

MIESIĘCZNIK
POŁOCKI.

Т о м I.
Р о к 1818.

*«Вестник Полоцкого государственного университета»
продолжает традиции первого в Беларуси литературно-
научного журнала «Месячник Полоцкий».*



ВЕСНІК ПОЛАЦКАГА ДЗЯРЖАУНАГА УНІВЕРСІТЭТА
Серыя С. Фундаментальныя навукі

У серыі С навукова-тэарэтычнага часопіса друкуюцца артыкулы, якія прайшлі рэцэнзаваўне, змяшчаюць новыя навуковыя вынікі ў галіне інфарматыкі і матэматыкі, фізікі.

ВЕСТНИК ПОЛОЦКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
Серия С. Фундаментальные науки

В серии С научно-теоретического журнала публикуются статьи, прошедшие рецензирование, содержащие новые научные результаты в области информатики и математики, физики.

HERALD OF POLOTSK STATE UNIVERSITY
Series C. Fundamental sciences

Series C includes reviewed articles which contain novelty in research and its results in computer science and mathematics, physics.

Адрес редакции:

Полоцкий государственный университет, ул. Блохина, 29, г. Новополоцк, 211440, Беларусь
тел. + 375 (214) 53 34 58, e-mail: vestnik@psu.by

Отв. за выпуск В.А. Груздев, С.Г. Ехилевский, Э.М. Пальчик.
Редактор Р.Н. Авласенок.

Подписано к печати 27.03.2014. Бумага офсетная 70 г/м². Формат 60×84¹/₈. Ризография.

Усл. печ. л. 16,74. Уч.-изд. л. 20,18. Тираж 100 экз. Заказ 773.

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 684.3

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И СОВРЕМЕННЫЕ РЕЧЕВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

*канд. техн. наук, доц. В.И. СОЛОВЬЕВ**(Восточноукраинский национальный университет имени В. Даля, Луганск);**д-р техн. наук, проф. О.В. РЫБАЛЬСКИЙ**(Национальная академия внутренних дел, Киев);**д-р техн. наук, проф. В.К. ЖЕЛЕЗНЯК**(Полоцкий государственный университет)*

Рассматривается применение спектрального анализа в современных системах идентификации диктора по голосу. Показано, что системы спектрального анализа на основе преобразования Фурье не обеспечивают возможности решения задач идентификации диктора на фонемном уровне. Создание таких систем возможно при использовании вейвлет-анализа на основе вейвлета Морле.

Введение. Большинство современных систем решения задач идентификации диктора по характеристикам голоса, распознавания речи основано на спектральном анализе аудиоинформации, базирующемся на математическом аппарате преобразования Фурье. Это обусловлено несколькими факторами: с одной стороны, известными нейрофизиологическими закономерностями обработки звуковой информации первичными слуховыми рецепторами; с другой – отсутствием более эффективных методов анализа и в какой-то степени историческими традициями в этой области.

Сегодня известны весьма эффективные системы распознавания характеристик голоса, разработки систем распознавания и текстового ввода речевой информации, однако достаточной ясности в принципиальных теоретических и практических вопросах речевых технологий нет. Среди них, с нашей точки зрения, наиболее важный – в чем заключается сущность эффективного декодирования речевой информации слуховым аппаратом на фонемическом уровне? Эта информация, безусловно, содержится в характеристиках звуковой волны, генерируемой речевым трактом. Но до настоящего времени отсутствует общепризнанная теория, позволяющая однозначно пояснить и смоделировать декодирование произвольной речевой информации на фонемическом уровне по характеристикам звуковой волны. Несмотря на большое число исследований и применение в последние двадцать лет мощной компьютерной техники, принципиальный прорыв в области физико-математических концепций эффективной обработки речевой информации не достигнут.

По мнению специалистов, во многом это обусловлено отсутствием эффективного математического инструмента для анализа речевой аудиоинформации.

Ниже излагается концепция, реализованная в системе инструментальной идентификации характеристик голоса диктора. Эта концепция базируется на представлении фрагментов речи в виде набора мультифрактальных структур. Для определения параметров мультифрактальных структур используется вейвлет-анализ со специальным базисом в виде двухпараметрического вейвлета Морле.

Постановка задачи исследования и разработки. Рассмотрим фрагмент речевого аудиофайла, показанного на рисунке 1 (фрагмент фонемы [а]).

Со времен Гельмгольца [1] известен очевидный факт, неоднократно отмечавшийся исследователями (в частности, классическая работа Фанта [2]), что большинство фонемических структур речи могут быть построены на основе близких геометрических компонент («атомарных» структур) звуковой волны. Эти структуры, как правило, ограничены временными интервалами, эквивалентными частоте основного тона речи. Геометрическое подобие этих структур является приближенным, но в большинстве случаев визуально очевидным (см. рис. 1). Временные интервалы, занимаемые этими структурами, обратны величине частоты основного тона и расположены в диапазоне от 2 до 15 мс. Данные атомарные структуры, рассматриваемые изолированно, не воспринимаются на слух ввиду их малой длительности звучания.

Следуя работам Мандельброта, эти структуры можно трактовать как атомарные составляющие мультифрактала [3–6]. При условии создания математической модели, обеспечивающей эффективное определение параметров «атомарных» структур и мультифрактала в целом, можно ожидать корректное описание и решение всех основных задач идентификации голоса и распознавания речи на фонемическом уровне.

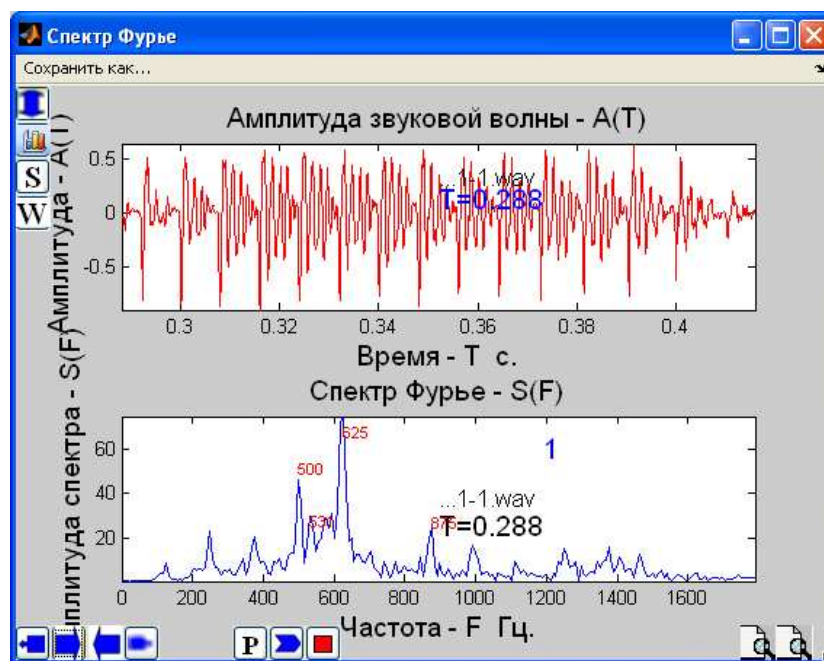


Рис. 1. Фрагмент фонемы [а]

До настоящего времени фактически единственным методологическим направлением построения математических моделей расчета параметров фонем является применение той или иной модификации спектрального анализа на основе преобразования Фурье. Однако применение этого метода спектрального анализа имеет ряд серьезных изъянов (известных со времен Гельмгольца). Спектр на достаточно больших интервалах времени (см. рис. 1) часто представляет модифицированную картину энергетической доли частот в силу эффекта расщепления частот при амплитудных модуляциях (или биениях).

Как известно, спектр сигнала «аппаратных» преобразователей спектра слухового аппарата – волосковых клеток – существенно отличается от спектра Фурье [7–14], в том числе (что весьма важно) по расположению формант в частотной области.

Вторым важным фактором неудобства спектрального анализа Фурье является фиксированный шаг по частоте спектра при малых временных окнах анализа. Так, для наиболее интересных интервалов в диапазоне от 2 до 20 мс такой анализ требует шага по частоте 50–500 Гц соответственно. Это свойство в первую очередь обусловлено применением ортогонального быстрого преобразования Фурье. Слуховой аппарат человека различает частоты с шагом менее 1 Гц (в диапазоне частот до 500 Гц).

Разумеется, что физико-математические модели преобразования речевой информации не обязательно должны строго следовать нейрофизиологическим закономерностям. Однако анализ речевой информации на основе преобразования Фурье на фонемическом уровне указывает на весьма высокую вариабельность спектров для одних и тех же фонемических структур, что является главным препятствием на пути эффективной оценки параметров фонем. Следовательно, решение задачи математического описания «атомарных» структур фонем как мультифракталов выступает определяющей предпосылкой решения задач инструментальной идентификации диктора по характеристикам голоса и распознавания фонем речи по характеристикам звуковой волны.

Выявление атомарных составляющих фонем как мультифракталов

Оценка параметров атомарной структуры. Известно, что альтернативой спектральному анализу Фурье является вейвлет-анализ [15]. Однако многочисленные попытки применения методов вейвлет-анализа для обработки речевой информации до настоящего времени не дали серьезных результатов.

Препятствием на этом пути являются, с одной стороны, сложность физической интерпретации результатов исследований для большинства вейвлетных базисов; с другой – применение вейвлет-базисов, имеющих близкое сродство с речевыми фрагментами (например, базис Морле), затруднено ввиду высокой вычислительной сложности.

Рассмотрим фрагменты речи в аудиоданных как дискретный временной ряд амплитуды звуковой волны. Поставим задачу выделения характеристик самоподобных структур в полученном временном ряду для выделенных в предыдущем разделе атомарных фрагментов речи.

