практические системы этого типа, доказавшие свою эффективность в устройствах мобильной связи. Такие системы быстро совершенствуются. Детали и технологические тонкости существующих систем не публикуются в открытой печати, поэтому оценка эффективности подобного рода систем затруднительна. С другой стороны, с времен Гельмгольца [4–6] и до настоящего времени отсутствуют явно выраженные теоретические основы распознавания речи путем анализа фрагментов сигналов звуковых акустических волн. Несмотря на огромное число разнообразных исследований в этой области, отсутствуют последовательные теоретические концепции, обеспечивающие возможность эффективного распознавания речи. Кроме того, практически отсутствуют исследования по распознаванию речи, генерируемой в форме шепота. Характеристики речи шепотом существенно отличаются от характеристик обычной речи, тем не менее человек однозначно распознает шепот.

Полагаем, что научно обоснованные модели распознавания речи, в конечном счете, должны обеспечить автоматическое распознавание речи, генерируемой в виде акустических колебаний любым известным способом, в том числе и шепотом.

С другой точки зрения, шепот может представлять собой, в определенном смысле, более простую физическую модель для построения эффективной системы автоматического распознавания речи. Принято считать, что в шепоте отсутствуют характеристики индивидуальных особенностей голоса, оказывающих существенное влияние на процесс распознавания обычной речи.

В данной работе представлены результаты исследований по распознаванию гласных фонем при генерации речи шепотом.

Постановка задачи исследования. Задачу распознавания проанализируем контекстно независимой речи с неограниченным языковым словарем, генерируемой шепотом, исследуя её на уровне фонемических составляющих русской речи. При этом в исследовании рассматриваются только гласные фонемы.

Рассмотрим, например, фрагмент речи (фонема **[а]**) в виде графика звуковой волны, сгенерированной шепотом, представленный на рисунке 1 (здесь и далее для построения графиков и иллюстраций используется программный комплекс «Фрактал» [7]).

Вид графика звуковой волны и ее спектра отличается при различном темпе речи, конкретном контексте так, как и другие параметры фрагментов звуковой волны.

Важным фактором приводимых в дальнейшем результатов разработки и исследований являются критерии соответствия разрабатываемой модели объективно существующей природе кодирования и декодирования речевой информации. В качестве главного методического направления решения этого вопроса принята следующая методика исследования.

Фрагменты звуковой волны, эквивалентные при прослушивании фонемам русского языка, целенаправленно модифицируются в соответствии с разрабатываемой физической моделью (во временной и в частотной областях). После модификаций эти фрагменты прослушиваются группой испытуемых с целью выявления идентичности фонемического звучания первичного фрагмента и модифицированного. Иден-

тичность распознавания фонемы до и после модификации определяется на группе испытуемых в случае 95 % распознавания фонемы.

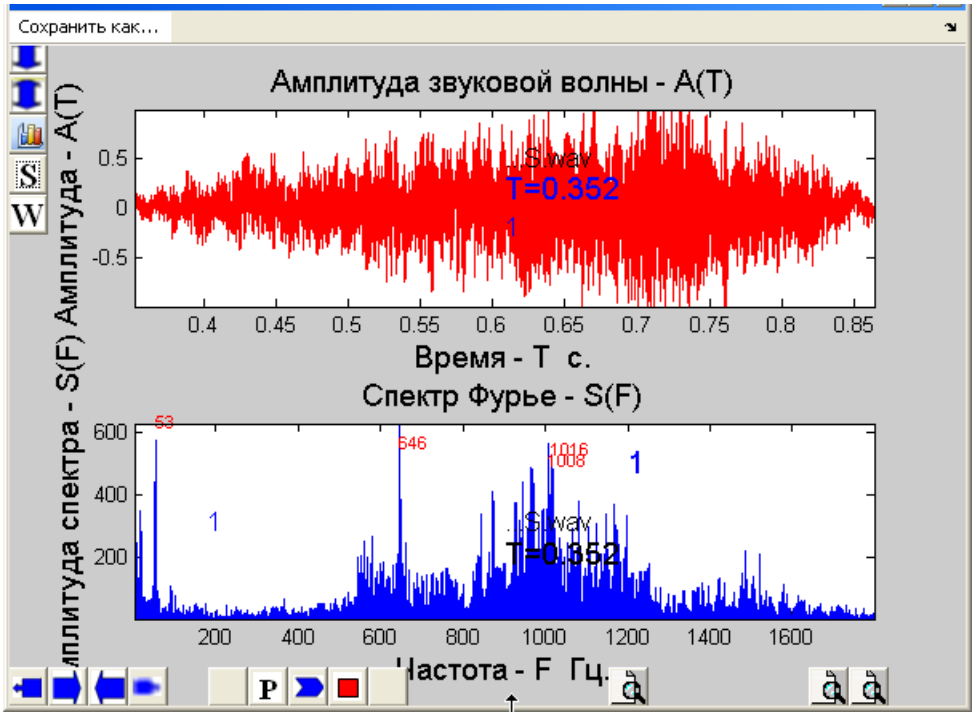


Рис. 1. Фрагмент речи (шепот, фонема **[a]**)

Экспериментально исследовались отдельно произносимые шепотом гласные фонемы с фонемами в рамках различных текстов и характеристик шепота.

Поставим задачу выявления из гласных фонем, генерируемых шепотом, “атомарных” структур на интервалах времени 5…15 мс. Эти структуры должны полностью характеризовать конкретную гласную фонему и позволить воссоздать основные характеристики шепота по выделенной “атомарной” структуре.

Мультифракталы и устойчивые фонемические структуры шепота. Рассмотрим фрагменты речи в аудиоданных шепота как дискретный временной ряд амплитуды звуковой волны, а также задачу выявления самоподобных структур в речевом фрагменте временного ряда, на основе которых возможно формирование фонем. Самоподобие в дальнейшем далее рассматриваем как самоподобие мультифрактальных структур в соответствии с концепциями Мандельброда [8–13]. Это примерное геометрическое подобие визуально наблюдаемых фрагментов амплитуды звуковой волны, как и в представленном на рисунке 2 фрагменте звуковой волны, эквивалентном фонеме **[a]**, произнесенной шепотом. В нижней части рисунка 2 – спектр Фурье выделенного фрагмента фонемы. Как известно, спектры отдельно выделенных определенных гласных звуков обычной речи имеют некоторое геометрическое подобие между собой [5; 6]. На рисунке 2 видно, что какие-то элементы геометрического подобия присутствуют и на фрагментах шепота, однако они слабо выражены при визуальном рассмотрении.

Рассмотрим самоподобие фрагментов амплитуды звуковой волны фонемы **[a]** на малых интервалах времени (порядка 5…15 мс). Для этого выделим фрагмент этой фонемы в области $T = 0{,}55…0{,}555$ с, показанный на рисунке 3, и назовем его “атомарным” фрагментом.

Сигнал “атомарного” фрагмента во временном представлении (см. рис. 3) начинается с нулевого отсчета. Спектр данного малого фрагмента уже существенно отличается от спектров с большими временными интервалами для фонемы **[a]**. Также он отличается и по частотному разрешению ввиду уменьшения временного интервала.

Поставим задачу “конструирования” фонемы **[a]** из этого малого “атомарного” фрагмента фонемы путем аффинных преобразований. Составим из фрагмента, представленного на рисунке 3, модифицированный акустический фрагмент из нескольких десятков полностью аналогичных фрагментов, отличающихся друг от друга растяжением-сжатием по амплитуде, как это показано на рисунке 4.

При прослушивании модифицированного фрагмента испытуемыми четко идентифицируется фонема **[a]**. При этом появляются характеристики голоса (произвольные) с частотой основного тона, однозначно зависящей от длительности выбранной для модификации “атомарной” структуры.

Как показывают многочисленные эксперименты, при различных характеристиках шепота при прослушивании совершенно четко идентифицируется искусственно сконструированная фонема **[a]**. При этом индивидуальные характеристики голоса при подобном конструировании зависят как от длительности “атомарной” структуры, используемой для модификации, так и от характера аффинных преобразований.

Появление характеристик голоса обусловлено косвенным привнесением в модифицированный фрагмент частоты основного тона, зависящей от выбранной длительности фрагмента шепота.

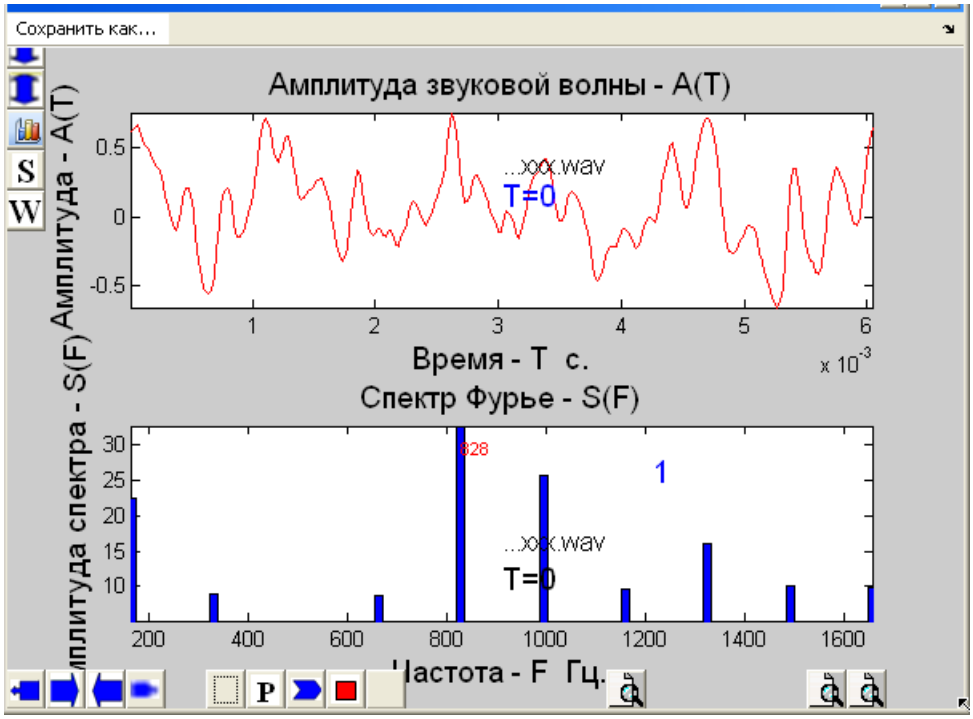


Рис. 2. Фрагмент акустической волны (шепот, фонема **[a]**)

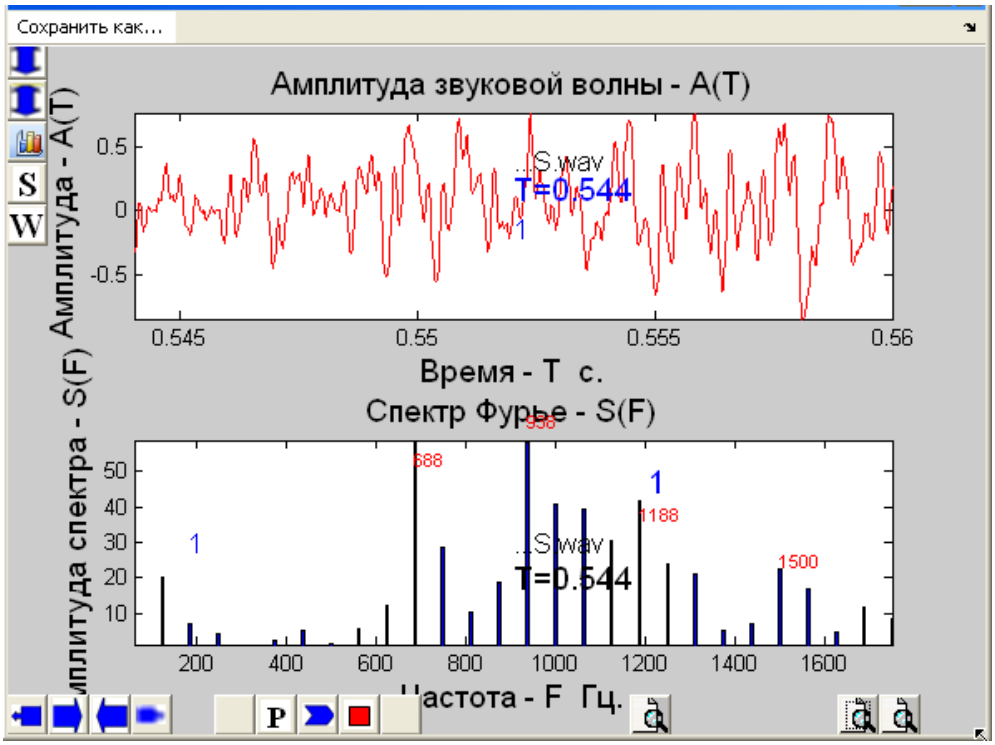


Рис. 3. “Атомарный” фрагмент фонемы (шепот, **[a]**)

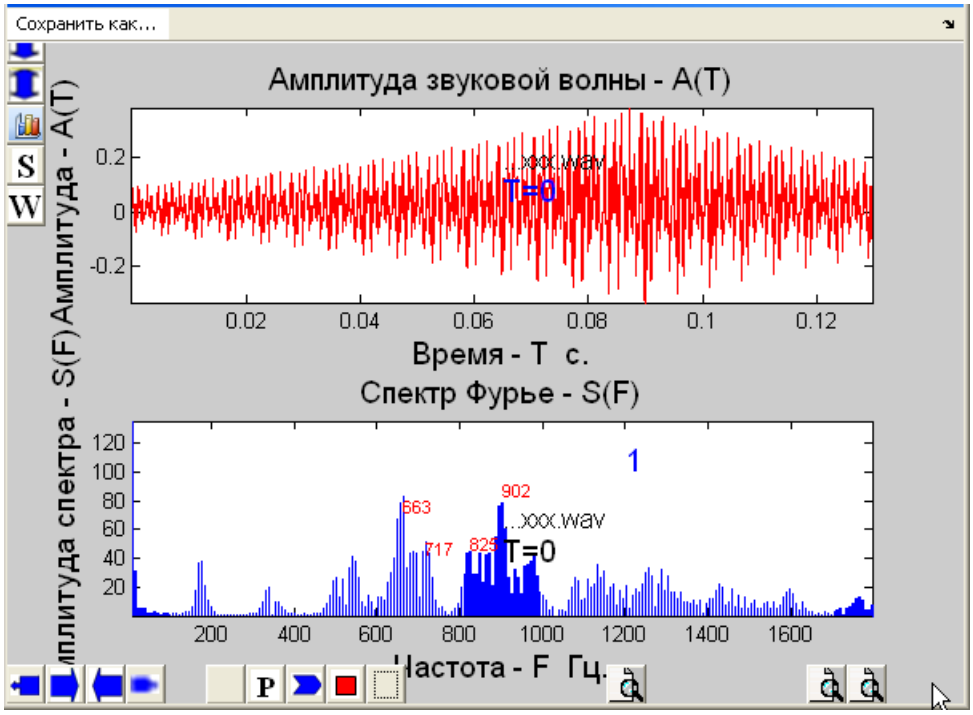


Рис. 4. Фрагмент модифицированной звуковой волны (шепот-фонема **[а]**)

Необходимо отметить, что при выборе “атомарной” структуры шепота не любой выбор дает строго идентифицируемую при дальнейших модификациях фонему **[а]**. Как показывает анализ, это связано с наличием в фрагментах шепота фрагментарно появляющихся нестационарных участков, не содержащих информации о фонеме **[а]**. Но, примерно 70…80 % “атомарных” фрагментов дают при модификациях достаточно строгую идентификацию.

Приведенные выше результаты исследований показывают, что гласная фонема **[а]**, произнесенная шепотом, может быть представлена (“сконструирована”) на основе определенных “атомарных” фрагментов этой же фонемы путем серии аффинных преобразований растяжения-сжатия по амплитуде “атомарного” фрагмента. Это является экспериментальным подтверждением наличия мультифрактального подобия речевых фрагментов амплитуды звуковой волны, наблюдаемого визуально.

Аналогичная серия экспериментов показала правомочность описанного выше мультифрактального представления для произносимой шепотом фонемы **[и]**. (Гласные фонемы рассматриваются согласно Московской фонологической школе).

Другие гласные фонемы русского языка – **[о]**, **[у]**, **[э]** также имеют мультифрактальную структуру, позволяющую осуществить “конструирование” фонемы из “атомарных” составляющих путем их аффинных преобразований. Однако для этих гласных мультифрактальные структуры являются более сложными объектами. Мультифрактальные модели этих гласных фонем (для шепота) требуют дальнейших исследований.

Заключение. Экспериментальные исследования по частотно-временной модификации гласных фонем русского языка, произносимых шепотом, показали их явно выраженную мультифрактальную структуру. Показана возможность “конструирования” гласных фонем из “атомарных” фрагментов фонемы путем аффинных преобразований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Марков, А.А. Об одном применении статистического метода / А.А. Марков // Изв. АН. – 1916. – Сер. 6, Х. – № 4, 239.
2. Elinek, F. Распознавание непрерывной речи статистическими методами / F. Elinek // ТИИЭР 64. – 1976. – № 4. – С. 131–160.
3. Elinek, F. Разработка экспериментального устройства, распознающего раздельно произнесенные слова // ТИИЭР 73. – 1985. – № 11. – С. 91–99.
4. Von Helmholtz, H. Die Lehe von Tonempfindungen / H. von Helmholtz. – Brannschweig, Vieweg, 1863.

5. Фланаган, Дж. Анализ, синтез и восприятие речи / Дж. Фланаган; пер. с англ. / под ред. А.А. Пирогова. – М.: Связь, 1968. – 396 с.
6. Фант, Г. Анализ и синтез речи / Гуннар Фант; пер. с англ. В.С. Лозовского.
7. Рыбальский, О.В. Система идентификации аппаратуры аудиозаписи на основе мультифрактального подхода / О.В. Рыбальский, В.И. Соловьев // Вісник Східноукраїнського нац. ун-ту. – 2010. – № 9 (151). – С. 58–64.
8. Mandelbrot, B. Statistical Methodology for Non-Periodic Cycles: From the Covariance to R/S Analysis / B. Mandelbrot // Annals of Economic Social Measurement 1, 1972.
9. Mandelbrot, B. The Fractal Geometry of Nature / B. Mandelbrot. – New York: W. H. Freeman, 1982.
10. Mandelbrot, B. A Multifractal Walk Down Wall Street / B. Mandelbrot // Scientific American, 1999.
11. Mandelbrot, B. Robustness of the rescaled range R/S in the measurement of non-cycling long-run statistical dependence / B. Mandelbrot // Water Resources Research. – 1969. – № 5. – P. 967–988.
12. Павлов, А.Н. Мультифрактальный анализ сложных сигналов / А.Н. Павлов, В.С. Анищенко // Успехи физических наук. – 2007. – Т. 177, № 8.
13. Федер, Е. Фракталы / Е. Федер. – М.: Мир, 1991. – 326 с.
14. Психоакустические аспекты восприятия речи. Механизмы деятельности мозга / под ред. Н.П. Бехтеревой. – М.: Наука, 1988. – 504 с.
15. Цвикер, Э. Ухо как приемник информации / Э. Цвикер, Р. Фельдкеллер; пер. с нем. под ред. Б.Г. Белкина. – М.: Связь, 1971. – 225 с.
16. Алдошина, И.А. Основы психоакустики. Звукорежиссер / И.А. Алдошина. – 2000. – № 6. – С. 36–40.
17. Сорокин, В.Н. Теория речеобразования / В.Н. Сорокин. – М.: Радио и связь, 1985. – 312 с.
18. Малла, С. Вейвлеты в обработке сигналов / С. Малла. – М.: Мир, 2005. – 670 с.

Поступила 08.09.2014

MULTIFRAKTAL STRUCTURE OF WHISPER AND RECOGNITION OF SPEECH STRUCTURES

V. SOLOVYOV, O. RYBALSKY, V. ZHELEZNYAK

The article describes the results of the research to identify multifractal structures for transparent phonex whisper-quiet performance. Shows ability to "design" transparent phonex whisper-quiet performance from the "atomic" structures consonantal clusters by an affine transformation.

УДК 621.372.037.372; 621.391.26

МЕТОДОЛОГИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАЩИЩЕННОСТИ ИНФОРМАЦИИ ОБЪЕКТОВ ИНФОРМАТИЗАЦИИ

д-р техн. наук, проф. В.К. ЖЕЛЕЗНЯК;
Д.С. РЯБЕНКО; С.В. ЛАВРОВ
(Полоцкий государственный университет);
А.П. ПРОВОЗИН
(Научно-исследовательский институт электромеханических приборов, Киев)

Эффективность оценки защищенности информации основана на комплексных требованиях, влияющих на точность результата измерений, обработку выборочной совокупности, обобщенные и частные показатели, проблемные задачи выявления этих показателей и их связей с автокорреляционными, взаимокорреляционными характеристиками, коэффициентом корреляции; достоверности их оценки. Показаны критерии и формирование основных требований к корреляционным характеристикам. Корреляционные функции или коэффициент корреляции являются универсальными характеристиками, которые могут служить мерой связи при любой ее форме. Применимость этих характеристик ограничена прямолинейной формой связи. Для криволинейной формы связи коэффициент корреляции или нормированная взаимная корреляционная функция неправильно определяют тесноту связи.

Методологические основы информационной безопасности являются научным направлением информатики. Стратегия информационной безопасности устанавливает наиболее эффективные комплексные меры противодействия информационному противоборству, реализацию защищенности критически важных систем информационной инфраструктуры. Устойчивое развитие обработки наукоемкой информации направлено на минимизацию отрицательных воздействий на информационное пространство при его открытости.

Безопасность информации в узком смысле устанавливает методологию сохранения неопределенности семантических, структурных свойств информации, защищенность ее от утечки по техническим каналам, от несанкционированного доступа к информации, от вредоносных программ, защиту конфиденциальности и целостность. Научный метод познания позволяет раскрыть проблемные задачи статистического и случайного характера событий, образующих сложные физические процессы обработки и оценки случайных величин, полученных в результате экспериментальных исследований оценки технической защиты информации.

Проблемные задачи возникают при несоответствии между желаемым и существующим их развитием и разрешением. Сложность разрешения проблемной задачи защищенности информации сложной информационной системы определяется неизвестным конечным результатом, методом решения и способом достижения цели. Задача системы – требуемый исход целевого результата, который должен быть достигнут при заданном расходе ресурсов (информационного, временного, энергетического, предметного и др.), за заданное время функционирования. Системы являются составными элементами объектов информатизации.

Объект информатизации – информатизационный объект необходимой конфигурации, включающий многокритериальные целостные системы, формируемые целенаправленным синтезом и системным анализом с целью обеспечения безопасности (защищенности) обрабатываемой информации. Безопасность информации формирует методологию сохранения свойств защищаемой информации. В работе [1] классифицируют объекты в зависимости от следующих факторов:

- множества свойств одного объекта (аналог);
- множества объектов со свойствами одного объекта;
- множества условий однородных и одной размерности;
- множества этапов жизненного цикла объекта;
- множества вариантов постановки задачи.

Многокритериальные целостные системы формируют объекты информатизации, множество взаимосвязанных материальных (предметных), информационных и энергетических составных систем, объединенных общей целью и непосредственно участвующих в достижении новых системных свойств, взаимодействуя между собой.

Цель многокритериальных целостных систем – требуемый исход результата, достигаемого при заданном расходе ресурсов, за определенное время с фиксированным набором количественных данных. Свойства оценивают показателями качества и эффективности. Эффективность системы представляют обоб-

щенной оценкой из параметров, которые группируют в виде информационных, технико-экономических, конструкторско-технологических обобщенных показателей эффективности [2]. Обобщенные однородные показатели суммируют с их весовыми коэффициентами.

В работе [1] определяется полезность объекта как обобщенный показатель, выражаемый в количественной форме степень совершенства этого объекта через частные критерии. В работе [3] определяется пригодность, определяемая эффективностью, объединяющая результативность, оперативность, ресурсоемкость (рис. 1). Достижение цели оценивается на основании анализа эффективности, объединяющей результативность, оперативность, ресурсоемкость. Результативность включает целевой эффект, результатом которого является точность, чувствительность, достоверность, информативность, содержательность, полнота обрабатываемой информации. Качество информации устанавливает существенные свойства с существенными связями, определяющими эмерджентные показатели.

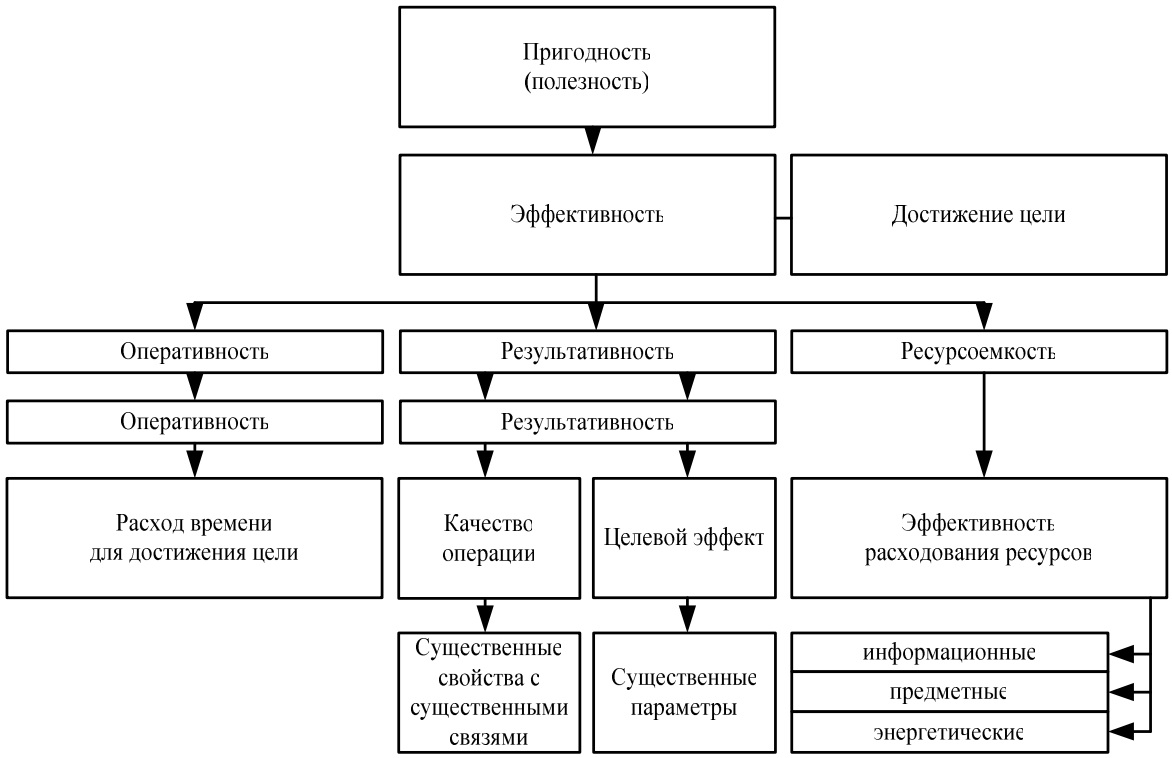


Рис. 1. Эффективность и элементы

Качество операции включает частные показатели («Целое больше его частей», *Аристотель*), организацию связи между элементами системы, иерархичность, целенаправленные свойства достижения цели, самоорганизацию и поведение системы с внешним окружением.

Оперативность реализует рациональный расход времени.

Критерий – признак или совокупность признаков, на основе которых производится оценивание, сравнение альтернатив, классификация объектов [4].

Критерий устанавливает отличительные признаки (рис. 2), удостоверяет объективную истинность познания. Под признаками можно понимать показатели. При случайных процессах это случайные величины. Часто используются случайные функции. Случайные величины, изменяющиеся в процессе опыта, в отличие от случайных величин, называются случайными функциями при воздействии случайных возмущений [5].

Используя эти критерии, возможно классифицировать объекты информатизации, системы по степени защищенности информации.

Защищенность информации рассматривается с позиции технической защиты информации от несанкционированного доступа и по степени секретности [6].

Критерий достоверности – нормирующие условие, требование и показатели, согласно с которыми оценивается корректность реализации технической защиты информации [6].

Критерий эффективности функционирования – показатель, по численному значению которого можно судить о степени достижения поставленных целей [7].

Эффективность – положительный результат оценки функционирования системы защиты информации по степени защищенности, контролепригодности, оперативности (автоматизация оценки защищенности), точности (снижение методических погрешностей за счет выбора сложного широкополосного сигнала линейной частотной модуляции, средства измерения в виде автоматизированной локальной измерительной схемы в отличие схемных решений из набора средств измерений), разрешающей способности по частоте (обработка измерительных сигналов в частотной области синхронным накоплением), научные обоснования численного показателя защищенности.

Рис. 2. Требования к формированию критерия (*а*);
математическая модель, на основании которой может быть развита теория обоснования критерия (*б*)

Эффективность любой целенаправленной деятельности сложной системы характеризуется научно сформулированными целями функционирования, определением априорно наиболее рационального решения целевой задачи. Оценить ее результат возможно количественной мерой – показателем эффективности. Формализация задачи (показатели качества системы, эффективность функционирования, критериями принятия решения) реализуется множеством возможных состояний, описывается значением конкретных параметров. Цель реализуется желаемым исходом операции либо полученными результатами. Операция устанавливает совокупность и/или последовательность согласованных действий, направленных на достижение некоторой конкретной цели [3]. По своей сути защита информации реализуется системным подходом на основе операционного временного ресурса.

Системный подход – общенаучная методология обоснования принципов научных исследований системных свойств, явлений, процессов, систем и их функционирования во взаимосвязи со следующими аспектами: компонентными (состав системы), структурными (структуры и строения), функциональными (функции и функциональные связи элементов системы), агрегативными (системообразующие факторы), ситуационными (взаимодействие с внешней средой) [3].

Неопределенность исходной информации об информационных системах, объектах информатизации, характеристиках каналов утечки информации, многокритериальность и их качественные и количественные показатели, необходимые для защиты информации, методы защиты и способы оценки защищенности каналов утечки информации, обоснование измерительных сигналов, методы их обработки для выделения из шумов высокого уровня, определение граничных условий для принятия решения, устанавливаемых на основе данных обработки измерительных сигналов и нормативных параметров, обусловили необходимость методологических исследований по установлению каналов утечки информации и их параметров, формированием их моделей.

Методология научного подхода к исследованию любого явления устанавливает формирование основанных на опыте и интуиции абстрактных логических представлений, адекватность и целесообразность которых подтверждается практикой [8]. Модель – аналог явления, сохраняющий его существенные черты и служащий для его изучения [9]. Моделирование математическое – метод исследования явления с помощью построения их математических символов.

Моделирование – представление различных характеристик поведения физических или абстрактных систем с помощью другой системы [7].

Модель формируют абстрагированием, выделяя наиболее существенные свойства и признаки физических процессов, представление свойств и признаков в такой форме, которая необходима для последующих теоретических и экспериментальных исследований [8]. Существенные черты модели задает цель.

Моделирование каналов утечки информации наиболее часто реализуют качественным описанием физических моделей, моделей в виде блочных структур, математических моделей.

Математическая модель – система математических соотношений, отражающих важнейшие свойства моделируемого объекта [9].

Информационная модель – совокупность сведений и сигналов, несущих информацию об объекте, внешней среде и задачах, которые необходимо решать [9].

Структурная модель – модель, отражающая структуру объекта или системы.

Функциональная модель – модель, описывающая поведение объекта или системы без учета внутренней структуры этого объекта.

Построение математических моделей измерительных систем, решающих на высоком уровне получение ценной информации высокопроизводительными алгоритмами и программами; решение проблемных задач возможно системным подходом – это методология комплексного исследования сложных систем, объектов информатизации и процессов их функционирования.

Полезные выводы, полученные при моделировании, являются критерием её приемлемой адекватности. Наряду с физическим моделированием важная роль принадлежит математическим моделям. Математическая модель воспроизводит подходящим образом выбранные стороны физической ситуации, если можно установить правила соответствия, связывающие специфические физические объекты и отношения с определенными математическими объектами и отношениями. Абстрактная модель определяется непротиворечивым набором правил [10]. Принцип наименьших квадратов [11] устанавливает, что наиболее вероятное значение истинной величины x, полученное в результате n равноточных измерений $(x_1-\overline{x}),(x_2-\overline{x}),...(x_i-\overline{x}),$ обращает в минимум сумму квадратов $\left[(x_1-x)^2+(x_2-x)^2+...(x_n-x)^2\right]\to\min$ наиболее вероятным значением.

Наивероятнейшее значение меры точности h при условии, что измеряемые величины следуют нормальному закону распределения

$$p(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}=\frac{h}{\sqrt{\pi}}e^{-h^2x^2},$$

где $h=\frac{1}{2\sigma^2}$ – мера точности.

В результате n измерений получено $x_1, x_2, \ldots, x_n$ отклонений от истинного значения X. Вероятность того, что отклонение от X i-го измерения заключена между x_i и $x_i + \mathrm{d}x_i$, равна

$$p_i dx_i=\frac{h}{\sqrt{\pi}}e^{-h^2x_i^2}\,\mathrm{d}\,x_i.$$

Для n измерений при независимых событиях вероятность равна

$$\prod_{i=1}^{n}p_i dx_i=\left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)^n e^{-h^2\sum_{i=1}^{n}x_i}\,\mathrm{d}\,x_1..\mathrm{d}\,x_\mathrm{n}, \qquad (1)$$

Максимум произведения $p_1, p_2, \ldots, p_n$ соответствует минимуму суммы $\sum_{i=1}^{n}x_i$, что определяет принцип наименьших квадратов.

При условии, что выполнено n измерений $x_1, x_2, \ldots, x_n$ с отклонениями от X, наиболее вероятное значение величины h от формулы (1) должно обратить в максимум величину

$$n\ln h=h^2\sum_{i=1}^{n}x_i^2. \qquad (2)$$

Производная величины – формула (2), обращенная в ноль, – представляет наиболее вероятное значение η величины *h*:

$$\eta = \sqrt{\frac{n}{2\sum_{i=1}^{n} x_i^2}}. \qquad (3)$$

Точность совокупности *n* измерений определяется одной из следующих трех величин:

1) средняя арифметическая погрешность

$$\varepsilon_m = \frac{1}{\eta\sqrt{\pi}};$$

2) средняя квадратическая погрешность

$$\varepsilon_\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}} = \frac{1}{\eta\sqrt{2}};$$

3) мера точности, равная $\eta\sqrt{\pi}$.

Таким образом, модель – аналог явления, сохраняющий его существенные черты.

Важнейшим качеством информации является ее безопасность. В условиях информационного противоборства актуальность решения проблемной задачи – защита информации от утечки по техническим каналам – только возрастает. Принцип защиты информации основан на ее помехозащищенности (помехоустойчивости и скрытности), маскировании и дезинформации. Требование к защите информации – обеспечение ее своевременности, непрерывности, правдоподобности маскирования. Защищенность информации оценивается в реальном масштабе времени (оперативно) по обобщенному показателю. Обобщенный показатель учитывает коэффициент значимости (веса) каждого канала утечки информации.

Коэффициент значимости определяется информативностью каждого канала утечки информации (по интенсивности сигнала, отношению сигнал/шум, возможности обработки сигнала для улучшения отношения сигнал/шум, выбора измерительного сигнала, обеспечивающего получение максимальной информации о канале утечки информации). Скрытность объектов информатизации зависит от уровня маскирующего сигнала в канале утечки информации. Наилучшие результаты достигаются компенсацией маскируемых сигналов в канале утечки информации, обеспечивая таким образом минимальный уровень маскирующего сигнала. Рассогласование параметров генерируемых (излучаемых) сигналов с параметрами среды распространения (каналов утечки информации) экранированием источника излучения, схемно-конструктивными решениями, снижающими взаимные наводки.

Важными параметрами оценки защищенности каналов утечки информации являются чувствительность средства перехвата, его точность и разрешающая способность по частоте. Высокая чувствительность обнаружения измерительных сигналов в канале утечки информации обеспечивается выбором и обоснованием параметров средства перехвата, а также его помехоустойчивостью и высокой селективностью при условии

$$\Delta f_{\min} \cdot T_{\max} \to \max,$$

где $\Delta f_{\min}$ – минимальная ширина полосы средства перехвата; $T_{\max}$ – время наблюдения сигнала.

Синхронное накопление измерительного сигнала повышает возможности средства перехвата, снижая порог обнаружения, и повышает точность, определяемую генеральной совокупностью выборки при обработке по сравнению с выборочной совокупностью. Защищенность информации основана на формировании требований цели и априорных данных об объекте информатизации. Информация формируется с учетом жизненных циклов объектов информатизации. На этапе концептуального проектирования устанавливают эффективность защиты информации. Ее оценку обеспечивает локальная измерительная схема, реализующая высокую точность, высокую чувствительность локальной измерительной схемы.

Определить показатели системы таким образом, чтобы она обладала наибольшей возможной точностью, чувствительностью при конкретных условиях. Система, обладающая наибольшей точностью с какой-нибудь определенной точки зрения среди систем данного класса, является оптимальной. Величина, характеризующая качество системы, максимальное или минимальное значение которой достигается для оптимальной системы, называется критерием оптимальности [12]. Показатели, устанавливающие численное значение критериев, должны просто определяться, отражать физический смысл, показатели должны быть ортогональны, т.е. исключать корреляционные связи между собой. Показатели не должны

зависеть от скрытых закономерностей, воздействия шумов на результаты наблюдений, нелинейность связей между факторами и оцениваемыми параметрами. Как правило, показателям присущи разнородные размерности, исключающие их сравнение. По этому критерию наиболее полно определяется защищенность каналов утечки информации.

Несоответствие между желаемым и существующим развитием и разрешением проблемной задачи в области знаний по оценке и эффективности защиты информации объектов информатизации, систем, процессов при предметных, энергетических и информационных взаимодействиях и связях их элементов между собой и внешней средой определяет научную задачу.