Для выявления подобных структур используем методы вейвлет-анализа [15]. С этой целью выберем комплексный вейвлет Морле [15]:

$$C_{mor}(t_i, T_k, F_b, F_c) = (\pi F_b)^{0.5} \exp(2j\pi F_c t_i) \exp(-(t_i - T_k)^2 / F_b), \quad (1)$$

где t_i – дискретные временные отсчеты; T_k – временной отсчет, соответствующий центральной части временного окна, – комплексная единица; F_b – параметр ширины вейвлета; F_c – центральная частота вейвлета;

Пусть $A(t_i)$ – значение амплитуды звуковой волны фрагмента речи аудиофайла в момент времени t_i .

Рассмотрим временное окно фрагмента речи с интервалом δT менее 20 мс. Параметр ширины комплексного вейвлета Морле F_b выбран на основе экспериментальных исследований постоянным для всех преобразований. Его величина выбиралась из условия практического затухания абсолютных значений вейвлета Морле при значениях $t_i - T_k$, равных $\delta T/2$. Будем для каждого фрагмента речи вычислять свертку вейвлета Морле с фрагментом временного ряда амплитуды звуковой волны в виде

$$C(T_k, F_b, F_c) = (1/N)_{abs} \left(\sum_{t_{ij}=0}^{N_n} C_{mor}(t_i, T_k, F_b, F_c) A(t_i) \right), \quad (2)$$

где $C(T_k, F_b, F_c)$ – значение модуля коэффициента вейвлет-преобразования; N – количество дискретных отсчетов на интервале δT временного окна.

При фиксированном параметре ширины F_b комплексного вейвлета Морле значение модуля является функцией частоты F_c вейвлета Морле и положения временного окна по времени T_k . Типичный график пространственной скейлограммы $C(T_k, F_b, F_c)$ в функции F_c и T_k для рассматриваемых нами фрагментов речи представлен на рисунке 2.

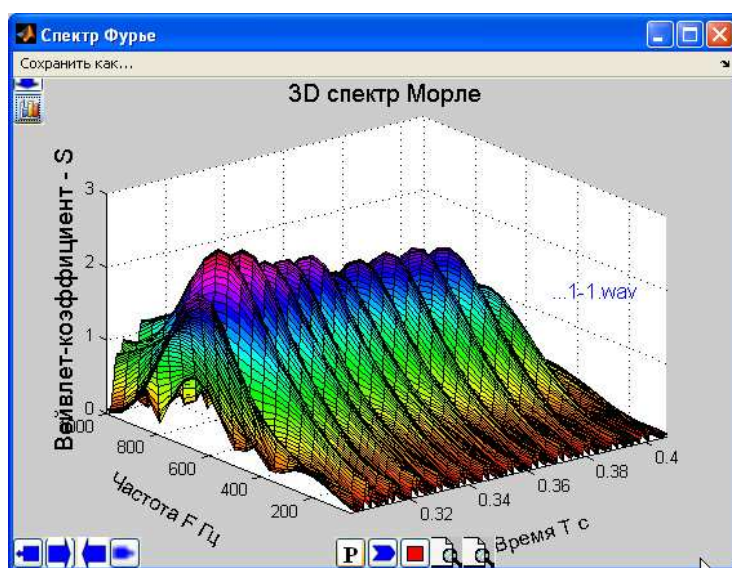


Рис. 2. Скейлограмма фрагмента речи

Данный график представляет собой трехмерный спектр Морле для фрагмента фонемы [а], показанной на рисунке 1.

Частотно-временное представление фрагмента речи в виде пространственной скейлограммы на основе базиса Морле обладает рядом важных особенностей, позволяющих существенно повысить эффективность выявления самоподобных структур. В частности, локальные максимумы вейвлет-преобразования характеризуются как весьма информативные для анализа атомарных составляющих мультифракталов в аудиоинформации.

Модель выявления самоподобных структур «атомарных» фрагментов фонем. Анализ скейлограмм показывает, что расположение «хребтов» скейлограмм по временному параметру на рисунке 2

строго соответствует локальным экстремумам амплитуды звуковой волны во временной области. Причем эти локальные экстремумы соответствуют всплескам амплитуды звуковой волны, обусловленным частотой основного тона. Но наиболее существенной особенностью характеристик «хребтов» является форма «хребта» на его «вершине». Исследования показывают, что после соответствующей нормировки функции $C(T_k, F_b, F_c)$ при фиксированных T_k и F_b на вершине «хребта» эти функции обладают высокой степенью геометрического подобия. При этом форма нормированных «хребтов» индивидуальна, что обусловлено характеристиками голоса, и полностью отображает атомарные составляющие фонемы как мультифрактала.

Важным фактором высокого сходства базиса Морле с самоподобными структурами в речевых фрагментах является более высокая степень гладкости скейлограммы по сравнению, например, с аналогичным преобразованием Фурье.

Так, на рисунках 3 и 4 представлены двумерные срезы трехмерной скейлограммы (для фрагмента речи, представленного на рисунке 1) в координатах времени и частоты. Более высокая степень гладкости функций обеспечивает весьма эффективную возможность математического анализа параметров «хребтов».



Рис. 3. Двумерная скейлограмма по времени

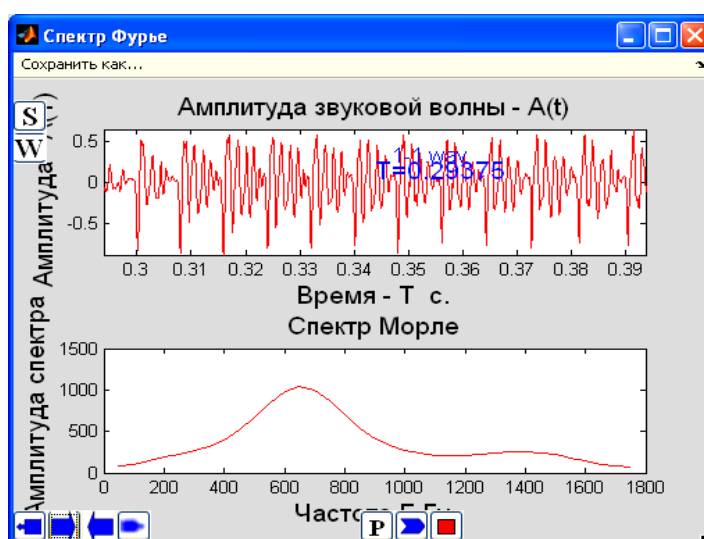


Рис. 4. Двумерная скейлограмма по частоте

Как видно из рисунка 4, двумерный спектр Морле в разрабатываемой модели принципиально отличается от спектра Фурье на рисунке 1. Как правило, при формантном подходе на фонемах в спектре

Морле возможно выявить не более трех-четырёх формант. При этом максимумы формант по частоте существенно могут отличаться от их максимумов в спектре Фурье. Такое отличие объясняется принципиальной разницей подхода на основе вейвлет-анализа и спектрального преобразования Фурье. В разработанном подходе практически отсутствует влияние амплитудных модуляций на частоты.

Заключение. В результате проведенного исследования разработана модель выявления самоподобных структур в речевых аудиофайлах на основе вейвлетного базиса Морле. Модель позволяет реализовать эффективную идентификацию «атомарных» составляющих фрагментов речи в частотно-временной области.

ЛИТЕРАТУРА

1. Von Helmholtz, H. Die Lehe von Tonempfindungen / H. von Helmholtz. – Brannschweig, Vieweg, 1863.
2. Фант, Г. Анализ и синтез речи / Г. Фант; пер. с англ. В.С. Лозовского и Н.В. Бахмутовой под ред. Н.Г. Загоруйко. – Новосибирск: Наука, Сиб. отд., 1970. – 167 с.
3. Mandelbrot, B. Statistical Methodology for Non-Periodic Cycles: From the Covariance to R/S Analysis / B. Mandelbrot // Annals of Economic Social Measurement. – 1972. – № 1.
4. Mandelbrot, B. The Fractal Geometry of Nature / B. Mandelbrot. – New York: W. H. Freeman, 1982.
5. Mandelbrot, B. A Multifractal Walk Down Wall Street / B. Mandelbrot // Scientific American, 1999.
6. Mandelbrot, B. Robustness of the rescaled range R/S in the measurement of non-cycling long-run statistical dependence / B. Mandelbrot // Water Resources Research. – 1969. – № 5. – P. 967–988.
7. Психоакустические аспекты восприятия речи. Механизмы деятельности мозга / под ред. Н.П. Бехтеревой. – М.: Наука, 1988. – 504 с.
8. Цвикер, Э. Ухо как приемник информации / Э. Цвикер, Р. Фельдкеллер; пер. с нем. под ред. Б.Г. Белкина. – М.: Связь, 1971. – 225 с.
9. Алдошина, И.А. Основы психоакустики / И.А. Алдошина // Звукорежиссер. – 2000. – № 6. – С. 36–40.
10. Сорокин, В.Н. Теория речеобразования / В.Н. Сорокин. – М.: Радио и связь, 1985. – 312 с.
11. Цвикер, Э. Ухо как приемник информации / Э. Цвикер, Р. Фельдкеллер; пер. с нем. под ред. Б.Г. Белкина. – М.: Связь, 1971. – 225 с.
12. Phase in speech pictures / A.V. Oppenheim [et al.] // in Proc. IEEE Int. Conf Acoust. Speech and Signal Processing. – 1979. – Apr. – P. 632–637.
13. Аграновский, А.В. Теоретические аспекты алгоритмов обработки и классификации речевых сигналов / А.В. Аграновский, Д.А. Леднов. – М.: Радио и связь, 2004. – 434 с.
14. Фланеган, Дж. Анализ, синтез и восприятие речи / Дж. Фланеган; пер. с англ. под ред. А.А. Пирогова. – М.: Связь, 1968. – 396 с.
15. Мала, С. Вейвлеты в обработке сигналов / С. Мала. – М.: Мир, 2005. – 670 с.

Поступила 16.12.2013

SPECTRAL ANALYSIS AND ADVANCED SPEECH TECHNOLOGIES

V. SOLOVYOV, O. RYBALSKY, V. ZHELEZNYAK

Application of spectrology is considered in the modern systems of authentication of announcer on voice. It is shown that the systems of spectrology on the basis of transformation of Fourier do not provide possibility of decision of tasks of authentication of announcer at phoneme level. It is shown that creation of such systems is possible at the use of wevlet-analysis on the basis of wevlet Morlet.

УДК 517.958:539.3; 621.78; 621.785.5

**МЕТОДИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ
СТАЛЬНЫХ ДЕТАЛЕЙ В СОСТАВЕ СБОРОЧНЫХ ЕДИНИЦ
С УЧЕТОМ ИХ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ЗАКАЛКИ****д-р техн. наук, проф. С.П. КУНДАС***(Международный государственный экологический университет им. А.Д. Сахарова, Минск);**канд. техн. наук А.В. ЛЕМЗИКОВ, канд. техн. наук Д.Г. ИВАНОВ, С.Н. МЕЛЬНИКОВ**(Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск);***С.В. МЕДВЕДЕВ***(Объединенный институт информатики НАН Беларуси, Минск)*

Рассмотрены характерные особенности остаточных напряжений при индукционной закалке, установлены вызывающие их причины. Построена математическая модель, описывающая остаточные напряжения I рода в стальных деталях. Полученное математическое описание позволяет осуществлять моделирование процесса с учетом термических и обусловленных различием удельного объема фаз деформаций, а также индуцированной фазовыми превращениями пластичности. Модель адаптирована к интеграции с тепловым расчетом и расчетом фазовых превращений, включает в себя возможность непосредственного учета зависимости механических свойств материала от температуры. Представлен алгоритм компьютерной реализации модели и конечно-элементная формулировка для случая осевой симметрии и общей трехмерной геометрии. Рассмотрена методика сквозного моделирования напряженно-деформированного состояния деталей в составе сборочных единиц с учетом остаточных напряжений, возникших при их закалке. Представлены результаты моделирования.

Введение. Использование индукционного нагрева для закалки стальных деталей в последнее время находит все большее применение в промышленности. Обусловлено это следующими его преимуществами перед печным: высокая скорость и локализация зоны нагрева, более низкие энергозатраты, экологическая чистота метода.

При разработке технологического процесса термообработки с применением индукционного нагрева стоит задача оценки и выбора таких параметров системы, как частота напряжения, питающего индуктор, форма и размеры индуктора, мощность генератора и т.п. Критериями для выбора этих параметров являются чаще всего свойства деталей, обеспечиваемые термообработкой (распределение твердости по сечению стальной детали, остаточные напряжения и деформации и др.). Следует отметить, что оценка остаточных напряжений при проектировании технологии термообработки крайне важна в связи с тем, что при последующей эксплуатации детали остаточные напряжения суммируются с напряжениями, вызванными внешней нагрузкой, что в свою очередь может привести к разрушению. Для решения этой проблемы может быть использован целый ряд экспериментальных методов [1]. Вместе с тем проведение такого рода экспериментов возможно лишь в хорошо оборудованных, дорогостоящих, специализированных лабораториях высококвалифицированными специалистами.

Альтернативным подходом к оценке остаточных напряжений является использование последних достижений в области теории напряженно-деформированного состояния (НДС) твердого тела и построение на их основе математических и компьютерных моделей. Такой подход позволяет значительно упростить инженерный анализ как технологического процесса закалки, так и работы деталей в составе сборочных единиц и сократить затраты времени и материальных средств на технологическую подготовку производства.

Физические явления в процессе индукционной закалки. Причины остаточных напряжений

Вопросу о причинах, вызывающих остаточные напряжения при термообработке, в литературе уделяется недостаточное внимание, хотя только в случае детального представления о природе этого явления возможно построение адекватной математической модели.

В соответствии с [2, 3] при нагреве детали источники теплоты обусловлены возникновением вихревых токов вследствие действия переменного магнитного поля. Нагрев детали до температуры выше точки A_{c1} приводит к аустенитизации стали. При охлаждении аустенит распадается на феррит, перлит, бейнит и мартенсит. Неравновесные структуры бейнита и мартенсита во многих случаях являются желательными благодаря их механическим характеристикам. Однако на эксплуатационные характеристики детали помимо структуры в значительной мере влияют и упругопластические деформации детали, имеющие место в процессе закалки, которые чаще всего и приводят к остаточным напряжениям.

Рассмотрим причины, вызывающие остаточные напряжения I рода при термообработке сталей [4]:

- *термические напряжения в процессе нагрева и охлаждения.* Несмотря на то, что исходное состояние детали может быть ненапряженным, в процессе быстрого нагрева или охлаждения за счет тер-

мического градиента различные части детали становятся несогласованными, что может привести к превышению предела упругости с дальнейшим переходом в область пластического течения. После охлаждения до комнатной температуры остаточная деформация сохраняется и является причиной остаточных напряжений [5];

- *различие в структурных составляющих по сечению детали.* Целью термообработки является получение требуемого фазового состава и свойств детали. Так, например, часто необходимо достижение такого результата, когда поверхность детали до некоторой глубины составляет мартенсит, а сердцевину – феррит и перлит [6]. Различные механизмы образования этих фаз из аустенита (диффузионный – для феррита и перлита; сдвиговый – для мартенсита), ряд особенностей кинетического и термодинамического характера приводят к тому, что твердые растворы в среднем одного химического состава значительно отличаются по своим физическим свойствам [7]. К таким свойствам можно отнести температурный коэффициент линейного расширения (ТКЛР) и плотность. Необходимо отметить, что этот тип остаточных напряжений во многих случаях требует проведения отпуска;

- *индуцированная фазовыми превращениями пластичность (ИФПП).* На макроуровне ИФПП в общем рассматривается как аномальная пластическая деформация, наблюдаемая в том случае, если фазовые превращения происходят под действием внешнего напряжения, даже много меньшего, чем предел пластичности наиболее «слабой» фазы. Для объяснения этого феномена в настоящее время используются два механизма: Мэги и Гринвуда – Джонсона [8]. Механизм Мэги играет важную роль в процессе мартенситного превращения: под действием девиаторных напряжений I рода рост мартенсита более предпочтителен в определенных направлениях, т.е. является анизотропным, что вызывает необратимую пластическую деформацию. При этом необязательно наличие внешней нагрузки в общепринятом смысле – в сложных, неравномерно охлаждающихся деталях достаточно напряжений, вызванных вышеуказанными причинами. Механизм Гринвуда – Джонсона объясняет наблюдаемую ИФПП в случае диффузионного типа превращения: разность удельного объема исходной и результирующей фазы приводит к микропластичности, которая обретает анизотропный характер в условиях действия девиаторных напряжений I рода. Индуцированная фазовыми превращениями пластичность по механизму Мэги является обратимой, т.е. устраняется после повторной аустенитизации. Последние исследования в этой области показывают, что механизм Гринвуда – Джонсона является доминирующим в случае и бейнитного превращения, несмотря на то, что оно происходит по сдвиговому механизму.

Математическая модель упругопластического состояния детали в процессе термообработки

Выше была доказана необходимость решения задачи НДС в упругопластической постановке, что требует поэтапного вычисления приращения деформаций и напряжений с последующим выполнением интегрирования этих компонент на каждом шаге решения тепловой задачи. Связано это с тем, что пластическое поведение материала обладает «эффектом памяти» и решение задачи в определенный момент времени зависит от предыстории нагрузки. Необходимо отметить, что эта особенность часто делает невозможным использование для расчета остаточных напряжений конечно-элементных программ общего назначения (например, Comsol Multiphysics), т.е. требует разработки собственных программных модулей.

В общем случае соотношение между приращением деформации и напряжения связаны следующим образом [9]:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon^e\}, \quad (1)$$

где $\{\sigma\}$ и $\{\varepsilon^e\}$ – тензоры напряжения и упругой деформации (здесь и далее тензоры напряжения и деформации представлены в векторном виде); $[D]$ – матрица упругости материала.

В предположении малых деформаций выражение (1) может быть представлено в дифференциальном виде

$$\{d\sigma\} = [D]\{d\varepsilon^e\} + [dD]\{\varepsilon^e\}, \quad (2)$$

где $[dD]$ – изменение матрицы упругости материала на рассматриваемом интервале приращения тензора деформаций.

Обобщая все вышесказанное, запишем выражение для суммарной деформации:

$$\{d\varepsilon\} = \{d\varepsilon^e\} + \{d\varepsilon^p\} + \{d\varepsilon^T\} + \{d\varepsilon^{ph}\} + \{d\varepsilon^{tp}\}, \quad (3)$$

где $\{d\varepsilon^e\}$, $\{d\varepsilon^p\}$, $\{d\varepsilon^T\}$, $\{d\varepsilon^{ph}\}$, $\{d\varepsilon^{tp}\}$ – приращение соответственно упругих, пластических, термических, обусловленных фазовыми превращениями, ИФПП деформаций на текущем временном шаге.

Как указано в работе [10], объемная деформация для сталей в случае превращения 100 % объема аустенита в 100 % объема мартенсита составляет 0,044, а в случае полного превращения в перлит и феррит – 0,007.

Приращение деформации, обусловленной фазовыми превращениями, можно представить в виде [11]:

$$\{d\epsilon^{ph}\} = \frac{1}{3} \frac{\Delta V}{V^{ph}} \{I^V\}, \quad (4)$$

где $\Delta V/V^{ph}$ – объемная деформация при фазовом превращении; $\{I^V\}$ – вектор, соответствующий единичному гидростатическому тензору деформации.