Сложность разрешения проблемной задачи определяется неизвестным конечным результатом, методом решения и способом достижения цели. Желаемый результат, который достигается, – раскрытие научной неопределенности. Проблемная научная задача включает ее выявление, точную формулировку на основании ее анализа логической структуры, развития в прошлом и будущем, связь с другими проблемными задачами.

Защита информации основана на формировании требований, исходя из цели и априорных данных об объекте информатизации (рис. 3). Требования к информации формируются с учетом жизненных циклов объектов информатизации. На этапе концептуального проектирования устанавливают эффективность защиты информации, ее качество, дифференцированные требования к каналам утечки информации. Это обусловлено тем, что не все каналы утечки информации доступны к извлечению информации. Показатель защищенности каналов утечки информации – количественная характеристика, учитывающая нормативные показатели, устанавливающие невозможность извлечения информации, т.е. достижение полезного эффекта на этапах проектирования, разработки, изготовления, испытаний, эксплуатации, согласованного с целью, задачами, критериями, показателями объекта информатизации и его систем, рациональными вариантами проектных решений объектов информатизации, средств защиты информации, ограничений с учетом прогнозирования условий применения средств защиты информации.

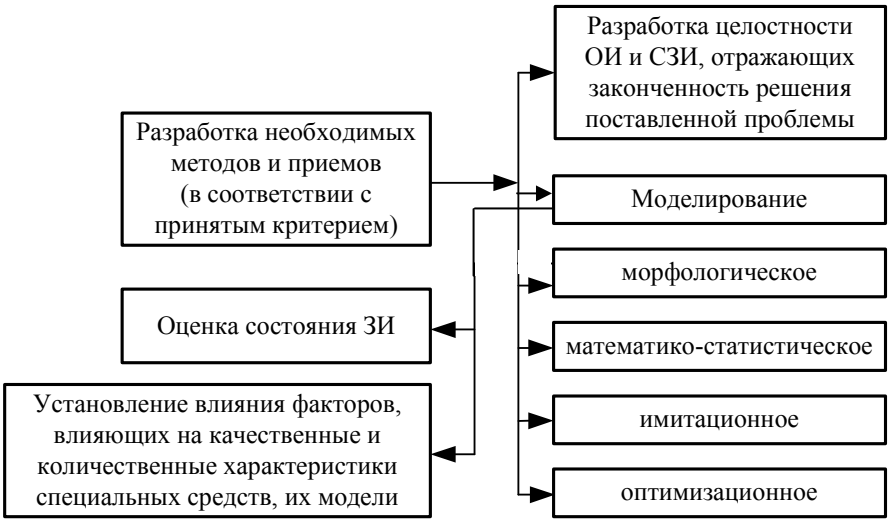


Рис. 3. Оценка состояния защиты информации

Защищенность информации основана на формировании требований, исходя из цели и априорных данных об объекте информатизации. Информация формируется с учетом жизненных циклов объекта информатизации. На этапе концептуального проектирования устанавливают эффективность защиты информации, ее качество, дифференцированный подход, учитывая те каналы утечки информации, которые доступны для извлечения информации. Показатель эффективности защиты информации – количественная характеристика степени достижения полезного результата на этапах проектирования, разработки, изготовления, испытаний, эксплуатации, согласованного с целью, задачами, критериями, показателями объекта информатизации и его элементов рациональными вариантами проектных решений объектов информатизации и средств защиты информации, ограничений с учетом прогнозирования условий применения средств защиты информации, конкурирующих действий объектов взаимодействия.

Функциональное назначение объектов информатизации устанавливает априорные данные о сигналах, обрабатываемых на объектах информатизации (видео, речевая, передача данных), степень их защищенности, требования к достоверности, оперативности (необходимость переработки больших объемов информации в условиях быстропротекающих процессов), помехоустойчивость сигналов в условиях слу-

чайных и преднамеренных помех, их скрытность, а также снижение информативности демаскирующих признаков обрабатываемой информации. Низкая информационная производительность контроля каналов утечки информации, а также низкая помехоустойчивость и воспроизводимость результатов измерения параметров слабых сигналов в шумах высокого уровня с заданной точностью, разрешающей способностью по частоте, чувствительностью обусловливают оценку параметров в реальном масштабе времени автоматизированными измерительными системами в виде локальной измерительной схемы.

Показатели защищенности основаны на обобщенном показателе в виде положительной характеристики, выражающей степень ее полезности для объекта информатизации и совокупность основных положительных свойств системы защиты информации.

Качество функционирования средств защиты информации описывается *n*-мерным вектором

$$K_{\langle n\rangle} = \left\langle Э_{\langle l\rangle} \cdot З_{\langle m\rangle} \cdot T_{\langle p\rangle} \cdot П_{\langle o\rangle} \right\rangle, \tag{4}$$

где $Э_{\langle l\rangle}$ – *l*-мерный вектор компонент, характеризующих целевой эффект защиты информации; $З_{\langle m\rangle}$ – *m*-мерный вектор компонент, характеризующий затраты на достижение цели защиты информации; $T_{\langle p\rangle}$ – *p*-мерный вектор компонент, характеризующий затраты времени на различных этапах жизненного цикла; $П_{\langle o\rangle}$ – *o*-мерный вектор компонент, характеризующий степень защищенности объектов информатизации.

Нормированная корреляционная функция

$$p_x = \frac{K_x(t_1,t_2)}{\sqrt{Д_1(t_1)\cdot Д_2(t_2)}} = \frac{K_x(t_1,t_2)}{\sigma_1(t_1)\cdot\sigma_2(t_2)}, \tag{5}$$

где $Д_1(t_1)\cdot Д_2(t_2)$ – дисперсия случайного процесса; $K_x(t_1,t_2)$ – корреляционная функция.

Формула (5) преобразуется для стационарного случайного процесса к виду

$$p_x = \frac{K_x(\tau)}{\sigma_x^2(0)} = \frac{K_x(\tau)}{\sigma_x^2}.$$

Корреляционная функция выражается через нормированную корреляционную функцию

$$K_x(\tau) = \sigma_x^2 p_x(\tau).$$

Значения случайного процесса $X(t)$ в моменты времени t_1 и t_2 называются некоррелированными, если $K_x(t_1, t_2) = 0$.

Два случайных процесса X_1 и X_2 называются некоррелированными, если взаимная корреляционная функция для двух произвольных моментов времени равна нулю $K_{x1x2} = 0$.

Информация о наличии, характере и тесноте связи и влияние на неё различных факторов определяется стохастическими зависимостями в виде корреляционных функций. Если взаимная корреляционная функция двух случайных процессов равна нулю, они являются некоррелированными. Корреляционная функция $K_x(t_1, t_2)$ случайного процесса $X(t)$ в моменты времени t_1 и t_2 при ее некоррелированности равна нулю.

Равенство $\left|K(t_1,t_2)\right| = \sqrt{Д_1(t_1)\cdot Д_2(t_2)}$, ($K_x(t_1, t_2) = 1$) случайных процессов $X_1(t_1)$, $X_2(t_2)$ с вероятностью единица связаны линейной зависимостью [13]. Если для всех t_1 и t_2 $K_{xy}(t_1, t_2) = 0$, то случайные процессы $X(t)$ и $Y(t)$ являются некоррелированными. Если $X(t)$ и $Y(t)$ независимы, то при всех значениях аргументов функция $K_x(t_1, t_2) = 0$ [14].

Характеристикой связи случайных процессов являются корреляционная и взаимная корреляционная функции, коэффициент корреляции и взаимной корреляции. Тесноту связи определяют экспериментально при достоверно установленном факте наличия связи. Важным фактором является независимость связей. В этом случае процессы характеризуются как некоррелированные. Корреляционный момент и коэффициент корреляции характеризуют достоверно только линейную стохастическую связь. Одновременно это определяет сущность того, что при возрастании одной случайной величины другая возрастает или убывает по линейному закону.

Коэффициент корреляции между случайными величинами X и Y характеризует степень полноты линейной связи. Плотность вероятности совместного распределения двух непрерывных независимых случайных величин $\omega(X, Y)$ равна произведению их плотностей вероятностей:

$$\varpi(X,Y) = \varpi(X)\cdot\varpi(Y). \tag{6}$$

Выражение (6) определяет необходимое и достаточное условие для независимых непрерывных случайных величин.

Сложная система представляется формализованным соотношением, определяющим преобразование входного процесса $X(t)$ в выходной [13]:

$$Y(t) = T\left[X(t)\right], \tag{7}$$

где T – оператор, определяющий преобразование над входной функцией $X(t)$ для получения выходной $Y(t)$.

Оператор T задается либо детерминированным, либо случайным. Детерминированный оператор соответствует определенной реализации выходного процесса $Y(t)$ при конкретной реализации входного процесса $X(t)$.

Для анализа частных показателей и их парных зависимостей по функции взаимной корреляции или коэффициенту корреляции для одной функции операторы T должны быть линейными, для которых справедлив принцип суперпозиции. Как следует из [13], линейный оператор T систем относится к автоколебательным системам (например, усилители, фильтры активные и пассивные), звенья которых с нелинейными амплитудными характеристиками (детекторы, дискриминаторы, перемножители, модуляторы, ограничители и др.).

Классификация линейных систем с линейными детерминированными операторами представлена в работе [13]. Корреляционная функция или коэффициент корреляции являются характеристиками, определяющими меру связи частных показателей при их линейности, установленных при обработке результатов измерений (оценок) только при больших объемах выборки [14].

Обобщение понятия некоррелированности на систему случайных величин реализуется некоррелированными случайными векторами [14]. Два однородных случайных вектора в n-мерном пространстве X и Y с составляющими первого вектора (X_1, X_2, …, X_n) и второго вектора (Y_1, Y_2, …, Y_n), представляющих две системы случайных величин, называют некоррелированными, если каждая составляющая вектора X не коррелирована с каждой составляющей вектора Y, то есть

$$K_{X_i Y_j} = M\left[X_i Y_j\right] = 0, \quad i = \overline{1,n}, \quad j = \overline{1,n}.$$

В работе [15] рассматривается геометрическое представление систем ортогональных трех- и n-мерных пространств с использованием операций сложения и перемножения, отображая систему ортонормированной функцией.

В работе [16] предложено объединить частные критерии в однородные:

- помехоустойчивости;
- эффективности;
- обобщенные критерии.

В работе [12] представлены критерии оптимальности, выбранные показатели качества и оптимальные системы данного класса, для которых показатель ее качества имеет экстремальное значение (минимум или максимум в зависимости от физического обоснования). Анализируются следующие системы:

- с заданной ее структурой и статическими характеристиками входных сигналов с целью определения значения параметров (одного или нескольких), при которых достигается экстремальное значение критерия оптимальности;
- при произвольной структуре с известным ее классом и заданными статистическими характеристиками входных сигналов с целью определения оператора системы, реализующего критерий оптимальности;
- при произвольной структуре при заданных статистических характеристиках входных сигналов с целью определения оператора управления системой.

Предложены методы решения в виде среднего квадрата ошибки по точности, оптимизация при детерминированных параметрах определяется отысканием экстремума функции Q, приравнивая к нулю частные производные.

В каналах утечки информации обобщенные показатели (критерии) следует рассматривать по каждому физическому полю.

Для речевого сигнала обобщенным показателем (критерием) возможно рассматривать величину разборчивости речи. Речевые сигналы, преобразованные в цифровую форму, в каналах утечки информации возможно оценивать по тому же показателю – величине разборчивости речи, сравнивая с нормированным численным значением вероятности ошибки.

Анализ объектов информатизации является важнейшим и в полной мере незавершенным вопросом, так как затруднительно оптимизировать многокритериальную систему защиты информации. Это

обусловлено необходимостью определения критериев системы защиты информации с учетом показателей, установленных для систем объекта информатизации, улучшающих обобщенный критерий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Брахман, Т.Р. Многокритериальность и выбор альтернативы в технике / Т.Р. Брахман. – М.: Радио и связь, 1984. – 288 с.
2. Окунев, Ю.Б. Цифровая передача информации фазоманипулированными сигналами / Ю.Б. Окунев. – М.: Радио и связь, 1991. – 296 с.
3. Петухов, Г.Б. Теоретические основы и методы исследования эффективности операционных целенаправленных процессов / Г.Б. Петухов. – М.: МО СССР, 1979. – 660 с.
4. Горохов, П.К. Толковый словарь по радиоэлектронике. Основные термины / П.К. Горохов. – М.: Рус. яз., 1993. – 246 с.
5. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. – изд. 3-е испр. – М.: Наука, 1964. – 576 с.
6. Термінологічний довидник з питань технічного захисту інформації / С.Р. Кожевський [та інш.]; під ред. В.О. Хорошка. – К.: ДУІКТ, 2007. – 365 с.
7. Першиков, В.И. Толковый словарь по информатике / В.И. Першиков, В.М. Савинков. – М.: Финансы и статистика, 1991. – 573 с.
8. Левин, Б.Р. Вероятностные модели и методы в системе связи и управления / Б.Р. Левин, В. Шварц. – М.: Радио и связь, 1985. – 312 с.
9. Корнеева, Т.В. Толковый словарь по метрологии, измерительной технике и управлению качеством. Основные термины / Т.В. Корнеева; под ред. Ю.С. Вениаминова и М.Ф. Юдина. – М.: Рус. яз. 1990. – 246 с.
10. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн; под общ. ред. И.Г. Арамановича. – М.: Наука, 1973. – 832 с.
11. Андре Анго. Математика для электро- и радиоинженеров / Андре Анго; пер. с фр. под общ. ред. К.С. Шифрина. – М.: Наука, 1967. – 780 с.
12. Росин, М.Ф. Статистическая динамика и теория эффективности систем управления: учеб. для вузов / М.Ф. Росин, В.С. Булыгин. – М.: Машиностроение, 1981. – 312 с.
13. Тихонов, В.И. Выбросы случайных процессов / В.И. Тихонов. – М.: Наука, 1970. – 392 с.
14. Мирский, Г.Я. Характеристики стохастической взаимосвязи и их измерения / Г.Я. Мирский. – М.: Энергоиздат, 1982. – 320 с.
15. Теория электрической связи: учебник для вузов / Д.Д. Кловский [и др.]; под ред. Д.Д. Кловского. – М.: Радио и связь, 1999. – 432 с.
16. Сервинский, Е.Г. Оптимизация систем передачи дискретной информации / Е.Г. Сервинский. – М.: Связь, 1974. – 336 с.

Поступила 01.09.2014

METHODOLOGICAL RESEARCH OF SECURITY OF INFORMATION OF OBJECTS OF INFORMATIZATION

V. ZHELEZNYAK, D. RYABENKO, S. LAVROV, A. PROVOZIN

Efficiency of an assessment of security of information is based on justification of the complex requirements which influence the accuracy of result of measurements, processing of a sample, generalized and special indicators, problem tasks of an identification of special indicators and their relation to self-correlated, cross-correlated characteristics and correlation coefficient of certainty value. Criteria and formation of the main requirements to correlation characteristics are studied. Correlation functions and correlation coefficient are universal characteristics which can serve as a relation measure at any form of relation. Applicability of these characteristics is limited to a linear form of relation. Correlation coefficient and normalized mutual correlation function incorrectly determine similarity of studied parameters for a curved form of relation.

УДК 681.5

ОПТИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ФИНАНСОВЫХ ДОКУМЕНТОВ ПО ИЗОБРАЖЕНИЯМ, ПОЛУЧЕННЫМ С ПОМОЩЬЮ ФОТОКАМЕРЫ В МОБИЛЬНЫХ УСТРОЙСТВАХ

Э.В. МИХАЙЛОВ
(Полоцкий государственный университет)

Рассмотрены основные методы оптической идентификации финансовых документов с учетом особенностей изображений, полученных с помощью встроенных фотокамер мобильных устройств. Анализируются основные алгоритмы предварительной обработки таких изображений, а также проблемы внедрения современных методов оптической идентификации документов в финансовые институты и организации.

Введение. Эффективность использования систем OCR (OpticalCharacterRecognition, оптическое распознавание текстов) в сфере банковского обслуживания давно подтверждена на практике. Современные специализированные решения, поставляемые такими известными компаниями, как ABBYY или Nuance [1] позволяют организовать комплексный оптический ввод финансовых документов с помощью специальных сканеров или повседневных средств получения цифровых изображений (бытовой сканер, фотоаппарат и т.д.). Такие сложные системы поставляются в финансовые учреждения, специфика работы которых подразумевает постоянную работу с бумажными носителями информации. Как правило, это филиалы банков, ежедневно обрабатывающих большое количество платежных поручений и справок, предоставляемых клиентами. Несмотря на то, что практически все финансовые институты стараются избавиться от «бумажного» документооборота, внедряя системы штрихового кодирования и дистанционного обслуживания, для соблюдения легитимности при работе с клиентами необходимо отражать часть информации на бумажных носителях (чеках, счетах и т.д.). В этом случае для оптического ввода финансовой информации самим клиентом актуальным является развитие систем OCR на базе мобильных устройств, оснащенных портативными фотокамерами. Изображения, полученные такими «мобильными» системы, имеют ряд особенностей, связанных с ограниченными возможностями оптического устройства ввода (фотокамеры): шумы [2], низкое разрешение, невысокая резкость, неточности цветопередачи [3].

В данной работе рассмотрены методы идентификации платежных документов как один из первых этапов оптического ввода финансовой информации по изображениям, полученным с помощью фотокамеры мобильного телефона.

Рассмотрим особенности финансового документа в контексте систем оптического ввода сложных структурных документов [4]. К таким особенностям можно отнести:

- обязательное наличие табличных данных;
- документы, относящиеся к одной финансовой организации и имеющие одинаковое назначение, имеют одинаковую структуру для всех клиентов. Таким образом, для всех клиентов фотография документа одного и того же типа будет иметь примерно одинаковое количество структурных примитивов;
- наличие большого объема бесполезной информации (реклама, справочная информация и т.д.);
- полезная информация в основном представлена монохромными участками;
- наличие специфических структурных примитивов (печати, логотипы, штрихкоды). Данные структуры хорошо выделены на исходном изображении и могут быть использованы для идентификации типа документа.

Под идентификацией финансового документа понимают выделение множества признаков (маркеров) на изображении документа, которые позволяют соотнести бумажную версию документа с его электронной копией [5]. Идентификация не является обязательным этапом в цикле обработки исходного изображения, а имеет место лишь в том случае, если обрабатываемые документы имеют неоднородную структуру: различное расположение полезной информации, различие в табличной структуре документа и т.д.

Примерами идентификации могут выступать следующие случаи:

- получение детальных данных для оплаты услуг ЖКХ по фотографии расчета за предоставленные услуги, с последующей автоматической оплатой данных услуг при помощи банковского ПО;
- получение детальной информации о предоставленной услуге по фотографии квитанции от поставщика услуг (например, квитанция из магазина) с последующим автоматическим занесением данной информации в домашнюю бухгалтерию.

1. Метод идентификации с помощью штрихкодов

Рассматриваемый метод является наиболее простым и распространенным методом идентификации финансовой информации. На каждый «бумажный» документ наносится специальный штрихкод, который

кодирует номер электронного документа в базе данных финансового учреждения. В этом случае с помощью специального программного обеспечения клиент имеет возможность, сфотографировав штрихкод, получить всю доступную ему информацию из базы данных соответствующей организации. Наиболее распространенные мобильные операционные системы – Android и iOS – имеют встроенные средства и инструменты разработчика для считывания различных видов штрихкодов.

К достоинствам данного метода следует отнести [6], такие как:

- высокая информационная плотность, или высокое разрешение. Очень маленькие коды могут быть отпечатаны и использованы в любом месте документа, при этом они занимают небольшую площадь. Таким образом, при фотографировании штрихкода можно получить достаточно качественное изображение кода в большом разрешении;
- оптимальное расположение данных, когда возможность ошибок чтения практически нулевая;
- легкость дешифровки. Штрихкоды, например, используемые в банковской сфере, имеют точно определенное содержание данных. Они структурируются для обеспечения удобства большого количества пользователей. Некоторые штрихкоды разработаны с поддержкой значительного количества наборов символов, тогда как другие поддерживают только цифровые данные.

К недостаткам использования штрихового кодирования относят:

- штрихкод не содержит полезной для клиента информации. В финансовой сфере штрихкод на бумажном носителе используется как дополнение к полезной информации;
- без связи с базой данных организации, которая выдала штрихкодированный документ, невозможно получить полезную информацию и, следовательно, использовать данную информацию;
- для банков и электронных платежных систем необходимо заключать договора для взаимодействия с поставщиками услуг при использовании клиентами банка штрихкодов этих поставщиков. В то же время у клиентов есть возможность оплатить те или иные услуги путем ввода реквизитов счетов от поставщиков вручную.

На рисунке 1 представлены примеры штрихкодов, полученных с помощью фотокамер мобильных устройств. Из приведенных трех изображений только первое сверху может быть распознано как штрихкод [7].

Рис. 1. Примеры изображений штрихкодов,
полученных с помощью фотокамер мобильных устройств

2. Метод идентификации по структурным элементам изображения документа. Данный метод является наиболее трудоемким и его использование в мобильных устройствах в первую очередь обусловлен ростом производительности вычислений мобильных систем, а также улучшением технических характеристик фотокамер мобильных телефонов. Основным достоинством данного метода является возможность узнать тип документа по его изображению без взаимодействия с организацией-поставщиком данного документа. Зная тип документа, становится возможным получить его структуру (например, по

заранее сформированному шаблону), а с применением технологий OCR – полезную информацию для ее последующей обработки.

Основные этапы идентификации документа с бумажного носителя представлены на рисунке 2.

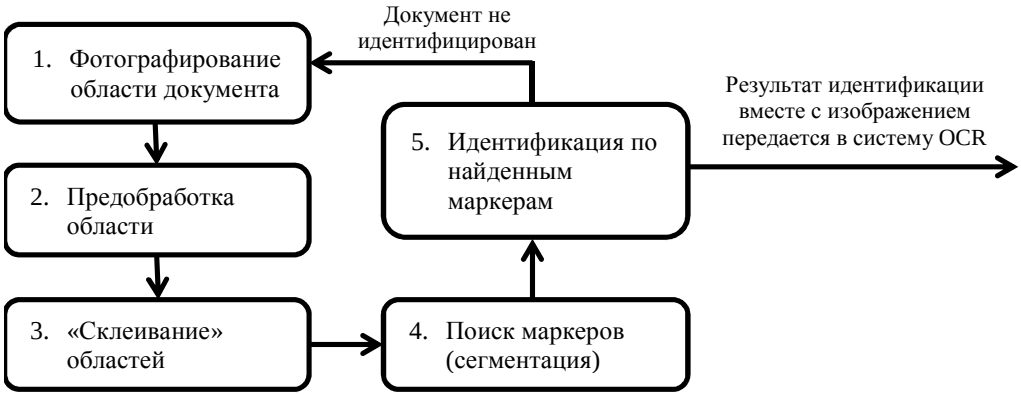


Рис. 2. Основные этапы идентификации финансового документа

Первым этапом идентификации является фотографирование области документа. Фотографирование документа целиком в силу низкой разрешающей способности матрицы фотокамеры мобильного устройства, как правило, не дает нужного результата. Данный метод идентификации предполагает **ручное** или **автоматическое** получение целого изображения из его частей. На данном этапе также выполняется проверка качества изображения. Наиболее интересными методами предварительной оценки качества в системах OCR являются:

- использование набора детекторов дефектов изображения (системы на базе ABBYY Mobile Imaging SDK предлагают использовать детектор расфокусировки и размытости изображения, детектор бликов, детектор шумов [8]);
- использование OCR детектора. В детекторе применима система OCR для распознавания текста на некоторой выборке из блоков изображения. В случае успешного распознавания символов выбранных блоков всё изображение считается допустимым для последующей обработки;
- методы оценки качества, основанные на расчете отклонения слоев изображения от некоторой идеальной маски [9].

Как правило, изображения, полученные с мобильного телефона, делаются при недостаточном освещении. Исходный фрагмент документа представлен на рисунке 3.

Рис. 3. Фрагмент изображения квитанции,
полученный с помощью встроенной фотокамеры мобильного телефона

В этом случае для достижения приемлемой яркости изображения поднимают светочувствительность матрицы портативного фотоаппарата, что приводит к появлению **яркостного и хроматического**

шума на изображении. Отсутствие достаточной освещенности бумажного документа и специфические для мобильного устройства условия съемки («дрожание» фотокамеры и т.д.) формируют изображение размытым и неконтрастным. Для сохранения изображение подвергается сжатию в специальные форматы с потерей качества, например JPEG, что зачастую приводит к появлению «артефактов». Еще одной особенностью мобильных фотоснимков является наличие геометрических и перспективных искажений.

Предварительная обработка изображения направлена на улучшение качества изображения и включает фильтрацию изображения от шумов, повышение резкости и контрастности изображения, выравнивание и преобразование в используемый системой формат [10]. Типовой стек алгоритмов предварительной обработки изображения представлен на рисунке 4.

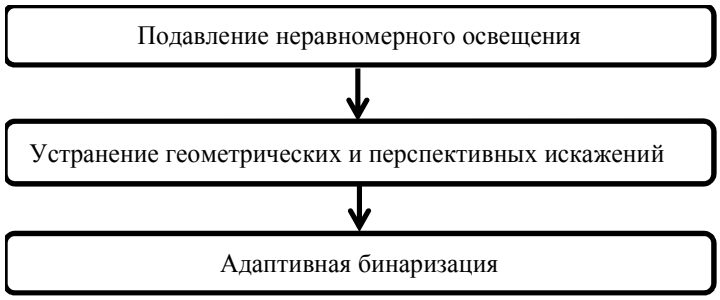


Рис. 4. Схема применения алгоритмов предварительной обработки изображения

Для подавления неравномерного освещения в условиях мобильной съемки, а также нормализации локальных уровней освещенности хорошо подходит алгоритм SSR (Single Scale Retinex) [11]:

$$R_i\,x, y = \log I_i\,x, y - \log F_1\,x, y \cdot I_i\;\; x, y\,, \tag{1}$$

где $R_i\,x, y$ – выходное изображение; $I_i\,x, y$ – исходное изображение в i-том спектральном диапазоне; $F_1\,x, y$ – функция Гаусса.

К преимуществам алгоритма SSR можно отнести: высокую скорость обработки входных данных, параметризуемое качество результата, отсутствие размывания в ходе работы, и как следствие, «чуткость» к деталям, нормализация локальных уровней освещенности [12].

Для **устранения геометрических и перспективных искажений** пригоден метод, основанный на использовании патча Безье [13]. В этом методе используется понятие скелета многоугольной фигуры. Для решения задачи строится внешний скелет для межстрочных интервалов, после чего производится фильтрация скелета, затем строится патч Безье. С помощью полученного патча итерационным методом производится выпрямление строк. К достоинствам данного метода относят: простоту реализации и высокую скорость работы, к недостаткам: исправление искажений только в окрестности границы страницы. Недостатки метода учтены в его модификациях [14].

В качестве **алгоритма адаптивной бинаризации** следует применять модифицированный алгоритм Кристиана (Christian) [15; 16]. Порог бинаризации для скользящего окна вычисляется согласно формуле (2) [17]:

$$T = (1-\alpha_1)\cdot\mu + \alpha_2\cdot\left(\frac{\sigma}{R_\sigma}\cdot[\mu - M] + \alpha\cdot M\right), \tag{2}$$

где T – порог бинаризации для заданного окна; R_σ – устанавливается как максимальное значение среднеквадратического отклонения, рассчитанное для окрестности заданного окна; M – минимальное значение яркости в окрестности заданного окна; $\mu = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$ – математическое ожидание значения яркости в заданном окне; $\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\mu)^2}$ – среднеквадратическое отклонение яркости в заданном окне; $\alpha_1 = k_1\cdot\left(\frac{\sigma}{R_\sigma}\right)^\gamma$, $\alpha_2 = k_2\cdot\left(\frac{\sigma}{R_\sigma}\right)^\gamma$, где γ, k_1 и k_2 – положительные константы. При $\gamma = 2$ параметры k_1 и k_2 рекомендуется брать в диапазонах 0,1…0,2; 0,15…0,25 и 0,01…0,05.

Данный алгоритм в совокупности с предыдущими методами позволяет устранить шумы на изображении.

Автоматическое «склеивание» изображений из уже обработанных частей происходит путем сопоставления SIFT (Scale Invariant Feature Transform) дескрипторов. SIFT является наиболее эффективным алгоритмом поиска характерных точек на двух или более изображениях, инвариантным к масштабу изображений и изменениям яркости. SIFT также достаточно устойчив к изменениям ракурса изображения [18]. В результате работы алгоритма получается множество особенных точек на каждой паре изображений с набором своих дескрипторов. Эти точки сравниваются попарно на соседних изображениях, и если дескрипторы двух выбранных точек совпадают в переделах заданной точности, две точки принимаются как сопряженные. Можно считать, что эти точки были получены как проекция одной и той же трехмерной точки на плоскости двух камер.

Выделение и поиск маркеров происходит по найденному множеству SIFT дескрипторов и по бинаризированному изображению документа. Основные типы маркеров можно разделить на 3 основные группы относительно их значимости для идентификации документа:

- к самым значимым признакам можно отнести: печати, логотипы, штрихкоды, стилизованные надписи;
- ко второй группе относят: линии, пересечения (углы), текстовые блоки и отдельные надписи;
- наименее значимыми признаками являются отдельные символы.

Описанный алгоритм позволяет не только идентифицировать документ, а также представить документ в виде упорядоченного множества хорошо различимых признаков, а промежуточный результат работы алгоритма может быть использован системами OCR без предварительной обработки. Сложность такого подхода к идентификации документа обусловлена в первую очередь качественными характеристиками исходного изображения и способом его получения.

Заключение. В отличие от метода идентификации документов по штрихкоду, который активно сегодня используется и внедрен в основные финансовые институты, метод идентификации по структурным элементам изображения практически не имеет внедрения, однако широко востребован электронными платежными банковскими системами. Внедрение данного метода позволяет развиваться таким банковским системам изолированно, без договорных отношений с поставщиками услуг, и взаимодействовать напрямую с клиентами. Как следствие, такие системы становятся более привлекательными. Однако сдерживающим фактором для внедрения метода является задача выделения четких структурных элементов из изображений, получаемых с помощью портативных фотокамер, что само по себе является наукоемкой задачей, требующей использования самых новых исследований алгоритмов машинного зрения и, следовательно, существенных финансовых затрат. Выходом из данной ситуации является использование ряда ограничений, налагаемых на процесс получения исходного изображения и сам процесс идентификации. Практическим примером таких ограничений может служить ситуация, когда программное обеспечение мобильного устройства сначала предлагает клиенту пошагово сфотографировать логотипы и/или печати документов, далее, если удается распознать организацию и тип документа, также в пошаговом режиме, предлагает сфотографировать полезную информацию с указанием мест, где эта информация может находиться.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вся правда об OCR [Электронный ресурс]. – 2014. – Режим доступа: http://internetno.net/category/obzoryi/ocr/. – Дата доступа: 10.08.2014.
2. Шумы на фотографии [Электронный ресурс]. – 2014. – Режим доступа: http://fotoprimer.ru/chto-k-chemu/shumyi-na-fotografii. – Дата доступа: 11.08.2014.
3. Улучшение качества фото с мобильного телефона [Электронный ресурс]. – 2014. – Режим доступа: http://www.photoshop-master.ru/lessons.php?rub=3&id=587. – Дата доступа: 11.08.2014.
4. Структурные методы распознавания сложноорганизованных исторических табличных форм [Электронный ресурс]. – 2014. – Режим доступа: http://www.ipages.ru/index.php?ref_item_id=20269&ref_dl=1.– Дата доступа: 14.08.2014.
5. Быстрая идентификация документа DIRECTUM RapID [Электронный ресурс]. – 2014. – Режим доступа: http://www.directum.ru/1960173.aspx. – Дата доступа: 14.08.2014.
6. Технологии штрихового кодирования [Электронный ресурс]. – 2014. – Режим доступа: http://www.tppkuban.ru/services.php?sub_id=104. – Дата доступа: 23.08.2014.
7. Ender Tekin, James Coughlan. Proceeding CRV‘09 Proceedings of the 2009 Canadian Conference on Computer and Robot Vision, IEEE Computer Society Washington, DC, USA, 2009.

8. ABBYY Mobile Imaging SDK [Электронный ресурс]. – 2014. – Режим доступа: http://www.abbyy.ru/mobile-imaging-sdk/description/. –Дата доступа: 23/08/2014.
9. Николаев, Д.П. Метод автоматической оценки качества цветовой сегментации в задаче упаковки изображений печатных документов / Д.П. Николаев, Д.В. Полевой, Т.С. Чернов // Труды ИСА РАН. – 2013. – Т. 63.
10. Методы распознавания текстов [Электронный ресурс]. – 2014. – Режим доступа: http://habrahabr.ru/post/112442/. – Дата доступа: 26.08.2014.
11. Bian, Z. Retinex Image Enhancement Techniques / Z. Bian, Y. Zhang // Final Project Report for EE264.
12. Построение системы оптического распознавания структурной информации на примере Imago OCR [Электронный ресурс]. – 2014. – Режим доступа: http://habrahabr.ru/post/172651/. – Дата доступа: 26.08.2014.
13. Масалович, А. Использование патча Безье для аппроксимации искажения изображений текстовых документов / А. Масалович, Л. Местецкий // Proc. Graphicon-2007. – 2007. – P. 171–174.
14. Zeynalov, R. Восстановление формы страницы текста для коррекции геометрических искажений / R. Zeynalov, A. Velizhev, A. Konushin // Department of Computational Mathematics and Cybernetics. Moscow: Moscow State University, Russia.
15. Wolf, C. Extraction and recognition of artificial text in multimedia documents / C. Wolf, J.M. Jolion // Patt. Anal. Appl. – 2004. – Vol. 6, No. 4, Feb. – P. 309–326.
16. Meng-Ling Feng and Yap-Peng Tan. Contrast adaptive binarization of low quality document images // IEICE Electronics Express. – Vol. 1, No.16. – P. 501–506.
17. Адаптивная бинаризация [Электронный ресурс]. – 2014. – Режим доступа: http://www.heclub.ru/2013/12/03-yy.html. – Дата доступа: 01.09.2014.
18. Lowe, David G. Object recognition from local scale-invariant features / David G. Lowe // Proceedings of the International Conference on Computer Vision 2: 1150–1157, 1999.

Поступила 05.09.2014

OPTICAL IDENTIFICATION OF FINANCIAL DOCUMENTS BY IMAGES, OBTAINED BY EMBEDDED MOBILE DEVICES CAMERA

E. MIHAILOV

This paper reviews the basic methods of optical identification for financial documents, taking into account the characteristics of document images obtained by embedded mobile camera. The basic pre-processing algorithms for such images are also reviewed, as well as the problems of practical implementation of new optical identification methods for paper documents in different financial institutions and organizations.

УДК 621.396.6

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ ОБЗОР СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ АНТЕНН: ПЛОСКОЙ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ СПИРАЛЬНОЙ АНТЕННЫ, МИКРОПОЛОСКОВОЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ АНТЕННЫ, АНТЕННЫ ВИВАЛЬДИ

К.И. КРЕМЕНЯ; канд. техн. наук, доц. В.Ф ЯНУШКЕВИЧ
(Полоцкий государственный университет)

Представлен сравнительный обзор сверхширокополосных антенн: плоской логарифмической спиральной антенны, микрополосковой эллиптической антенны, антенны Вивальди. Для компьютерного моделирования антенн использована программа схемотехнического моделирования (High Frequency Structure Simulator). Приведены изображения модели излучателей антенн с объёмными диаграммами направленности. Демонстрируются основные характеристики, полученные в результате компьютерного моделирования, на основе которых произведено сравнение антенн, – коэффициент стоячей волны по напряжению, диаграмма направленности и величина нормированного входного сопротивления. Также в сравнении учтены сложность формы и габаритные размеры излучателей антенн. Показаны преимущества и недостатки каждой антенны, а также их некоторые сравнительные характеристики.

На сегодняшний день передача большого потока информационных данных без потери качества практически невозможна. При использовании узкополосных антенн единственным выходом для улучшения качества является увеличение размера ретранслятора, что приводит к повышению их стоимости и неудобству в эксплуатации. С появлением цифрового телевидения, мобильной связи, беспроводного Интернета ретрансляторы становятся все более громоздкими и массивными, а также дорогостоящими. Альтернативой нынешним антеннам выступают сверхширокополосные антенны, которые могут заменить все передающие и принимающие антенны мобильной связи, телевидения и беспроводного Интернета. Сверхширокополосная антенна отличается небольшими размерами и легкостью. Она экономична и эстетична [1].

Плоская логарифмическая спиральная антенна. Для компьютерного моделирования антенн использована программа схемотехнического моделирования High Frequency Structure Simulator (HFSS). Модель излучателя плоской логарифмической спиральной антенны с объемной диаграммой направленности представлена на рисунке 1.

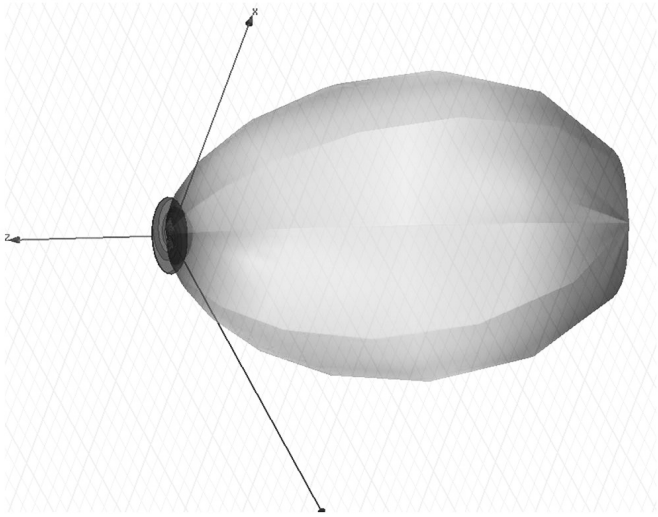


Рис. 1. Модель излучателя плоской логарифмической спиральной антенны с объемной диаграммой направленности, выполненной в программе HFSS

Значение коэффициента стоячей волны по напряжению (КСВН) логарифмической спиральной антенны не превышает 2, что говорит о работоспособности антенны, минимальная частота составляет 0,7 ГГц. На участке от 1,5 до 7 ГГц КСВН наиболее равномерен. Минимальное значение КСВН, равное 1,01, наблюдается на частоте 9,2 ГГц.