Аналогичным образом вычисляется термическая деформация, которая также имеет объемный характер:

$$\{d\epsilon^T\} = \alpha \{I^V\} dT + (T - T_{ref}) \{I^V\} d\alpha, \quad (5)$$

где T – температура на текущем временном шаге; dT – изменение температуры по отношению к предыдущему временному шагу; α – ТКЛР; $d\alpha$ – изменение ТКЛР на интервале dT ; T_{ref} – температура, по отношению к которой измеряется термическая деформация.

Включение в модель ИФПП деформаций представляет собой более сложную задачу. На настоящий момент только модель Леблонда позволяет получить математическое описание ИФПП применительно к напряжениям I рода [12]:

$$\{\epsilon^p\} = k \varphi(z) \{s\}. \quad (6)$$

Здесь k – параметр ИФПП; z – объемная доля образующейся фазы; $\{s\}$ – девиаторная часть тензора напряжений; $\varphi(z)$ – функция, описывающая кинетику ИФПП, которая удовлетворяет следующим условиям:

$$\varphi(z) = \begin{cases} 0, & z = 0; \\ 1, & z = 1. \end{cases} \quad (7)$$

В работах [9; 13] используется следующая дифференциальная форма выражения (6):

$$\{d\epsilon^p\} = k dz (1 - z) \{s\}. \quad (8)$$

Значение параметра ИФПП для превращения типа аустенит-феррит/перлит составляет $4,18 \cdot 10^{-5}$ МПа⁻¹ и $5,08 \cdot 10^{-5}$ МПа⁻¹ для превращения типа аустенит-мартенсит [13].

Запишем выражение, связывающее деформации с напряжениями, в следующем виде:

$$\{\sigma\} = [D] \{\epsilon^e\} = [D] (\{\epsilon\} - \{\epsilon^{th}\} - \{\epsilon^p\} - \{\epsilon^{ph}\} - \{\epsilon^{dp}\}). \quad (9)$$

Таким образом, выражение (2) может быть представлено как

$$\{d\sigma\} = [D] (\{d\epsilon\} - \alpha \{I^V\} dT - (T - T_a) \{I^V\} d\alpha - \{d\epsilon^p\} - \{d\epsilon^{ph}\} - \{d\epsilon^{dp}\}) + [dD] \{\epsilon^e\}. \quad (10)$$

В случае пластического течения материала удобно воспользоваться понятием упругопластической матрицы материала, на основе которого выражение, связывающее напряжения и деформации, будет выглядеть следующим образом:

$$\{d\sigma\} = [D_{ep}] \{d\epsilon\} + [dD] \{\epsilon^e\}, \quad (11)$$

где $[D_{ep}]$ – упругопластическая матрица материала.

Таким образом, задача может быть сведена к поиску $[D_{ep}]$ на каждом временном шаге тепловой нагрузки исходя из условий равновесия детали с учетом выбранного критерия пластичности.

Вычисление полного напряжения и деформаций при расчете может быть осуществлено при помощи интегрирования выражения (11).

Выбор критерия перехода в пластическую область крайне важен. Одним из наиболее значимых требований при этом является наличие справочных данных для сталей по задействованным в выбранном критерии феноменологическим параметрам. Экспериментальные исследования в области пластического поведения сталей показывают, что пластическое течение этого материала не зависит от шарового тензора (равномерное, всестороннее сжатие или растяжение), а определяется девиатором напряжений, который характеризует изменение формы элементарного объема [14]. Для такого поведения материала хорошо зарекомендовали себя два критерия перехода в область пластического течения: критерий Треска и критерий фон Мизеса.

В [14] показано, что наиболее приемлемым для сталей является критерий фон Мизеса. При этом закон, описывающий направление пластического течения, является ассоциативным, что подразумевает дифференцирование функции текучести по компонентам напряжения для определения соответствующего

щих пластических деформаций. Гладкость критерия фон Мизеса дает ему дополнительные вычислительные преимущества.

Кинематическим упрочнением в модели пластического поведения стали при индукционной закалке можно пренебречь, что связано с двумя следующими фактами:

- кинематическое упрочнение в достаточной мере проявляет себя в случае действия циклической нагрузки;
- в большинстве случаев отсутствуют справочные данные, которые отражают поведение материала при циклической нагрузке, что приводит к проблеме экспериментальной идентификации этих параметров для конкретной построенной модели.

В соответствии с ассоциативным законом пластического течения пластическая деформация

$$\{\epsilon^p\} = \gamma \frac{\partial f}{\partial \{\sigma\}}, \quad (12)$$

где f – некоторая функция, описывающая поверхность пластического течения; γ – параметр пластического течения.

Функцию f , учитывающую изотропное упрочнение, запишем в виде

$$f(\{\sigma\}, e^p) = \sqrt{\{s\}^T \{s\}} - Y(e^p), \quad (13)$$

$$Y(e^p) = \sqrt{\frac{2}{3}}(Y_0 + H_{iso} e^p), \quad (14)$$

$$e^p = \left(\frac{2}{3} \{\epsilon^p\}^T \{\epsilon^p\} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (15)$$

где $\{s\}$ – девиаторная часть тензора напряжений $\{\sigma\}$; e^p – накопленная пластическая деформация; Y_0 – предел упругости, соответствующий одноосному растяжению; H_{iso} – коэффициент изотропного упрочнения.

Введем понятие предельного неравенства модели:

$$g = f(\{\sigma\}, e^p) \leq 0. \quad (16)$$

Выражение (16) фактически определяет допустимые значения поля напряжений в случае упруго-пластического поведения.

Выражение (12) преобразуем к следующему дифференциальному виду:

$$\{d\epsilon^p\} = d\lambda \{n\}, \quad (17)$$

где $\{n\}$ – тензор направления пластического течения:

$$\{n\} = \frac{\partial f}{\partial \{\sigma\}} f_m^{-1}. \quad (18)$$

Здесь f_m может быть определено в соответствии с выражением:

$$f_m = \frac{\partial f}{\partial \{\sigma\}}^T \frac{\partial f}{\partial \{\sigma\}}. \quad (19)$$

Параметр $d\lambda$ в выражении (17) непосредственно связан с приращением эффективной пластической деформации на рассматриваемом этапе тепловой нагрузки:

$$de^p = \sqrt{2/3} d\lambda. \quad (20)$$

Расчет параметра может быть осуществлен с учетом зависимости функции упрочнения от температуры [9]:

$$d\lambda = \frac{\{n\}^T [D] (\{\epsilon\} - \{\epsilon^{th}\} - \{\epsilon^p\} - \{\epsilon^{ph}\} - \{d\epsilon^{tp}\}) + \{n\}^T [dD] \{\epsilon^e\} - 2/3 Y f_m^{-1} (\partial Y / \partial T) dT}{S}, \quad (21)$$

где S может быть представлено следующим образом:

$$S = \{n\}^T [D] \{n\} + 2/3 Y f_m^{-1} H_{iso} \sqrt{2/3}.$$

Упругопластическая матрица в выражении (11), следуя математическим выкладкам [9], имеет вид

$$[D^{ep}] = \frac{[D] - [D]\{n\}\{n\}^T[D]}{S}. \quad (22)$$

Таким образом, приращение тензора напряжений на текущем шаге с учетом температурной зависимости функции упрочнения

$$\{d\sigma\} = [D^{ep}](\{\epsilon\} - \{\epsilon^{th}\} - \{\epsilon^p\} - \{\epsilon^{ph}\} - \{d\epsilon^{tp}\}) + \left(\frac{[dD] - [D]\{n\}\{n\}^T[dD]}{S} \right) \{\epsilon^e\} + \frac{2/3[D]\{n\}Y_f^{-1}(\partial Y / \partial T)dT}{S}. \quad (23)$$

Конечно-элементная формулировка для случая осевой симметрии

Детали, обладающие осевой симметрией, широко распространены в промышленном производстве. Как уже отмечалось выше, рассмотрение этого случая позволяет понять общие закономерности формирования остаточных напряжений и (в случае же построения математической модели использование этой особенности геометрии детали) приводит к значительной экономии вычислительных ресурсов. При условии осевой симметрии геометрии детали и, соответственно, симметрично распределенного температурного поля задача расчета НДС может быть сведена к двумерной с помощью введения цилиндрических координат (координаты r, z, θ). В теории механики твердого деформируемого тела показывается, что ненулевые компоненты тензоров деформации и напряжения в этом случае соответствуют рисунку 1.

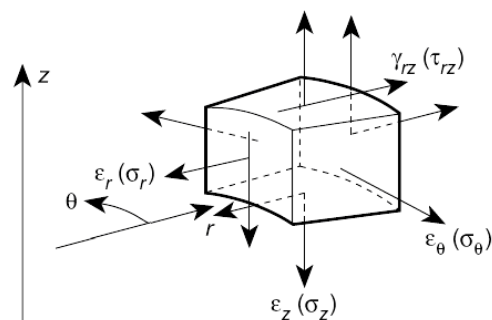


Рис. 1. Ненулевые компоненты тензоров деформации и напряжения в случае осевой симметрии

При использовании метода конечных элементов (МКЭ) задача формулируется в базисе компонент перемещения. Переход от перемещений к деформациям осуществляется с помощью следующего выражения:

$$\{\epsilon\} = \{\epsilon_r \quad \epsilon_z \quad \epsilon_\theta \quad \gamma_{rz}\}^T = \left\{ \frac{\partial u}{\partial r} \quad \frac{\partial v}{\partial z} \quad \frac{u}{r} \quad \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} \right\}^T, \quad (24)$$

где u и v – это r и z компоненты вектора перемещений соответственно.

В соответствии с принятой моделью, которая приводит к решению системы нелинейных уравнений с помощью итерационного процесса, тангенциальная матрица конечного элемента

$$[S] = 2\pi \int_{S_{el}} [B]^T [D_{ep}] [B] r dr dz, \quad (25)$$

где S_{el} – площадь конечного элемента; $[B]$ – матрица геометрических характеристик элемента, получаемая с помощью стандартного метода конечных элементов.

Нагрузка, действующая на узлы конечно-элементной сетки, может быть записана в следующем виде:

$$\{f\} = -2\pi \int_{S_{el}} [B]^T [D_{ep}] (\{\epsilon^{th}\} + \{\epsilon^{ph}\} + \{d\epsilon^{tp}\}) r dr dz. \quad (26)$$

Матрица $[B]$ не постоянна на элементе и зависит от расстояния от точки, в которой происходит вычисление, до оси симметрии. В связи с этим аналитическое вычисление интеграла (25) и (26) не представляется возможным. Решение этой проблемы может быть достигнуто численным интегрированием. Порядок интегрирования определяет точность решения и в значительной мере вычислительную сложность. В связи с этим важно определить такой порядок, при котором бы МКЭ обладал сходимостью, а скорость этой сходимости была бы сохранена по сравнению с тем случаем, когда используется аналитическое вычисление интегралов [15]. Обозначенным выше требованиям соответствует второй порядок квадратуры Гаусса, т.е. использование четырех точек интегрирования на серендиповом прямоугольном элементе. Однако, как известно, помимо порядка интегрирования обусловленность матрицы жесткости напрямую зависит от формулировки задачи, а именно от ее физической корректности. Касаясь рассматриваемого случая, необходимо определить такие граничные условия, которые бы привели к тому, что задача имеет одно и только одно корректное решение. Для случая осевой симметрии определение таких условий не

представляет большой сложности (в отличие от произвольной трехмерной геометрии). Очевидно, что узлы, лежащие на оси симметрии (в соответствии с рисунком 1 это ось z), ограничены (закреплены) в перемещении в направлении оси r . Для получения единственного решения достаточно один из узлов на оси симметрии (при этом неважно какой) дополнительно ограничить (закрепить) в перемещении по оси z .

Конечно-элементная формулировка для общего случая трехмерной геометрии. В том случае если геометрия детали не обладает осевой симметрией, необходимо использовать полную трехмерную формулировку МКЭ для задачи НДС. Это многократно увеличивает необходимое число конечных элементов, а также число степеней свободы для каждого узла на единицу. Удобно воспользоваться декартовой системой координат, что приводит к трем степеням свободы для каждого узла (перемещения u , v и w по осям x , y и z соответственно).

Таким образом, вычислительные затраты в общем случае трехмерной геометрии многократно превышают вычислительные затраты случая осевой симметрии.

Переход от перемещений к деформациям осуществляется с помощью следующего выражения:

$$\{\epsilon\} = \{\epsilon_x \quad \epsilon_y \quad \epsilon_z \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{zx}\}^T = \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} \quad \frac{\partial v}{\partial y} \quad \frac{\partial w}{\partial z} \quad \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right\}^T. \quad (27)$$

Тангенциальная матрица элемента

$$[S] = \int_{V_{el}} [B]^T [D_{ep}] [B] dx dy dz, \quad (28)$$

где V_{el} – объем элемента.

Вектор узловых нагрузок

$$\{f\} = \int_{V_{el}} [B]^T [D_{ep}] (\{\epsilon^{th}\} + \{\epsilon^{ph}\} + \{d\epsilon^{tp}\}) r dx dy dz. \quad (29)$$

В случае если используются тетраэдральные конечные элементы, интегралы в выражениях (28) и (29) могут быть вычислены аналитически. Для других типов конечных элементов возможно проведение численного интегрирования с применением правила, описанного выше для (случая) осевой симметрии детали: порядок интегрирования должен быть на единицу больше, чем аппроксимирующий элемент полином.

На рисунке 2 представлен алгоритм решения задачи НДС с помощью метода конечных элементов.

Фазовый состав на каждом временном интервале определяется исходя из температурной истории в каждой точке интегрирования элемента [16]. Для известного фазового состава и температуры с помощью алгоритмов идентификации параметров и баз данных осуществляется расчет следующих величин: модуль Юнга $E(T, \Sigma)$; коэффициент изотропного упрочнения $H_{iso}(T, \Sigma)$; предел упругости $Y_0(T, \Sigma)$; ТКЛР $\alpha(T, \Sigma)$; коэффициент Пуансона $\nu(T, \Sigma)$; параметр ИФПП $k(T, \Sigma)$; матрица упругости и ее приращение на текущем временном шаге; разностная аппроксимация производной предела упругости по температуре.

Поиск решения упругопластической задачи осуществляется итерационно в соответствии с алгоритмом Ньютона – Рафсона. В качестве тангенциальной используется упругопластическая матрица.

Как видно из алгоритма решения задачи НДС, одним из обязательных этапов расчета является идентификация параметров на каждом шаге тепловой нагрузки, которая представляет собой отыскание модуля Юнга $E(T, \Sigma)$, коэффициента изотропного упрочнения $H_{iso}(T, \Sigma)$ и предела упругости $Y_0(T, \Sigma)$ для стали с определенным фазовым составом. Очевидно, что ошибка в вычислении этих параметров может значительно снизить точность вычислений в целом.

Для идентификации механических параметров стали использовалась диаграмма растяжения. Методика идентификации приведена в работе [16].

Напряжение I рода для смеси из фаз может быть вычислено путем использования правила аддитивности:

$$\Sigma = f(z)\sigma_1 + (1 - f(z))\sigma_2, \quad (30)$$

где σ_i и Σ – напряжение II рода в i -й фазе и напряжение I рода смеси соответственно; $f(z)$ – нормализующая функция

$$f(z) = \begin{cases} 0, & z = 0; \\ 1, & z = 1, \end{cases} \quad (31)$$

где z – объемное содержание фазы 1.

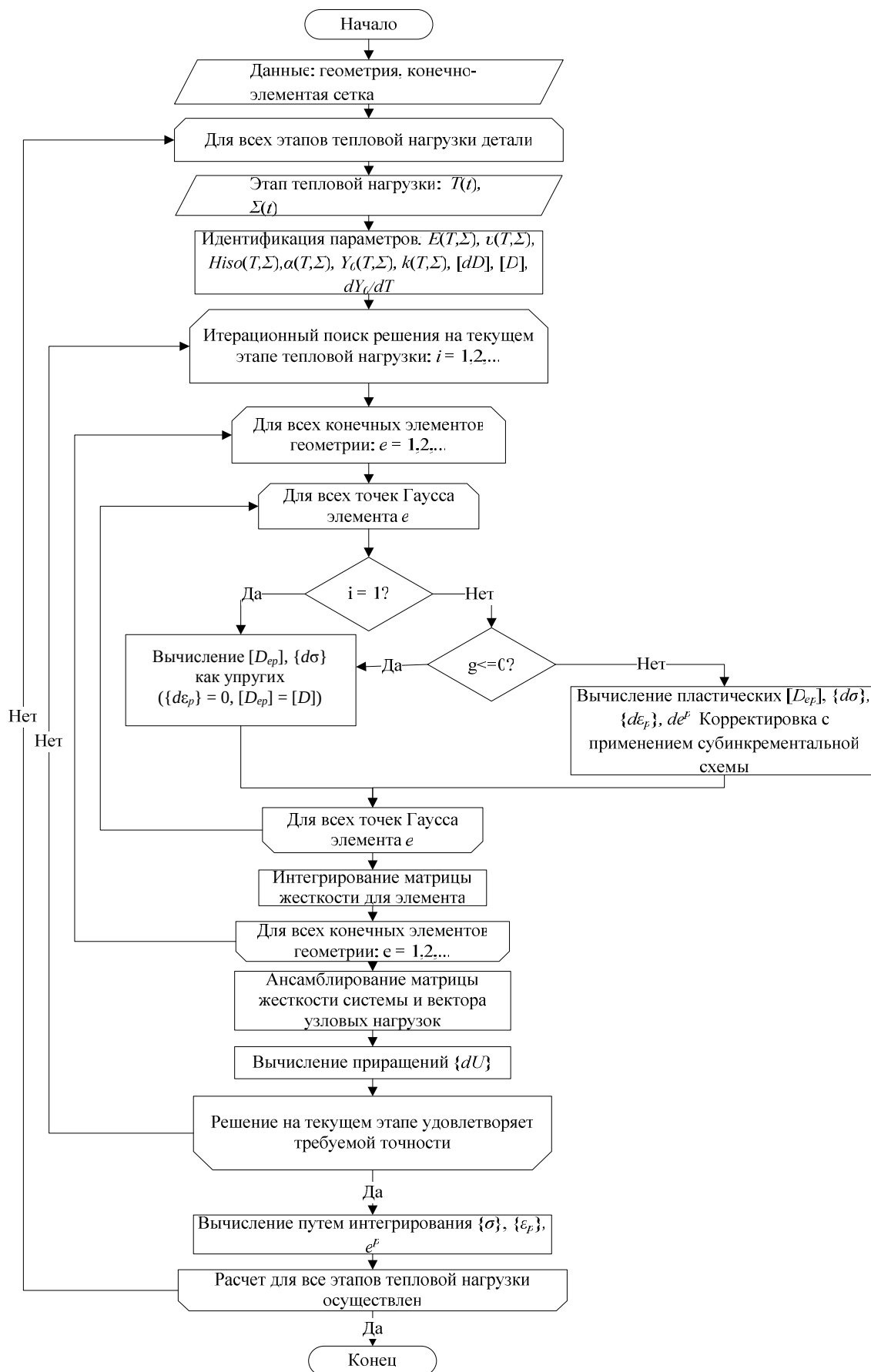


Рис. 2. Алгоритм решения задачи напряженно-деформированного состояния в процессе индукционной закалки

Численные исследования Леблонда [17; 18], а затем и экспериментальные исследования [19] показывают, что для смесей фаз на основе α -модификации решетки железа (феррит, перлит, бейнит, мартенсит) справедливо линейное правило аддитивности, т.е.

$$f(z) = z. \quad (32)$$

Для смесей фаз, в которых присутствует аустенит, справедлива квадратичная аппроксимация:

$$f(z) = z^2, \quad (33)$$

где z – объемное содержание аустенита в фазе.