Диаграмма направленности (ДН) логарифмической спиральной антенны имеет форму восьмерки и характеризуется как широконаправленная. Усиление ДН на частоте 2,42 ГГц составляет 5,73 дБ. Для ограничения обратного излучения в антеннах данного типа используется рефлектор.

Величина нормированного входного сопротивления логарифмической спиральной антенны изменяется от 0,769 (38,45 Ом) до 0,929 (46,45 Ом). С точки зрения входного сопротивления можно сказать, что данная антенна практически частотно независима, имеется небольшое отклонение, равное 0,16. Это позволяет выполнять хорошее согласование данной антенны в широком диапазоне частот и является большим преимуществом данной конструкции.

***Преимущества плоской логарифмической спиральной антенны*:**

- широкая полоса частот;
- могут изготавливаться методом травления, а значит, имеют высокий показатель повторяемости и интеграции;
- перекрытие по частоте и коэффициент усиления ограничены только размерами антенны;
- низкая нижняя частота, равная 0,7 ГГц;

***Недостатки плоской логарифмической спиральной антенны*:**

- слабая направленность диаграммы направленности (широкая ДН);
- сложность изготовления по сравнению с другими плоскими антеннами, обусловленная формой спирали;
- трудности при подключении фидера из-за малых размеров в области возбуждения антенны;
- увеличение коэффициента усиления требует увеличения габаритов антенны;
- решетки из таких антенн будут относительно больших размеров, так как излучение направлено перпендикулярно плоскости антенны.

Микрополосковая эллиптическая антенна. Модель микрополосковой эллиптической антенны, выполненной в программе HFSS, представлена на рисунке 2.

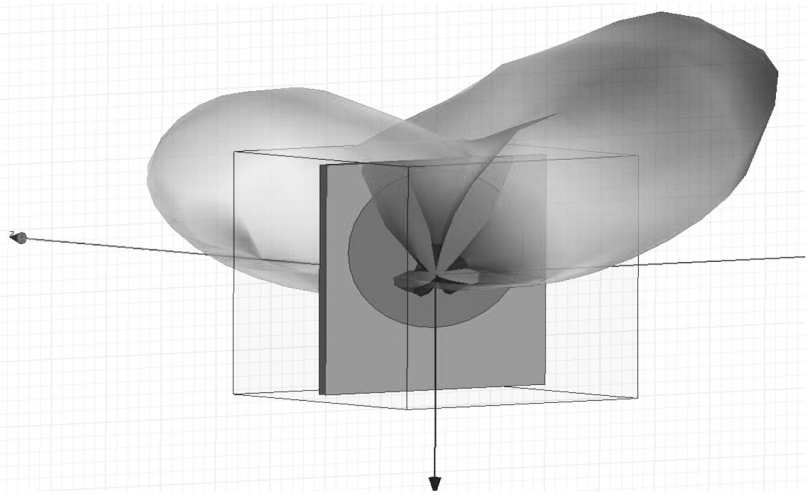


Рис. 2. Модель микрополосковой эллиптической антенны
с объемной диаграммой направленности, выполненной в программе HFSS

Коэффициент стоячей волны по напряжению микрополосковой эллиптической антенны не превышает 2 в диапазоне частот от 3 до 10 ГГц (что говорит о работоспособности антенны в этом диапазоне частот) и является относительно равномерным с небольшими отклонениями. Минимальное значение КСВН, равное 1,07, достигается на частоте 5,7 ГГц. На участке от 6,2 до 9,4 ГГц данный коэффициент наиболее линеен.

Усиление ДН микрополосковой эллиптической антенны на частоте 10 ГГц составляет 2 дБ в прямом направлении и 1,1 дБ – в обратном. Большой задний лепесток – нежелательная характеристика. Диаграмма антенны более узконаправленная. На диаграмме входное сопротивление сильно неравномерно, что говорит о частотной зависимости характеристик антенны. Наибольшая неравномерность проявляется в диапазоне от 4,3 до 5,5 ГГц.

Преимущества микрополосковой эллиптической антенны:

- широкая полоса частот;
- могут изготавливаться методом травления, а значит, имеют высокий показатель повторяемости и интеграции;
- диаграмма более направленная;
- планарные – могут выполняться вместе с микросхемами, невысокая стоимость, хорошо интегрируются;
- компактные – можно разместить много в антенных решетках.

Недостатки микрополосковой эллиптической антенны:

- высокое значение нижней частоты, равное 3 ГГц;
- большой задний лепесток;
- толщина моделируемой антенны составляет 1,5 мм. Для изготовления такой антенны необходим дорогостоящий материал. При использовании распространенного материала-диэлектрика с толщиной 1 мм характеристики антенны значительно ухудшаются;
- неравномерность входного сопротивления.

Антенна Вивальди. Модель антиподальной антенны Вивальди, выполненной в программе HFSS, представлена на рисунке 3.

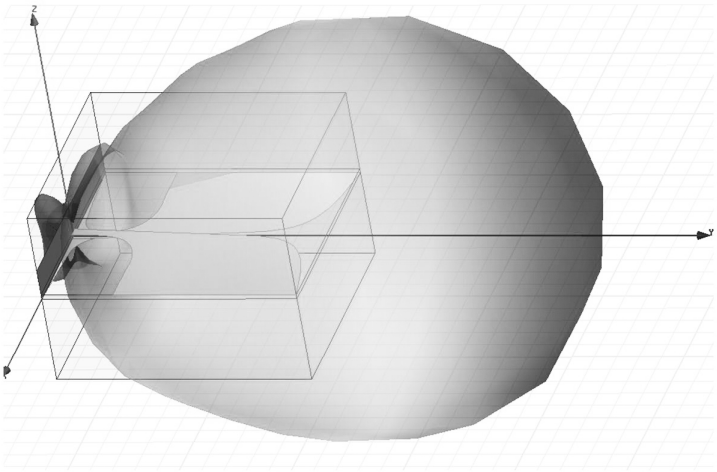


Рис. 3. Модель антиподальной антенны Вивальди
с объемной диаграммой направленности, выполненной в программе HFSS

Коэффициент стоячей волны антиподальной антенны Вивальди не превышает 2 на участке от 0,95 до 10 ГГц и является крайне нелинейным, имеются дифракционные максимумы и минимумы характеристики.

Усиление ДН антиподальной антенны Вивальди на частоте 5 ГГц составляет 5,7 дБ в прямом направлении и 1,8 дБ – в обратном. Относительно небольшие задние лепестки. Диаграмма довольно широкая.

На диаграмме (см. рис. 3) входное сопротивление сильно неравномерно, что говорит о частотной зависимости характеристик антенны.

Преимущества антенны Вивальди:

- планарная – может выполняться вместе с микросхемами, недорогостоящая, хорошо интегрируется;
- компактная – можно разместить много в антенных решетках;
- диаграммы направленности – одинаковые в плоскостях *E* и *H*;
- небольшое значение нижней частоты, которое составляет 0,95 ГГц;
- может работать в большой полосе пропускания частоты и излучает от конца или края с хорошим усилением и низкими задними лепестками. Излучающая часть изменяет ширину щели, поэтому на различных частотах излучают различные части антенны. Таким образом, антенна теоретически имеет бесконечную полосу пропускания, и её можно считать независимой от частоты. Когда длина волны изменяется, излучение происходит от различных частей антенны, которая имеет в раскрыве размер, пропорциональный длине волны. Это дает очень большую полосу пропускания.

Недостатки антенны Вивальди:

- с точки зрения согласования имеется неравномерность входного сопротивления относительно частот;
- нижняя частота зависит от входной ширины щели.

Заключение. Рассмотренные сверхширокополосные антенны являются простыми в изготовлении и расчётах геометрии. Логарифмическая спиральная антенна является относительно простой в расчётах параметров, в то время как эллиптическая антенна и антенна Вивальди симулируется лишь машинными методами. Они планарные и, значит, могут выполняться вместе с микросхемами, недорогостоящие, хорошо интегрируется. Являются компактными, что позволяет использовать их для построения антенных решеток, увеличивая тем самым направленность и компенсируя такой недостаток, как небольшое усиление. Для построения решеток наиболее подходит антенна Вивальди и эллиптическая, так как у них излучение направлено вдоль платы, что позволяет расположить их большее количество в решетке.

Широкий диапазон антенн можно использовать для следующих целей:
- многоканальной передачи;
- научных измерений;
- изучения внутренней структуры объектов;
- передачи сигналов с огромной базой;
- сотовой связи;
- цифрового телевидения и беспроводного Интернета.

В результате компьютерного моделирования получены 3 модели данных антенн, каждая из которых оптимизирована.

Некоторые сравнительные характеристики рассматриваемых антенн сведены в таблицу.

Сравнительные характеристики антенн

Параметр сравнения	**Спиральная антенна**	**Эллиптическая антенна**	**Антенна Вивальди**
Нижняя частота	0,7 ГГц	3 ГГц	0,95 ГГц
Форма	Сложная	Относительно простая	Средней сложности
Диаграмма направленности	Широкая в форме восьмерки	Более направленная, но большой задний лепесток	Широкая, небольшие задние лепестки
Габаритные размеры, мм	200 × 200 × 1	40 × 35 × 1,5	52 × 57 × 1

Самое малое значение нижней частоты у спиральной антенны, самое большое – у эллиптической. У спиральной антенны самая широкая диаграмма направленности, эллиптическая – самая направленная. У эллиптической антенны самые малые габаритные размеры, у спиральной – самые большие.

Анализируя выходные параметры, можно сказать, что наилучшими характеристиками обладает антенна Вивальди. Нижняя частота у неё небольшая, диаграмма направленности имеет большую направленность, чем у спиральной антенны, и задние лепестки намного меньше, чем у эллиптической антенны.

ЛИТЕРАТУРА

1. Перспективы антенн нового поколения [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www. wifiantenna. org.ua/antennas/perspektivy-antenn-novogo-pokoleniya/. – Дата доступа: 12.09.2014.

Поступила 15.09.2014

COMPARATIVE REVIEW ULTRA-WIDEBAND ANTENNAS: LOGARITHMIC SPIRAL ANTENNAS FLAT, MICROSTRIP ELLIPTICAL ANTENNA, VIVALDI ANTENNA

K. KREMENIA, V. YANUSHKEVICH

This article presents the comparative review of ultra-wideband antennas: logarithmic spiral antennas flat, microstrip elliptical antenna, Vivaldi antenna. For computer modeling of antennas used circuit simulation program High Frequency Structure Simulator. There are drawings representing models of antenna radiators with volume radiation patterns. As a result of computer simulation obtained the basic characteristics, such as voltage standing-wave ratio, radiation pattern and input impedance. Comparison of antennas based on them. Also in comparison incorporated the complex form and overall dimensions of antenna radiators. There are advantages and disadvantages of each antenna. Some comparative characteristics are tabulated.

УДК 681.5.015

АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ РОБОТА В УСЛОВИЯХ НЕДЕТЕРМИНИРОВАННОЙ ИНФОРМАЦИИ О ВНЕШНЕЙ СРЕДЕ

А.В. ГОСПОД
(Могилевский государственный университет продовольствия)

Планирование движения робота в условиях недетерминированной информации о внешней среде часто принимает допущения об известности геометрии препятствия и возможности предсказать траекторию движения экстраполяцией, что в реальности невозможно. Рассматривается алгоритм collision-free perceiver (CFP – бесконтактная воспринимающая), который может обнаружить траектории, свободные от столкновений при известных геометрии или движении. Анализируется, как использовать CFP в режиме реального времени на роботе с n *степенями свободы при неизвестных траектории и размерах препятствий, минимизируется количество опасных остановок, когда робот мог бы столкнуться с объектом.*

Введение. Планирование движения роботов в неопределенной динамичной среде привлекает все больше внимания в исследовательской робототехнике. В [1] был введен алгоритм collision-free perceiver (CFP – бесконтактная воспринимающая), который может обнаружить траектории, свободные от столкновений при известных геометрии или движении. Одно из известных предположений, ничего не имеющее общего с реальностью, о том, что движение препятствия, известно [2; 3]. Второе предположение – определена геометрия препятствия. Если движение неизвестно, то используется общий подход для прогнозирования будущего движения, отслеживая прошлое [4–9]. Таким образом, на столкновение робота с конфигурацией q в будущем времени t указывает проверка пересечения конфигурации робота (q, t) с каждой частью препятствия в момент времени t.

Существует много быстрых алгоритмов проверки столкновений [10–12], которые могут быть эффективно использованы для решения вопроса ограничения числа препятствий. Известны алгоритмы для планирования движения мобильного робота [13–15] и для мобильного движения манипулятора [16]. Тем не менее они требуют либо известную геометрию, либо быструю и точную сегментацию объектов, что очень сложно и практически невозможно в динамических средах. Кроме того, предсказание может быть достаточно точным только в течение короткого периода времени, т.е. только сразу после того, как оно сделано. Для компенсации этого требуется частое повторное прогнозирование и расчет проверки столкновения. Предполагая известность геометрии препятствий, алгоритм на самом деле предполагает очень быстрое и точное распознавание объекта.

Есть прогресс в обнаружении препятствий для мобильных роботов, таких как бездорожье и постройки [17; 18], растительность [19], люди [20]. Тем не менее в многолюдных помещениях с множеством неизвестных параметров обнаружение всех объектов слишком медленное и неточное, а также без надобности. Например, представьте банкет с большим количеством людей в небольшом помещении, где робот, подавая напитки и угощения, маневрирует с тарелками между присутствующими. Невозможно просчитать все. С другой стороны, все и не надо, достаточно доставить необходимое, избегая столкновений. Таким образом, необходимо изучить, как планировать движение робота без необходимости просчета всех препятствий, которые могут двигаться и в неизвестных направлениях.

В [1] были введены две новые концепции, которым не нужны ни геометрия, ни траектория препятствий: а) точечные препятствия (ТП), представляют недетерминированную среду непосредственно из данных датчиков низкого уровня в каждый момент времени; б) динамический пакет (ДП), обнаруживающий конфигурацию робота в момент времени (q, t), которая гарантированно будет свободна от столкновений в промежуток времени [τ, t). Также предположено, что препятствие двигается с любой скоростью в интервале [0, v_{max}]. Затем ввели алгоритм [21] для проверки пересечения динамического пакета и точечного препятствия, а также методику [22], используемую для анализа непрерывности свободной траектории, проверяющую, гарантируется ли специальный набор дискретных точек без столкновения.

Изложенный выше подход, который называется «бесконтактная воспринимающая (CFP)», позволяет планировать движение робота в условиях недетерминированной информации о внешней среде в реальном времени. Тем не менее обнаружение траектории, свободной от столкновений, не может быть мгновенным. И в момент вынужденной остановки из-за препятствия робот может быть сбит другим объектом. Поэтому важным практическим вопросом является минимизация небезопасных остановок, принимая во внимание ограниченное время для обнаружения столкновения. Для решения этого вопроса в CFP применен адаптивный алгоритм реального времени RAMP [16] (расширение RAMP) включающий временные ограничения T-RAMP.

1. Обзор CFP и RAMP

Сначала рассмотрим CFP на основе понятий точечных препятствий и динамического пакета, а затем опишем RAMP и как RAMP можно включить в CFP.

1.1. Обозначения

Следующие обозначения описывают модель робота в декартовых координатах: $R(q)$ – область, занятая роботом R в R^3 конфигурации q.

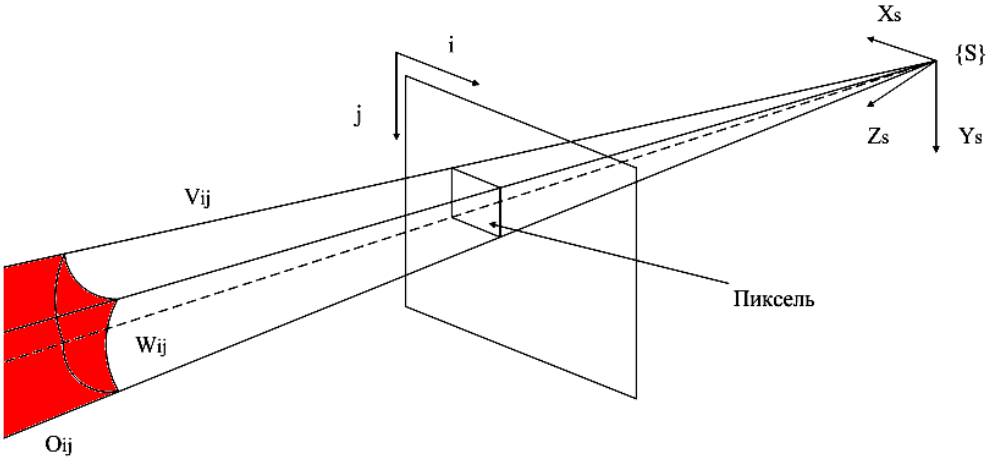
Также используем различные временные обозначения: τ – время зондирования; t – время проведения операции.

Обозначим верхнюю границу скорости для всех объектов v_{max}.

1.2. Точечные препятствия

Точечные препятствия обнаруживаются напрямую при мгновенном зондировании датчиком низкого уровня, без обработки данных. Образ $I(\tau)$ от линии прямой видимости датчика, например, лазер дальномера, гидролокатор, стереовидение и т.д., каждый пиксель (i, j) сопоставляется с точкой (x, y, z) на физическом объекте и d_{ij} расстояние от (x, y, z) до начала координат $\{S\}$ кадра датчика. Пусть W_{ij} пересечение объема наблюдаемого квадратного пикселя (i, j) (пиксель определяется четырьмя углами с лучами из $\{S\}$) и сферой с центром в $\{S\}$ с радиусом d_{ij}. Точечное препятствие O_{ij} формируется W_{ij} (рисунок).

Общность ТП в каждый конкретный момент τ может быть рассмотрена как сформированное пространство препятствий $O_s(\tau)$. Точечные препятствия одного момента не связаны с ТП другого момента времени.



Геометрия точечного препятствия O_{ij} от линии прямой видимости датчика

1.3. Динамический пакет

В некоторый момент времени τ_0 мы стремимся обнаружить будущую точку $\chi = (q, t)$ при $t > \tau_0$, свободную от столкновений. Для этого необходимо наблюдать за изменениями окружающей среды во временном интервале $[\tau_0, t]$, как перемещаются препятствия относительно $R(q)$, чтобы обнаружить точку χ, свободную от столкновений за время $\tau < t$, или точку *ч* столкновения за время $\tau = t$.

Динамический пакет $E(\chi, \tau)$ как функция, зависящая от времени $\tau \leq t$, представляет собой замкнутую поверхность, вмещающую области $R(q)$ в трехмерном пространстве R^3 (или R^2 для плоскости), такие, что минимальное расстояние от любой точки на $E(\chi, \phi)$ и $R(q)$:

$$d(t, \tau) = v_{max}(t - \tau). \quad (1)$$

Таким образом, $E(\chi, \tau) = R(q) \oplus B(t, \tau)$, где $B(t, \tau)$ представляет собой шар с центром в начале координат и диаметром $d(t, \tau)$.

Динамический пакет обладает следующими свойствами:

1) монотонно уменьшается с течением времени со скоростью v_{max}, т.е. $E(\chi, \tau_{i+1}) \subset E(\chi, \tau_i)$, где $i > 0$, $\tau_i < \tau_{i+1} \leq t$. $E(\chi, \tau)$ сжимается до $R(q)$ при t;

2) текущее препятствие, которое находится на поверхности или внутри $E(\chi, \tau_i)$, никогда не будет находиться снаружи или внутри $E(\chi, \tau_{i+1})$;

3) текущее препятствие, находящееся на поверхности или внутри $E(\chi, \tau_i)$, может быть вне $E(\chi, \tau_i)$, для некоторых $\tau_{j\in}$ $(\tau_i, t]$, если нет движения в направлении $R(q)$ с максимальной скоростью v_{max}.

1.4. Алгоритм CFP

Этот алгоритм находит точку $\chi = (q, t)$, свободную от столкновений, проверяя пересечения между динамическим пакетом $E(\chi, \tau)$ и точечным препятствием в каждый момент времени, начиная с τ_0 и до

любого столкновения, или за максимальное время наблюдений $t - \tau_0$, который контролируется системной переменной тактового сигнала t_{clock} (эта переменная изменяется независимо от алгоритма CFP), как показано в алгоритме 1. Интервал между двумя соседними моментами зондирования $\sigma\tau$, т.е. частота зондирования $1/\sigma\tau$. Каждая итерация цикла, как правило, занимает больше времени, чем $\sigma\tau$, следовательно, после каждой итерации есть обновленные данные от датчика для следующей итерации.

Алгоритм 1. Восприятие без столкновений CFP

1: ввод $\chi = (q, t)$, $\tau = \tau_0$, $\sigma\tau$, $t_{clock} = 0$
2: получить динамический пакет $E(\chi, \tau)$
3: while (($\tau < t$) и ($t_{clock} < t - \tau_0$)) do
4: if $E(\chi, \tau)$ не пересекает точечные препятствия в момент τ then
5: изменить $E(\chi, \tau)$
6: получение χ, свободной от столкновений
7: else
8: $\tau = \tau + \sigma\tau$ (для следующих данных от датчика)
9: end if
10: end while
11: получение χ, не свободной от столкновений

Как правило, для робота, состоящего из нескольких звеньев, каждое звено можно аппроксимировать набором геометрических фигур, таких как прямоугольник, квадрат, сфера, параллелограмм. Теперь ДП может быть создан для каждого звена. Так как ДП для всего робота – сумма ДП звеньев, необходимо сосредоточиться на том, как проверить пересечение между ДП звеньев и ТП. Используем экстракцию, чтобы определить ТП. В [21] описана проверка пересечения ДП и ТП (IDEAOS), наиболее эффективный алгоритм, заявленный в CFP.

1.5. Адаптивный алгоритм реального времени RAMP

Парадигма RAMP [16] мотивирует планировать движение в режиме реального времени для роботов с большим количеством степеней свободы, таких как мобильные манипуляторы, в динамических средах с неизвестной траекторией движения препятствий. Известно, что никакой алгоритм, планирующий движение для роботов с большим количеством степеней свободы, не выполним даже для определенной и статической окружающей среды из-за огромной проблемы построения многомерных *C*-препятствий. Таким образом, широко используются планировщики, основанные на дискретизации, в частности PRM [23] и RRT [24].

Алгоритм RAMP также основан на дискретизации, это особенно эффективно при планировании движения робота с большим количеством степеней свободы в условиях недетерминированной информации о внешней среде из-за следующих особенностей:

- в реальном времени одновременное движение робота и планирование его траектории;
- параллельное планирование с оптимизацией, как в эволюционном алгоритме [25], и постоянное обновление возможных траекторий от его текущей конфигурации к целевой;
- структурная гибкость, чтобы позволить онлайн адаптацию к различным внешним условиям и офлайн дополнения для различных конфигураций роботов.

Все основные компоненты RAMP настраиваемы. Сила RAMP в его гибкости для адаптаций и расширений; RAMP всегда имеет набор различных траекторий в пространстве – пакет траекторий. Начальный пакет траекторий может быть сформирован случайно. Каждая траектория начинается с текущей конфигурации робота, заканчивается в целевой и может быть лишь частично выполнимой – имеет неосуществимый сегмент. Качество траектории с точки зрения выполнимости и оптимальности оценено через функцию оценки, объединяющую критерии оптимизации, такие как кратчайшее время движения, максимальное время выполнимого сегмента и т.д.

Как только имеется выполнимый сегмент траектории, RAMP позволяет роботу движение по нему, при этом вычисляя последующие возможные сегменты, таким образом робот может переключиться на более лучший вариант. Три цикла запускаются одновременно:

- сенсорные данные обновляются при каждом зондировании;
- изменение траектории и оценка (переоценка) на основе данных датчика в каждом цикле расчета траектории;
- робот переключается с текущей на лучшую траекторию в цикле контроля или адаптации.

RAMP определяется эффективным онлайн обнаружением выполнимых траекторий. Первоначальный RAMP предполагает, что геометрия препятствий известна, и проводит проверку на основе предсказания движения. Это реально только при моделировании.

2. Алгоритм T-RAMP

Используя CFP в RAMP для проверки сегмента траектории (посредством обнаружения свободных от столкновений), можно устранить нереалистичное предположение об известности геометрии препятствия и недостаток в прогнозировании траектории движения препятствия. Сегмент траектории, свободный

от столкновений, найденный CFP, по которому движется робот, обозначается Γ_1, а в это время RAMP ищет следующую возможную траекторию. После того как робот прошел сегмент Γ_1, если найден следующий безопасный сегмент траектории Γ_2, он продолжает плавное движение по нему.

И все же CFP необходимо конечное время, чтобы обнаружить свободные от столкновений точки, по которым пройдет траектория движения робота. Время обнаружения свободных точек $\chi = (q, t)$ зависит от двух факторов:

1) размера динамического пакета $E(\chi, \tau)$, который зависит от $v_{max}(t - \tau)$ и уменьшается со временем τ;

2) вычислительных мощностей компьютера и датчиков.

Первый фактор, как правило, доминирует. Пусть τ_0 – время начала наблюдений и проверки, свободна ли точка (q, t) от столкновений. Если $E(\chi, \tau)$ свободен от точечных препятствий при $\tau 1 < t$, то CFP необходимо $(\tau_1 - \tau_0)$ времени, чтобы найти χ, свободную от столкновений. Поэтому следующий выполнимый сегмент траектории не может быть найден при завершении роботом текущего сегмента, приводящего к остановке. Во время такой принудительной остановки робот может быть сбит препятствием.

Поэтому важное расширение RAMP состоит в минимизации остановок. Параллелизм и гибкость RAMP добивается следующим:

- добавлением к функции оценки в качестве дополнительного критерия оптимизации, увеличение безопасного времени δt_{safe}, которое он проводит в сегменте траектории без столкновений. RAMP выберет допустимый сегмент траектории (среди всех найденных возможных), который максимизирует общее время $\Delta t_{safe} = \Delta t_{move} + \delta t_{safe}$, где Δt_{move} – время движения в сегменте. Примечательно, что δt_{safe} в точке $\chi_e = (q_e, t_e)$ не может быть известно точно, прежде чем робот достигнет χ_e, но его можно оценить с помощью $d_{min}(q_e, \tau)/v_{max} - (t_e - \tau)$ для $\tau < t_e$, где $d_{min}(q_e, \tau)$ – минимальное расстояние между роботом и ТП. Поскольку δt_{safe} рассчитывается для точки χ_e без столкновений при $\tau > \tau_e$. Разработан метод расчета $d_{min}(q_e, \tau)$ между точечными препятствиями вблизи робота в точке χ_e;

- отделением проверки столкновений (CFP) от оценки пригодности траектории. Проверка столкновений постоянно происходит в фоновом режиме и дает информацию о свободной траектории, в то время как блок оценки пригодности просто использует эту информацию для вычисления значения функции пригодности, что гораздо быстрее, чем ранее. Назовем расширенный алгоритм T-RAMP «алгоритм 2».

Алгоритм 2. T-RAMP

инициализация исходных данных

m – количество итераций зондирования в цикле планирования

n – количество итераций планирования в цикле адаптации

$Дt_{min}$ – шаг времени

q_e – начальная конфигурация робота

t_e – текущее время τ (τ – системное автоматически обновляемое время)

инициализация набора траекторий S, соединяющих начальную конфигурацию робота и конечную

$\Delta t_{move} = 0$

$\delta t_{safe} = 0$

while <робот достиг цели> do

одновременно зондирование, проверка столкновений, планирование и адаптация, движение:

зондирование: повторить снятие данных с датчика

планирование на каждой m-й итерации зондирования или при остановке робота

if $t_e < \tau$ then

$\Delta t = \max(\Delta t_{move} + \delta t_{safe}, \Delta t_{min})$

$t_e = \tau + \min(mn\delta\tau, \Delta t)$

установить время начала всех траекторий S как t_e

end if

изменить S

адаптация при $\tau = t_e$ или на каждой m-й итерации зондирования

оценка траектории S

Γ_{best} – лучшая траектория

q_e – последняя конфигурация на сегменте первой траектории без столкновений

Δt_{move} – время, необходимое роботу, для перехода к конфигурации q_e

$t_e - \tau + \Delta t_{move} + \delta t_{safe}$

if $\Delta t_{move} + \delta t_{safe} = 0$ then

небезопасный шаг, робот может столкнуться с препятствием

end if

проверка на столкновение: вызов алгоритма 3

движение: перемещение робота по траектории Γ_{best} за время Δt_{move}

end while

Алгоритм 3. Проверка на столкновение

1: входные S траектории N сегмента, где каждый сегмент траектории i, $0 < i \leq N$, представляет собой последовательность точек χ_1^i, χ_2^i, ... продолжительностью $m*n*\delta\tau$

2: C – последовательность точек χ_1^1, χ_1^2, ..., χ_1^N, χ_2^1, χ_2^2,... , χ_2^N, ...

3: запуск CFP (алгоритм 1) для каждой точки, C и S не обновляются

4: результат – точки свободные, от столкновений, найдены для каждой из траекторий; вычислить и передать δt_{safe}

В алгоритме 2 есть четыре одновременных шага: проверка на столкновение, планирование, адаптация и движение. Каждый цикл адаптации состоит из многократных циклов планирования. Каждая итерация цикла зондирования длится $\delta\tau$, которая определяется проектировщиком. Таким образом, новая информация, полученная при каждом зондировании, используется в CFP (алгоритм 1), который в свою очередь вызывается в алгоритме 3 для проверки столкновения.

В каждом цикле адаптации робот одновременно перемещается вдоль допустимой траектории Γ_{best} и планирует свой следующий возможный сегмент, который начинается с конечной точки $\chi_e = (q_e, t_e)$ из предыдущего допустимого сегмента Γ_{best}. Если робот достиг χ_e, а следующий сегмент не найден, робот остановится, продолжая поиск возможной траектории. Если время остановки робота меньше δt_{safe}, значит остановка благополучная, иначе существует опасность столкновения остановившегося робота с другими объектами.

Константы m и n зависят от $v_{\max}$ препятствий и размера окружающей среды.

Следующие функции используются в алгоритме 2, в дополнение к алгоритму 3, для проверки на столкновение:

- инициализация пакета траекторий происходит случайным образом, как в [16], создаются промежуточные конфигурации узла, между начальной и целевой конфигурацией;

- функция оценки значений для траектории, которая максимизирует время движения в сегменте траектории (чтобы обойтись без остановки) и минимизирует общее время движения;

- изменение изначально случайно выбранной траектории S с помощью добавления, удаления или изменения координат конфигураций или узловых точек, оценка новой траектории и замена на лучшую.

Заключение. В результате объединения и улучшения алгоритмов CFP и RAMP получили новый алгоритм T-RAMP, который позволяет планировать движение робота в режиме реального времени и уменьшает количество небезопасных остановок. Полученная методика дает возможность управлять роботом в условиях недетерминированной информации о внешней среде (неизвестные траектория и геометрия препятствий).

ЛИТЕРАТУРА

1. Vatcha, R. Perceived CT-space for motion planning in unknown and unpredictable environments / R. Vatcha, Xiao, J. // Intl. Workshop on the Algorithmic Foundations of Robotics, WAFR (December 2008).
2. Fiorini, P. Motion planning in dynamic environments using velocity obstacles / P. Fiorini, Z. Shiller // Intl. J. of Robotics Research, 760–772 (1998).
3. Using non-linear velocity obstacles to plan motions in a dynamic environment / F. Large [et al.] // IEEE Intl. Conf. on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV), pp. 734–739 (2002).
4. Elnagar, A. Motion prediction of moving objects based on autoregressive model / A. Elnagar, K. Gupta // IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics (Systems and Humans) 28(6), 803–810 (1998).
5. Chang, C.C. Environment prediction for a mobile robot in a dynamic environment / C.C. Chang, K.-T. Song // IEEE Trans. on Robotics and Automation 13(6), 862–872 (1997).
6. Gatmo: a generalized approach to tracking movable objects / G. Gallagher [et al.] // IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation, pp. 2043–2048 (May 2009).
7. Moving obstacle detection in highly dynamic scenes / A. Ess // IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation, pp. 56–63 (May 2009).
8. Elnagar, A. An adaptive motion prediction model for trajectory planner systems / A. Elnagar, A. Hussein: // Intl. Conf. on Robotics and Automation, pp. 2442–2447 (September 2003).
9. Moving obstacles'motion prediction for autonomous navigation / V. Govea [et al.] // Int. Conf. on Control, Automation, Roboticsand Vision (December 2004).
10. I-collide: An interactive andexact collision detection system for large-scale environments / Cohen, J.D. [et al.] // Proc. of ACMInteractive 3DGraphics Conf., pp. 189–196 (1995).
11. Jimrenez, P. 3D collision detection: A survey / P. Jimrenez, F. Thomas, C. Torras // Computers and Graphics 25, 269–285 (2000).

12. Lin, M.C. Collision detection between geometric models: A survey / M.C. Lin, S. Gottschalk // Proc. of IMA Conf. on Mathematics of Surfaces, pp. 37–56 (1998).
13. Kushleyev, A. Time-bounded lattice for efficient planning in dynamic environments / A. Kushleyev, M. Likhachev // IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation, pp. 1662–1668 (May 2009).
14. High-speed autonomous navigation with motion prediction for unknown moving obstacles / V. Govea [et al.] // IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, pp. 82–87 (October 2004).
15. Van den Berg, J.Anytime path planning and replanning in dynamic environments / J. van den Berg, D. Ferguson, J. Kuffner // IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation, pp. 2366–2371 (May 2006).
16. Vannoy, J. Real-time Adaptive Motion Planning (RAMP) of mobilemanipulatorsin dynamic environments with unforeseen changes / J. Vannoy, J. Xiao // IEEE Trans. on Robotics 24(5),1199–1212 (2008).
17. Murarka, A. Detecting obstacles and drop-offs usingstereoand motion cues for safe local motion / A. Murarka, M. Sridharan, B. Kuipers // IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots andSystems, pp. 702–708 (2008).
18. Caraffi, C. Off-road path and obstacle detection using decisionnetworks and stereo vision / C. Caraffi, S. Cattani, P. Grisleri // IEEE Trans. on Intelligent Transportation Systems 8(4), 607–618 (2007).
19. Bradley, D. Vegetation detection for driving in complexenvironments / D. Bradley, R. Unnikrishnan, J.A. Bagnell // IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation (April 2007).
20. Bellotto, N. Multisensor-based human detection and tracking for mobile servicerobots / N. Bellotto, H. Hu // IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics – Part B 39(1), 167–181 (2009).
21. Vatcha, R. An efficient algorithm for on-line determination of collision-freeconfiguration-time points directly from sensor data / R. Vatcha, J. Xiao // IEEE Intl. Conf. on Robotics andAutomation (May 2010).
22. Vatcha, R. Perceiving guaranteed continuously collision-free robot trajectoriesin an unknown and unpredictable environment / R. Vatcha, J. Xiao // IEEE/RSJ Intl. Conf. on IntelligentRobots and Systems (October 2009).
23. Probabilistic roadmaps for pathplanning in high-dimensional configuration spaces / L. Kavraki [et al.] // IEEE Trans. on Robotics andAutomation, pp. 566–580 (1996).
24. La Valle, S.M. Planning Algorithms / S.M. La Valle // Cambridge University Press (May 2006).
25. Evolutionary algorithms + domain knowledge = real-world evolutionary computation / P.P. Bonissone [et al.] // IEEE Trans. Evolutionary Computation 10(3), 256–280 (2006).

Поступила 19.09.2014

ALGORITHM OF THE ROBOT MOTION CONTROL IN THE CONDITIONS OF NON-DETERMINISTIC INFORMATION ABOUT THE EXTERNAL ENVIRONMENT

A. HOSPAD

Planning for the robot in a non-deterministic information about the external environment often makes assumptions about the famous geometry constraints and opportunities to predict the trajectory of the extrapolation that in reality impossible. Was introduced algorithm collision-free perceiver (CFP – contactless receptive), which can detect the path free of collision with known geometry and motion. In this paper we consider how to use the CFP in real time, the robot with n degrees of freedom, with unknown trajectory sizes and obstacles minimizes the amount of hazardous stops when the robot would collide with the object.

ФИЗИКА

УДК 538.22: 621.315.592

МОДИФИКАЦИЯ ПОВЕРХНОСТИ ПОЗИТИВНОГО ФОТОРЕЗИСТА ПРИ ИОННОЙ ИМПЛАНТАЦИИ

канд. физ.-мат. наук Д.И. БРИНКЕВИЧ; канд. физ.-мат. наук, доц. В.С. ПРОСОЛОВИЧ; канд. физ.-мат. наук, доц. М.Г. ЛУКАШЕВИЧ; д-р физ.-мат. наук, проф. В.Б. ОДЖАЕВ; канд. физ.-мат. наук Ю.Н. ЯНКОВСКИЙ
(Белорусский государственный университет, Минск);
канд. физ.-мат. наук, доц. С.А. ВАБИЩЕВИЧ; Н.В. ВАБИЩЕВИЧ
(Полоцкий государственный университет)

Методом атомно-силовой микроскопии экспериментально показано, что в процессе ионной имплантации на поверхности позитивного фоторезиста ФП9120 формируются неравномерно распределенные по поверхности конусообразные структуры. Высота, диаметр в основании и плотность распределения таких структур зависит от условий облучения и вида имплантированных ионов. Наблюдаемые при имплантации изменения морфологии поверхности фоторезиста обусловлены релаксацией напряжений, образовавшихся в процессе изготовления полимерной пленки, и радиационно-химическими процессами в приповерхностном слое фоторезиста.