В силу линейной зависимости напряжений от деформаций в упругой области, справедливы следующие выражения:

$$E(\Sigma) = f(z)E_\alpha + (1 - f(z))E_\gamma; \quad (34)$$

$$Y_0(\Sigma) = f(z)Y_{0\alpha} + (1 - f(z))Y_{0\gamma}. \quad (35)$$

Вычисление коэффициента упрочнения аналогичным образом не представляется возможным (см. выражение (31)). Однако несложные математические выкладки показывают, что коэффициент упрочнения смеси двух фаз может быть вычислен с помощью выражения

$$H_{iso}(\Sigma) = \frac{E_\gamma E(\Sigma) \left(f(z) H_{iso\alpha} (E_\gamma + H_{iso\gamma}) + (1 - f(z)) H_{iso\gamma} (E_\alpha + H_{iso\alpha}) \right)}{f(z) (E_\alpha^2 + E_\alpha H_{iso\alpha} + E_\gamma H_{iso\alpha}) (E_\gamma + H_{iso\gamma}) + (1 - f(z)) E_\gamma^2 (E_\alpha + H_{iso\alpha})}. \quad (36)$$

Представленные выше модели НДС практически реализованы в программном комплексе ThermoSim 2 [20] с последующей передачей данных и моделированием процесса эксплуатации сборочной единицы в программном комплексе LS-DYNA. Так как при этом используются разные программные средства, то требуется перенести распределение напряженно-деформированного состояния, полученное путем моделирования закалки с использованием тетраэдральной конечно-элементной сетки (сетка А), на конечно-элементную сетку, состоящую из восьмиугольных элементов (сетка Б).

Предложена методика переноса результатов, которая состоит из следующих этапов:

- 1) в случае необходимости производится построение сетки А на основании информации о симметрии исследуемой детали;
- 2) с использованием опорных точек производится совмещение конечно-элементных сеток А и Б в пространстве;
- 3) для каждого узла сетки Б производится интерполяция компонентов тензора напряжений по значениям узлов сетки А;
- 4) полученные значения тензора напряжений используются в качестве начального напряженного состояния при моделировании механической задачи.

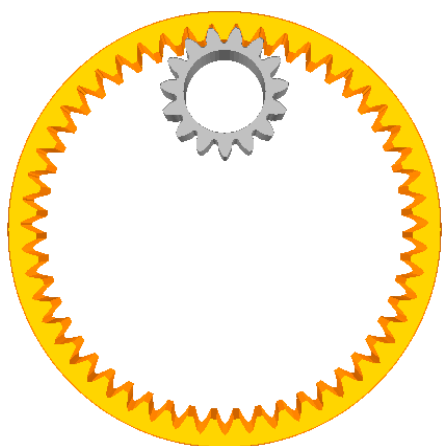


Рис. 3. Трехмерная модель исследуемой системы

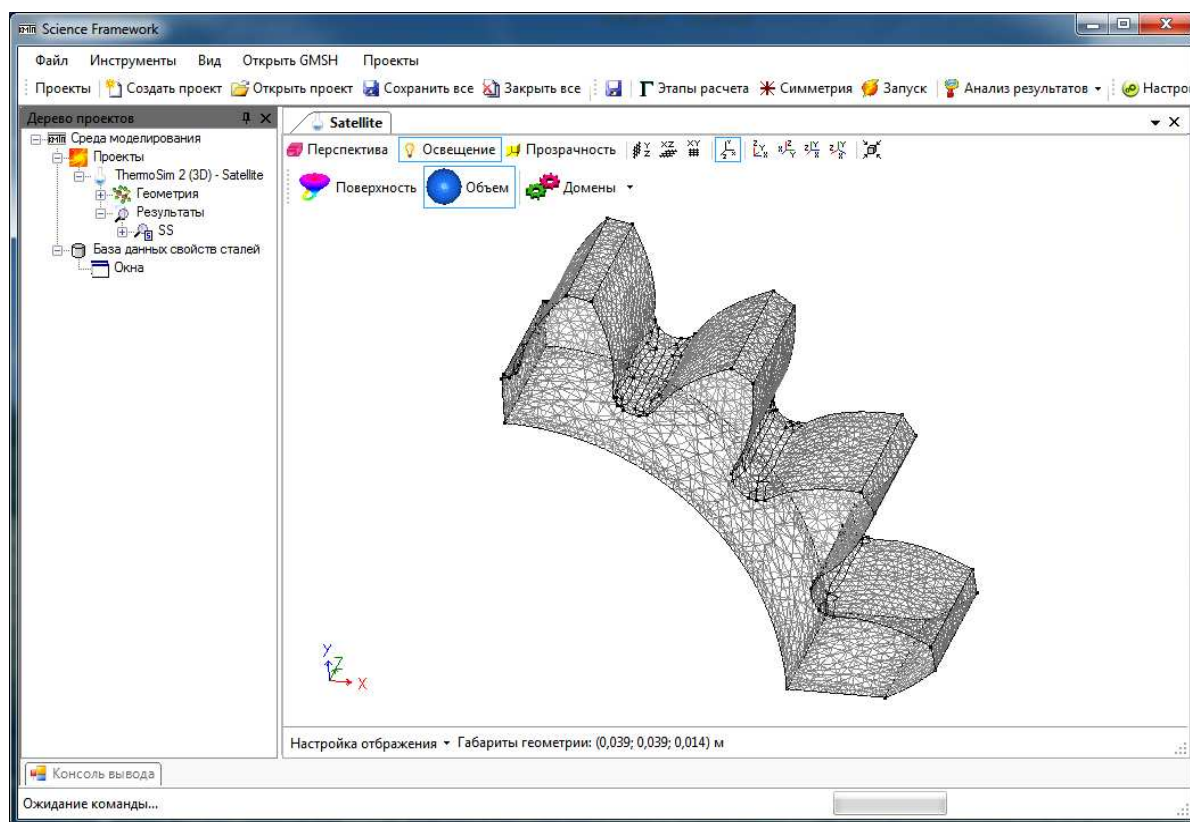
Алгоритм, реализующий указанную методику, разработан в рамках программного комплекса ThermoSim 2. Исследование предложенного подхода осуществлялось путем моделирования процесса закалки и эксплуатации сателлита главной пары автомобиля МАЗ [21].

На первом этапе моделирования была получена трехмерная модель исследуемой системы (рис. 3). В рамках исследования изучалось влияние процесса закалки только на сателлит главной передачи.

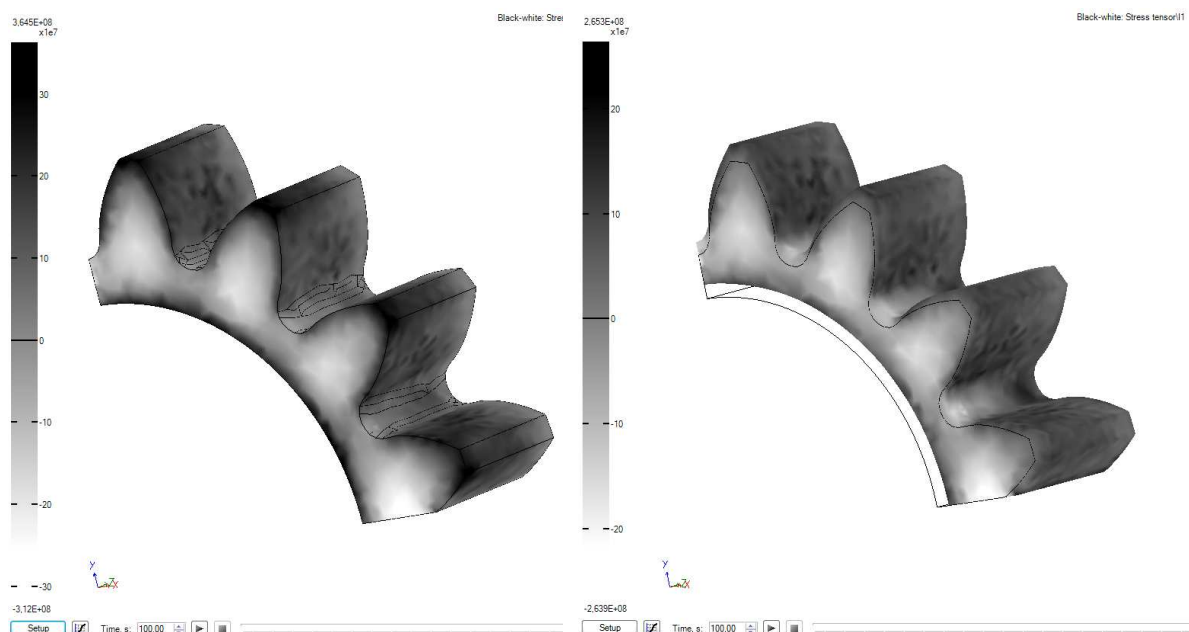
Для моделирования закалки в программном комплексе ThermoSim была построена (рис. 4, а) конечно-элементная модель (в качестве конечных элементов выступали тетраэдры). В результате решения трехмерной совместной тепловой и НДС задачи были получены распределения компонент тензора напряжений в детали (рис. 4, б, в).

Для сокращения вычислительной сложности использовалась восьмая часть полной геометрии детали с учетом граничных условий симметрии (тепловой поток через плоскости симметрии равен нулю).

Полученное распределение компонент тензора напряжений переносилось на полную конечно-элементную сетку, состоящую из восьмиугольных (HEX) элементов, для последующего использования в качестве начальных условий при моделировании контактной задачи в программном комплексе LS-DYNA.