Повышение степени интеграции обусловливает возрастание роли ионной имплантации в создании активных областей интегральных микросхем. Основным материалом, обеспечивающим маскирование ионного пучка, является фоторезист. Однако влияние ионной имплантации на морфологию поверхности фоторезистов практически не исследовано. Указанные обстоятельства и определили цель настоящей работы – исследование методом атомно-силовой микроскопии модификации ионным облучением поверхности позитивного фоторезиста ФП9120, представляющего собой композит из светочувствительного О-нафтохинондиазида и фенол-формальдегидной смолы.

Методика эксперимента. Пленка фоторезиста толщиной 1,8 мкм наносилась на поверхность пластин кремния марки КДБ-10 (111) методом центрифугирования при скорости вращения 1800 об/мин. Толщина пленок фоторезиста контролировалась с помощью микроинтерферометра МИИ-4 и механическим способом на профилометре «Dectak». Имплантация ионами Ni^+, Fe^+, Ag^+, B^+ и Sb^+ с энергией 30…60 кэВ в интервале доз $1{\cdot}10^{15}$…$6{\cdot}10^{17}$ $см^{-2}$ в режиме постоянного ионного тока (плотность ионного тока j = 4 мкА/$см^{-2}$) проводилась при комнатной температуре в остаточном вакууме не хуже 10^{-5} Па на имплантаторах ИЛУ-3 и «Везувий-6». Во избежание перегрева и деструкции образца в процессе имплантации на ИЛУ-3 использовалась кассета, обеспечивающая эффективный сток ионного заряда с поверхности полимера и плотный контакт плёнок с металлическим основанием, охлаждаемым водой [1]. Облучение γ-квантами ^{60}Co осуществлялось при комнатной температуре и атмосферном давлении на установке МРХ-γ-25М. Мощность поглощенной дозы составляла 0,360 ± 0,008 Гр/с. Интервал поглощенных доз 6…200 кГр.

Морфология поверхности модифицированной имплантацией полимерной плёнки исследовалась методом атомно-силовой микроскопии (АСМ) при комнатной температуре в полуконтактном резонансном режиме на частоте 145 кГц на приборе Solver P-47. Использовались кантеливеры серии NSG 01 с радиусом закругления 10 нм. Значения среднеарифметической шероховатости R_a усреднялись по результатам не менее чем 10 измерений в различных точках образца.

Экспериментальные результаты и их обсуждение. Типичные для всех исследовавшихся полимеров трёхмерные АСМ-изображения имплантированной поверхности показаны на рисунке 1. Рельеф исходной (неимплантированной) поверхности (рис. 1, *а*) достаточно гладкий, средняя арифметическая шероховатость R_a составляет ~ 0,2 нм. Высота отдельных неровностей не превышает 1,5…2 нм.

Имплантация приводит к появлению на поверхности фоторезиста конусообразных структур (рис. 1, *б*), которые наблюдались при всех имплантированных ионах уже на начальных дозах. Высота, диаметр в основании и плотность таких образований зависела от вида имплантированного иона и условий облучения. Конусообразные структуры распределены по поверхности фоторезиста очень неравномерно. Среди них преобладают достаточно крупные структуры с диаметром в основании ~ 100…150 нм и высотой до 50…60 нм. С ростом дозы имплантации размеры конусообразных структур уменьшаются, их количество

растет и при дозах свыше $7 \cdot 10^{16}$ см$^{-2}$ они начинают перекрываться (рис. 1, *г*). На отдельных образцах наблюдались «кратеры» (рис. 1, *д*), обусловленные, вероятнее всего, выходом остатков растворителя и азота, образующегося при радиационном разложении диазохинона.

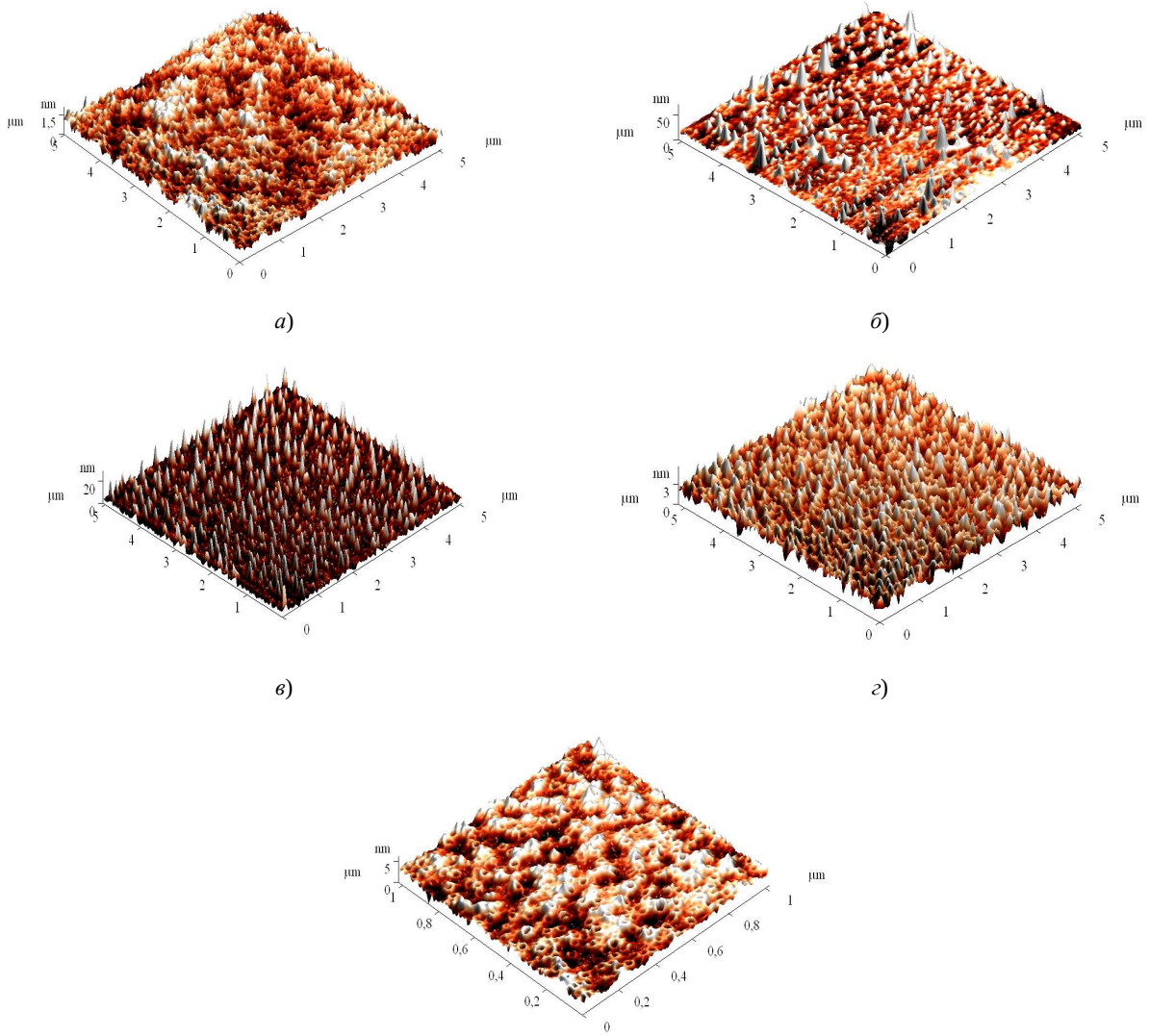


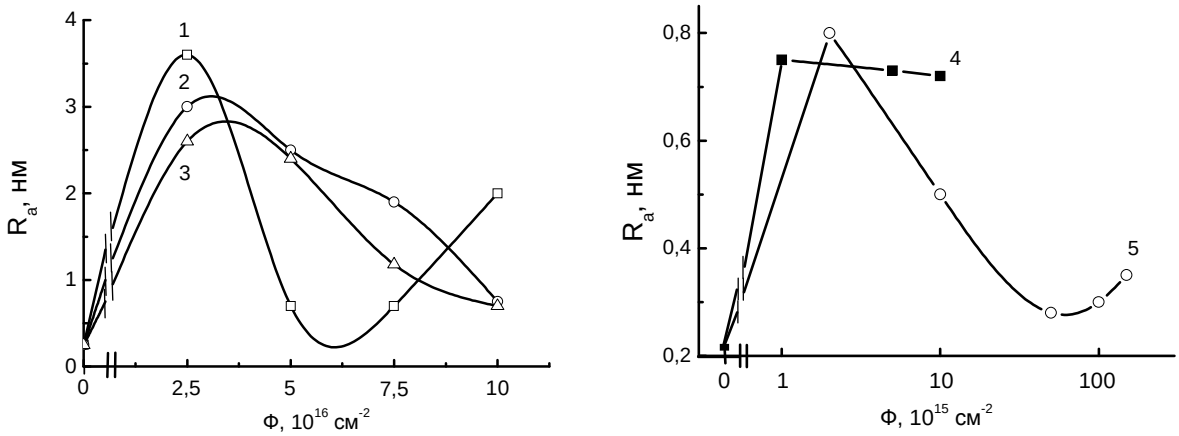
Рис. 1. Трёхмерные АСМ-изображения исходной (*а*)
и имплантированных ионами Fe (*б–г*) и Ni (*д*) поверхностей фоторезиста
(доза $\Phi \cdot 10^{-16}$, см$^{-2}$: *б* – 2,5; *в* – 7,5; *г*, *д* – 10)

С образованием конусообразных структур при имплантации связан существенный рост среднеарифметической шероховатости R_a (рис. 2) на начальных дозах имплантации. Отметим, что величина R_a существенным образом зависит от условий имплантации. Так, при имплантации на ускорителе «Везувий-6» величина R_a обычно ниже (примерно в 3…4 раза), чем на имплантаторе ИЛУ-3. Масса имплантируемого иона оказывает существенно меньшее влияние. Значения R_a для разных ионов различались не более чем на 50…60 % при имплантации на одном имплантаторе (см. рис. 2).

При увеличении дозы Ф имплантации наблюдается снижение величины R_a, причем для более тяжелых ионов это снижение наблюдается при меньших значениях Ф (рис. 2, *а*).

В отличие от работы [2], существенной усадки фоторезиста в процессе имплантации не наблюдается. Толщина пленки изменялась в пределах погрешности измерений, составлявшей ~ 20 нм, при дозах имплантации вплоть до $1 \cdot 10^{16}$ см$^{-2}$. Эти экспериментальные результаты коррелируют с данными работы [3], полученными методом атомно-силовой микроскопии при имплантации тонким ионным пучком тонкой

полиимидной пленки. Так, в работе [3] показано, что распыление (усадка) пленки полиимида наблюдается при флюенсах ионов Fe^+ и Au^+ свыше $5\cdot10^{16}$ см$^{-2}$ и даже при $\Phi = 1\cdot10^{18}$ см$^{-2}$ величина усадки не превышала 80 нм, что существенно ниже толщины пленки. Такого же результата следовало ожидать и для полимерной пленки фоторезиста.



а) *б*)

Рис. 2. Дозовые зависимости шероховатости R_a образцов, имплантированных ионами Ag (1), Ni (2) и Fe (3) на ускорителе ИЛУ-3 (*а*) и ионами B (4) и Sb (5) на ускорителе «Везувий-6» (*б*)

Объяснить полученные экспериментальные результаты можно с учетом следующего. При высокоэнергетичном воздействии происходит процесс ионизации, заключающийся в удалении электрона с определенной молекулярной орбитали и формировании так называемой «дырки». В макромолекулах следует учитывать возможность образования делокализованных ионизированных состояний с эффективным размером, существенно превышающим размер элементарного звена, и возможность быстрой (недиффузионной) миграции «дырки» по цепи макромолекулы на значительные в молекулярном масштабе расстояния. Первичные физические процессы (ионизация или возбуждение) и следующие за ними химические изменения (разрыв связи, деструкция молекулы) могут быть разделены существенным расстоянием вследствие эффективной миграции «дырок» и переноса возбуждения [4].

Следует также учитывать микрофазную неоднородность (микрогетерогенность) макроструктуры полимера. В полимерных материалах возможен перенос электрона или «дырки» через границу раздела фаз, что может привести к локализации радиационных повреждений в определенных микрообластях системы (например, вблизи раздела фаз) [4]. Проявлением такой локализации радиационно-индуцированной модификации полимеров, приводящей к локальному хаотичному вспучиванию поверхности полимера, и являются, на наш взгляд, наблюдавшиеся экспериментально конусообразные структуры на поверхности имплантированного полимера.

Возможен также другой подход к объяснению возникновения конусообразных структур на поверхности облученных полимеров, который дополняет изложенное выше и позволяет оценить размер конусообразных структур.

Этот подход предполагает наличие локальных упругих напряжений сжатия в полимере, например, у границы раздела микрофаз. Плотность упругой энергии в сжатом материале [5]

$$\omega = \frac{p^2}{2E},$$

где p – напряжение; E – модуль упругости.

При релаксации напряжений сжатия может приводить к формированию «конуса». Будем считать упругие напряжения сферическими с радиусом r, при образовании «конуса» освобождается упругая энергия в объеме ~ r^3, равная

$$-\Delta W_{упр} = \omega \cdot r^3 = \frac{p^2}{2E} \cdot r^3,$$

и требуется затрата работы на создание новой поверхности площадью $\sim l^2$

$$\Delta W_{пов} = l^2\sigma,$$

где σ – поверхностная энергия; l – радиус конуса в основании.

Изменение энергии системы

$$\Delta W = -\Delta W_{упр} + \Delta W_{пов} = l^2\sigma - \frac{p^2}{2E}\cdot r^3.$$

Предполагая полную релаксацию $\Delta W = 0$, можно оценить размеры конусов в основании:

$$l = p\left(\frac{r^3}{2E\sigma}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (1)$$

Таким образом, размеры формирующихся «конусов» прямо пропорциональны величине напряжений сжатия и размерам напряженной области в степени 3/2.

Согласно формуле (1) нами была проведена оценка величины напряжений сжатия p, необходимой для формирования экспериментально наблюдавшихся конусообразных структур.

Для расчета этих напряжений использовались значения модуля упругости E и поверхностной энергии σ для полимерных пленок новолачной смолы (основы фоторезиста ФП9120), полиимида, ПЭТФ и полиэфирэфиркетона из [6].

Оказалось, что для формирования экспериментально наблюдавшихся конусообразных структур с диаметром в основании ~ 200 мкм достаточны упругие напряжения в пределах 0,1…1,0 МПа для всех использовавшихся в работе полимеров. Отметим, что такие значения напряжений характерны для пленок, полученных различными методами (в том числе методом центрифугирования) [7].

Высокоэнергетичное облучение выступает в данном случае в качестве лишь «спускового крючка» для высвобождения энергии, запасенной в деформированных областях полимера.

Такой подход способен с высокой степенью достоверности описать формирование конусообразных структур на начальных этапах (при минимальных флюенсах) облучения.

В области имплантации картина усложняется. Вследствие высокой локальной неоднородности процессов радиационно-индуцированной модификации полимеров в процессе их облучения возможна как релаксация существующих, так и формирование новых полей упругих напряжений вблизи вновь сформированных межфазных границ раздела. Кроме того, в процессе имплантации возможно распыление сформировавшихся ранее конусообразных структур.

Указанные обстоятельства могут приводить к трансформации конусообразных структур и снижению среднеарифметической шероховатости R_a поверхности фоторезиста, наблюдавшейся в диапазоне флюенсов $(1\ldots5)\cdot10^{16}$ см$^{-2}$.

Возрастание R_a при Ф свыше $1\cdot10^{17}$ см$^{-2}$ обусловлено, на наш взгляд, преимущественно деструкцией и распылением приповерхностного слоя полимера и образованием углеродно-металлических нанокластеров. Распыление приповерхностного слоя в процессе ионной имплантации может приводить к выходу на поверхность полимера углеродно-металлических нанокластеров, сформировавшихся в имплантированном слое на начальной стадии имплантации. При этом скорость распыления металлических нанокластеров ниже, чем скорость деструкции и распыления окружающих их остатков полимерной матрицы. Поэтому при этих дозах на поверхности полимера формируется лабиринтоподобная структура, коррелирующая со структурой металлических нанокластеров (см. рис. 1, *д*).

Существенно более низкие значения R_a при имплантации на имплантаторе «Везувий-6» (см. рис. 2, *б*) по сравнению с ИЛУ-3 (см. рис. 2, *а*) обусловлены техническими особенностями этих имплантаторов. «Везувий-6» имеет вращающийся барабан, вследствие чего имплантация носит квазиимпульсный характер. С другой стороны, в ИЛУ-3 пластина постоянно находится под пучком ионов.

Заключение. Экспериментально показано, что в процессе ионной имплантации происходит модификация морфологии поверхности позитивного фоторезиста ФП9120, выражающаяся в формировании неравномерно распределенных по поверхности конусообразных структур. Высота, диаметр в основании и плотность распределения таких структур зависит от условий облучения и вида имплантированных ионов. Наблюдаемые при имплантации изменения морфологии поверхности фоторезиста обусловлены ре-

лаксацией напряжений, образовавшихся в процессе изготовления полимерной пленки, и радиационно-химическими процессами в приповерхностном слое фоторезиста.

ЛИТЕРАТУРА

1. Modification of magnetic properties of polyethyleneterephthalate by iron implantation / M.G. Lukashchevich [et al.] // Nucl. Instr. Meth. B. – 2007. – V. 257, № 1–2. – P. 589–592.
2. Применение фоторезистивных масок для маскирования ионного пучка в технологии КМОП-интегральных схем / С.В. Гранько и [др.] // Вестн. Нижегород. ун-та. Сер. Физика. – 2001. – № 2. – С. 41–47.
3. Формирование низкоразмерных структур на полимерной пленке фокусированным ионным пучком / А.А. Харченко [и др.] // Вестн. БГУ. Сер. 1. – 2012. – № 2. – С. 29–31.
4. Экспериментальные методы химии высоких энергий / под общ. ред. М.Я. Мельникова. – М.: МГУ, 2009.
5. Щукин, Е.Д. Влияние активной среды на механическую устойчивость и повреждаемость поверхности твердого тела / Е.Д. Щукин // Вестн. МГУ. Сер. 2. Химия. – 2012. – Т. 53, № 1. – С. 50–72.
6. Энциклопедия полимеров. – М.: Сов. Энцикл., 1974 .
7. Расчетно-экспериментальное исследование формирования структуры термоэлектрического материала на основе твердых растворов халькогенидов висмута и сурьмы, полученных методом горячей экструзии / М.Г. Лаврентьев [и др.] // Термоэлектричество. – 2012. – № 4. – С. 36–42.

Поступила 11.09.2014

SURFACE MODIFICATION OF POSITIVE PHOTORESIST BY ION IMPLANTATION

D. BRINKEVICH, V. PROSOLOVICH, M. LUKASHEVICH, V. ODZHAEV, Y. YANKOVSKI, S. VABISHCHEVICH, N. VABISHCHEVICH

By atomic force microscopy it was experimentally shown that cone-shaped structures are formed on the surface of positive photoresist FP9120 in the process of ion implantation. These structures are uniformly distributed over the surface of the photoresist. The height, diameter at base and the distribution density of these structures dependы on the irradiation conditions and the type of the implanted ions. The changes of the surface morphology of the photoresist observed in the implantation are due to the relaxation of stresses generated during the manufacture of the polymer film, and radiation-chemical processes in the surface layer of the photoresist.

УДК 621.316.99+621.319.1

ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИИ ЭЛЕКТРОДОВ НА ТЕРМОУПРУГИЕ НАПРЯЖЕНИЯ В ПТКС-ТЕРМОРЕЗИСТОРАХ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ТОКОВЫХ НАГРУЗОК

д-р физ.-мат. наук, доц. В.Н. ШУТ
(Институт технической акустики НАН Беларуси, Витебск)

Численными методами изучены температурные напряжения в ПТКС-терморезисторах на основе полупроводниковой керамики титаната бария в процессе разогрева электрическим током. Показано, что путем изменения конфигурации (диаметра) электродов терморезисторов можно уменьшать температурные градиенты в керамике и, соответственно, снижать температурные напряжения. В случае если радиус электрода меньше радиуса основания керамического элемента на 200 мкм, температурные напряжения уменьшаются с 80 до 60 МПа. Это позволяет снизить вероятность разрушения терморезисторов по механизму расслоения.

Введение. Терморезисторы с положительным температурным коэффициентом сопротивления (ПТКС) на основе керамики титаната бария, легированной редкоземельными элементами, нашли широкое применение в электротехнике и радиоэлектронике [1; 2]. Физической основой возникновения ПТКС эффекта в таких материалах является изменение высоты зернограничных барьеров Шоттки при фазовом переходе [3]. Во многих случаях ПТКС-терморезисторы (позисторы) используются в силовых цепях в качестве нагревательных, пусковых элементов, в схемах защиты от перегрузок по току и напряжению и др. При этом терморезисторы могут разрушаться в результате воздействий больших токовых нагрузок по механизму расслоения: на две практически равные половинки в плоскости, параллельной электродам [4]. Большие токи вызывают неравномерный разогрев позистора. Причем наибольшие градиенты температур (свыше 40 градусов) реализуются по толщине керамического элемента (вдоль линии тока) и обусловлены аномальным изменением теплоемкости и электросопротивления материала при фазовом переходе, т.е. имеют фундаментальный характер [4; 5]. Вследствие этого в ПТКС-керамике возникают существенные термоупругие растягивающие напряжения (в центре боковой поверхности). Величины этих напряжений могут достигать 100 МПа [6–8], что соизмеримо с пределом прочности полупроводниковой керамики на основе титаната бария 50…100 МПа [9–11].

Важной задачей для разработчиков и производителей ПТКС-терморезисторов является повышение устойчивости позисторов к тепловому удару в процессе нагрева электрическим током. Особый интерес вызывает разработка методов по уменьшению температурных напряжений, так как улучшение механических (прочностных) свойств позисторной керамики без ухудшения электрических характеристик – трудновыполнимая задача. Ранее был предложен способ повышения устойчивости терморезисторов к электрическим нагрузкам, основанный на формировании многослойных структур, в которых приэлектродные слои имеют более высокое удельное сопротивление при температурах ниже фазового перехода, за счет чего обеспечивается выравнивание теплового поля в объеме материала и значительное снижение растягивающих напряжений [12; 13]. Однако для изготовления таких элементов требуется введение дополнительных операций послойного прессования, что усложняет процесс производства.

В данной работе рассмотрен метод коррекции тепловых полей и снижения термоупругих напряжений в ПТКС-терморезисторах, основанный на изменении конфигурации металлических электродов.

Теоретическая модель. Распределение температуры в позисторных элементах рассчитывалось путем совместного решения уравнений теплопроводности и электропроводности [13]. Коэффициент теплоотдачи поверхности принимался равным 50 Вт/(м²·К), температура окружающей среды – 25 °С, приложенное электрическое напряжение – 220 В. Для расчетов температурных напряжений решалась квазистатическая задача термоупругости [6]. Удельное сопротивление позисторной керамики ρ зависит от состава материала, технологических режимов его изготовления, температуры образца и приложенного напряжения (варисторный эффект) [14]. Зависимости удельного сопротивления от температуры и напряженности электрического поля были получены экспериментально (рис. 1).

Исследовались защитные терморезисторы, выпускаемые предприятием ОАО «Витебский завод радиодеталей “МОНОЛИТ”» (температура переключения T_C = 87 °С, удельное сопротивление при 25 °С ρ_{25} = 0,31 Ом·м). Полученные данные аппроксимировались математическими выражениями и использовались при решении задачи.

Терморезисторы, как правило, являются элементами защиты от перегрузок по току и мощности, которые включаются в электрические схемы последовательно с некоторым нагрузочным (ограничивающим) сопротивлением. Однако наличие ограничивающего сопротивления способствует увеличению тем-

пературных напряжений [12]. Поэтому в настоящей работе рассматривался случай воздействия напряжения 220 В на электрическую цепь, состоящую из терморезистора, последовательно соединенного с балластным сопротивлением. При расчетах значение балластного сопротивления $R_д$ принималось равным 90 и 120 Ом, что соответствует ограничению максимального тока в цепи до 2 и 1,5 А (согласно нормам испытаний термисторов на заводе-изготовителе). При данных значениях балластного сопротивления достигаются максимальные растягивающие напряжения в классическом варианте исполнения ПТКС-термисторов [12].

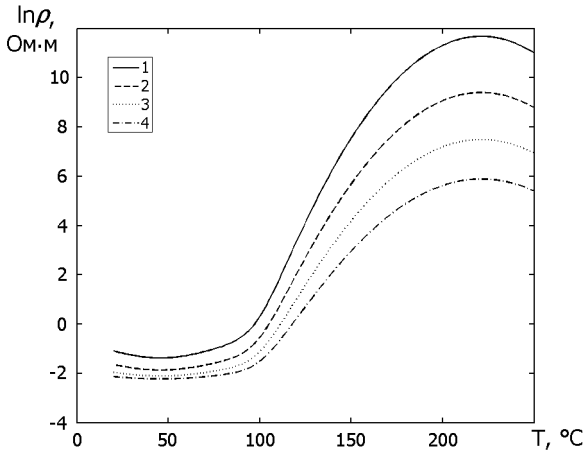


Рис. 1. Температурная зависимость удельного сопротивления позисторной керамики:
1 – нулевая напряженность электрического поля;
2 – напряженность электрического поля 100 В/мм; 3 – 200 В/мм; 4 – 300 В/мм

Позисторные элементы, как правило, имеют форму цилиндров, на основания которых нанесены электроды, поэтому удобно выбрать цилиндрическую систему координат (z, r, φ) (рис. 2).

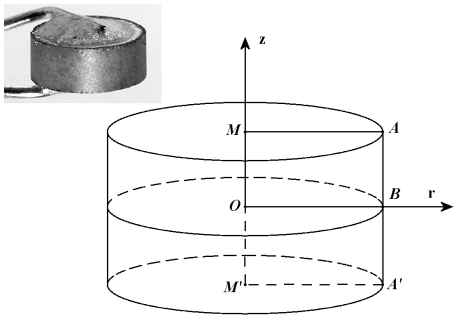


Рис. 2. Схематическое изображение позисторного элемента

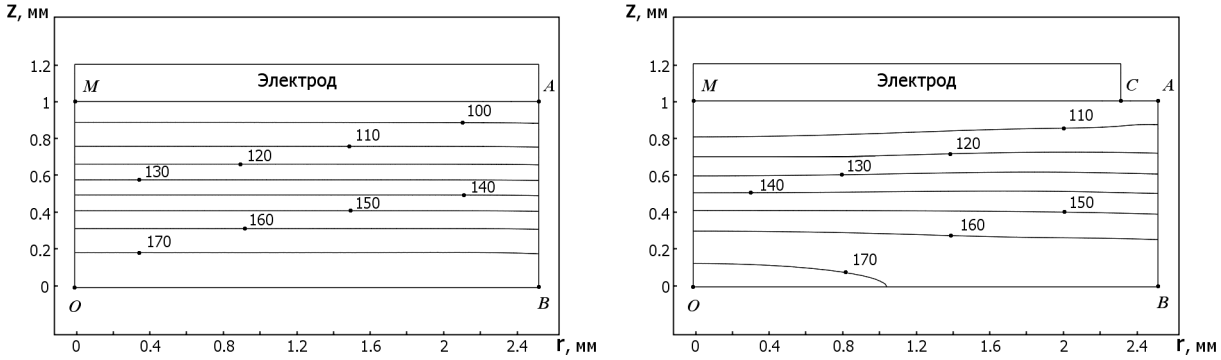
При этом вследствие симметрии элемента (свойства не зависят от координаты φ и симметричны относительно плоскости, параллельной электродам и проходящей через центр (z = 0)) можно ограничиться рассмотрением случая осевой симметрии (двухмерный случай). Кроме того, симметрия рассматриваемой задачи позволяет провести анализ только для положительных значений координаты z, поскольку результаты для отрицательных значений z могут быть получены зеркальным отражением.

Результаты и их обсуждение. В классическом случае электрод полностью покрывает основание керамического элемента. В настоящей работе рассматривается случай, когда радиус электрода меньше радиуса MA основания керамического элемента. Расстояние от боковой поверхности терморезистора до края электрода принимаем равным h.

На рисунке 3, *а* приведено распределение температур для классического терморезистора в момент времени, когда достигаются максимальные растягивающие напряжения (для компоненты тензора напряжений τ_z). Процесс нагрева происходит следующим образом. В начальный момент времени происходит быстрый разогрев позистора. Так как температура центральной области превышает температуру на границах, переключение в центре происходит раньше. Экспоненциальная зависимость сопротивления от температуры способствует максимальной теплогенерации в центре элемента, при этом имеет место интенсивный отток тепла из керамики в электрод, что обусловливает формирование высокого температур-

ного градиента (ΔT ~ 75 °С). В дальнейшем, с ростом сопротивления керамики, генерируемая мощность уменьшается, электрод прогревается и температурное поле по толщине терморезистора выравнивается.

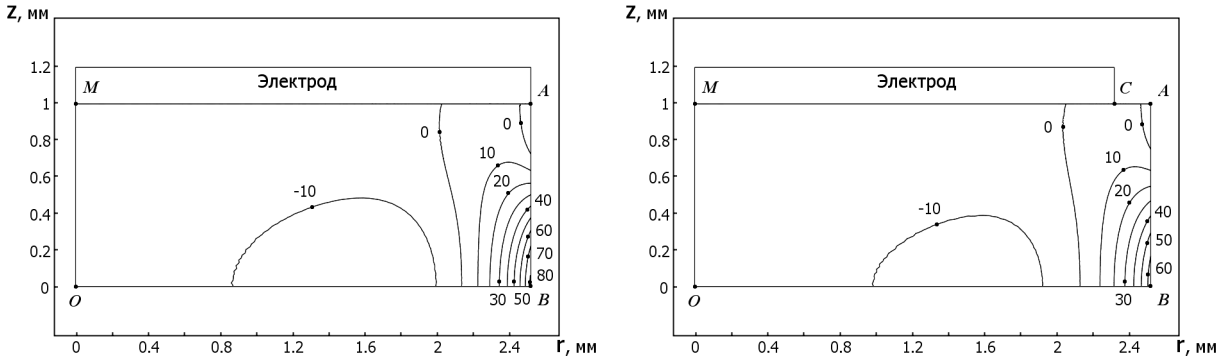
В модифицированном варианте терморезистора за счет уменьшения площади электродов позистора в приэлектродных областях плотность электрического тока выше. Теплогенерация в приэлектродных областях керамического элемента в процессе разогрева увеличивается. Вследствие этого характер температурных полей изменяется, а максимальный перепад температур по толщине снижается более чем на 10 °С (ΔT ~ 60 °С) при h = 200 мкм (рис. 3, *б*). Это приводит к снижению максимальных напряжений в центре боковой поверхности.



а) *б*)

Рис. 3. Распределение температуры T в терморезисторе
в момент времени t = 0,195 с после приложения напряжения:
а – классический вариант; *б* – модифицированный термистор
(цифры у изотерм – значения T (°С), $R_д$ = 90 Ом)

Распределение термоупругих напряжений (компоненты тензора напряжений τ_z) для двух типов терморезисторов (для моментов времени, когда величины τ_z максимальны) приведены на рисунке 4.



а) *б*)

Рис. 4. Распределение температурных напряжений τ_z в терморезисторе
в момент времени t = 0,195 с после приложения напряжения:
а – классический вариант; *б* – модифицированный термистор
(цифры у линий – значения τ_z (МПа), $R_д$ = 90 Ом)

Из рисунка видно, что в модифицированных терморезисторах растягивающие напряжения существенно снижаются.

Температурным рельефом и, соответственно, термоупругими напряжениями можно эффективно управлять за счет изменения радиуса электрода.

На рисунке 5 приведены изменения напряжений τ_z в центре боковой поверхности (точка B) от величины параметра h. Величина максимальных растягивающих напряжений начинает заметно уменьшаться уже при h > 100 мкм.

При дальнейшем уменьшении радиуса электрода растягивающие напряжения в центре боковой поверхности уменьшаются (в несколько раз). Однако при этом может существенно измениться характер пере-

ключения позистора, особенно при малых значениях балластного сопротивления. Без добавочного сопротивления величина тока, протекающего через позистор, может достигать 16 А, при этом плотность тока максимальна в точке контакта края электрода с керамикой. Соответственно, данная область керамического материала первой достигает температуры T_C. Это приводит к возникновению больших напряжений (более 50 МПа), способных инициировать зарождение и распространение трещин в области электродов.

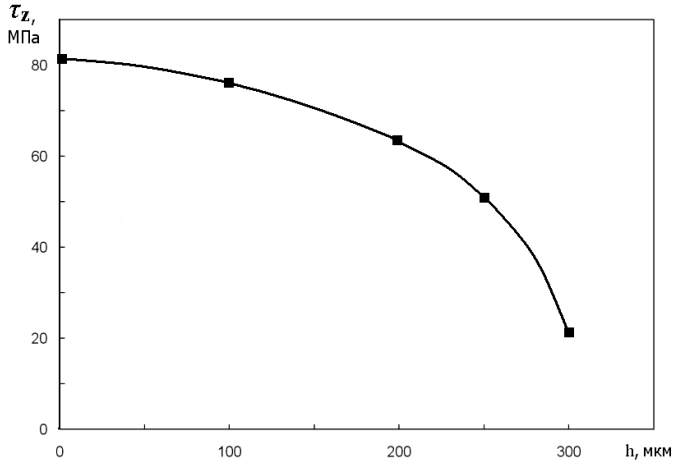


Рис. 5. Зависимость максимума температурных напряжений τ_z
в центре боковой поверхности терморезистора от величины параметра h ($R_д$ = 90 Ом)

В соответствии с предложенным способом изготовлено 200 терморезисторов (100 – с обычными электродами; 100 – с электродами меньшего диаметра, h = 200 мкм). Проведены испытания терморезисторов к воздействию токовых нагрузок.

Методика испытаний

Терморезистор включался последовательно с сопротивлением 90 Ом (сопротивление изготавливалось из нихромовой проволоки). Перед проведением испытаний точно измерялось сопротивление терморезистора. На позисторы (с последовательно включенным сопротивлением) в течение 30 секунд подавали напряжение 220 и 300 В, затем они остывали в нормальных условиях в течение 10 минут. После этого измеряли сопротивление образцов и сравнивали с первоначальным. Отказавшими считали позисторы, сопротивление которых увеличивалось более чем на 10 %.

Последующие исследования таких образцов подтверждали образование в них микротрещин. При повторных электрических нагрузках данные терморезисторы разрушались по механизму расслоения. Для каждого терморезистора испытательный цикл повторялся 100 раз. Результаты испытаний приведены в таблице.

Количество разрушений терморезисторов по механизму расслоения

Терморезисторы	220 В	300 В
	Количество разрушений	
Терморезистор со сплошным электродом	18	29
Терморезистор с электродом меньшего диаметра (h = 200 мкм)	11	19

Отметим, что в каждом конкретном случае (номинал терморезистора, величина нагрузочного сопротивления, условия теплообмена и т.д.) возможно оптимизировать размер электрода терморезистора, обеспечивающий снижение напряжений до значений ниже критических (< 50 МПа).

Необходимо подчеркнуть, что в производстве сегнетоэлектрических керамических изделий (конденсаторов, пьезоэлектрических элементов) рассматриваемый технологический прием применяется для повышения пробивного напряжения и устранения краевых эффектов. Однако для снижения температурных напряжений в низкоомных полупроводниковых ПТКС-терморезисторах предложенный принцип не рассматривался.

Заключение. Численными методами изучены температурные напряжения в ПТКС-термисторах на основе полупроводниковой керамики титаната бария при воздействии токовых нагрузок. Показано, что путем изменения конфигурации (диаметра) электродов терморезисторов можно эффективно корректиро-

вать рельеф теплового поля, добиваться значительного снижения температурных напряжений (более чем на 20 %) и повышения устойчивости к электрическим нагрузкам по сравнению с терморезисторами классической формы. Эффективность предложенного метода подтверждена экспериментально.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шефтель, И.Т. Терморезисторы / И.Т. Шефтель. – М.: Наука, 1973.
2. Huybrechts, B. The positive temperature coefficient of resistivity in barium titanate / B. Huybrechts, K. Ishizaki, M. Takata // J. Mater. Sci. – 1995. – V. 30. – P. 2463–2474.
3. Heywang, W. Semiconducting barium titanate / W. Heywang // J. Mater. Sci. – 1971. – Vol. 6. – P. 1214–1226.
4. Dewitte, C. On the mechanism of delamination fracture of $BaTiO_3$-based PTC thermistors / C. Dewitte, R. Elst, F. Delannay // J. European Ceramic Society. – 1994. – Vol. 14. – P. 481–492.
5. Temperature fields in temperature-sensitive resistors on basis of barium titanate / V.N. Shut [et al.] // Science of materials. – 2005. – № 2. – P. 12–16.
6. Шут, В.Н. Температурные напряжения в полупроводниковой керамике на основе титаната бария / В.Н. Шут, А.В. Гаврилов // ИФЖ. – 2008. – Т. 81, № 3. – С. 596–601.
7. Supancic, P. Mechanical stability of $BaTiO_3$-based PTC thermistor components: experimental investigation and theoretical modeling / P. Supancic // J. Europ. Ceram. Society. 20 (2000). – P. 2009–2024.
8. Moetakef, P. Electrothermal simulation of barium titanate based PTCR thermistor / P. Moetakef, Z.A. Nemati // Materials Science and Engineering. B 133 (2006). – P. 157–166.
9. Blamey, J.M. The effect of processing variables on the mechanical and electrical properties of barium titanate positive temperature coefficient of resistance ceramics / J.M. Blamey, T.V. Parry; I. Additives and processing prior to sintering // J. Mater. Sci. 1993. – Vol. 28. – P. 4311–4316.
10. Blamey, J.M. The effect of processing variables on the mechanical and electrical properties of barium titanate positive temperature coefficient of resistance ceramics. II. Sintering atmospheres / J.M. Blamey, T.V. Parry // J. Mater. Sci. – 1993. – Vol. 28. – P. 4317–4324.
11. Freiman, S.W. Review of Mechanically Related Failures of Ceramic Capacitors and Capacitor Materials / S.W. Freiman, R.C. Pohanka // J. Am. Ceram. – Soc. 1989. – V. 72, № 12. – P. 2258–2263.
12. Шут, В.Н. Температурные напряжения в неоднородных терморезисторах на основе титаната бария / В.Н. Шут, А.В. Гаврилов // ИФЖ. – 2009. – Т. 82, № 5. – С. 981–983.
13. Shut, V.N. Thermal Stresses in Layered Barium Titanate – Based Semiconductor Ceramic / V.N. Shut, A.V. Gavrilov // Technical Physics. – 2008. – Vol. 53, № 11. – P. 1508–1512.
14. Павлов, А.Н. Варисторный эффект в полупроводниковой сегнетокерамике / А.Н. Павлов, И.П. Раевский // ЖТФ. – 1997. – Т. 67, № 12. – С. 21–25.

Поступила 31.07.2014

INFLUENCE OF ELECTRODE GEOMETRY ON THE TEMPERATURE STRESSES IN PTC THERMORESISTORS AT CURRENT LOADINGS

V. SHUT

Temperature stresses in barium-titanate-based thermoresistors in the process of heating by electric current have been investigated by numerical methods. It is shown that by optimizing the electrode design one can decrease temperature gradients and temperature stresses in ceramics. When the electrode radius is less than radius of ceramic element on 200 microns, temperature stresses decrease from 80 to 60 MPa. It allows to reduce probability of mechanical failure of PTC thermistors.

УДК 621.371:550.837.6

ИДЕНТИФИКАЦИЯ АНИЗОТРОПНЫХ СРЕД ПЛАЗМОПОДОБНОГО ТИПА

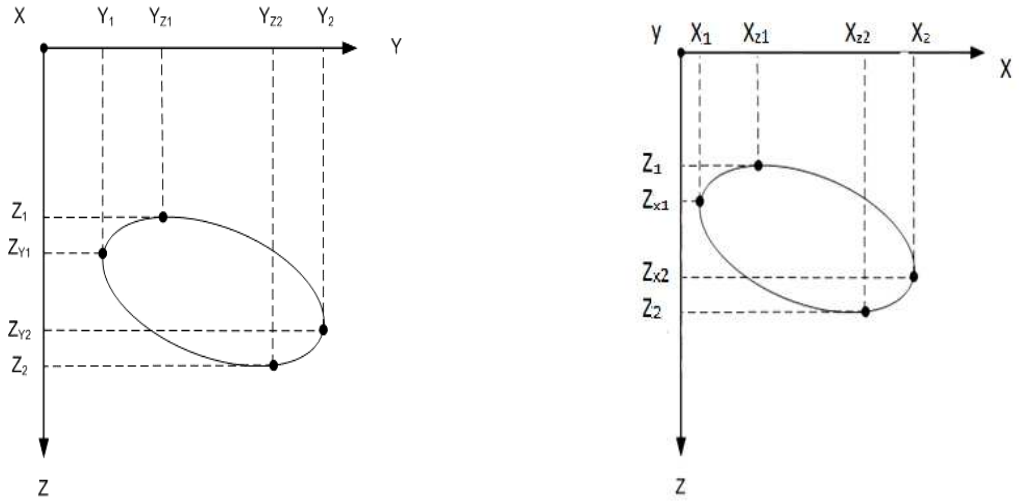
канд. техн. наук, доц. В.Ф. ЯНУШКЕВИЧ; К.И. КРЕМЕНЯ
(Полоцкий государственный университет);
Е.Ю. ЗАЯЦ
(Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск)

Сформулированы задачи идентификации углеводородных залежей. Приведены примеры применения их на практике. Рассмотрены свойства углеводородов. Осуществлено разграничение задач поиска и идентификации углеводородных залежей. Проведен анализ контраста коэффициентов отражения между анизотропной средой и однородной подстилающей поверхностью. В качестве зондирующего воздействия выбран двухчастотный электромагнитный сигнал. Используется вертикальная поляризация электромагнитных волн. Анализ проведен для нормального падения волн на границу раздела сред. Рассмотрено два режима взаимодействия. Результаты исследования могут быть использованы в поисковой геофизике.

Введение. Для современных электромагнитных методов (ЭММ) георазведки углеводородных залежей (УВЗ) особую значимость играют вопросы идентификации полезных ископаемых. Всё это предполагает разработку так называемого радиопортрета УВЗ, являющегося признаком наличия залежи над исследуемым профилем при зондировании анизотропной среды (АС) над углеводородами (УВ) с помощью электромагнитных волн (ЭМВ).

Задачи идентификации УВЗ. В георазведке УВЗ вопросы поиска и обнаружения имеют первостепенное значение. Предполагается, что при решении этих вопросов определены следующие характеристики залежей нефти и газа:

1. Границы залежи (рис. 1).



а) *б*)

Рис. 1. Геометрические характеристики углеводородной залежи

В декартовой системе координат в результате поиска определяются граничные точки исследуемой залежи: координаты X_1, X_2, Z_1, Z_2 и Y_1, Y_2, или соответствующие приращения $\Delta X = X_2 - X_1$, $\Delta Z = Z_2 - Z_1$ и $\Delta Y = Y_2 - Y_1$. При этом глубина залегания УВЗ равняется Z_1 (в точке X_{Z1}). При движении вдоль координат X глубина изменяется от Z_1 до Z_2 с характерными точками Z_{x1} и Z_{x2}. Соответственно по оси Y глубины будут измеряться от Z_{1Y} до Z_{2Y}. Приращение по координате Z ($\Delta Z = Z_2 - Z_1$) характеризует мощность залежи.

2. Площадь S и объем V исследуемой УВЗ (рис. 2). Обозначим площадь контура верхней части залежи S_1, а нижней – S_2. Понятно, что на практике S_1 и S_2 могут принимать самые различные формы. Оценку площадей контуров и занимаемого объема V можно проводить известными методами геометризации по полученным выше граничным точкам углеводородов.

3. Присутствие залежей приводит к различию удельных сопротивлений слоев геоэлектрического разреза:

$$\Delta\rho_{УВЗ} - \rho_{ср}, \qquad (1)$$

где $\rho_{УВЗ}$, $\rho_{ср}$ – удельные электрические сопротивления среды над залежью и вне её.

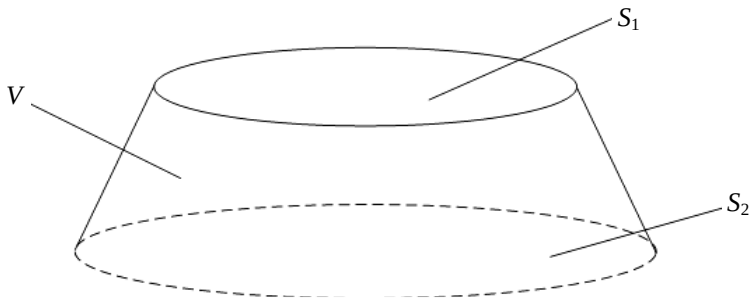


Рис. 2. Площадь и объем залежи

4. В процессе испытаний использовалась радиоэлектронная аппаратура (РЭА) на известной частоте f или нескольких частотах f_1, f_2,… f_n, которые показали наилучшую восприимчивость на зондирующие воздействия.

Получив нужные координаты расположения УВЗ, следует еще идентифицировать полученную электромагнитную аномалию с наличием месторождения нефти и газа. Поэтому задача идентификации УВЗ должна строиться на определенных критериях, позволяющих с высокой вероятностью давать нужный ответ на наличие углеводородов. Очевидно, что необходимо иметь отклик от исследуемой среды, наиболее полно дающий информацию о свойствах данной среды. При этом следует рассмотреть распространение радиоволн (РРВ) в подземной или подводной среде, исходя из условий залегания УВЗ. Следует выделить задачи идентификации:

З а д а ч а 1. Распространение радиоволн в среде с известными параметрами (рис. 3).

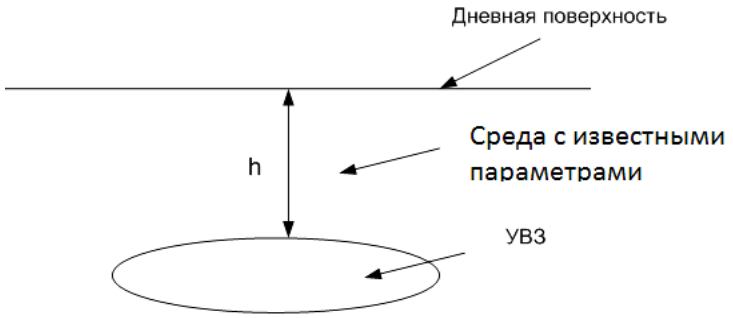


Рис. 3. Распространение радиоволн в среде с известными параметрами

При этом методе, зная характеристики среды распространения, можно определить глубину залегания h, затухание ЭМВ в данном слое (скорость распространения v, время распространения сигнала в слое). На практике рассматриваемый случай – это исследование уже открытых месторождений. Он используется для наработки результатов определения углеводородов на основе уже имеющихся данных, для апробации новых методов, для выявления особенностей РРВ и затухания ЭМВ в слое над залежью, выявления резонансных частот взаимодействия с УВЗ.

З а д а ч а 2. Распространение радиоволн в среде с неизвестными параметрами (рис. 4). Данный вид взаимодействия чаще всего встречается на практике.

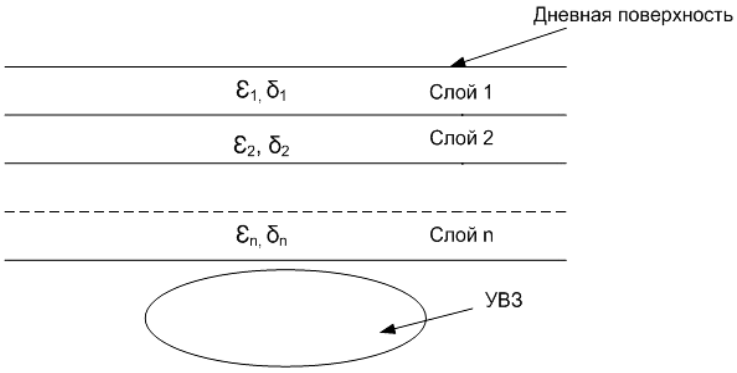


Рис. 4. Распространение радиоволн в среде с неизвестными параметрами

Электромагнитная волна, прежде чем достичь слой УВЗ, проходит среды с характеристиками диэлектрической проницаемости и удельной проводимости ε_1,σ_1; ε_2,σ_2; … ε_n,σ_n. Отражаясь от залежи, волна повторно проходит эти слои. Количество слоев может быть различным, со своими особенностями, разным минералогическим составом, физико-химическими и водными свойствами горных пород и т.д. Отсутствие информации об этом значительно усложняет задачу идентификации углеводородов. Сведение задачи 2 пошагово к задаче 1 позволит решить вопрос идентификации УВЗ.

Общие свойства углеводородов. Углеводороды – это скопления нефти и/или газа в природной ловушке, в толще вмещающих пород. Поэтому рассмотрим свойства данных составляющих по отдельности и при наличии их общей смеси.

Нефть – маслянистая горючая жидкость, от светло-коричневого до темно-бурого (почти черного) цвета. Представляет смесь различных углеводородов [1–3]:

- метановые C_nH_{2n+2};
- нафтеновые $C_nH_{2n+2-2ky}$ (n – число атомов углерода; ky –число цикланових колец);
- ароматические $C_nH_{N+2-2ka}$ (k_a – число ареновых колец).

Преобладают УВ метанового типа – метан CH_4, этан C_2H_6, пропан C_3H_8 и бутан C_4H_{10}, находящиеся при атмосферном давлении и нормальной температуре в газообразном состоянии. Пентан C_5H_{12}, гексан C_6H_{14} и гептан C_7H_{16} неустойчивы, легко переходят из газообразного состояния в жидкое и обратно. Углеводороды C_8H_{18}…$C_{17}H_{36}$ – жидкие вещества. Углеводороды, содержащие больше 17 атомов углерода, – твердые вещества или парафины.

Разделяют сырую и товарную нефть. Сырая нефть – жидкая природная ископаемая смесь УВ широкого физико-химического состава, которая содержит растворенный газ, воду, минеральные соли, механические примеси и служит основным сырьем для производства жидких энергоносителей (бензина, керосина, дизельного топлива, мазута, смазочных масел, битума и кокса). Товарная нефть – нефть, подготовленная к поставке потребителю в соответствии с требованиями действующих нормативных и технических документов, принятых в установленном порядке. В нефти содержится 82,87 % углерода, 11,14 % водорода (по весу), кислород, азот, углекислый газ, сера, в незначительных количествах хлор, йод, фосфор, мышьяк и др.

Рассмотрим **основные характеристики нефти**.

Плотность нефти

$$\rho = \frac{m}{V}, \tag{2}$$

где m – масса; V – объем нефти.

Плотность может быть в пределах от 730 до 980…1050 кг/м^3. По данной величине различают три группы нефти:

- легкие нефти (c = 730…870 кг/м^3). Общемировая добыча составляет 60 %, в России – 66 %;
- средние нефти (c = 870…970 кг/м^3). Добывают за рубежом – 31 %, в России – 28 %;
- тяжелые нефти (c > 970 кг/м^3). Добыча за рубежом – 10 %, в России – 6 %.

Высоковяжущие смолистые нефти имеют плотность, близкую к 1000 кг/м^3. На плотность нефти оказывают существенное влияние количество растворенных газов, количество смолистых веществ, фракционный состав. Иногда пользуются относительной плотностью нефти:

$$\rho_4^T = \frac{m_H^T}{m_B^T}, \tag{3}$$

где m_H^T – масса нефтепродуктов при температуре T; m_B^T – масса дистиллированной воды при T = 4 °С.

Плотность нефти при T = 20 °С:

$$\rho_4^{20} = \rho_4^T + \Delta T(T - 20), \tag{4}$$

где ΔT – температура покрова:

$$\Delta T = (18{,}310 - 132330\rho_4^{20}) \cdot 10^4. \tag{5}$$

В ряде случаев используется формула Менделеева:

$$\rho_4^T = \rho_4^{20} - \Delta T \cdot (T - 20). \tag{6}$$

Средняя плотность нефтепродуктов определяется по правилу смешения:

$$\rho_{ср} = \frac{\rho_1 \cdot V_1 + \rho_2 \cdot V_2 + ... + \rho_n \cdot V_n}{V_1 + V_2 + ... + V_n}, \quad (7)$$

где ρ_1, ρ_2,...,ρ_n, V_1, V_2,...,V_n – соответственно плотности и объемы фракций.

Иногда применяется правило аддитивности:

$$\rho_{ср} = \frac{m_1 + m_2 + ... + m_n}{m_1/\rho_1 + m_2/\rho_2 + ... + m_n/\rho_n}, \quad (8)$$

где $m_1, m_2, ...m_n$ – массы фракций.

Молекулярная масса нефти – суммарная масса всех химических компонентов, входящих в состав нефти (в относительных единицах). Так, для пентана C_5H_{12}

$$M = 12 \cdot 5 + 1 \cdot 12 = 72 \text{ ед.}$$

Молекулярная масса (вес) нефти и нефтепродуктов имеет усредненное значение и зависит от состава и количественного соотношения компонентов. Для нефтей M = 250…300.

Для оценки молекулярной массы используются следующие формулы:

- формула Войнова

$$M_{ср} = a + bT_{ср} + cT_{ср}^2; \quad (9)$$

- формула для алканов

$$M_{ср} = 60 + 0,3T_{ср} + 0,001 \cdot T_{ср}^2; \quad (10)$$

- формула Крега:

$$M_{ср} = 44,29 \cdot \frac{\rho^{15}}{1,03 - \rho^{15}}; \quad (11)$$

- формула смешения:

$$M_{ср} = M_1 \cdot n_1 + M_2 \cdot n_2 + ... + M_n \cdot n_n, \quad (12)$$

где $M_1, M_2, ..., M_n$, $n_1, n_2, ..., n_n$ – соответственно массы и концентрации фракций.

Вязкость нефти – свойство жидкости оказывать сопротивление перемещению одних её частей относительно других.

Динамическая вязкость η – сопротивление, которое оказывает нефть при перемещении двух слоев. Размерность – [Н·С/м^2].

Кинематическая вязкость

$$V = \frac{h}{\rho}. \quad (13)$$

Лежит в пределах (2…300) ccm при T = 20 °С. Обычно V = (40…60) ccm.

Зависимость вязкости от температуры T показывает формула Вольтера

$$\lg[\lg(V_T + 0,6)] = A - B\lg T, \quad (14)$$

где A, B – постоянные величины.

Температура вспышки, воспламенения и самовоспламенения

Температура вспышки нефти – минимальная температура нагреваемых в стационарных условиях нефти или нефтепродуктов, при которой смесь паров нефти или нефтепродукта с воздухом в условиях атмосферного давления при поднесении к ней пламени вспыхивает и сразу тухнет. Лежит в пределах (35…120) °С.

Температура воспламенения соответствует устойчивому незатухающему пламени при внесении внешнего источника воспламенения, температура самовоспламенения – возникновению пламени без внешнего источника. Температура самовоспламенения больше температуры вспышки на несколько сотен градусов.

Температура застывания, помутнения и кристаллизации

Температура застывания нефти – температура, при которой нефть загустевает, – при понижении температуры. Лежит в пределах (–35…45)°С. Температура помутнения (для лабораторных условий) – температура, при которой нефть мутнеет вследствие выделения капелек воды и кристаллов парафина. Больше характерна для нефтепродуктов.

Оптические свойства

О цвете нефти говорилось выше. Явление флуоресценции – свечение нефти в отраженном свете, наблюдаемое у сырой нефти и нефтепродуктов.

Оптическая активность – способность вещества вращать плоскость поляризации света. Для большинства видов нефти установлено движении плоскости поляризации вправо.

Удельная рефракция света описывается формулой Л. Лоренца и Г. Лоренца

$$r = \frac{n_d^2 - 1}{n_d^2 + 2} \cdot \rho, \tag{15}$$

где n_d – показатель преломления.

Иногда применяется формула Гладсона – Дейля:

$$r = \frac{n_d - 1}{\rho}. \tag{16}$$

Рефрактометрическая разность, или интерцепт рефракции, равен

$$R_1 = \frac{n_d^{20} - \rho_4^{20}}{2}. \tag{17}$$

Для алканов R_i = 1,0461; многоциклических УВ – 1,0400; полициклических УВ – 1,0285; для ароматических углеводородов – 1,0627.

Удельная дисперсия

$$\delta = \frac{(n_f - n_c) \cdot 10^4}{\rho}, \tag{18}$$

где n_f и n_c – показатели преломления для голубой и красной линий водорода (λ = 4861 и 6563 нм).

Растворимость и растворяющая способность нефти

На растворимость газов в нефти влияют давление, температура, состав газа и нефти. В жидкую фазу легче перевести более тяжелые УВ, чем легкие. Поэтому при низких давлениях в нефти обычно растворено очень незначительное количество метана и этана.

С повышением давления нефти процентное содержание метана и этана увеличивается, коэффициент растворимости газов лежит в пределах $((4\ldots5)\cdot10^{2}\ldots(4\ldots5)\cdot10^{-5})$ н^3/м^3·Па.

Испаряемость нефти – характеризуется температурой её кипения при незначительном атмосферном давлении, равна 760 °С.

Газосодержание нефти – количество газа в 1 м^3 нефти. Например, для России этот показатель изменяется от 20 до 1000 м^3/т.

Давление насыщения – давление, при котором газ находится в равновесии с нефтью. В природных условиях давление насыщения может соответствовать пластовому или же быть ниже его. Различия составляет от десятых долей до десятков сотен.

Отражательные характеристики среды над УВЗ. В результате приведённого анализа свойств УВ следует отметить, что над залежью образуется АС, имеющая свойства плазмоподобных образований. Поляризация УВЗ, вызванная окислительно-восстановительными процессами, способствует вертикальной миграции заряженных частиц, связанной с дрейфом флюидов и увеличенных свободных электронов тепловых колебаний кристаллических решеток [4]. Все это приводит к возникновению геомагнитной аномалии ΔH над залежью.

Изменение свойств среды над залежью может быть применено в ЭММ георазведки, основанных на исследовании отражательной способности АС и изотропной подстилающей поверхности (ПП).

Контраст коэффициентов отражения между АС и ПП оценивается по формуле [5]:

$$\Delta R = 20\lg\left|\dot{R}_p - \dot{R}_{BB}\right|. \tag{19}$$

Здесь $\dot{R}_p$ – коэффициент отражения от изотропной ПП – определятся по следующей формуле (20).

$$\dot{R}_p = \frac{\dot{\varepsilon}_p \sin\theta - \sqrt{\dot{\varepsilon}_p - \cos^2\theta}}{\dot{\varepsilon}_p \sin\theta + \sqrt{\dot{\varepsilon}_p - \cos^2\theta}}, \tag{20}$$

где $\dot{\varepsilon}_p$ – комплексная диэлектрическая проницаемость ПП; θ – угол падения ЭМВ.

$$\dot{R}_{BB} = \frac{\dot{a}_1 \cos\dot{\theta} + \dot{a}_3(\cos^2\dot{\theta} - 1)}{\dot{a}_2 \cos\dot{\theta} + \dot{a}_3(\cos^2\dot{\theta} + 1)} = \left|\dot{R}_{BB}\right| exp(j\varphi_{BB}), \tag{21}$$

$$\dot{a}_{1,2} = \sqrt{\dot{\varepsilon}_L \dot{\varepsilon}_R} \pm 1,$$

$$\dot{a}_3 = \sqrt{\dot{\varepsilon}_R} + \sqrt{\dot{\varepsilon}_L},$$

$$\dot{a}_4 = \dot{\varepsilon}_R + 2\dot{\varepsilon}_R\dot{\varepsilon}_L + \dot{\varepsilon}_L,$$

где $\dot{\varepsilon}_R$, $\dot{\varepsilon}_L$ – комбинационные составляющие тензора диэлектрической проницаемости среды над УВЗ [6].

В качестве зондирующего сигнала с целью повышения информативности поиска и идентификации УВЗ был выбран двухчастотный сигнал вида:

$$\vec{e}(t) = \vec{e}_1(t) + \vec{e}_2(t) = E_1 \cos\omega_1 t + E_2 \cos\omega_2 t, \tag{23}$$

где E_1, E_2, ω_1, ω_2 – соответственно амплитуды и частоты двух ЭМВ.

Проведем нормировку параметров зондирующего сигнала:

$$K_E = \frac{E_2}{E_1}, \qquad K_\omega = \frac{\omega_2}{\omega_1}. \tag{24}$$

Расчет контраста отражательных характеристик приведен в таблице.

Контраст коэффициентов отражения между анизотропной средой и подстилающей поверхностью

K_E	K_ω	f_2, ГГц	ΔR, дБ
10^{-1}	10^{-6}	0,1	6,5
		0,2	7,0
		0,3	5,8
		0,5	3,0
		1,0	1,0
10	10^{3}	0,1	6,3
		0,2	4,3
		0,3	2,5
		0,5	2,2
		1,0	2,2

Таким образом, видим, что величина наибольшего контраста отражательных характеристик наблюдается в диапазоне (0,1…0,3) ГГц для режима мощного низкочастотного сигнала и (0,1…0,2) ГГц в режиме мощного высокочастотного сигнала.

Заключение. В результате проведенного исследования сформулированы задачи идентификации углеводородных залежей. Систематизированы свойства углеводородов. Рассчитан контраст коэффициентов отражения между анизотропной средой и подстилающей поверхностью. Результаты исследования могут быть использованы при построении радиоэлектронной аппаратуры для поиска и идентификации углеводородных залежей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Татевский, В.М. Физико-химические свойства индивидуальных углеводородов / В.М. Татевский. – М.: Госпотехиздат, 1960. – 412 с.
2. Химия нефти / под ред. З.И. Скопяева. – Л.: Химия, 1984. – 360 с.
3. Петров, А.А. Углеводороды нефти / А.А. Петров. – М.: Химия, 1984. – 264 с.
4. Pirson, S.J. Computerized magnetoelectric exploration-case history / S.J. Pirson // I. Oil and Gas. – 1978. – Vol. 76, № 25. – P. 168, 173, 175–176, 178.
5. Хаскинд, М.Д. Распространение электромагнитных волн над гиротропной средой / М.Д. Хаскинд // Радиотехника и электроника. – М.: Наука, 1961. – Т. 6, № 6. – С. 886–894.
6. Гололобов, Д.В. Радиотехнические системы поиска и идентификации углеводородных залежей в режиме двухчастотного взаимодействия / Д.В. Гололобов, В.Ф. Янушкевич // Весці Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2002, № 1. – С. 49–54.

Поступила 19.06.2014

IDENTIFICATION OF ANISOTROPIC PLASMA ENVIRONMENTS OF THIS TYPE

V. YANUSHKEVICH, K. KREMENYA, E. ZAYATS

The problem of identification of hydrocarbon deposits is defined in the article. Examples of their practical application are provided. Hydrocarbons properties are considered. The author gives differentiation between the tasks of search and identification of hydrocarbon deposits. Contrast analysis of the reflection coefficients between anisotropic medium and homogeneous underlying surface is carried out. A dual-frequency electromagnetic signal was chosen as the probe effect. Vertical polarization of electromagnetic waves is used. The analysis was performed for the normal incidence of waves on the surface of discontinuity of media. We consider two modes of interaction. The results can be used in the field of search geophysics.

УДК 629.331:621.355

ПИТАНИЕ ЭЛЕКТРОРАДИОТЕЛЕКОМПЬЮТЕРНОЙ ТЕХНИКИ ОТ АВТОМОБИЛЬНЫХ АККУМУЛЯТОРОВ

канд. техн. наук, доц. С.Э. ЗАВИСТОВСКИЙ; П.П. РЕДЬКО
(Полоцкий государственный университет)

Приведена схемотехника преобразователей постоянного тока для питания радиоаппаратуры, телевизионной и компьютерной техники, а также иных разновидностей электродных устройств различных питающих номиналов постоянного по знаку напряжения от автомобильных аккумуляторов. Уделено внимание использованию в этих целях доступной элементной базы, в том числе и демонтируемой отечественной радиотелеаппаратуры. Приоритетным направлением выбрано максимальное упрощение схемотехники с целью достичь высокой степени ремонтопригодности, низкой себестоимости изготовления, надежности и долговечности.

В ряде случаев возникает необходимость питания радиоэлектронных устройств: радиоприемников, автомагнитол, компьютерной, телевизионной и иной аппаратуры от аккумуляторов, напряжение которых не соответствует номиналу подключаемых устройств, а его завышает. В первую очередь это касается аккумуляторов большегрузных транспортных средств (мощной автомобильной, автобусной и автотракторной техники) с номиналом 24 В, а также автомобильной техники с напряжением аккумуляторов 12 В при питании радиоаппаратуры с меньшими номиналами (9, 6 и 5 В) и т.д. Этот вопрос представляет интерес при использовании аккумуляторов от автомобилей и иных по назначению в сторожевых и охранных целях.

Современным решением этого вопроса, как правило, является схемотехника преобразователей постоянного тока, работающих на повышенной частоте, например, с широтно-импульсной модуляцией (ШИМ), преобразующих постоянный по направлению ток в переменный с последующей высокочастотной трансформацией, выпрямлением и сглаживанием пульсаций. Однако в преимущественном их варианте (малогабаритности, облегченной массы и энергоэкономичности) они имеют недостаток – невысокая надежность, схемотехническая усложненность и низкая ремонтопригодность. Непосредственное гашение резистивным элементом в случае питания непрерывно изменяющихся по токопотреблению нагрузок в данном случае неприемлемо.

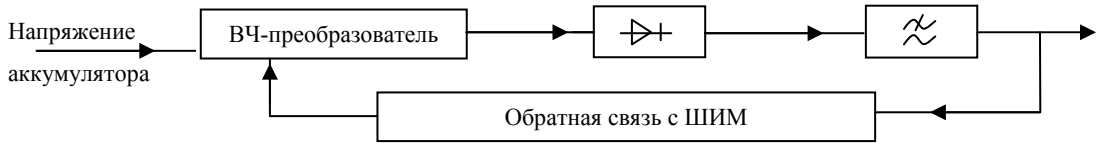


Рис. 1. Схема высокочастотного преобразователя

Отсутствие на рынке промышленной продукции Республики Беларусь преобразователей постоянного тока как таковых, а также существующие поставки с комплектным современным автотранспортным оборудованием на конкретный номинал подключаемой радиоэлектронной аппаратуры и отсутствие вообще таковых на ряде существующего автотранспорта не позволяют осуществлять использование огромного парка имеющегося радиотелекомпьютерного оборудования с постоянным по знаку питанием. Иногда в целях его использования постоянно транспортируют дополнительный отдельный массогабаритный аккумулятор на необходимое питающее напряжение.

Рассмотренный вариант решения по рисунку 1 ввиду его усложненности, отсутствия необходимых комплектующих в массовой реализации, а также необходимой технической документации с соответствующей схемотехникой, методикой изготовления и отладки в индивидуальной или производственной (некрупные фирмы, организации) практике не представляется возможным.

В предлагаемом варианте обобщения структурная схема приведена на рисунке 2. В первую очередь это касается большегрузных транспортных средств, автобусов с номиналом 24 В и иных номиналов. Обобщенная схема в этом случае представлена на рисунке 1.

Поскольку радиоаппаратура представляет собой переменную нагрузку, то основным звеном является стабилизатор напряжения, реализованный по различным схемотехническим решениям в зависимости от токопотребления, качества и иных требований. При существенных перепадах (24 В → 12 В) для улучшения теплового режима, повышения эффективности входное напряжение понижается до $U_{вх\ ном}$

стабилизатора. В целях защиты аппаратуры на случай повреждений стабилизатора и подачи полного напряжения используется элемент защиты.

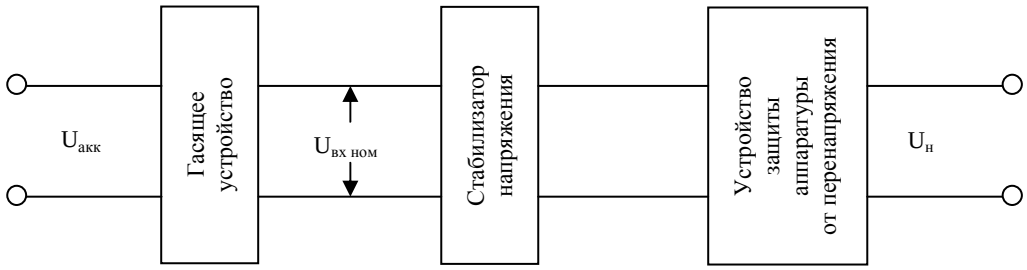


Рис. 2. Обобщенная схема преобразователя по бестрансформаторному режиму

Простейшим решением, удовлетворяющим условиям аккумуляторного питания на дискретной элементной базе, в том числе и демонтируемого радиотелевизионного оборудования, может быть схема, представленная на рисунке 3.

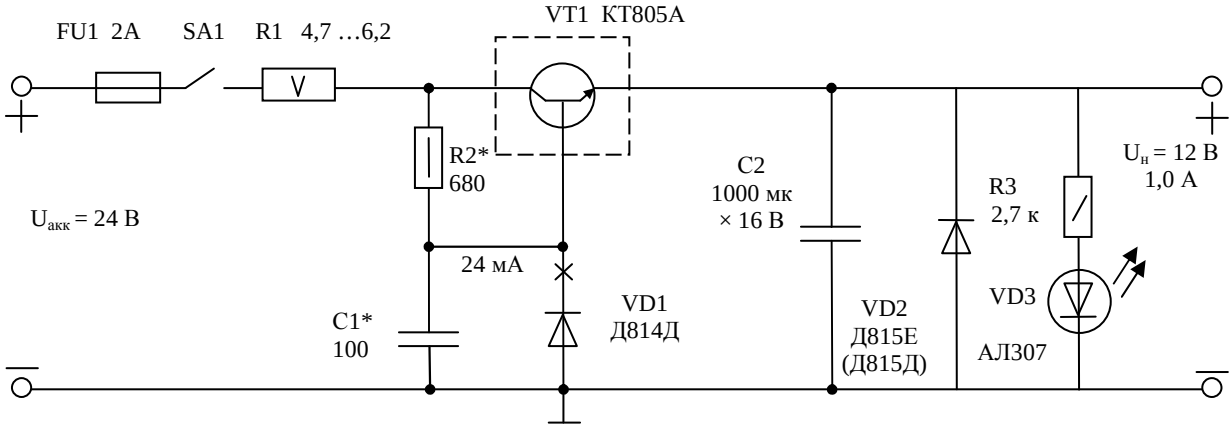


Рис. 3. Схема преобразователя 24 В → 12 В

Резистор R1 снижает рассеиваемую мощность электронного силового элемента, обеспечивая при этом номинальное его входное напряжение при максимальном токе нагрузки. Рассчитать его можно, как

$$R_{огр} = \frac{U_{акк} - U_{вх.ном.стаб.}}{I_{н.\max}} \text{ (Ом).}$$

Допустимая рассеиваемая мощность

$$P = I_{\max}^2 \cdot R_{огр} \text{ (Вт).}$$

Используются мощные силовые элементы типа ПЭВ или им аналогичные.

Допустимая мощность потерь на силовом элементе

$$P_{vt} = \left(U_{акк} - U_н - I_{\max} \cdot R_{огр}\right) \cdot I_{\max}.$$

Конденсатор С1 служит фильтром высокочастотных помех при работе генератора подзарядки. Конденсатор С2 во выходной цепи используется как резерв энергии при импульсном потреблении переменной нагрузкой, превышающей допустимые потери на R1. При элементах схемы, обеспечивающих больший ток нагрузки, его номинал также должен быть увеличен.

Стабилитрон VD2 предназначен для защиты подключенной аппаратуры от перенапряжений при неисправностях схемы. Тип его выбирают на напряжение, превышающее номинальное выходное, но не превышающее максимально допустимого для данного вида используемой нагрузки из класса мощных, в

данном случае Д815Е (15 В). Для $U_н$ = 12 В возможно применение и Д815Д (12 В), подобрав с учетом разброса параметров на отсутствие тока или незначительное потребление в холостом режиме. Возможна и корректировка последовательным включением диода в прямом направлении, выдерживающего режим короткого замыкания в нагрузке. Применим и вариант последовательно соединенных нескольких мощных стабилитронов, в данном случае Д815А + Д815В, двух Д815В и т.д.

Схема сохраняет работоспособность и исправность после воздействий перегрузок и коротких замыканий в выходной цепи, так как таковые приводят лишь к понижению или отсутствию выходного напряжения, обеспечивая автоматическое ее самовосстановление работоспособности при снятии этих нагрузок в силу того, что выходной ток ограничен минимальным или его отсутствием через опорный стабилитрон.

В зависимости от типа используемого регулируемого элемента VT1 (его коэффициента передачи по току β) предельный ток по этой схеме можно изменять в некоторых пределах. Изменение предельного максимального тока нагрузки возможно и изменением тока стабилитрона VD1 (в большую и меньшую стороны) с подбором параметров R2, учитывая допустимый предельный ток на данный тип используемого стабилитрона, а также применением иного на другой допустимый ток, организовав последовательное соединение однотипных с иным предельным током. Повысить предельный ток в нагрузке возможно и применением в качестве VT1 составного транзистора.

В таблице 1 приведены сведения о типах элементов и их параметров при использовании аккумуляторных батарей напряжением 24 и 12 В для различных номиналов напряжений питаемых устройств.

Таблица 1

Элемент	**Выходное напряжение, В (для аккумулятора 24 В)**				**Выходное напряжение, В (для аккумулятора 12 В)**		
	12	**9**	**6**	**5**	**9**	**6**	**5**
R1, Ом (Вт)	4,7...6,2 (6)	6,8...8,2 (8)	8,2...10 (10)	10...11 (11)	–	–	–
	2 (50)	2,4 (60)	3 (75)	3,1 (77)	–	0,6 (15)	0,8 (20)
R2, Ом	680	680	910	510	910	270	120
	620	620	860	470	1	300	120
R3, кОм	2,7	2,4	1,2	0,82	2,4	1,2	0,82
VD1 ($I_{ДОП}$, мА)	Д814Д (24) Д813 (20) КС211Б (33)	КС196А, Б, В, Г (20) КС211В (33) Д814В (32) Д818Г (33) Д809 (29)	КС168А (45)	КС156А (55)	КС196А, Б, В, Г (20) КС211В (33) Д814В (32) Д818Г (33) Д809 (29)	КС168А (45)	КС156А (55)
VD2	Д815Е (Д815Д)	Д815Г	Д815Б	Д815А	Д815Г	Д815Б	Д815А
$I_{н\ макс}$, А	1,0	1,8	1,3	1,8	1,4	1,0	1,7
	5,0						

При использовании составного транзистора типа КТ829А (Б, В, Г) предельный выходной ток по схеме (рис. 3) составляет величину 5 А. В этом случае параметры элементов R1 и R2 указаны в таблице 1 во вторых строчках. Ограничительный резистор R1 представляет собой кусочек спирали высокоомного провода, выполненного с монтажом под винтовое соединение.