а)



б)

в)

Рис. 4. Результаты моделирования напряженно-деформированного состояния:
а – исходная конечно-элементная сетка; б – z-компонента тензора напряжений;
в – II инвариант тензора напряжений и деформаций ($\times 10$)

В процессе решения контактной задачи было получено распределение напряжений и деформаций в сателлите, учитывающее начальное напряженно-деформированное состояние (рис. 5).

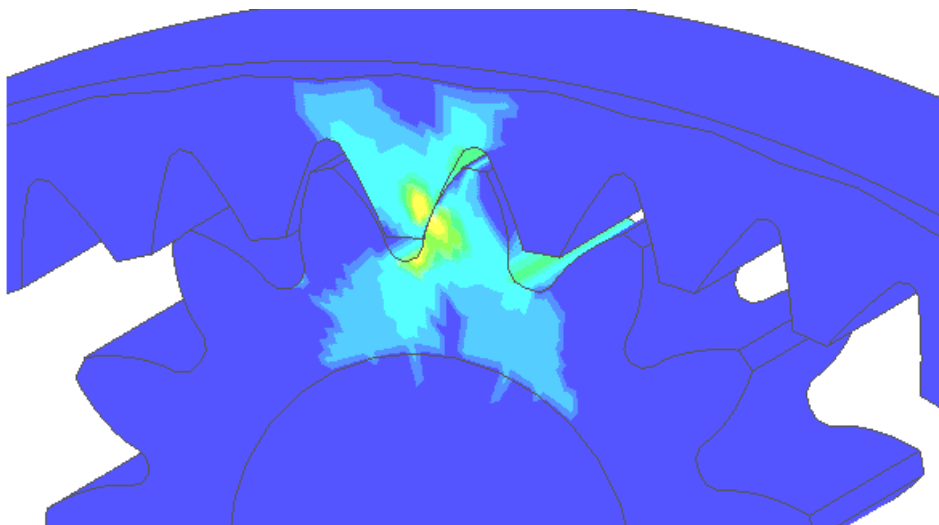


Рис. 5. Распределение напряжений после моделирования контактной задачи в LS-DYNA

Заключение. Разработана математическая модель напряженно-деформированного состояния стальных деталей в процессе индукционной закалки, на основе которой создана методика сквозного моделирования эксплуатации деталей в составе сборочных единиц с учетом остаточных напряжений при закалке. Модели практически реализованы с помощью программных комплексов ThermoSim II и LS-DYNA.

В результате проведенных исследований установлено, что предложенный подход и разработанные программные средства позволяют решать поставленную задачу – осуществлять сквозное моделирование процессов закалки и последующую эксплуатацию стальных деталей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Withers, P.J. Residual Stress. Part 1: Measurement techniques / P.J. Withers, H.K.D.H. Bhadeshia // *Materials Science and Technology*. – 2001. – Vol. 17. – P. 355–365.
2. Кундас, С.П. Совместное решение электромагнитной и тепловой задач при моделировании индукционного нагрева / С.П. Кундас, Д.Г. Иванов, И.А. Гишкелюк // *Изв. Белорус. инж. акад.* – 2005. – № 1(19)/2. – С. 51–53.
3. Semiatin, S.L. Induction Heat Treatment of Steel / S.L. Semiatin, D.E. Stutz. – Ohio: American Society for Metals, 1986. – 308 p.
4. Комплексная математическая модель индукционной закалки осесимметричных деталей с учетом напряженно-деформированного состояния и фазовых превращений / В.Б. Демидович [и др.] // *Актуальные проблемы энергосберегающих электротехнологий: сб. тр. конф.* – Екатеринбург, 2006. – С. 149–153.
5. Hearn, E.J. *Mechanics of materials. An introduction to the mechanics of elastic and plastic deformation of solid and structural materials* / E.J. Hearn. – Oxford: Butterworth-Heinemann, 1997. – Vol. 2. – 597 с.
6. Термическая обработка в машиностроении: справочник / под ред. Ю.М. Лахтина, А.Г. Рахштадта. – М.: Машиностроение, 1980. – 783 с.
7. Withers, P.J. Residual stress. Part 2. Nature and origins / P.J. Withers, H.K.D.H. Bhadeshia // *Materials Science and Technology*. – 2001. – Vol. 17. – P. 366–374.
8. Lakhdar, T. New investigations on transformation induced plasticity and its interaction with classical plasticity / T. Lakhdar, S. Petit-Grostabussiat // *International journal of plasticity*. – 2006. – Vol. 22. – P. 110–130.
9. Murthy, Y.V.L.N. Numerical simulation of welding and quenching processes using transient thermal and thermo-elasto-plastic formulations / Y.V.L.N. Murthy, Rao G. Venkata, Iyer P. Krishna // *Computers & Structures*. – 1996. – Vol. 60. – P. 131–154.
10. Mathematical model of phase transformations and elasto-plastic stress in the water spray quenching of steel bar / Y. Nagasaka [et al.] // *Metallurgical and Materials Transactions*. – 1993. – Vol. 24A. – P. 795–808.

11. Моделирование напряженно-деформированного состояния стальных деталей при закалке / С.П. Кундас [и др.] // Деформация и разрушение материалов. – 2005. – № 5. – С. 37–47.
12. Leblond, J.B. Mathematical modeling of transformation plasticity in steels II. Coupling with strain hardening phenomena / J.B. Leblond // International journal of plasticity. – 1989. – № 5. – С. 573–591.
13. Seong-Hoon, K. Three-dimensional thermo-elastic-plastic finite element modeling of quenching process of plain-carbon steel in couple with phase transformation / K. Seong-Hoon, I. Young-Taek // International journal of mechanical sciences. – 2007. – Vol. 49. – P. 423–439.
14. Plasticity of Metals: Experiments, Models, Computation / Ed. by E. Steck [et al.]. – Berlin: Wiley-VCH Verlag GmbH, 2001. – 398 p.
15. Zienkiewicz, O.C. The Finite Element Method / O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor. – 5th Edition. – Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000. – Vol. I: The Basis. – 708 p.
16. Математическое моделирование индукционной закалки с применением метода конечных элементов / С.П. Кундас [и др.] // Актуальные проблемы теории и практики индукционного нагрева: сб. тр. – СПб.: ООО ВНИИТВЧ-ЭСТЭЛ-2005. – С. 292–299.
17. Leblond, J.B. A theoretical and numerical approach to the plastic behavior of steels during phase transformations: II. Study of classical plasticity for ideal plastic phases / J.B. Leblond, G. Mottet, J.C. Devaux // Journal of the mechanics and physics of solids. – 1986. – Vol. 34. – P. 411–432.
18. Leblond, J.B. A theoretical and numerical approach to the plastic behaviour of steels during phase transformations: I. Derivation of general relations / J.B. Leblond, G. Mottet, J.C. Devaux // Journal of the mechanics and physics of solids. – 1986. – Vol. 34. – P. 395–409.
19. Petit-Grostabussiat, S. Experimental results on classical plasticity of steels subjected to structural transformations / S. Petit-Grostabussiat, L. Taleb, J-F. Jullien // International journal of plasticity. – 2004. – Vol. 20. – P. 1371–1386.
20. Кундас, С.П. Компьютерное моделирование процессов термической обработки сталей / С.П. Кундас. – Минск: Бестпринт, 2005. – 313 с.
21. Моделирование закалки шестерен главной пары автомобилей МАЗ / А.В. Лемзиков [и др.] // Новые материалы и технологии: порошковая металлургия, композиционные материалы, защитные покрытия, сварка: материалы докл. 10-й междунар. науч.-техн. конф., г. Минск, 12–14 сент. 2012 г. – Минск, 2012. – С. 273–275.

Поступила 25.11.2013

**A METHODIC OF STRESS-STRAIN STATE SIMULATION OF STEEL DETAILS
AS PART OF ASSEMBLY UNITS WITH TAKING INTO ACCOUNT
THE IR PROVISIONAL HARDENING**

**S. KUNDAS, A. LEMZIKOV, D. IVANOV,
S. MELNIKOV, S. MEDVEDEV**

The article describes the characteristics of residual stresses in induction hardening, set their causes. A mathematical model describing the I residual stresses of the first kind in the steel parts. The resulting mathematical description allows modeling process based on thermal and due to the difference in specific volume phase deformations and phase transformations induced plasticity. The model is adapted for integration with thermal calculations and calculations of phase transformations and includes the ability to direct account dependence of the mechanical properties of the material on the temperature. An algorithm for the computer implementation of the model and the finite element formulation for the case of axial symmetry and overall three-dimensional geometry. The methodic of integrated stress-strained state modeling of details as part of assembly units, taking into account the residual stresses encountered during their hardening. The simulation results are introduced.

УДК 621.391.82

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДА АДАПТИВНОГО МАСКИРОВАНИЯ ВИДЕОСИГНАЛА ОТ УТЕЧКИ ПО ТЕХНИЧЕСКИМ КАНАЛАМ

д-р техн. наук, проф. В.К. ЖЕЛЕЗНЯК, А.В. БАРКОВ
(Полоцкий государственный университет)

Экспериментально исследованы новые методы выделения и маскирования видеосигнала от утечки по техническим каналам адаптивными синхронными видеошумовыми цветными кадрами. Обосновано практическое использование новых методов обработки, оценки априорно неизвестных в шумах параметров синхроимпульсов для выделения и восстановления видеокадров в каналах утечки информации, а также метода активного маскирования синхронным и адаптивными видеошумовыми кадрами неподвижных (статических) и подвижных (динамических) видеокадров в каналах утечки видеосигналов. Изучено маскирование предложенного тестового видеокадра динамическим случайным видеошумом и адаптивными видеошумовыми кадрами, восстановление видеокадра реализовано разработанным алгоритмом и программным средством синхронного накопления видеокадров, значительно улучшающее отношение сигнал/шум. Экспериментальные исследования подтвердили преимущества маскирования статического видеокадра адаптивными синхронными видеошумовыми кадрами, которое по сравнению с динамическим шумом не позволяет выделить видеокадр, уменьшает его чёткость и повышает защищённость видеосигнала пропорционально отношению корня квадратного из числа видеокадров к количеству смен видеошумового кадра.