Емкость С2 в этом случае рекомендуется повысить до 4000 мкФ.

Возможна и схема, реализованная на составном транзисторе из дискретных элементов, например, для регулирования скорости вращения охлаждающего вентилятора в салоне (рис. 4).

Переключатель S1 преобразователя с регулируемым выходным напряжением обеспечивает коммутацию полного (прямого) и регулируемого напряжений. Эта схема при исключении R2, R3 добавлением гасящего резистора и выходных элементов аналогична реализованной на составном транзисторе в интегральном исполнении при $I_н$ = 5 А и соответствующими параметрами элементов, указанных в таблице 1. Корректировке подлежит R1 по контролю максимального тока через стабилитрон.

Аналогичным образом может быть реализована и схема на ИМС (рис. 5).

Резистор R1 снижает рассеиваемую мощность интегральной микросхемы, обеспечивая таким образом номинальную величину для нее тока. Без использования R1 (VD1) максимальный ток в нагрузке на выходное напряжение 12 В из критерия предельно допустимой максимальной мощности для ИМС, учитывая напряжение аккумулятора в режиме доподзаряда ≈ 27 В, составит 0,6 А.

Для выходных номиналов напряжений 6 и 5 В (допустимое входное напряжение соответствующих ИМС составляет 15 В) по критерию повышения величины тока нагрузки до допустимого для ИМС возможно при использовании VD1 с обязательно подключенным $R_{доп}$, обеспечивающего минимальный ток примененных мощных стабилитронов, т.е. их работоспособность, создавая на них при этом напряжение потерь. Применение в качестве гасящего R1 в этом случае недопустимо из-за превышения предельного входного напряжения тока для данных ИМС при малых токах в нагрузке.

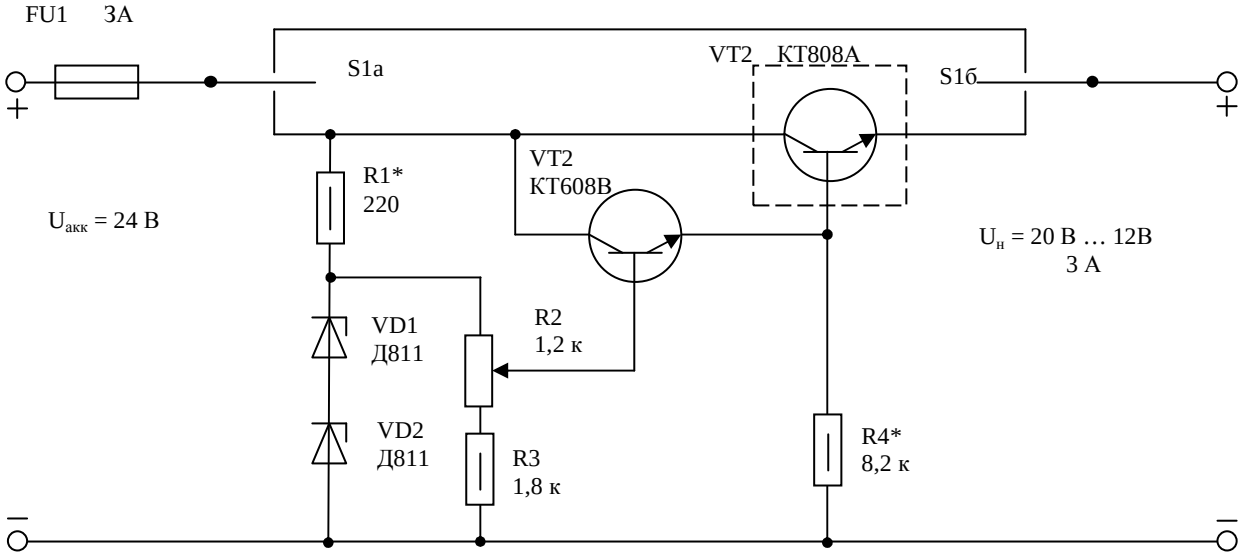


Рис. 4. Схема преобразователя с регулируемым выходным напряжением

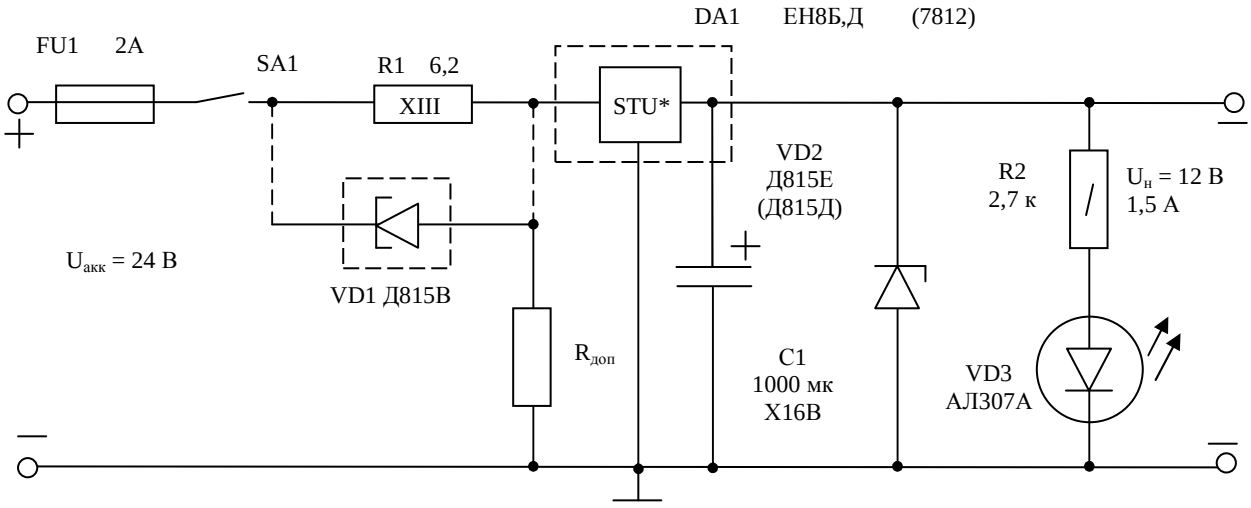


Рис. 5. Схема преобразователя напряжения 24 В → 12 В на ИМС

Использование мощного стабилитрона вместо гасящего резистора делает схему прецизионной и высокопомехоустойчивой. Однако в этом случае для иных выходных напряжений ток будет несколько ограничен допустимым для этого стабилитрнона.

Типы элементов и их параметры для различных номиналов питающих напряжений представлены в таблице 2. Данные по VD2 и резистору в цепи светодиода соответствуют схеме по рисунку 3 и таблице 1.

Возможно использование схемы и двухступенчатого стабилизатора (рис. 6). Первый каскад обеспечит выходное напряжение 15 В и максимальный ток: при использовании резистора R1 4,3 Ом 1,5 А; VD1 1,4 А и прямом включении 0,75 А. В однокаскадном режиме его можно также использовать как самостоятельный преобразователь на 15 В. Защитным стабилитроном в этом случае может быть Д815Ж (18 В) или индивидуальным подбором Д815Е (15 В).

В двухкаскадном режиме для выходного номинала 6 В можно обеспечить максимальный ток в 1,5 А при включении R1 с заданными в схеме параметрами и R2 3 Ом, 7 Вт. Применение R1 или VD1 и VD2

составит 1,4 А, и прямое включение второго каскада с включенным R1 или VD2 обеспечат 1,1 А. Для напряжения на нагрузке 5 В максимальный ток в 1,5 А будет обеспечен включением R1 и R2 4,1 Ом 9 Вт. Включение R1 или VD1 и VD2 обеспечат ток в 1,4 А и R1 или VD1 и прямом включении DA2 1,1 А.

Таблица 2

$U_{акк}$, В	$U_н$, В	$I_н$, А	R1, Ом/Вт VD1 Тип/А прямое включение	Тип DA1	$U_{вх}$, В DA1	$P_{доп}$, Вт $I_{доп}$, А
24 (27 max)	12	1,5	6,2/13	ЕН8Б,Д (7812)	14,5…35	9/1,5
		0,95	Д815В/0,95			
		0,6	прямое включение			
	9	1,5	8,2/18	ЕН8А, Г (7809)	11,5…35	9/1,5
		0,65	Д815Д/0,65			
		0,5	прямое включение			
	6		не используется	ЕН8Б,Г (7806)	8,5…15	10/3
		0,55	Д815Е/0,55			
			не используется			
	5		не используется	ЕН5А,В (7805)	7,5…15	10/3
		0,55	Д815Е/0,55			
			не используется			
12 (15 max)	9		не используется	ЕН8А,Г (7809)	11,5…35	9/1,5
			не используется			
		1,5	прямое включение			
	6	1,6	1,1/10	ЕН5Б,Г (7806)	8,5 … 15	10/3
			не используется			
		1,1	прямое включение			
	5	1,5	1,5/3	ЕН5А,В (7805)	7,5…15	10/3
			не используется			
		1,0	прямое включение			

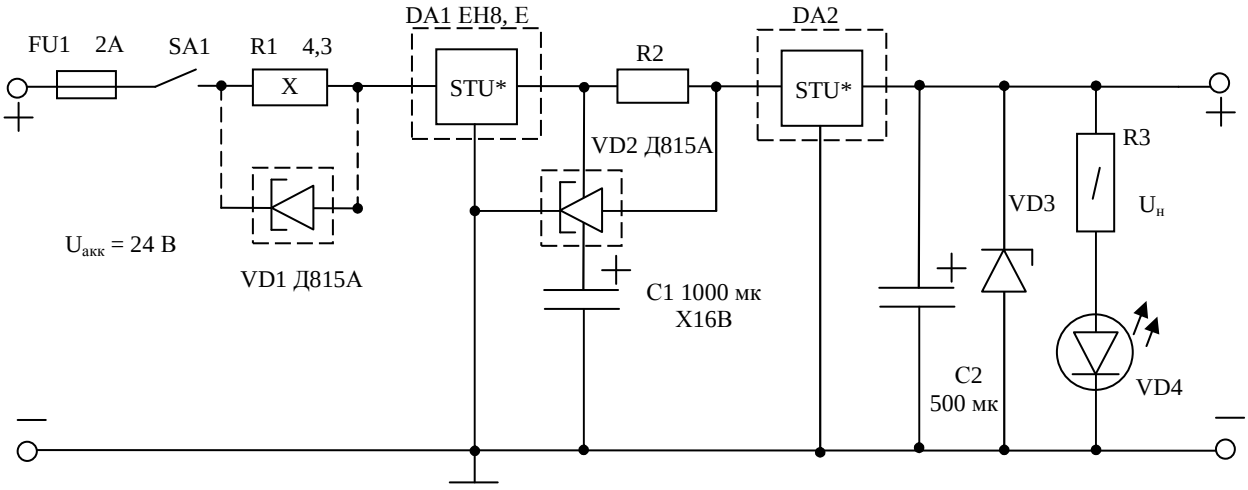


Рис. 6. Схема преобразователя на двух ИМС

Аналогичным образом могут быть реализованы преобразователи и на иные входные и выходные напряжения и токи в нагрузке, отличные от рассмотренных, а также с применением иной элементной базы.

С точки зрения экономичности все схемы можно рассматривать по коэффициенту полезного действия (η) как последовательное прохождение тока в нагрузку через схему преобразователя с процентными в ней потерями, соответствующими соотношению выходного и входного напряжений (табл. 3).

Таблица 3

Соотношение напряжений	24	24	24	24	24	12	12	12
	15	12	9	6	5	9	6	5
η, %	62,5	50	37,5	25	20,9	75	50	41,7

К примеру, максимальный ток автомагнитолы с излучателем звука в 4 Вт на максимальной громкости при питающем напряжении 12 В составляет ≈ 0,3 А, что является незначительным относительно иных потребителей (освещение и т.п.) при соответствующих массогабаритных показателях.

Возможен, кроме рассмотренных схем, и упрощенный подход к реализации преобразователей с применением стабилитронов в последовательном или параллельном их включении относительно питающего аккумуляторного напряжения (рис. 7).

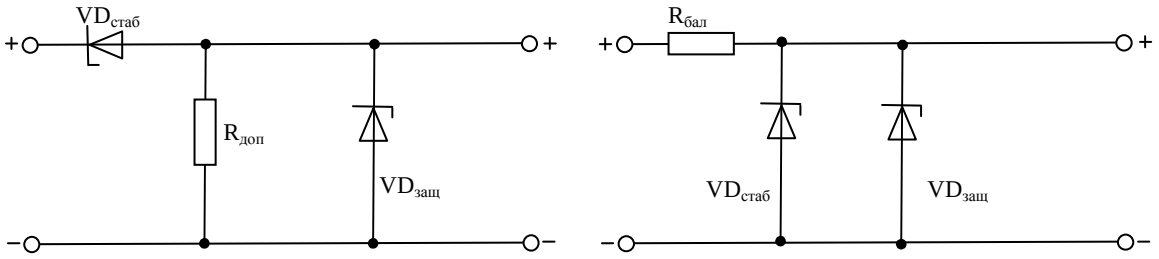


Рис. 7. Преобразователи с использованием стабилитронов

Резистор $R_{доп}$ выполняет функцию, аналогичную рисунку 5. Параллельное включение на нагрузке с изменяющимся токовым расходом менее экономично, так как при отсутствии тока или его незначительности через рабочий стабилитрон $VD_{стаб}$ протекает максимальный ток.

Заключение. Экспериментально изготовленные преобразовательные блоки в существенном количестве испытаны на протяжении ряда лет на двух предприятиях.

Внедрение преобразователей на автотранспорте и как адаптерное устройство для иных электронных потребителей позволит в некоторой степени устранить имеющийся пробел электроники, выражающийся в отсутствии возможности подключения ряда радио-, теле- и компьютерных устройств и использовании их в особенности на автотранспорте при соответствующей низкой себестоимости изготовления, дефиците комплектующих, а также надежности и длительности их эксплуатации ввиду доступной элементной базы. Кроме этого, для их восстановления не требуется высококвалифицированный персонал.

ЛИТЕРАТУРА

1. Интегральные стабилизаторы напряжения. Справочный листок // Радио. – 1990. – № 8. – С. 89–90.
2. Обозначения интегральных стабилизаторов напряжения и справочные данные // Радиомир. – 2005. – № 3. – С. 43.
3. Булычев, А.Л. Аналоговые интегральные схемы: Справочник / А.Л. Булычев, В.И. Галкин, В.А. Прохоренко. – Минск: Беларусь, 1993. – 382 с.
4. Полупроводниковые приборы: Транзисторы. Справочник / В.Л. Аронов [и др.]; под общ. ред. Н.Н. Горюнова. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 304 с.
5. Редько, П.П. Питание радиоаппаратуры от аккумуляторов / П.П. Редько // Радиомир. – 2010. – № 3. – С. 13–14.
6. Редько, П.П. Питание радиоаппаратуры от аккумуляторов / П.П. Редько // Радиомир. – 2011. – № 4. – С. 11–12.

Поступила 06.06.2014

THE POWER SUPPLY OF THE ELECTRO-RADIO-TELECOMPUTER EQUIPMENT FROM AUTOMOBILE ACCUMULATORS

S. ZAVISTOVSKIY, P. REDKO

The circuitry of converters of direct current for power supply of radio, television, and computer equipment, as well as other kinds of electrode devices of various feeding values, constant on a voltage sign, from automobile accumulators are considered. The attention to use for this purpose of available element base, including the dismantled domestic radio television equipment is paid. The maximum simplification of circuitry in order to reach a high degree of maintainability, low cost of production, reliability, and durability is chosen as the priority direction.

УДК 546.28:621.315.592

ПРОЧНОСТНЫЕ СВОЙСТВА СТРУКТУР ФОТОРЕЗИСТ ФП9120-КРЕМНИЙ

канд. физ.-мат. наук, доц. С.А. ВАБИЩЕВИЧ; Н.В. ВАБИЩЕВИЧ
(Полоцкий государственный университет);
канд. физ.-мат. наук Д.И. БРИНКЕВИЧ; канд. физ.-мат. наук, доц. В.С. ПРОСОЛОВИЧ;
д-р физ.-мат. наук, проф. В.Б. ОДЖАЕВ; канд. физ.-мат. наук Ю.Н. ЯНКОВСКИЙ
(Белорусский государственный университет, Минск)

Методами атомно-силовой микроскопии и индентирования исследованы пленки позитивного фоторезиста ФП9120 толщиной 1,0…5,0 мкм, нанесенные на пластины монокристаллического кремния методом центрифугирования. Показано, что шероховатость пленки фоторезиста варьируется в пределах 0,18…0,30 нм, резко возрастая при толщине пленки ~ 5 мкм, что обусловлено, вероятнее всего, формированием толстых слоев в две стадии. Зона разрушения у отпечатка индентора возрастает по мере приближения индентора к границе раздела фоторезист – кремний и при пересечении этой границы выходит на стационарное значение. Средний диаметр зоны разрушения возрастает при увеличении толщины фоторезистивной пленки.

Введение. Повышение степени интеграции предъявляет высокие требования к блоку операций фотолитографии. Так, если при формировании элементной базы по n-МОП-технологии применяется до 10 операций фотолитографии, то при формировании элементной базы по БИКМОП-технологии используется до 22 операций фотолитографии [1]. В качестве масок в процессах субмикронной литографии важную роль играют диазохинон-новолачные (ДХН) резисты [2]. В частности, позитивный фоторезист ФП9120, который представляет собой композит из светочувствительного О-нафтохинондиазида и фенолформальдегидной смолы, широко используется в современной полупроводниковой электронике в качестве защитного светочувствительного материала в прецизионных фотолитографических процессах.

Целью настоящей работы являлось исследование прочностных свойств пленок ФП9120 различной толщины, нанесенных на пластины кремния различных марок.

Методика эксперимента. Пленка фоторезиста толщиной от 1,0 до 5,0 мкм наносилась на поверхность пластин (диаметр 100 см) кремния различных марок (таблица) методом центрифугирования на ПО «Интеграл». Толщина h пленки фоторезиста определялась скоростью вращения и составляла: 1,0 мкм при скорости вращения v = 8300 об/мин; ~ 1,8 мкм – при v = 2900 об/мин; ~ 2,5 мкм – при v = 1200 об/мин.

Пленки толщиной h = 5,0 мкм формировались в две стадии со скоростью v = 1800 об/мин на обеих стадиях. Толщина пленок фоторезиста контролировалась с помощью микроинтерферометра МИИ-4 по 5 фиксированным точкам (центр, верх, низ, слева, справа) на каждой пластине, при этом отклонения от среднего значения не по пластине для всех исследовавшихся образцов (независимо от ориентации и легирования пластины) не превышали 2 %, что близко к погрешности измерений.

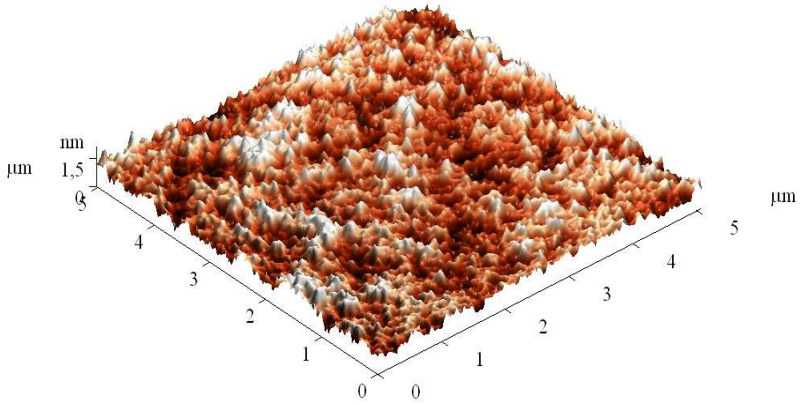
Использовавшиеся пластины кремния

Марка	Ориентация	Удельное сопротивление, Ом·см	Легирующая примесь
КДБ-10	(111)	10	Бор
КДБ-0,005	(111)	0,005	Бор
КЭС-0,01	(111)	0,01	Сурьма
КДБ-12	(100)	12	Бор
КДБ-4,5	(100)	4,5	Бор
КЭФ-4,5	(100)	4,5	Фосфор

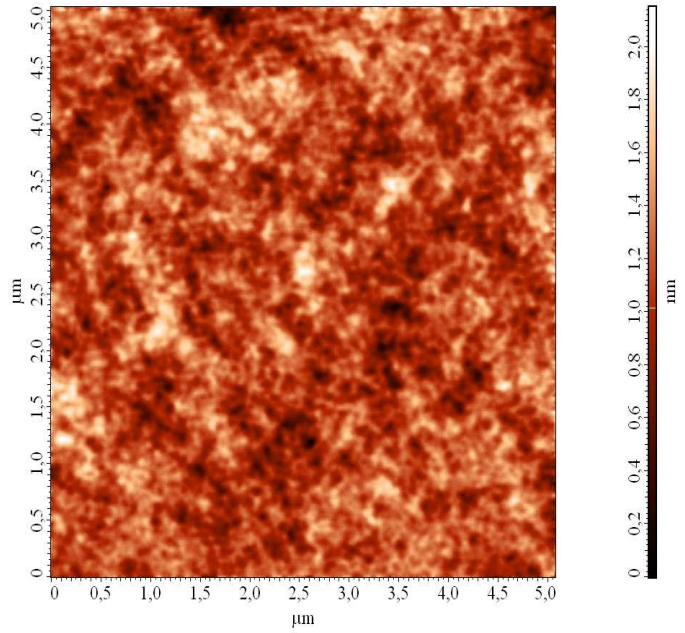
Морфология поверхности модифицированной имплантацией полимерной плёнки исследовалась методом атомно-силовой микроскопии (АСМ) при комнатной температуре в полуконтактном резонансном режиме на частоте 145 кГц на приборе Solver P-47. Использовались кантилеверы серии NSG 01 с радиусом закругления 10 нм. Исследование прочностных свойств структур фоторезист-кремний прово-

дилось методом микроиндентирования на приборе ПМТ-3 по стандартной методике при комнатной температуре. В качестве индентора использовался алмазный наконечник в форме четырехгранной пирамиды с квадратным основанием и углом при вершине α = 136°. Нагрузка (*P*) на индентор варьировалась в пределах 2…100 г. При каждом измерении на поверхность образца наносилось не менее 50 отпечатков и проводилась обработка результатов измерений с использованием методов математической статистики по методике, изложенной в [3]. Это обеспечивало погрешность измерений микротвердости менее 4 % (с доверительной вероятностью 0,95).

Экспериментальные результаты и их обсуждение. Характерные АСМ-изображения поверхности фоторезиста приведены на рисунке 1. Значения среднеарифметической шероховатости R_a усреднялись по результатам не менее чем 10 измерений в различных точках образца и варьировались в пределах 0,18…0,30 нм для всех исследовавшихся образцов. С увеличением толщины пленки фоторезиста наблюдался рост шероховатости. Наибольшие значения R_a, существенно превосходящие величины шероховатости для других образцов, наблюдались при толщине фоторезиста 5,0 мкм, что, вероятнее всего, обусловлено двухстадийным формированием таких слоев. Зависимости величины шероховатости от марки кремниевой подложки не было выявлено.



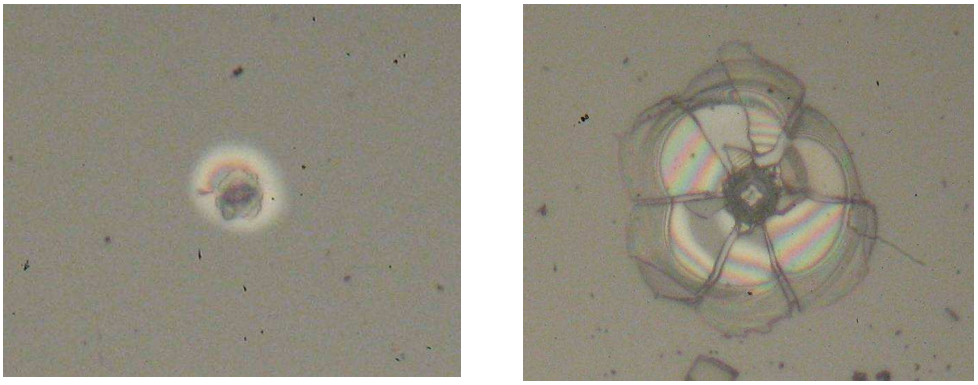
а)



б)

Рис. 1. Характерные АСМ-изображения поверхности фоторезиста в режимах топографии (*а*) и фазового контраста (*б*)

В процессе индентирования правильные четырехугольные отпечатки наблюдались только при проникновении индентора в кремний. В фоторезисте форма отпечатков искажалась – они становились бочковидными. Это свидетельствует о наличии в пленке растягивающих напряжений, релаксация которых после снятия нагрузки и обеспечивает такую форму отпечатков. Вокруг отпечатков имеется обширная зона разрушения, существенно превосходящая размеры отпечатка индентора (рис. 2).



а) *б*)

Рис. 2. Фотоснимки характерных отпечатков индентора при нагрузках 5 г (*а*) и 100 г (*б*) для структур фоторезист-кремний при толщине фоторезистивной пленки 1,8 мкм

При малых нагрузках, когда глубина проникновения индентора меньше толщины пленки фоторезиста (в частности, при толщине пленки 1,8 мкм это нагрузки менее 10 г), вокруг отпечатка наблюдаются так называемые «ареолы», проявляющиеся на фотографиях как светлые области, по форме близкие к окружностям (рис. 2, а). Вероятнее всего, это области деформации (вспучивания) фоторезиста.

При пересечении индентором границы раздела фоторезист – кремний внутри отпечатков наблюдаются четкие четырехгранники, воспроизводящие форму индентора. При этом форма «ареолов» сильно изменяется – они теряют симметрию, становятся похожи на лепестки цветов, внутри их появляются трещины (рис. 2, б). Вероятно, это обусловлено отслоением пленки фоторезиста от кремния в процессе пересечения индентором границы раздела фоторезист – кремний. Появление на снимках четких четырехгранников от индентора в кремнии позволяет контролировать толщину пленки фоторезиста.

Зависимости средних размеров зон разрушения («ареолов» при малых нагрузках) от толщины слоя фоторезиста и от марки кремния представлены на рисунках 3 и 4.

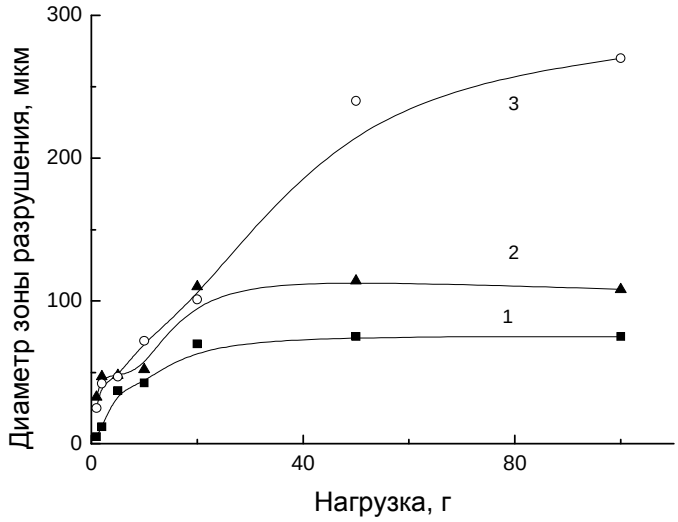


Рис. 3. Зависимость диаметра зоны разрушения вокруг отпечатка от величины нагрузки для структур фоторезист-кремний марки КДБ-12 (100) (толщина пленки фоторезиста, мкм: 1 – 1,8; 2 – 2,5; 3 – 5,0)

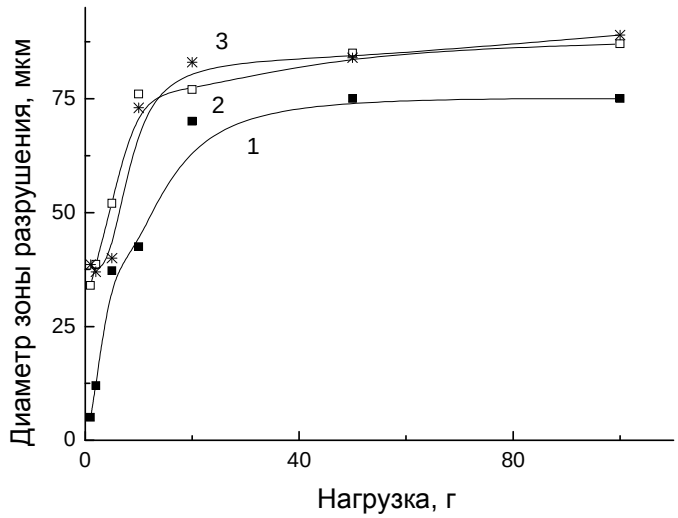


Рис. 4. Зависимость диаметра зоны разрушения вокруг отпечатка
от величины нагрузки для пленок фоторезиста толщиной 1,8 мкм на кремнии различных марок:
1 – КДБ-12 (100); 2 – КЭФ-4,5(100); 3 – КЭС-0,01 (111).

На основе представленных зависимостей можно сделать следующие выводы:

- зона разрушения у отпечатка возрастает по мере приближения индентора к границе раздела фоторезист – кремний и при пересечении этой границы выходит на стационарное значение;

- средний диаметр зоны разрушения возрастает при увеличении толщины фоторезистивной пленки (см. рис. 2);

- существенной зависимости диаметра зоны разрушения от ориентации кремниевой подложки и уровня легирования не наблюдалось.

Следует отметить, что зона разрушения фоторезиста на кремнии n-типа (кривые 2 и 3, рис. 3) была несколько выше, чем в пленке на p-Si (кривая 1, рис. 3).

Также не обнаружено влияния подложки и толщины пленки на микротвердость фоторезиста при малых нагрузках (рис. 5).

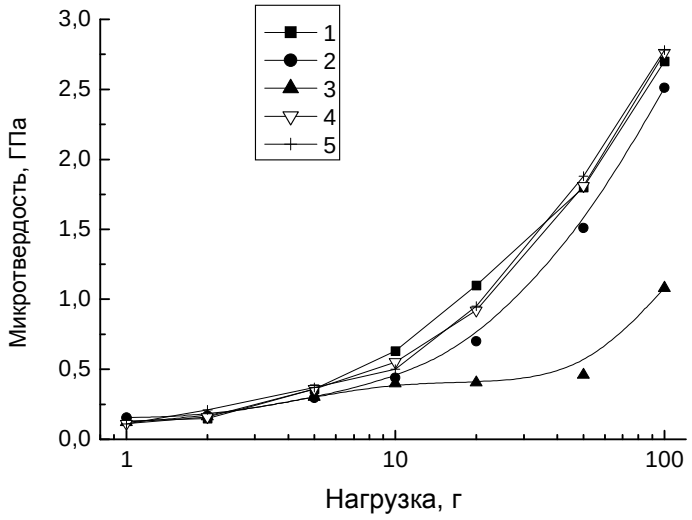


Рис. 5. Зависимость микротвердости от нагрузки для структур фоторезист-кремний:
1 – 3 – марка пластин кремния КДБ-12(100); 4 – КЭФ-4,5(100); 5 – КЭС-0,01(111)
(толщина пленки фоторезиста, мкм: 1, 4, 5 – 1,8; 2 – 2,5; 3 – 5,0)

Для всех образцов при минимальной нагрузке 2 г величина микротвердости составляла $H \sim 0{,}2$ ГПа. При увеличении нагрузки по мере приближения индентора к границе раздела фоторезист – кремний микротвердость структуры (или, другими словами, ее сопротивление вдавливанию) возрастает. Резкий рост величины H наблюдается при проникновении индентора в кремниевую подложку – для пленок толщиной 1,8 мкм при нагрузках 20 г и выше (кривые 1–3, рис. 5). Для пленки толщиной 5,0 мкм такой критической нагрузкой является 50 г (кривая 5, рис. 5). Такое поведение микротвердости характерно для «мягких» пленок на «твердых» подложках [4].

В заключение проведенного исследования можно сделать следующие **выводы:**

- шероховатости пленки фоторезиста варьируется в пределах 0,18…0,30 нм, резко возрастая при толщине пленки ~ 5 мкм, что обусловлено, вероятнее всего, формированием таких слоев в две стадии;
- зона разрушения у отпечатка индентора возрастает по мере приближения индентора к границе раздела фоторезист – кремний и при пересечении этой границы выходит на стационарное значение;
- средний диаметр зоны разрушения возрастает при увеличении толщины фоторезистивной пленки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Применение фоторезистивных масок для маскирования ионного пучка в технологии КМОП-интегральных схем / С.В. Гранько и [др.] / Вестн. Нижегород. ун-та. Сер. Физика. – 2001. – № 2. – С. 41–47.
2. Моро, У. Микролитография. Принципы, методы, материалы: в 2-х ч. / У. Моро. Ч. 2. – М.: Мир, 1990. – 632 с. (Moreau W.M. Semiconductor lithography. Principles, practices and materials. N.Y., London: Plenum Press).
3. Бринкевич, Д.И. Микромеханические свойства эпитаксиальных слоев GaP, легированных редкоземельным элементом диспрозием / Д.И. Бринкевич, Н.В. Вабищевич, В.С. Просолович // Неорганические материалы. – 2012. – Т. 48, № 8. – С. 878–883.
4. Шугуров А.Р. Особенности определения механических характеристик тонких пленок методом наноиндентирования / А.Р. Шугуров, А.В. Панин, К.В. Оскомов // Физика твердого тела. – 2008. – Т. 50, № 6. – С. 1007–1012.

Поступила 08.09.2014

STRENGTH PROPERTIES OF FP9120 PHOTORESIST-SILICON STRUCTURES

S. VABISHCHEVICH, N. VABISHCHEVICH,
D. BRINKEVICH, V. PROSOLOVICH, V. ODZHAEV, YU. YANKOVSKI

Films of the FP9120 positive photoresist thickness of 1,0…5,0 microns deposited on silicon wafers by spin coating was investigated by the atomic force microscopy and indentation. It has been shown that the roughness of the photoresist film was ranged at 0,18 to 0,30 nm, increasing sharply when the film thickness ~ 5 microns, due likely to the formation of thick layers in two stages. Zone destructive indentation increases as the indenter to the interface silicon and photoresist – crossing this boundary reaches a steady state value. The average diameter of the zone of destruction increases with the thickness of the photoresist film.

МАТЕМАТИКА

УДК 517.983

РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ФУНКЦИЕЙ ЛЕЖАНДРА В ЯДРАХ В $\mathfrak{L}_{\nu,r}$ -ПРОСТРАНСТВАХ

канд. физ.-мат. наук, доц. О.В. СКОРОМНИК; Ю.В. ЖАВОРОНОК
(Полоцкий государственный университет)

Рассматриваются четыре интегральных уравнения первого рода на положительной полуоси, содержащие функцию Лежандра в ядрах. С использованием представлений интегральных операторов левых частей рассматриваемых уравнений в виде композиции двух операторов дробного интегрирования со степенными весами ранее были установлены условия их ограниченности из одних весовых пространств суммируемых функций в другие. Эти результаты применяются для вывода явных формул решений изучаемых в работе интегральных уравнений в рассматриваемых пространствах.

Вспомогательные сведения

Гамма-функцией $\Gamma(z)$ [1, § 1] называется интеграл Эйлера второго рода

$$\Gamma(z)=\int_0^{\infty} x^{z-1}e^{-x}dx\,,\qquad \mathrm{Re}(z)>0, \tag{1}$$

который сходится при всех $z\in \mathrm{C}$, для которых $\mathrm{Re}(z)>0$. Здесь $x^{z-1}=e^{(z-1)\ln x}$, $x>0$. На полуплоскость $\mathrm{Re}(z)\le 0$, $z\ne 0,-1,-2,-3,\ldots$, гамма-функция доопределяется с помощью аналитического продолжения этого интеграла. Так, получаемая из (1) интегрированием по частям формула понижения $\Gamma(z+1)=z\Gamma(z),\ \mathrm{Re}(z)>0,$ после многократного применения приводит к равенству

$$\Gamma(z)=\frac{\Gamma(z+n)}{(z)_n}=\frac{\Gamma(z+n)}{z(z+1)\ldots(z+n-1)},\ \mathrm{Re}(z)>-n,\quad n=1,2,\ldots,\ z\ne 0,-1,-2,\ldots, \tag{2}$$

$(z)_n=z(z+1)(z+2)\ldots(z+n-1)$, $n=1,2,3\ldots,(z)_0\equiv 1$ – символ Похгаммера,

позволяющему осуществить такое аналитическое продолжение в полуплоскость $\mathrm{Re}(z)>-n$ при любом n.

Бета-функцией называется интеграл [1, § 1]

$$\mathrm{B}(z,\omega)=\int_0^1 x^{z-1}(1-x)^{\omega-1}dx\,,\qquad \mathrm{Re}(z)>0,\ \mathrm{Re}(\omega)>0 \tag{3}$$

(интеграл Эйлера первого рода). Он выражается через гамму-функцию по формуле

$$\mathrm{B}(z,\omega)=\frac{\Gamma(z)\Gamma(\omega)}{\Gamma(z+\omega)}\,. \tag{4}$$

Гипергеометрическая функция Гаусса определяется при $|z|<1$ как сумма гипергеометрического ряда

$${}_2F_1(a,b;c;z)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(a)_k(b)_k}{(c)_k}\cdot\frac{z^k}{k!}\,. \tag{5}$$

Его параметры a, b, c и переменная z могут быть комплексными, причем $c\ne 0,-1,-2,\ldots$. Ряд (5) сходится при $|z|<1$ и при $|z|=1$, $\mathrm{Re}(c-a-b)>0$, а при остальных значениях z функция Гаусса определяется как аналитическое продолжение этого ряда.

Один из способов такого продолжения – использование интегрального представления Эйлера:

$${}_2F_1(a,b;c;z)=\frac{\Gamma(c)}{\Gamma(b)\Gamma(c-b)}\int_0^1 t^{b-1}(1-t)^{c-b-1}(1-zt)^{-a}\,dt\,,\ 0<\mathrm{Re}\,b<\mathrm{Re}\,c,|\arg(1-z)|<\pi\,, \tag{6}$$

где правая часть определена при указанных условиях, обеспечивающих сходимость интеграла. Классические результаты в теории этой функции представлены в ряде работ [2–4].

Интерес к функциям (5) и (6) и их различным обобщениям вызван применением этих функций в прикладных задачах и в теории дифференциальных и интегральных уравнений [5].

Отметим, что через функцию Гаусса определяются многие важные специальные функции. Так, присоединенная функция Лежандра $P_\nu^\mu(z)$ представляется в виде

$$P_\nu^\mu(z)=\frac{1}{\Gamma(1-\mu)}\left(\frac{z+1}{z-1}\right)^{\frac{\mu}{2}}{}_2F_1\left(-\nu,1+\nu;1-\mu;\frac{1-z}{2}\right),\ z\notin[-1,1], \tag{7}$$

$$P_\nu^\mu(x)=\frac{1}{\Gamma(1-\mu)}\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{\frac{\mu}{2}}{}_2F_1\left(-\nu,1+\nu;1-\mu;\frac{1-x}{2}\right),\ -1<x<1. \tag{8}$$

Интегралы

$$(I_{0+}^\alpha\varphi)(x)\overset{def}{=}\frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int_0^x\frac{\varphi(t)}{(x-t)^{1-\alpha}}dt,\qquad 0<x<\infty, \tag{9}$$

$$(I_{-}^\alpha\varphi)(x)\overset{def}{=}\frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int_x^\infty\frac{\varphi(t)}{(t-x)^{1-\alpha}}dt,\qquad -\infty<x<0, \tag{10}$$

где $\alpha\in C,\ \mathrm{Re}(\alpha)>0$, называются интегралами дробного порядка α [1]. Первый из них (9) называют левосторонним, а второй (10) – правосторонним интегралом на полуоси. Операторы $I_{0+}^\alpha\varphi$, $I_{-}^\alpha\varphi$ называют операторами дробного интегрирования. Интегралы (9), (10) принято называть также дробными интегралами Римана – Лиувилля на полуоси.

Для функции $f(x)$, заданной на полуоси $(0,\infty)$, каждое из выражений

$$\left(D_{0+}^\alpha f\right)(x)=\frac{1}{\Gamma(n-\alpha)}\frac{d^n}{dx^n}\int_0^x\frac{f(t)dt}{(x-t)^{\alpha-n+1}},\quad n=[\mathrm{Re}(\alpha)]+1, \tag{11}$$

$$\left(D_{-}^\alpha f\right)(x)=\frac{(-1)^n}{\Gamma(n-\alpha)}\frac{d^n}{dx^n}\int_x^\infty\frac{f(t)dt}{(x-t)^{\alpha-n+1}},\quad n=[\mathrm{Re}(\alpha)]+1, \tag{12}$$

называется дробной производной порядка $\alpha\in C,\ \mathrm{Re}(\alpha)\ge 0$ на полуоси, соответственно левосторонней и правосторонней [1]. Дробные производные (11), (12) называют обычно производными Римана – Лиувилля на полуоси.

Для степенной функции $\varphi(x)=x^{\beta-1},\ \mathrm{Re}(\beta)>0$, имеем [1, (2.44)]:

$$I_{0+}^\alpha\varphi=\frac{\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)}x^{\alpha+\beta-1},\ \mathrm{Re}(\alpha)>0, \tag{13}$$

$$D_{0+}^\alpha\varphi=\frac{\Gamma(\beta)}{\Gamma(\beta-\alpha)}x^{\beta-\alpha-1},\ \mathrm{Re}(\alpha)\ge 0. \tag{14}$$

Для степенной функции $\varphi(x)=x^{\beta-1}$ [1, табл. 9.3, формула (1)]

$$I_{-}^\alpha\varphi=\frac{\Gamma(1-\alpha-\beta)}{\Gamma(1-\beta)}x^{\alpha+\beta-1},\ \mathrm{Re}(\alpha+\beta)<1, \tag{15}$$

$$D_{-}^\alpha\varphi=\frac{\Gamma(1+\alpha-\beta)}{\Gamma(1-\beta)}x^{\beta-\alpha-1},\ \mathrm{Re}(n-\alpha+\beta)<1,\ n=[\mathrm{Re}\,\alpha]+1. \tag{16}$$

Будем использовать следующие обозначения:

$$I_{0+}^\alpha f=\begin{cases}I_{0+}^\alpha f,\ \mathrm{Re}(\alpha)>0,\\ D_{0+}^{-\alpha}f,\ \mathrm{Re}(\alpha)\le 0;\end{cases}\qquad I_{-}^\alpha f=\begin{cases}I_{-}^\alpha f,\ \mathrm{Re}(\alpha)>0,\\ D_{-}^{-\alpha}f,\ \mathrm{Re}(\alpha)\le 0.\end{cases}$$

Дробные интегралы порядка $\alpha \in \mathrm{C}, \mathrm{Re}(\alpha) > 0$, функции $\varphi(x)$ по функции x^{σ} $(x > 0, \sigma \in \mathrm{R})$ определяются формулами:

$$\left(\mathrm{I}^{\alpha}_{0+;x^{\sigma}}\varphi\right)(x) = \frac{\sigma}{\Gamma(\alpha)}\int_0^x \frac{t^{\sigma-1}\varphi(t)}{\left(x^{\sigma}-t^{\sigma}\right)^{1-\alpha}}dt \quad (x > 0; \mathrm{Re}(\alpha) > 0), \tag{17}$$

$$\left(\mathrm{I}^{\alpha}_{-;x^{\sigma}}\varphi\right)(x) = \frac{\sigma}{\Gamma(\alpha)}\int_x^{\infty} \frac{t^{\sigma-1}\varphi(t)}{\left(t^{\sigma}-x^{\sigma}\right)^{1-\alpha}}dt \quad (x > 0; \mathrm{Re}(\alpha) > 0), \tag{18}$$

а соответствующие дробные производные порядка α $(\mathrm{Re}(\alpha) \geq 0)$ имеют вид

$$\left(D^{\alpha}_{0+;x^{\sigma}} f\right)(x) = \left(\frac{d}{\sigma x^{\sigma-1}dx}\right)^n \left(\mathrm{I}^{n-\alpha}_{0+;x^{\sigma}} f\right)(x) \quad (x > 0; n = \mathrm{Re}[n]+1), \tag{19}$$

$$\left(D^{\alpha}_{-;x^{\sigma}} f\right)(x) = \left(-\frac{d}{\sigma x^{\sigma-1}dx}\right)^n \left(\mathrm{I}^{n-\alpha}_{-;x^{\sigma}} f\right)(x) \quad (x > 0; n = \mathrm{Re}[n]+1) \tag{20}$$

(см. [1, § 18.2]). Мы будем использовать для них следующие обозначения для $\alpha \in \mathrm{C}$:

$$\mathrm{I}^{\alpha}_{0+;x^{\sigma}}\varphi = \begin{cases} \mathrm{I}^{\alpha}_{0+;x^{\sigma}}\varphi, & \mathrm{Re}\,\alpha > 0, \\ D^{-\alpha}_{0+;x^{\sigma}}\varphi, & \mathrm{Re}\,\alpha \leq 0; \end{cases} \qquad \mathrm{I}^{\alpha}_{-;x^{\sigma}}\varphi = \begin{cases} \mathrm{I}^{\alpha}_{-;x^{\sigma}}\varphi, & \mathrm{Re}\,\alpha > 0, \\ D^{-\alpha}_{-;x^{\sigma}}\varphi, & \mathrm{Re}\,\alpha \leq 0. \end{cases} \tag{21}$$

Введем пространство $\mathfrak{L}_{\nu,r}$ измеримых по Лебегу, вообще говоря, комплекснозначных функций f на $\mathrm{R}_+ = (0,\infty)$, для которых $\|f\|_{\nu,r} < \infty$, где

$$\|f\|_{\mathfrak{L}_{\nu,r}} = \left(\int_0^{\infty} \left|t^{\nu} f(t)\right|^r \frac{dt}{t}\right)^{\frac{1}{r}} \quad (1 \leq r < \infty, \nu \in \mathrm{R}), \tag{22}$$

$$\|f\|_{\mathfrak{L}_{\nu,\infty}} = ess\sup_{t>0}\left[t^{\nu}\left|f(x)\right|\right].$$

Пусть комплексные числа $\alpha_1,...,\alpha_n,\alpha_{n+1}$ такие, что существует одно α_j, для которого $\mathrm{Re}\,\alpha_j = \min\left(\mathrm{Re}\,\alpha_1,...,\mathrm{Re}\,\alpha_n,\mathrm{Re}\,\alpha_{n+1}\right)$. Тогда положим $\alpha_{n+1} = 0$ и введем функцию [1, § 10]

$$m(\alpha_1,...,\alpha_n) = \begin{cases} 0, \quad \mathrm{Re}\,\alpha_j > 0, i = 1,2,...,n. \\ -\alpha_j, \textit{ если существует } \alpha_j, \textit{ для которого} \\ \mathrm{Re}\,\alpha_j < \min\left(0, \mathrm{Re}\,\alpha_1,...,\mathrm{Re}\,\alpha_{j-1},\mathrm{Re}\,\alpha_{j+1},...,\mathrm{Re}\,\alpha_n\right) \end{cases} \tag{23}$$

(если существуют α_j, α_k, такие, что $\alpha_j \neq \alpha_k$, но $\mathrm{Re}\,\alpha_j = \mathrm{Re}\,\alpha_k = \min\left(0, \mathrm{Re}\,\alpha_1,...,\mathrm{Re}\,\alpha_n\right)$, то функция $m(\alpha_1,...,\alpha_n)$ не определяется);

$$\mathrm{I}^{m(\alpha)}_{0+}(\mathfrak{L}_{\nu,r}) = \begin{cases} \mathfrak{L}_{\nu,r}, & \mathrm{Re}\,\alpha > 0, \\ \mathrm{I}^{-\alpha}_{0+}(\mathfrak{L}_{\nu,r}), & \mathrm{Re}\,\alpha < 0, \end{cases}; \quad \mathrm{I}^{m(\alpha)}_{-}(\mathfrak{L}_{\nu,r}) = \begin{cases} \mathfrak{L}_{\nu,r}, & \mathrm{Re}\,\alpha > 0, \\ \mathrm{I}^{-\alpha}_{0-}(\mathfrak{L}_{\nu,r}), & \mathrm{Re}\,\alpha < 0, \end{cases} \quad (1 < r < \infty). \tag{24}$$

Т е о р е м а о действии операторов $\mathrm{P}^{\gamma}_{\delta,j} f$ $(j=1,2,3,4)$ в $\mathfrak{L}_{\nu,r}$ -пространствах

В [1, § 35; 6] были рассмотрены четыре интегральных уравнения с функцией Лежандра в ядре:

$$\left(\mathrm{P}^{\gamma}_{\delta,1} f\right)(x) \equiv \int_0^x \left(x^2 - t^2\right)^{-\gamma/2} P^{\gamma}_{\delta}\left(\frac{x}{t}\right) f(t)dt = g(x); \tag{25}$$

$$\left(\mathrm{P}^{\gamma}_{\delta,4} f\right)(x) \equiv \int_0^x \left(x^2 - t^2\right)^{-\frac{\gamma}{2}} P^{\gamma}_{\delta}\left(\frac{t}{x}\right) f(t)dt = g(x); \tag{26}$$

$$\left(\mathrm{P}^{\gamma}_{\delta,3} f\right)(x) \equiv \int_x^{\infty} \left(t^2 - x^2\right)^{-\frac{\gamma}{2}} P^{\gamma}_{\delta}\left(\frac{x}{t}\right) f(t)dt = g(x); \tag{27}$$

$$\left(\mathrm{P}^{\gamma}_{\delta,2} f\right)(x) \equiv \int_x^{\infty} \left(t^2 - x^2\right)^{-\frac{\gamma}{2}} P^{\gamma}_{\delta}\left(\frac{t}{x}\right) f(t)dt = g(x), \tag{28}$$

полагая во всех случаях $0 \le x \le \infty$, $\mathrm{Re}\,\gamma < 1$, чтобы указанные интегралы сходились на переменном конце. В [1, § 35.2] были получены следующие композиционные разложения для этих операторов в пространствах $L_p(a,b)$, $0 < a < b < +\infty$, $1 \le p < +\infty$:

$$\left(\mathrm{P}^{\gamma}_{\delta,1} f\right)(x) = \mathrm{I}^{-\gamma-\delta}_{0+}\, \mathrm{I}^{\delta+1}_{0+;x^2} (2x)^{-\delta-1} f(x), \tag{29}$$

$$\left(\mathrm{P}^{\gamma}_{\delta,4} f\right)(x) = (2x)^{\delta+1} \mathrm{I}^{-\delta-1}_{0+;x^2}\, \mathrm{I}^{-\gamma+\delta+2}_{0+} f(x), \tag{30}$$

$$\left(\mathrm{P}^{\gamma}_{\delta,3} f\right)(x) = 2^{\delta+1} x^{-\gamma+\delta+3} \mathrm{I}^{-\delta-1}_{-;x^2} x^{\gamma+\delta-1} \mathrm{I}^{-\gamma+\delta+2}_{-} x^{-\delta-1}\, f(x), \tag{31}$$

$$\left(\mathrm{P}^{\gamma}_{\delta,2} f\right)(x) = 2^{-\delta-1} x^{\delta+1}\, \mathrm{I}^{-\gamma-\delta}_{-} x^{\gamma-\delta-1} \mathrm{I}^{\delta+1}_{-;x^2} x^{-\gamma-\delta-1} f(x). \tag{32}$$

Ограниченность операторов, стоящих в левых частях (25)–(28), и справедливость представлений (29)–(32) в весовых пространствах $\mathfrak{L}_{\nu,r}$, $1 < r < +\infty$, были установлены в [6].

ТЕОРЕМА 1 [6, Теорема 1] *Пусть* $\delta, \gamma, \nu \in \mathrm{R}$, $1 < r < \infty$, $\gamma < 1$, $-2\delta - 1 \ne \mathrm{Z}$ *и выполняются какие-либо из условий* A_j *таблицы 1. Тогда соответствующий оператор* B_j *определен на множестве* C_j *и ограниченно отображает* C_j *на множество* D_j, *причем имеют место равенства* E_j.

Таблица 1

Действие операторов $\mathrm{P}^{\gamma}_{\delta,j}$ $(j=1,2,3,4)$ из $\mathfrak{L}_{\nu,r}$ на $\mathfrak{L}_{\nu+\gamma-1,r}$

J	A_j	B_j	C_j	D_j	E_j
1	$\nu < \min((-\delta+1),(\delta+2))$ $\delta > -1,\ \gamma+\delta < 0$	$\mathrm{P}^{\gamma}_{\delta,1}$	$\mathfrak{L}_{\nu,r}$	$\mathfrak{L}_{\nu+\gamma-1,r}$	(29)
2	$\nu < \min(1, (\delta-\gamma+4))$ $\gamma-\delta < 2,\ \delta < -1$	$\mathrm{P}^{\gamma}_{\delta,4}$	$\mathfrak{L}_{\nu,r}$	$\mathfrak{L}_{\nu+\gamma-1,r}$	(30)
3	$\nu > \max((2\delta-\gamma+1),(-\delta-2))$ $\gamma-\delta < 2,\ \delta < -1$	$\mathrm{P}^{\gamma}_{\delta,3}$	$\mathfrak{L}_{\nu,r}$	$\mathfrak{L}_{\nu+\gamma-1,r}$	(31)
4	$\nu > \max((-\gamma+\delta+1),(-\gamma-\delta))$ $\delta > -1,\ \gamma+\delta < 0$	$\mathrm{P}^{\gamma}_{\delta,2}$	$\mathfrak{L}_{\nu,r}$	$\mathfrak{L}_{\nu+\gamma-1,r}$	(32)

Решение интегральных уравнений $\left(\mathrm{P}^{\gamma}_{\delta,j} f\right)(x) = g(x)$ $(j = 1,2,3,4)$ в $\mathfrak{L}_{\nu,r}$-пространствах

Как показывают формулы (29)–(32), интегралы $\mathrm{P}^{\gamma}_{\delta,j} f \in \mathfrak{L}_{\nu+\gamma-1,r}$, $j = 1,2,3,4$, представимы в виде композиций двух односторонних дробных интегралов со степенными весами. Условия такой представимости в весовых пространствах суммируемых функций на полуоси отражает теорема 1, из которой следует, что если $f(x)$ принадлежит пространству $\mathfrak{L}_{\nu,r}$ (или некоторому его подпространству), то при соответствующих условиях операторы $\mathrm{P}^{\gamma}_{\delta,j}$ $(j = 1,2,3,4)$ действуют на определенное подпространство из $\mathfrak{L}_{\omega,r}$, $1 < r < \infty$, и справедливы те или иные из формул (29)–(32). Это означает, что если правая часть – функция $g(x)$ – берется из указанной области, на которую действует оператор $\mathrm{P}^{\gamma}_{\delta,j}$ $(j = 1,2,3,4)$, соответствующее уравнение $\left(\mathrm{P}^{\gamma}_{\delta,j} f\right)(x) = g(x)$ $(j = 1,2,3,4)$ однозначно разрешимо путем последовательного обращения двух интегро-дифференциальных операторов, композиция которых составляет $\mathrm{P}^{\gamma}_{\delta,j}$ $(j = 1,2,3,4)$.

Осуществляя такие обращения, из формул (29)–(32) были получены следующие представления решений уравнений (25)–(28) [1, § 35; 6]:

$$f(x) = (2x)^{\delta+1} \mathrm{I}^{-\delta-1}_{0+;x^2} \mathrm{I}^{\gamma+\delta}_{0+} g(x), \tag{33}$$

$$f(x) = \mathrm{I}^{\gamma-\delta-2}_{0+} \mathrm{I}^{\delta+1}_{0+;x^2} (2x)^{-\delta-1} g(x), \tag{34}$$

$$f(x) = (x/2)^{\delta+1} \mathrm{I}^{\gamma-\delta-2}_{-} x^{1-\gamma-\delta} \mathrm{I}^{\delta+1}_{-;x^2} x^{\gamma-\delta-3} g(x), \tag{35}$$

$$f(x) = 2^{\delta+1} x^{\gamma+\delta+1} \mathrm{I}^{-\delta-1}_{-;x^2} x^{1+\delta-\gamma} \mathrm{I}^{\gamma+\delta}_{-} x^{-\delta-1} g(x). \tag{36}$$

Справедлива теорема.

ТЕОРЕМА 2 [6, Теорема 2] *Пусть* $\delta, \gamma, \nu \in \mathrm{R}$, $1 < r < \infty$, $\gamma < 1$, $-2\delta - 1 \neq \mathrm{Z}$, $g(x) \in \mathfrak{L}_{\nu+\gamma-1,r}$ *и выполняются какие-либо из условий* A_j *таблицы 2. Тогда соответствующее уравнение* B_j *имеет единственное решение* $f \in \mathfrak{L}_{\nu,r}$, *выражаемое формулой* C_j.

Таблица 2

Решение уравнений (26)–(29) в $\mathfrak{L}_{\nu,r}$-пространствах

J	A_j	B_j	C_j
1	$\nu < \min((-\delta+1),(\delta+2))$, $\delta > -1, \gamma+\delta < 0$	(25)	(33)
2	$\nu < \min(1,(\delta-\gamma+4))$, $\gamma-\delta < 2, \delta < -1$	(26)	(34)
3	$\nu > \max\{(2\delta-\gamma+1), (-\delta-2)\}$, $\gamma-\delta < 2, \delta < -1$	(27)	(35)
4	$\nu > \max\{(-\gamma+\delta+1),(-\gamma-\delta)\}$, $\delta > -1, \gamma+\delta < 0$	(28)	(36)

Примеры решений уравнений (25)–(28)

Пусть $\delta, \gamma, \nu \in \mathrm{R}$, $\gamma < 1$, $-2\delta - 1 \neq \mathrm{Z}$, $d > 0$. Пусть $\theta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$; $g(x) = Ax^{\beta-1}\theta(d-x) \in \mathfrak{L}_{\nu+\gamma-1,r}$ $(A \in \mathrm{R}, \beta > 0)$, $1 \le r < \infty$, $\nu > 2 - \beta - \gamma$.

Согласно теореме 2 интегральные уравнения:

$$\left(\mathrm{P}^{\gamma}_{\delta,1} f\right)(x) = \int_0^x \left(x^2 - t^2\right)^{-\gamma/2} P^{\gamma}_{\delta}\left(\frac{x}{t}\right) f(t)dt = Ax^{\beta-1}\theta(d-x),\ x > 0, \tag{37}$$

при $\nu < \min((-\delta+1),(\delta+2)), \delta > -1, \gamma+\delta < 0$;

$$\left(\mathrm{P}^{\gamma}_{\delta,4} f\right)(x) = \int_0^x \left(x^2 - t^2\right)^{-\gamma/2} P^{\gamma}_{\delta}\left(\frac{t}{x}\right) f(t)dt = Ax^{\beta-1}\theta(d-x),\ x>0, \tag{38}$$

при $\nu < \min(1, (\delta - \gamma + 4))$, $\gamma - \delta < 2, \delta < -1$;

$$\left(\mathrm{P}^{\gamma}_{\delta,3} f\right)(x) = \int_x^{\infty} \left(t^2 - x^2\right)^{-\gamma/2} P^{\gamma}_{\delta}\left(\frac{x}{t}\right) f(t)dt = Ax^{\beta-1}\theta(d-x),\ x>0, \tag{39}$$

при $\nu > \max\{(2\delta - \gamma + 1),\ (-\delta - 2)\}$, $\gamma - \delta < 2, \delta < -1$;

$$\left(\mathrm{P}^{\gamma}_{\delta,2} f\right)(x) = \int_x^{\infty} \left(t^2 - x^2\right)^{-\gamma/2} P^{\gamma}_{\delta}\left(\frac{t}{x}\right) f(t)dt = Ax^{\beta-1}\theta(d-x),\ x>0, \tag{40}$$

при $\nu > \max\{(-\gamma + \delta + 1), (-\gamma - \delta)\}$, $\delta > -1, \gamma + \delta < 0$, – имеют единственные решения $f \in \mathfrak{L}_{\nu,r}$, выражаемые соответственно формулами:

$$f(x) = (2x)^{\delta+1} \mathrm{I}^{-\delta-1}_{0+;x^2}\ \mathrm{I}^{\gamma+\delta}_{0+} Ax^{\beta-1}\theta(d-x), \tag{41}$$

$$f(x) = \mathrm{I}^{\gamma-\delta-2}_{0+} \mathrm{I}^{\delta+1}_{0+;x^2} (2x)^{-\delta-1} Ax^{\beta-1}\theta(d-x), \tag{42}$$

$$f(x) = (x/2)^{\delta+1} \mathrm{I}^{\gamma-\delta-2}_{-} x^{1-\gamma-\delta} \mathrm{I}^{\delta+1}_{-;x^2} x^{\gamma-\delta-3} Ax^{\beta-1}\theta(d-x), \tag{43}$$

$$f(x) = 2^{\delta+1} x^{\gamma+\delta+1} \mathrm{I}^{-\delta-1}_{-;x^2} x^{1+\delta-\gamma} \mathrm{I}^{\gamma+\delta}_{-} x^{-\delta-1} Ax^{\beta-1}\theta(d-x). \tag{44}$$

Докажем лемму.

Лемма 1. *Пусть* $\alpha \in \mathrm{C},\ \sigma > 0, \beta \in C$ *такие, что* $\mathrm{Re}(\beta) > 1 - \sigma$.

(а) *Если* $\mathrm{Re}(\alpha) > 0$, *то*

$$\left(\mathrm{I}^{\alpha}_{0+;x^{\sigma}} t^{\beta-1}\right)(x) = \frac{\Gamma\left(1 + \dfrac{\beta-1}{\sigma}\right)}{\Gamma\left(1 + \alpha + \dfrac{\beta-1}{\sigma}\right)} x^{\beta+\sigma\alpha-1}. \tag{45}$$

(б) *Если* $\mathrm{Re}(\alpha) \geq 0$, *то*

$$\left(D^{\alpha}_{0+;x^{\sigma}} t^{\beta-1}\right)(x) = \frac{\Gamma\left(1 + \dfrac{\beta-1}{\sigma}\right)}{\Gamma\left(1 - \alpha + \dfrac{\beta-1}{\sigma}\right)} x^{\beta-\sigma\alpha-1}.$$

Доказательство. (а) Применяя последовательно формулы (17), (3), (4), получаем

$$\left(\mathrm{I}^{\alpha}_{0+;x^{\sigma}} t^{\beta-1}\right)(x) = \frac{\sigma}{\Gamma(\alpha)} \int_0^x \frac{t^{\sigma-1} t^{\beta-1}}{\left(x^{\sigma} - t^{\sigma}\right)^{1-\alpha}}\, dt = \frac{\sigma}{\Gamma(\alpha)} \int_0^x \frac{t^{\sigma+\beta-2}}{\left(x^{\sigma} - t^{\sigma}\right)^{1-\alpha}} dt = \left[\, y = \frac{t^{\sigma}}{x^{\sigma}} \,\right] =$$

$$= \frac{x^{\alpha\sigma+\beta-1}}{\Gamma(\alpha)} \int_0^1 y^{\frac{\beta-1}{\sigma}+1-1} (1-y)^{\alpha-1} dy = \frac{x^{\alpha\sigma+\beta-1}}{\Gamma(\alpha)} \mathrm{B}\left(1 + \frac{\beta-1}{\sigma}, \alpha\right) =$$

$$= \frac{\Gamma\left(1 + \dfrac{\beta-1}{\sigma}\right)\Gamma(\alpha)}{\Gamma\left(1 + \dfrac{\beta-1}{\sigma} + \alpha\right)} \frac{x^{\alpha\sigma+\beta-1}}{\Gamma(\alpha)} = \frac{\Gamma\left(1 + \dfrac{\beta-1}{\sigma}\right)}{\Gamma\left(1 + \alpha + \dfrac{\beta-1}{\sigma}\right)} x^{\alpha\sigma+\beta-1}$$

$(x > 0, \mathrm{Re}(\alpha) > 0, \mathrm{Re}(\beta) > 1 - \sigma, \sigma > 0)$.

(б) Применяя последовательно формулы (19), (45), (2), получаем

$$\left(D^{\alpha}_{0+;x^{\sigma}}t^{\beta-1}\right)(x)=\left(\frac{d}{\sigma x^{\sigma-1}dx}\right)^{n}\left(\mathrm{I}^{n-\alpha}_{0+;x^{\sigma}}t^{\beta-1}\right)(x)=\left(\frac{d}{\sigma x^{\sigma-1}dx}\right)^{n}\left(\frac{\sigma}{\Gamma(\alpha)}\int_{0}^{x}\frac{t^{\beta+\sigma-2}}{\left(x^{\sigma}-t^{\sigma}\right)^{1-n+\alpha}}\,dt\right)=$$

$$=\left(\frac{d}{\sigma x^{\sigma-1}dx}\right)^{n}\left(\frac{\sigma}{\Gamma(\alpha)}\frac{\Gamma\left(1+\frac{\beta-1}{\sigma}\right)}{\Gamma\left(1-\alpha+\frac{\beta-1}{\sigma}+n\right)}x^{\sigma\left(\left(\frac{\beta-1}{\sigma}\right)-\alpha+n\right)}\right)=$$

$$=\left(\frac{d}{\sigma x^{\sigma-1}dx}\right)^{n}\left(\frac{\sigma}{\Gamma(\alpha)}\frac{\Gamma\left(1+\frac{\beta-1}{\sigma}\right)}{\left(1-\alpha+\frac{\beta-1}{\sigma}\right)_{n}\Gamma\left(1-\alpha+\frac{\beta-1}{\sigma}\right)}x^{\sigma\left(\left(\frac{\beta-1}{\sigma}\right)-\alpha+n\right)}\right)=\frac{\Gamma\left(1+\frac{\beta-1}{\sigma}\right)}{\Gamma\left(1-\alpha+\frac{\beta-1}{\sigma}\right)}x^{\beta-\sigma\alpha-1}$$

$(x>0,\mathrm{Re}(\alpha)\geq 0,\mathrm{Re}(\beta)>1-\sigma,\sigma>0)$.

Лемма доказана.

Лемма 2. *Пусть* $\alpha\in C,\sigma>0,\beta\in C$.

(а) *Если* $\mathrm{Re}(\alpha)>0$ *и* $\sigma\,\mathrm{Re}(\alpha)+\mathrm{Re}(\beta)<1$, то

$$\left(\mathrm{I}^{\alpha}_{-;x^{\sigma}}t^{\beta-1}\right)(x)=\frac{\Gamma\left(\frac{1-\beta}{\sigma}-\alpha\right)}{\Gamma\left(\frac{1-\beta}{\sigma}\right)}x^{\beta+\sigma\alpha-1}.$$

(б) *Если* $\mathrm{Re}(\alpha)\geq 0$ *и* $\sigma\,[n-\mathrm{Re}(\alpha)]+\mathrm{Re}(\beta)<1,\ n=[\mathrm{Re}(\alpha)]+1$, то

$$\left(D^{\alpha}_{-;x^{\sigma}}t^{\beta-1}\right)(x)=\frac{\Gamma\left(\frac{1-\beta}{\sigma}+\alpha\right)}{\Gamma\left(\frac{1-\beta}{\sigma}\right)}x^{\beta-\sigma\alpha-1}.$$

Доказательство леммы 2 проводится аналогично доказательству леммы 1 с использованием формул (18) и (20) соответственно.

Применяя лемму 1, лемму 2, формулы (13)–(14) и (15)–(16) из представлений (41)–(44) окончательно получаем:

$$f(x)=2^{\delta+1}A\frac{\Gamma(\beta)\Gamma\left(\frac{\gamma+\delta+\beta+1}{2}\right)}{\Gamma(\gamma+\delta+\beta)\Gamma\left(\frac{\gamma-\delta+\beta-1}{2}\right)}x^{\gamma+\beta-2}\theta(d-x),\qquad(46)$$

$\beta>\max(0,-\delta-\gamma,-\delta-\gamma-1,-\delta+\gamma+1)$;

$$f(x)=2^{-\delta-1}A\frac{\Gamma(\delta+\beta+1)\Gamma\left(\frac{-\delta+\beta}{2}\right)}{\Gamma(\gamma+\beta-1)\Gamma\left(\frac{\delta+\beta}{2}+1\right)}x^{\gamma+\beta-2}\theta(d-x),\qquad(47)$$

$\beta>\max(\delta,-\delta-1,-\delta-2,1-\gamma)$;

$$f(x)=2^{-\delta-1}A\frac{\Gamma(3-\gamma-\beta+\delta)\Gamma\left(\frac{-\gamma-\delta-\beta}{2}+1\right)}{\Gamma(1-\beta)\Gamma\left(\frac{-\gamma+\delta-\beta}{2}+2\right)}x^{\gamma+\beta-2}\theta(d-x)\,, \tag{48}$$

$\beta<\min(1,3-\gamma+\delta,4-\gamma+\delta,2-\gamma-\delta)$;

$$f(x)=2^{\delta+1}A\frac{\Gamma(2-\gamma-\beta)\Gamma\left(\frac{3+\delta-\beta}{2}\right)}{\Gamma(2+\delta-\beta)\Gamma\left(\frac{1-\delta-\beta}{2}\right)}x^{\gamma+\beta-2}\theta(d-x)\,, \tag{49}$$

$\beta<\min(1-\delta,2+\delta,3+\delta,2-\gamma)$, – соответственно для уравнений (37) – (40).

ЛИТЕРАТУРА

1. Самко, С.Г. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения / С.Г. Самко, А.А. Килбас, О.И. Маричев. – Минск, 1987. – 688 с.
2. Бейтмен, Г. Высшие трансцендентные функции: в 3 т. / Г. Бейтмен, А. Эрдейи. – М.: Наука, 1973. – Т. 1: Гипергеометрическая функция Гаусса. Функция Лежандра. – 294 с.
3. Джрбашян, М.М. Интегральные преобразования и представления функций в комплексной области / М.М. Джрбашян. – М.: Наука, 1966.
4. Прудников, А.П. Интегралы и ряды: в 3 т. / А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев. – М.: Наука, 1986. – Т. 3: Дополнительные главы. – 801 с.
5. Kilbas, A.A. Theory and applications of fractional differential equation / A.A. Kilbas, H.M. Srivastava, J.J. Trujillo // North-Hollend Mathematics Studies. – Amsterdam, 2006. – Vol. 204.
6. Скоромник, О.В. Решение интегральных уравнений с функцией Лежандра в ядрах в $\mathfrak{L}_{\eta,r}$-пространствах / О.В. Скоромник // Вестн Белорус. гос. ун-та. Сер. 1, Физика. Математика. Информатика. – 2008. – № 13. – С. 68–73.

Поступила 05.09.2014

THE SOLUTION OF SOME INTEGRAL EQUATIONS WITH THE LEGENDRE FUNCTION IN KERNELS IN $\mathfrak{L}_{\nu,r}$ - SPACES

O. SKOROMNIK, Y. ZHAVORONOK

Four integral equations of the first kind on the positive half axis involving the Legendre function in the kernels are considered. Using the representations of the integral operators in the left – hand sides of the considering equations as the compositions of fractional integral operators with power weights, the conditions for their boundedness from one weight spaces of summable functions into other spaces were established earlier. These results are applied to deduce explicit solutions of the integral equations in considered spaces, studied in the paper.

УДК 517.544; 517.548

МЕТОД ФОРМАЛЬНОГО УМНОЖЕНИЯ ГИПЕРФУНКЦИЙ И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЕ

канд. физ.-мат. наук Т.М. УРБАНОВИЧ, С.В. БЕЛЯЙ
(Полоцкий государственный университет)

Представлен исторический обзор развития теории обобщенных функций и сравнительный анализ различных подходов к обобщению понятия функции. Рассматриваются гиперфункции Сато как обобщение понятия функции. Анализируется проблема умножения обобщённых функций. Рассматривается проблема умножения гиперфункций. Методом формального умножения гиперфункций решается краевая задача о скачке со степенной правой частью.

1. Обобщённые функции

Необходимость обобщения понятия функции возникает во многих технических, физических и математических задачах. Обобщённая функция дает возможность выражать в математически корректной форме такие идеализированные понятия, как плотность материальной точки, плотность точечного заряда или диполя, (пространственную) плотность простого или двойного слоя, интенсивность мгновенно действующего источника, интенсивность силы, приложенной к точке, и т. д. С другой стороны, в понятии обобщенной функции находит отражение и тот факт, что реально нельзя измерить значение физической величины в точке, можно измерить лишь ее средние значения в достаточно малых окрестностях этой точки. Таким образом, понятие обобщенной функции учитывает эту двойственную природу измерений и потому служит адекватным аппаратом для описания распределений различных физических величин [1].

В конце 20-х годов XX века П. Дирак [2] ввел так называемую δ-функцию, обладающую следующими свойствами: $\delta(x) = 0$ для $x \neq 0$, и если φ – любая непрерывная функция, то

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x)\varphi(x) = \varphi(0). \qquad (1)$$

δ-функция не есть функция, понимаемая в классическом смысле, она действует как функционал, сопоставляющий по формуле (1) каждой непрерывной функции φ число $\varphi(0)$ – ее значение в нуле. Понадобилось несколько лет, чтобы найти математически корректное определение δ-функции, её производных и самого понятия обобщённой функции [1].

Одним из самых ранних математических методов обобщения понятия функции был функциональный метод, предложенный С.Л. Соболевым [3] и Л. Шварцем [4].

В середине 30-х годов XX века С.Л. Соболев [3] заложил основы теории обобщенных функций как линейных непрерывных функционалов над пространством достаточно «хороших» (так называемых основных) функций и применил их при исследовании задачи Коши для уравнений гиперболического типа.

Опираясь на созданную школой Н. Бурбаки теорию линейных локально-выпуклых топологических пространств, Л. Шварц дал систематическое изложение теории обобщенных функций в его знаменитой двухтомной монографии [4] и указал на ряд важных применений этой теории.

Напомним, что пространство Шварца основных функций $D(\Upsilon)$, $\Upsilon \subseteq R$, состоит из бесконечно дифференцируемых функций на Υ с компактным носителем, т.е. из таких функций φ, что $\varphi(x) = 0$ вне фиксированного компакта, целиком принадлежащего Υ.

При этом сходимость в $D(\Upsilon)$ определяется следующим образом: все функции $\varphi_n(x)$ должны обращаться в нуль вне фиксированного компакта, целиком принадлежащего Υ, и сходиться равномерно на этом множестве. Такое же требование налагается и на каждую последовательность их производных любого порядка.

Распределением Шварца называется всякий линейный непрерывный функционал, определенный на пространстве основных функций $D(\Upsilon)$. Пространство распределений обозначается $D'(\Upsilon)$.

Имеется другой (секвенциальный) подход к понятию обобщенной функции, развитый позднее польскими математиками Я. Микусинским, П. Антосиком и Р. Сикорским [5]. В этом подходе под обобщенной функцией понимается класс эквивалентности слабо сходящихся последовательностей [6, с. 304], обычных достаточно «хороших» функций.

Каждой обобщённой функции в функциональном подходе соответствует единственная обобщённая функция в секвенциальном подходе и наоборот. Каждая теорема об обобщенных функциях, доказанная функциональным методом, может быть доказана, и секвенциальным методом, и наоборот [5, с. 6]. Эти два подхода к понятию обобщенной функции эквивалентны.

Понятие обобщенной функции И.М. Гельфанд и Г.Е. Шилов [7] расширили, включив в рассмотрение целую шкалу пространств основных функций как бесконечно дифференцируемых, так и аналитических. Это направление под названием теории ультрараспределений разрабатывалось далее С. Румье, А. Берлингом и Х. Коматсу [8]. Следующий этап в развитии этого направления представляет теория гиперфункций, построенная М. Сато [9–12]. В отличие от обобщённых функций и ультрараспределений, гиперфункции не являются линейными непрерывными функционалами ни над каким пространством основных функций (см., например, [1]).

2. Гиперфункции Сато

Одним из вариантов обобщения понятия функции являются гиперфункции Сато, предложенные М. Сато в конце 50-х годов XX столетия. В терминах гиперфункций удобно описывать граничные значения голоморфных функций, строить произведения обобщённых функций или ультрараспределений, формулировать теоремы типа теорем об «острие клина» Боголюбова, описывать сингулярности решений дифференциальных уравнений с особенностями (см. [1]).

Приведём определение гиперфункции Сато (см. [9–15]).

Определение 1. Пусть D – область, содержащая интервал $Y = (a, b)$ оси x. D^+ – часть области D, примыкающая к Y из верхней полуплоскости, D^- – часть области D, примыкающая к Y из нижней полуплоскости. Пусть $F^+(z)$ – функция, аналитическая в D^+, $F^-(z)$ – функция, аналитическая в D^-. Пары функций $\{ F^+(z),\ F^-(z) \}$ и $\{ F^+(z) + F_0(z),\ F^-(z) + F_0(z) \}$ называются эквивалентными, если функция $F_0(z)$ аналитична в области $D = D^+ \cup D^- \cup Y$.

Определение 2. Гиперфункцией $f(x)$, порождённой парой $\{ F^+(z),\ F^-(z) \}$ на интервале $Y = (a, b)$, $-\infty \le a < b \le +\infty$, называется класс эквивалентности пары функций $\{ F^+(z),\ F^-(z) \}$.

При этом используется следующее обозначение (см., например, [13]):

$$f(x) = H.F.\{ F^+(z),\ F^-(z) \}.$$

Определение 3. ([13, с. 12]) Пара $\{ F^+(z),\ F^-(z) \}$ называется производящей парой для гиперфункции $f(x)$; $F^+(z)$ и $F^-(z)$ называются соответственно верхней и нижней компонентами производящей пары.

Для простоты изложения везде далее верхнюю и нижнюю компоненты производящей пары (см. определение 3) будем называть верхней и нижней компонентами гиперфункции.

Определение 4. ([13, с. 12]) Если в некоторой точке $x = c$, $c \in (a,b)$, существует предел

$$f(c) = \lim_{\varepsilon \to +0} \{ F^+(c + i\varepsilon) - F^-(c - i\varepsilon) \},$$

то значение этого предела называется значением гиперфункции $f(x) = H.F.\{ F^+(z),\ F^-(z) \}$ в точке $x = c$.

В тех точках $x \in (a,b)$, в которых предел

$$\lim_{\varepsilon \to +0} \{ F^+(x + i\varepsilon) - F^-(x - i\varepsilon) \}$$

не существует, значение гиперфункции $f(x)$ считается неопределённым.

Определение 5. ([13, с. 12–13]) Обыкновенная функция, соответствующая гиперфункция $f(x) = H.F.\{ F^+(z),\ F^-(z) \}$, определяется следующим образом:

$$O.F.\ f(x) = \lim_{\varepsilon \to +0} \{ F^+(x + i\varepsilon) - F^-(x - i\varepsilon) \},$$

то есть обыкновенная функция, соответствующая данной гиперфункции, определена для тех $x \in (a,b)$, для которых последний предел существует.

Определение гиперфункции $f(x) = H.F.\{ F^+(z),\ F^-(z) \}$ не зависит от вспомогательных областей D^+, D^- (см. [1, с. 38]). Действительно, пусть D_1 – область, содержащая интервал $Y = (a, b)$ оси x. D_1^+ – часть области D_1, примыкающая к Y из верхней полуплоскости; D_1^- – часть области D_1, примыкающая к Y из нижней полуплоскости, причем $D_1^+ \supset D^+$, $D_1^- \supset D^-$. Всякая гиперфункция $f_1(x) = H.F.\{ F_1^+(z),\ F_1^-(z) \}$, где функции $F_1^+(z)$, $F_1^-(z)$ аналитичны в D_1^+, D_1^- соответственно, являются и

гиперфункцией, порождённой функциями $F_1^+(z)$, $F_1^-(z)$ на D^+, D^- соответственно. Обратно, если $f(x) = H.\,F.\{\,F^+(z),\ F^-(z)\,\}$ – гиперфункция, порождённая парой $\{\,F^+(z),\ F^-(z)\,\}$, где $F^+(z)$, $F^-(z)$ аналитичны в D^+, D^- соответственно, то по теореме Миттаг – Леффлера существует функция $F_0(z)$, аналитическая в области $D = D^+ \cup D^- \cup Y$, и такая, что функции $F_1^+(z) = F^+(z) + F_0(z)$, $F_1^-(z) = F_1^-(z) + F_0(z)$ допускают аналитическое продолжение в D_1^+, D_1^- соответственно.

Множество всех гиперфункций в интервале Y обозначим через $\beta(Y)$; $\beta = \beta(R)$. Если $f \in \beta(Y)$, то из определения гиперфункции следует, что для любого интервала $Y' \subset Y$ существует однозначное сужение f на Y': $f_{Y'} \in \beta(Y')$. Справедливо и обратное утверждение: всякая гиперфункция $f \in \beta(Y)$ может быть продолжена как элемент $\tilde{f} \in \beta(\tilde{Y})$ для любого интервала $Y' \supset Y$. В частности, при $\tilde{Y} = R$, $Y \subset \tilde{Y}$, $f \in \beta(Y)$ может быть продолжена как элемент $\tilde{f} \in \beta$. Действительно, пусть $f = H.\,F.\{\,F^+(z),\ F^-(z)\,\}$. По теореме о монодромии [16, с. 218] в качестве производящей пары можно выбрать пару $\{\,F^+(z),\ F^-(z)\,\}$, такую, что $F^+(z)$ аналитична во всей верхней полуплоскости ($Imz > 0$), а $F^-(z)$ аналитична во всей нижней полуплоскости ($Imz < 0$). Поскольку $Y \subset R$, осталось положить $\tilde{f} = H.\,F.\{\,F^+(z),\ F^-(z)\,\}$.

Гиперфункция $f \in \beta(Y)$ равна 0, если $f = H.\,F.\{\,F_0(z),\ F_0(z)\,\}$, где функция $F_0(z)$ аналитична в области $D = D^+ \cup D^- \cup Y$.

Гиперфункция $f \in \beta(Y)$ равна 0 в $Y' \subset Y$, если $f_{Y'} = 0$ как элемент $\beta(Y')$.

Существует (наибольшее) открытое множество $Y_f \subset Y$, в котором заданная гиперфункция $f \in \beta(Y)$ обращается в нуль.

Определение 6. ([1, с. 38]) Множество $Y \setminus Y_f$ называется носителем f и обозначается *suppf*.

Обозначим через $\beta_K(Y)$ совокупность гиперфункций в интервале $Y = (a, b)$ с носителем в $K = suppf$.

Определение 7. ([1, с. 39]) Функция $\varphi(x)$ называется вещественно-аналитической на множестве $M \subset R$, если она допускает аналитическое продолжение в комплексную окрестность U множества M.

Совокупность всех вещественно-аналитических функций на некотором компакте $\tilde{K} \subset R$ обозначим через $A_{\tilde{K}}$. Сходимость $\varphi_n \to 0$, $n \to \infty$ в $A_{\tilde{K}}$ означает следующее: существует комплексная окрестность D компакта $\tilde{K}$, такая, что все функции $\varphi_n(z)$ аналитичны в D и φ_n при $n \to \infty$ равномерно сходится к нулю для любого компакта $K' \subset D$.

Всякая гиперфункция $f(x) = H.\,F.\{\,F^+(z),\ F^-(z)\,\}$ из $\beta_K(Y)$ определяет линейный непрерывный функционал на A_K при $K = suppf$ по формуле

$$(f, \varphi) = \int_{\Gamma_K} F(z)\varphi(z)dz, \qquad (2)$$

где Γ_K – любой замкнутый контур в D, охватывающий K один раз, $\varphi(z)$ – комплексно-аналитическая функция, полученная с помощью аналитического продолжения вещественно-аналитической функции $\varphi(x)$ в комплексную окрестность D компакта K.

Формула (2) описывает все линейные непрерывные функционалы на A_K. Это соответствие линейно и взаимно однозначно. Таким образом, множество гиперфункций в интервале $Y = (a, b)$ с носителем в $K = suppf$ изоморфно множеству $A'(K)$ линейных непрерывных функционалов на основном пространстве A_K (см. [1, с. 39]).

Более подробные сведения о гиперфункциях Сато можно найти в [9 –15].

3. Проблема умножения обобщённых функций

Проблема определения произведения обобщённых функций возникает в ряде прикладных и теоретических исследований, в том числе и при построении теории краевой задачи Римана с обобщённым коэффициентом (см., например, [17]).

В 1954 году Л. Шварц [18] показал, что в пространстве распределений невозможно задать всюду ассоциативное определение произведения. Задача определения такого произведения и сегодня остаётся актуальной.

Несмотря на отдельные успехи, связанные с определением произведения распределений из специальных классов, в общем случае эта задача не решена. Однако удалось выделить пары распределений, для которых достаточно хорошо определено произведение (см., например, работы Я. Микусинского [19], П. Антосика, Я. Микусинского, Р. Сикорского [20], а также работы Б. Фишера [21–25]).

В 1970–1980-е годы интенсивное развитие получил другой подход. Он основан на введении вместо распределений новых объектов, которые, обладая основными свойствами распределений, допускают корректную операцию умножения, при этом пространство распределений или его часть естественно вкладываются в пространства новых объектов (новых обобщённых функций) (см., например, работы Б. Дамьянова и Х. Христова [28], В.К. Иванова [26–29]).

Большой вклад в развитие данного подхода внесли работы Ж.-Ф. Коломбо [30; 31]. Он построил алгебру новых обобщённых функций и вложение в неё классического пространства распределений Л. Шварца.

Общий метод построения алгебр новых обобщённых функций (мнемофункций) предложили А.Б. Антоневич и Я.В. Радыно (см., например, [32]).

Следует отметить, что проблема определения произведения существует и в пространствах гиперфункций.

4. Проблема умножения гиперфункций

Приведём некоторые определения, следуя [13].

Определение 8. Пусть $f(x) = H.F.\{F^+(z),\ F^-(z)\}$ – гиперфункция, заданная на интервале $Y = (a, b)$, $\varphi(z)$ – функция, аналитическая в $D = D^+ \cup D^- \cup Y$. Тогда произведение гиперфункции $f(x)$ и функции $\varphi(x)$ определяется следующим образом:

$$f(x)\cdot\varphi(x) = H.F.\{\varphi(z)\ F^+(z),\ \varphi(z)\ F^-(z)\}.$$

Определение 9. Пусть $f(x) = H.F.\{F^+(z),\ F^-(z)\}$ – гиперфункция, заданная на интервале $Y = (a, b)$, $\psi(z)$ – функция аналитическая в $D = D^+ \cup D^- \cup Y \setminus \{c_1, c_2, \ldots, c_n\}$, где $a < c_1 < c_2 < \ldots < c_n < b$. Тогда произведение гиперфункции $f(x)$ и функции $\psi(x)$ определяется следующим образом:

$$f(x)\cdot\psi(x) = \sum_{p=0}^{n} (f(x)\cdot\psi(x))H(x;\ c_p;\ c_{p+1}).$$

Здесь $c_0 = a$, $c_{n+1} = b$, $H(x;c_p;c_{p+1}) = \begin{cases} 0, x > c_p, \\ 1, c_p < x < c_{p+1}, \\ 0, x > c_{p+1}. \end{cases}$

Определение 10. Пусть $f_1(x) = H.F.\{F_1^+(z),\ F_1^-(z)\}$, $f_2(x) = H.F.\{F_2^+(z),\ F_2^-(z)\}$ – гиперфункции, заданные на интервале $Y = (a, b)$, причём $F_1^+(z)$ регулярная аналитическая в $D^+ \cup Y$, $F_1^-(z)$ регулярная аналитическая в $D^- \cup Y$. Тогда произведение гиперфункций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ определяется следующим образом:

$$f_1(x)\cdot f_2(x) = H.F.\{(F_1^+(z) - F_1^-(z))F_2^+(z), (F_1^+(z) - F_1^-(z))\ F_2^-(z)\}.$$

Напомним, что функция $F_1^+(z)$ регулярная аналитическая в области $D^+ \cup Y$, если существует функция $\tilde{F}_1^+(z)$, аналитическая в области G, $G \supset D^+ \cup Y$, такая, что сужение функции $\tilde{F}_1^+(z)$ на область $D^+ \cup Y$ совпадает с функцией $F_1^+(z)$; аналогично функция $F_1^-(z)$ регулярная аналитическая в области $D^- \cup Y$, если существует функция $\tilde{F}_1^-(z)$, аналитическая в области G, $G \supset D^- \cup Y$, такая, что сужение функции $\tilde{F}_1^-(z)$ на область $D^- \cup Y$ совпадает с функцией $F_1^-(z)$. Поэтому $(F_1^+(z) - F_1^-(z))$ есть функция, аналитическая в некоторой области, содержащей Y, и определение 10 сводится к определению 8.

Определение 11. Пусть $f_1(x) = H.F.\{F_1^+(z),\ F_1^-(z)\}$, $f_2(x) = H.F.\{F_2^+(z),\ F_2^-(z)\}$ – гиперфункции, заданные на интервале $Y = (a, b)$, и пусть функция $F_1(z)$ регулярна в области $D = D^+ \cup D^- \cup (Y \setminus \{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{m1}\})$, где $a < \alpha_1 < \alpha_2 < \ldots < \alpha_{m1} < b$, функция $F_2(z)$ регулярна в облас-

ти $D = D^+ \cup D^- \cup (Y \setminus \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{m2}\})$, где $a < \beta_1 < \beta_2 < \dots < \beta_{m2} < b$, причём $\alpha_j \neq \beta_k$, $j = 1, 2, \dots, m1$, $k = 1, 2, \dots, m2$. Тогда произведение гиперфункций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ определяется следующим образом:

$$f_1(x) \cdot f_2(x) = \sum_{p=0}^{n} (f_1(x) \cdot f_2(x)) H(x; c_p; c_{p+1}).$$

Здесь $c_0 = a$, $c_{n+1} = b$, точки $c_p \in (a,b)$ выбраны так, что на каждом интервале (c_p, c_{p+1}) содержатся либо только точки α_j, либо только точки β_k.

***Определение* 12.** Пусть $f(x) = H.F.\{F^+(z), F^-(z)\}$ – гиперфункция, заданная на интервале $Y = (a, b)$, $\psi(z)$ – функция аналитическая в $D = D^+ \cup D^- \cup Y \setminus \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$, где $a < c_1 < c_2 < \dots < c_n < b$. Тогда формальное произведение гиперфункции $f(x)$ и функции $\psi(x)$ определяется следующим образом:

$$f(x) \circ \psi(x) = H.F.\{\psi(z)\ F^+(z), \psi(z)\ F^-(z)\}. \quad (3)$$

Действительно, гиперфункцию $f(x) = H.F.\{F^+(z), F^-(z)\}$ – гиперфункция, заданная на интервале $Y = (a, b)$, можно записать в эквивалентном виде

$$f(x) = H.F.\{F^+(z) + \phi(z), F^-(z) + \phi(z)\},$$

где $\phi(z)$ – функция, аналитическая во всей области D.

Тогда произведение гиперфункции $f(x)$ и функции $\psi(x)$ определяется следующим образом:

$$f(x) \cdot \psi(x) = H.F.\{\psi(z)\ F^+(z), \psi(z)\ F^-(z)\} + H.F.\{\psi(z)\phi(z), \psi(z)\phi(z)\},$$

т.е. получается неоднозначность в определении произведения. Чтобы обойти эту сложность, пользуются формальным произведением (3), выбирая для гиперфункции в качестве производящей пары наиболее подходящую (удобную) в каждой конкретной задаче (см., например, [13]).

5. Применение метода формального умножения гиперфункций

Рассмотрим в классе гиперфункций Сато $H.F.\{\Phi^+(z), \Phi^-(z)\}$ (см., например, определение 1) решение краевой задачи Римана о скачке [33, с. 106]:

$$\Phi^+(x) - \Phi^-(x) = \prod_{j=1}^{m} (x - a_j)^{\alpha_j}, \quad -\infty < x < +\infty, \quad (4)$$

где a_j – точки, принадлежащие действительной прямой, $a_1 < a_2 < \dots < a_m$, $a_j \in R$, $j = \overline{1,m}$.

Под решением задачи (4) в классе гиперфункций Сато будем понимать гиперфункцию $H.F.\{\Phi^+(z), \Phi^-(z)\}$, для которой равенство (4) выполняется во всех тех точках $x \in R$, в которых её значение существуют (см. определение 2).

Начнём рассматривать в классе гиперфункций простейшую неоднородную краевую задачу Римана (4) с частного случая $m = 1$, т. е. решим в классе гиперфункций задачу

$$\Phi^+(x) - \Phi^-(x) = (x - a)^{\alpha}, \quad -\infty < x < +\infty. \quad (5)$$

Для того чтобы решить задачу (5), надо реинтерпретировать (представить) обыкновенную функцию $f_{a,\alpha}(x) = (x-a)^{\alpha}$ в виде гиперфункции.

Лемма 1. Гиперфункция $H.F.\{F^+_{1,a,\alpha}(z), F^-_{1,a,\alpha}(z)\}$, соответствующая обыкновенной функции $f_{a,\alpha}(x) = (x-a)^{\alpha}$, $-\infty < x < a$, $\alpha \in R$, имеет вид

$$H.F.\{F^+_{1,a,\alpha}(z), F^-_{1,a,\alpha}(z)\} = H.F.\left\{\left[-\frac{i}{2\sin\pi\alpha}(-1)^{\alpha}(z-a)^{\alpha}\right]_+, \left[-\frac{i}{2\sin\pi\alpha}(-1)^{\alpha}(z-a)^{\alpha}\right]_-\right\}, \quad (6)$$

где $(z-a)^{\alpha}$ – фиксированная однозначная ветвь многозначной функции в плоскости с разрезом по лучу $-\infty < x < a$, положительная на верхнем берегу этого разреза; $[...]_+$, $[...]_-$ означают в (6) соответственно верхнюю и нижнюю компоненту гиперфункции, соответствующей обыкновенной функции $f_{a,\alpha}(x) = (x-a)^{\alpha}$, $-\infty < x < a$.

Доказательство. Для доказательства достаточно проверить, что разность предельных значений функции $F_{1,a,\alpha}(z) = -\dfrac{i}{2\sin\pi\alpha}(-1)^{\alpha}(z-a)^{\alpha}$ при $x<a$ равна $(x-a)^{\alpha}$.

$$\lim_{\substack{z\to x,\\ \operatorname{Im} z>0,\\ x<a}} F^{+}_{1,a,\alpha}(z) - \lim_{\substack{z\to x,\\ \operatorname{Im} z<0,\\ x<a}} F^{-}_{1,a,\alpha}(z) = \lim_{\substack{z\to x,\\ \operatorname{Im} z>0,\\ x<a}} \left[-\frac{i}{2\sin\pi\alpha}(-1)^{\alpha}(z-a)^{\alpha} \right]_{+} -$$

$$- \lim_{\substack{z\to x,\\ \operatorname{Im} z<0,\\ x<a}} \left[-\frac{i}{2\sin\pi\alpha}(-1)^{\alpha}(z-a)^{\alpha} \right]_{-} = -\frac{i}{2\sin\pi\alpha}(-1)^{\alpha}|x-a|^{\alpha} e^{i\pi\alpha} - -\left(-\frac{i}{2\sin\pi\alpha}(-1)^{\alpha}|x-a|^{\alpha} e^{-i\pi\alpha} \right) =$$

$$= \left(\frac{e^{i\pi\alpha} - e^{-i\pi\alpha}}{2i\sin\pi\alpha} \right) (-1)^{\alpha}|x-a|^{\alpha} = (x-a)^{\alpha} \text{ при } -\infty < x < a .$$

$$\lim_{\substack{z\to x,\\ \operatorname{Im} z>0,\\ x>a}} F^{+}_{1,a,\alpha}(z) - \lim_{\substack{z\to x,\\ \operatorname{Im} z<0,\\ x>a}} F^{-}_{1,a,\alpha}(z) = 0.$$

Лемма доказана.

Лемма 2. Гиперфункция $H.F.\{ F^{+}_{2,a,\alpha}(z), F^{-}_{2,a,\alpha}(z) \}$, соответствующая обыкновенной функции $f_{a,\alpha}(x) = (x-a)^{\alpha}$, $a < x < +\infty$, $\alpha \in R$, имеет вид

$$H.F.\{ F^{+}_{2,a,\alpha}(z), F^{-}_{2,a,\alpha}(z) \} = H.F.\left\{ \left[\frac{i}{2\sin\pi\alpha}(-1)^{\alpha}(a-z)^{\alpha} \right]_{+}, \left[\frac{i}{2\sin\pi\alpha}(-1)^{\alpha}(a-z)^{\alpha} \right]_{-} \right\}, \qquad (7)$$

где $(a-z)^{\alpha}$ – фиксированная однозначная ветвь многозначной функции в плоскости с разрезом по лучу $a < x < +\infty$, положительная на верхнем берегу этого разреза; $[...]_{+}$, $[...]_{-}$ означают в (7) соответственно верхнюю и нижнюю компоненту гиперфункции, соответствующей обыкновенной функции $f_{a,\alpha}(x) = (x-a)^{\alpha}$, $a < x < +\infty$.

Доказательство. Для доказательства достаточно проверить, что разность предельных значений функции $F_{2,a,\alpha}(z) = -\dfrac{i}{2\sin\pi\alpha}(-1)^{\alpha}(a-z)^{\alpha}$ при $x>a$ равна $(x-a)^{\alpha}$.

$$\lim_{\substack{z\to x,\\ \operatorname{Im} z>0,\\ x>a}} F^{+}_{2,a,\alpha}(z) - \lim_{\substack{z\to x,\\ \operatorname{Im} z<0,\\ x>a}} F^{-}_{2,a,\alpha}(z) = \lim_{\substack{z\to x,\\ \operatorname{Im} z>0,\\ x>a}} \left[\frac{i}{2\sin\pi\alpha}(a-z)^{\alpha} \right]_{+} - \lim_{\substack{z\to x,\\ \operatorname{Im} z<0,\\ x>a}} \left[\frac{i}{2\sin\pi\alpha}(a-z)^{\alpha} \right]_{-} =$$

$$= \frac{i}{2\sin\pi\alpha}|x-a|^{\alpha} e^{-i\pi\alpha} - \left(\frac{i}{2\sin\pi\alpha}|x-a|^{\alpha} e^{i\pi\alpha} \right) = \left(\frac{e^{i\pi\alpha} - e^{-i\pi\alpha}}{2i\sin\pi\alpha} \right) |x-a|^{\alpha} = (x-a)^{\alpha}$$

при $a < x < +\infty$.

$$\lim_{\substack{z\to x,\\ \operatorname{Im} z>0,\\ x<a}} F^{+}_{2,a,\alpha}(z) - \lim_{\substack{z\to x,\\ \operatorname{Im} z<0,\\ x<a}} F^{-}_{2,a,\alpha}(z) = 0.$$

Лемма доказана.

ТЕОРЕМА 1. Решение задачи (5) в классе гиперфункций Сато имеет вид

$$H.F.\left\{ \Phi^{+}(z), \Phi^{-}(z) \right\} = H.F.\left\{ F^{+}_{1,a,\alpha}(z) + F^{+}_{2,a,\alpha}(z), F^{-}_{1,a,\alpha}(z) + F^{-}_{2,a,\alpha}(z) \right\} =$$

$$= \frac{i}{2\sin\pi\alpha} H.F.\left\{ \left[(a-z)^{\alpha} - (-1)^{\alpha}(z-a)^{\alpha} \right]_{+}, \left[(a-z)^{\alpha} - (-1)^{\alpha}(z-a)^{\alpha} \right]_{-} \right\}.$$

Доказательство теоремы 1 базируется на утверждении лемм 1 и 2.

Перейдём непосредственно к решению задачи (4). Для этого применим метод формального произведения гиперфункций

$$f_{a_j\alpha_j}(x) = H.F.\left\{ F^{+}_{1,a,\alpha}(z) + F^{+}_{2,a,\alpha}(z), F^{-}_{1,a,\alpha}(z) + F^{-}_{2,a,\alpha}(z) \right\}, \; j = \overline{1,m} .$$

Формальное произведение построим следующим образом:

$$\prod_{j=1}^{m} f_{a_j\alpha_j}(x) = \text{H.F.}\left\{U^{+}_{a_1,a_2,\ldots,a_m;\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_m}(z), U^{-}_{a_1,a_2,\ldots,a_m;\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_m}(z)\right\},$$

где

$$U^{+}_{a_1,a_2,\ldots,a_m;\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_m}(z) = \prod_{j=1}^{m} F^{+}_{1,a_j,\alpha_j}(z) + F^{+}_{2,a_m,\alpha_m}(z)\prod_{j=1}^{m-1} F^{+}_{1,a_j,\alpha_j}(z) +$$

$$+F^{+}_{2,a_{m-1},\alpha_{m-1}}(z)F^{+}_{2,a_m,\alpha_m}(z)\prod_{j=1}^{m-2} F^{+}_{1,a_j,\alpha_j}(z) + \ldots + F^{+}_{1,a_1,\alpha_1}(z)\prod_{j=2}^{m} F^{+}_{2,a_j,\alpha_j}(z) + \prod_{j=1}^{m} F^{+}_{2,a_j,\alpha_j}(z),$$

$$U^{-}_{a_1,a_2,\ldots,a_m;\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_m}(z) = \prod_{j=1}^{m} F^{-}_{1,a_j,\alpha_j}(z) + F^{-}_{2,a_m,\alpha_m}(z)\prod_{j=1}^{m-1} F^{-}_{1,a_j,\alpha_j}(z) +$$

$$+F^{-}_{2,a_{m-1},\alpha_{m-1}}(z)F^{-}_{2,a_m,\alpha_m}(z)\prod_{j=1}^{m-2} F^{-}_{1,a_j,\alpha_j}(z) + \ldots + F^{-}_{1,a_1,\alpha_1}(z)\prod_{j=2}^{m} F^{-}_{2,a_j,\alpha_j}(z) + \prod_{j=1}^{m} F^{-}_{2,a_j,\alpha_j}(z).$$

ТЕОРЕМА 2. Решение задачи (4) в классе гиперфункций Сато имеет вид

$$\text{H.F.}\left\{\Phi^{+}(z), \Phi^{-}(z)\right\} = \text{H.F.}\left\{U^{+}_{a_1,a_2,\ldots,a_m;\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_m}(z), U^{-}_{a_1,a_2,\ldots,a_m;\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_m}(z)\right\}$$

Доказательство. Утверждение теоремы проверяется непосредственно.

При $m = 1$ теорема совпадает с теоремой 1.

При $m = 2$ равенство (4) проверяется непосредственно, для чего находится разность предельных значений

$$\lim_{\substack{z\to x,\\ \operatorname{Im} z>0\\ x\in R\setminus\{a_1,a_2\}}} U^{+}_{a_1,a_2;\alpha_1,\alpha_2}(z) - \lim_{\substack{z\to x,\\ \operatorname{Im} z<0\\ x\in R\setminus\{a_1,a_2\}}} U^{-}_{a_1,a_2;\alpha_1,\alpha_2}(z) =$$

$$\left(F^{+}_{1,a_1,\alpha_1}(x)F^{+}_{1,a_2,\alpha_2}(x) + F^{+}_{1,a_1,\alpha_1}(x)F^{+}_{2,a_2,\alpha_2}(x) + F^{+}_{2,a_1,\alpha_1}(x)F^{+}_{1,a_2,\alpha_2}(x) + F^{+}_{2,a_1,\alpha_1}(x)F^{+}_{2,a_2,\alpha_2}(x)\right) -$$

$$-\left(F^{-}_{1,a_1,\alpha_1}(x)F^{-}_{1,a_2,\alpha_2}(x) + F^{-}_{1,a_1,\alpha_1}(x)F^{-}_{2,a_2,\alpha_2}(x) + F^{-}_{2,a_1,\alpha_1}(x)F^{-}_{1,a_2,\alpha_2}(x) + F^{-}_{2,a_1,\alpha_2}(x)F^{-}_{2,a_2,\alpha_2}(x)\right)$$

в тех точках, в которых таковая существует (см. определение 2).

Таким образом, по известным решениям задач

$$\Phi^{+}(x) - \Phi^{-}(x) = (x-a_1)^{\alpha_1},\ -\infty < x < +\infty,$$

$$\Phi^{+}(x) - \Phi^{-}(x) = (x-a_2)^{\alpha_2},\ -\infty < x < +\infty$$

можно построить решение задачи (4) при $m = 2$. Этим же способом доказывается справедливость утверждения теоремы для $m \geq 3$.

Теорема доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Владимиров, В.С. Обобщенные функции и их применение / В.С. Владимиров. – М.: Знание, 1990. – 48 с.
2. Дирак, П. Принципы квантовой механики / П. Дирак. – 2-е изд. – М.: Наука, 1979. – 440 с.
3. Soboleff, S. M´ethode nouvelle `a r´esoudre le probl`eme de Cauchy pour les´equations lin´eaires hyperboliques normales / S. Soboleff // Матем. сб. – 1936. – V. 1(43), № 1. – С. 39–72.
4. Schwartz, L. Theorie des distributions / L. Schwartz. – Paris: Hermann, 1950. – V. 1; 1951. – V. 2.
5. Антосик, П. Теория обобщенных функций. Секвенциальный подход / П. Антосик, Я. Микусинский, Р. Сикорский. – М.: Мир, 1976. – 312 с.
6. Антоневич, А.Б. Функциональный анализ и интегральные уравнения / А.Б. Антоневич, Я.В. Радыно. – 2-е изд. – Минск: БГУ, 2006. – 430 с.
7. Гельфанд, И.М. Обобщенные функции и действия над ними / И.М. Гельфанд, Г.Е. Шилов. – М.: Физматгиз., 1959. – 470 с.
8. Komatsu, H. Ultradistributions, I. Structure theorems and characterization / H. Komatsu // Journal of the Faculty of Science, University of Tokyo. Sect. IA, Math. – 1973. – V. 20. – P. 25–105.

9. Sato, M. On a Generalization of the Concept of Functions / M. Sato // Proceedings of the Japan Academy. – 1958. – V. 34, № 3. – P. 126–130.
10. Sato, M. Theory of hyperfunctions / M. Sato // Sˆugaki 10. – 1958. – P. 1–27. (Japenese)
11. Sato, M. Theory of hyperfunctions, I / M. Sato // Journal of the Faculty of Science, University of Tokyo. Sect. 1. Mathematics. Astronomy. Physics. Chemistry. – 1959. – V. 8, № 1. – P. 139–193.
12. Sato, M. Theory of hyperfunctions, II / M. Sato // Journal of the Faculty of Science, University of Tokyo. Sect. 1. Mathematics. Astronomy. Physics. Chemistry. – 1960. – V. 8, № 2. – P. 387–437.
13. Imai, I. Applied Hyperfunction Theory / I. Imai. – Dordrecht: Kluwer AP, 1992. – 438 p
14. Kaneko, A. Introduction to hyperfunctions / A. Kaneko. – Dordrecht: Kluwer AP, 1988. – 458 p.
15. Morimoto, M. An Introduction to Sato's Hyperfunctions / M. Morimoto // Translations of Mathematical monographs. V. 129. – American Mathematical Society. – Providens, Rhode Island. – 1991. – 276 p.
16. Зверович, Э.И. Вещественный и комплексный анализ: учеб. пособие: в 6-ти ч. Кн. 4. Ч. 6: Теория аналитических функций комплексного переменного / Э.И. Зверович. – Минск: Выш. шк., 2008. – 319 с.
17. Кочура, А.И. Умножение обобщённых функций и краевая задача Римана / А.И. Кочура, А.В. Диденко, Р.А. Яхин // Изв. вузов. Математика. – 1986. – № 11(294). – С. 74–77.
18. Schwartz, L. Sur l'impossibilit´e de la multiplication des distributions / L. Schwartz // Compt. Rend. Acad. Sci. Paris. – 1954. – V. 239. – P. 847–848.
19. Mikusinski, J. On the square of the Dirac δ -distribution / J. Mikusinski // Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. Mathematics. Astronomy. Physics. – 1966. – V. 14, № 9. – P. 511–513.
20. Антосик, П. Теория обобщенных функций. Секвенциальный подход / П. Антосик, Я. Микусинский, Р. Сикорский. – М.: Мир, 1976. – 312 с.
21. Fisher, B. A note on the product of distributions / B. Fisher // Stud. Sci. Math. Hung. – 1977. – V. 12. – P. 295–300.
22. Fisher, B. A theorem on the product of distributions / B. Fisher // Publ. Math. – 1980. – V. 27. – P. 243–249.
23. Fisher, B. Neutrices and the product of distributions / B. Fisher // Stud. Math. – 1976. – V. 57. – P. 263–274.
24. Fisher, B. Some results on the product of distributions / B. Fisher // Proc. Camb. Philos. Soc. – 1973. – V. 73. – P. 317–325.
25. Fisher, B. The product of distributions / B. Fisher // Quart. J. Math., Oxford Ser. – 1971. – V. 22, № 2. – P. 291–298.
26. Иванов, В.К. Алгебра одного класса обобщённых функций / В.К. Иванов // ДАН СССР. – 1977. – Т. 237, № 4. – С. 779–781.
27. Иванов, В.К. Асимптотическое приближение к произведению обобщённых функций / В.К. Иванов // Изв. вузов. Математика. – 1981. – № 1. – С. 19–26.
28. Иванов, В.К. Гиперраспределения и умножение распределений Шварца / В.К. Иванов // ДАН СССР. – 1972. – Т. 204, № 5. – С. 1045–1049.
29. Иванов, В.К. Об алгебре элементарных обобщённых функций / В.К. Иванов // ДАН СССР. – 1979. – Т. 246, № 4. – С. 805–806.
30. Colombeau, J.-F. Elementary introduction to new generalized functions / J.-F. Colombeau. – Amsterdam: North-Holland. Math. Stadies 113, 1985.
31. Colombeau, J.-F. New generalized functions and multiplication of distributions / J.-F. Colombeau. – Amsterdam: North-Holland. Math. Stadies 84, 1984.
32. Антоневич, А.Б. Об общем методе построения алгебр обобщённых функций / А.Б. Антоневич, Я.В. Радыно // Докл. АН СССР. – 1991. – Т. 318, № 2. – С. 267–270.
33. Гахов, Ф.Д. Краевые задачи / Ф.Д. Гахов. – 3-е изд. – М.: Наука, 1977. – 640 с.

Поступила 02.09.2014

THE FORMAL MULTIPLICATION OF HYPERFUNCTIONS AND ITS APPLICATIONS

T. URBANOVICH, S. BELYAI

The article contains a historical survey of the development of the generalized functions theory and the comparative analysis of different approaches to the generalization of the concept of function. Sato's hyperfunctions are viewed as generalization of the concept of function. The problem of generalized functions multiplication is considered. The problem of hyperfunctions multiplication is considered. The jump boundary value problem with the power right-hand side is solved by the method of the formal multiplication of hyperfunctions.

СОДЕРЖАНИЕ

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Железняк В.К., Раханов К.Я., Бураченок И.Б. Представление параметров широкополосного линейно-частотно-модулированного сигнала для оценки разборчивости речи в технических каналах утечки информации 2
Дворников С.В., Погорелов А.А., Манаенко С.С., Кислицина К.К., Железняк А.В., Дворников С.С., Рябенко Д.С. Формирование фазоманипулированных сигналов в базисах вейвлет-функций 12
Соловьев В.И., Рыбальский О.В., Железняк В.К. Мультифрактальная структура шепота и распознавание речевых структур 16
Железняк В.К., Рябенко Д.С., Лавров С.В., Провозин А.П. Методологическое исследование защищенности информации объектов информатизации 21
Михайлов Э.В. Оптическая идентификация финансовых документов по изображениям, полученным с помощью фотокамеры в мобильных устройствах 30
Кременя К.И., Янушкевич В.Ф. Сравнительный обзор сверхширокополосных антенн: плоской логарифмической спиральной антенны, микрополосковой эллиптической антенны, антенны Вивальди 36
Господ А.В. Алгоритм управления движением робота в условиях недетерминированной информации о внешней среде 40

ФИЗИКА

Бринкевич Д.И., Просолович В.С., Лукашевич М.Г., Оджаев В.Б., Янковский Ю.Н., Вабищевич С.А., Вабищевич Н.В. Модификация поверхности позитивного фоторезиста при ионной имплантации 46
Шут В.Н. Влияние геометрии электродов на термоупругие напряжения в ПТКС-терморезисторах при воздействии токовых нагрузок 51
Янушкевич В.Ф., Кременя К.И., Заяц Е.Ю. Идентификация анизотропных сред плазмоподобного типа ... 56
Завистовский С.Э., Редько П.П. Питание электрорадиотелекомпьютерной техники от автомобильных аккумуляторов 63
Вабищевич С.А., Вабищевич Н.В., Бринкевич Д.И., Просолович В.С., Оджаев В.Б., Янковский Ю.Н. Прочностные свойства структур фоторезист ФП9120-кремний 69

МАТЕМАТИКА

Скоромник О.В., Жаворонок Ю.В. Решение некоторых интегральных уравнений с функцией Лежандра в ядрах в $\mathfrak{L}_{\nu,r}$ - пространствах 74
Урбанович Т.М., Беляй С.В. Метод формального умножения гиперфункций и его приложение 82