Введение. Способы защиты информации формируются и реализуются для различных сигналов, являющихся переносчиками защищаемой информации (речевая, видео, передача данных) [1]. Степень защиты информации формируют на основании особенностей каналов утечки информации в условиях эксплуатации объекта защиты информации. Защиту информации обеспечивают в каналах, доступных для извлечения информации [1]. Развитие методов и средств обнаружения и восстановления видеосигналов из шумов высокого уровня определило совершенствование традиционных и обоснование разработки новых методов защиты и оценки их защищённости.

Шумы высокого уровня и отсутствие априорной информации о сигнале обуславливают необходимость выделения сигнала из случайного процесса [1] в канале утечки информации (КУИ). Проанализированы современные работы, демонстрирующие возможность восстановления видеосигналов [3; 4; 5, с. 121; 6–8] и основные их принципы. Из анализа этих работ следует, что восстановление видеосигнала невозможно без точных параметров синхроимпульсов [8] для выделения видеокадров. Для обнаружения видеокадра в шумах необходимо обнаружить его элементы. Восстановление синхроимпульсов как одной из составляющих сложного сигнала обуславливает возможность выявления КУИ, выделения видеокадров и их восстановления синхронным накоплением. Восстановление синхроимпульсов производится из видеосигнала в КУИ [9].

Современные методы восстановления видеосигнала и оценки защищённости определяют направление развития методов защиты от утечки.

Известные генераторы шума не формируют синхронных с маскируемым сигналом статических маскирующих помех для достижения положительного технического эффекта.

В работе [8] экспериментально исследованы метод извлечения видеосигналов при априорно известной информации о синхроимпульсах и принцип защиты информационных пикселей позиционным сдвигом (временным и частотным), чем искажается точное значение интенсивности информационного значения пикселей. В этой же работе для генерации синхроимпульсов использован внешний генератор со стабильными точными параметрами синхронизации.

В современных системах обработки видеосигналов развертка содержит несколько стандартизированных частот, например, некоторые режимы работы [10]: 640×480 60 Гц; 640×480 72 Гц; 640×480 75 Гц; 800×600 60 Гц; 800×600 75 Гц.

В качестве тестового режима [8] использован стандартизированный XGA (1024×768). Принцип защиты здесь основан на позиционном сдвиге пикселей с изменением тактовой частоты синхронизации для затруднения восстановления видеокадров, так как их перехват невозможен без восстановления точных данных о синхроимпульсах. Можно согласиться с утверждениями авторов [8] о недостаточной защищённости принятыми мерами тестовых видеосигналов в виде букв из алфавита.

Современные методы активного маскирования не формируют адаптивные с видеосигналом помехи. Выявлены особенности маскирования сигнальных видеокадров шумовыми сигналами, которые показали, что изображение маскируется динамическим шумом менее эффективно из-за несинхронного его накопления. Реализация современных методов защиты видеосигналов возможна разработкой адаптивных

методов их маскирования для улучшения защищенности синхронным накоплением. Предложены два основных направления защиты видеосигнала: компенсация синхроимпульсов на выходе канала утечки видеосигнала [11, 12]; адаптивное маскирование информативной составляющей видеокadra [13, 14]. Принцип маскирования статических (неподвижных) и динамических (подвижных) видеокadров синхронными и адаптивными видеошумовыми кадрами заключается в формировании синхронных с видеосигналом статических видеошумовых кадров для подавления каналов утечки. Улучшение отношения сигнал/шум (ОСШ) статического видеосигнала пропорционально времени накопления T и частоте воспроизведения видеокadров f_v . Накопление n видеокadров зашумленного динамическим шумом видеосигнала улучшает ОСШ пропорционально $\sqrt{n}$. Защита видеосигнала адаптивным маскированием видеошумовыми кадрами улучшает защищенность относительно динамических случайных шумов пропорционально $\sqrt{n}/\sqrt{k}$, где k – количество смен видеошумового кадра в течение времени T . Маскирование синхронными и адаптивными видеошумовыми кадрами затрудняет восстановление видеокadra синхронным накоплением, значительно снижает четкость видеокadra и улучшает защищенность видеосигнала. Экспериментально подтвердить эффективность защиты видеосигналов новыми методами обработки, оценки априорно неизвестных параметров синхроимпульсов для выделения и восстановления видеокadров в КУИ, а также методом активного маскирования синхронными и адаптивными видеошумовыми кадрами статических (неподвижных) и динамических (подвижных) видеокadров в каналах утечки видеосигналов – цель данного эксперимента. Задача состоит в исследовании маскирования тестового видеокadra динамическим случайным видеошумом и адаптивными видеошумовыми кадрами, восстановлении видеокadров из шумов синхронным накоплением для оценки защищенности, обоснования выбора хаотических импульсных последовательностей (ХИП) для формирования видеошумовых кадров.

Экспериментальное исследование маскирования видеосигнала. Экспериментально исследованы результаты маскирования тестового видеокadra динамическим (случайным для каждого видеокadra) белым шумом [15]. Восстановление зашумленного видеокadra реализовано разработанным алгоритмом и программным средством синхронного накопления видеокadров. Синхронное накопление (периодическое усреднение) увеличивает ОСШ периодического сигнала. Упрощенная блок-схема экспериментальной установки представлена на рисунке 1.

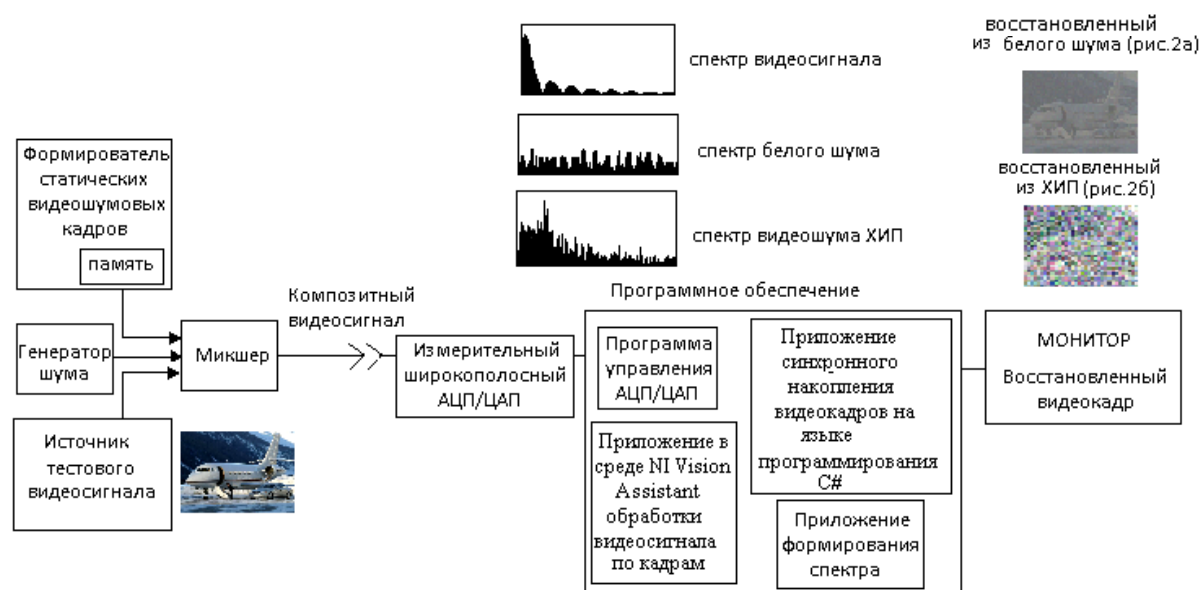


Рис. 1. Упрощенная блок-схема экспериментальной установки

Установка содержит генератор шума, формирователь видеошумовых кадров, источник тестового видеосигнала, микшер, метрологический измерительный широкополосный аналого-цифровой преобразователь/цифроаналоговый преобразователь (АЦП/ЦАП), персональный компьютер с программным обеспечением для проведения экспериментальных исследований. Основные технические характеристики измерительного широкополосного АЦП/ЦАП представлены в таблице.

Программное обеспечение обработки видеосигнала включает программу управления измерительного широкополосного АЦП/ЦАП, разработанное в среде NI Vision Assistant приложение для обработки видеосигнала по кадрам, приложение формирования спектра по данным измерительного АЦП/ЦАП и разработанное приложение синхронного накопления видеокadров на языке программирования C#.

Основные технические характеристики измерительного широкополосного АЦП/ЦАП

Параметр	Величина
Количество каналов	4
Разрядность АЦП, бит	14
Входные поддиапазоны, В	$\pm 3,0$; $\pm 1,0$; $\pm 0,3$ независимая настройка для каждого канала
Входное сопротивление аналогового входа АЦП, МОм	10
Максимальная частота преобразования, МГц	10
Типичное отношение сигнал/шум канала АЦП, дБ	73
Межканальное прохождение, не более, дБ: на постоянном напряжении на частоте 1 кГц на частоте 1 МГц	-70 -75 -65
FIFO буфер данных, МБ	8
Режимы синхронизации	Частоты АЦП старта-сбора данных (по цифровому и аналоговым сигналам)
Дополнительные возможности	Сбор заданного количества кадров от синхросигнала, задержанный старт на заданное количество кадров и др.
Пределы допускаемой основной приведенной погрешности измерения, %, в диапазоне частот входного напряжения от 0,5 до 1 МГц	± 1

Экспериментально исследовано маскирование цветного тестового видеокadra динамическим белым шумом при ОСШ 1/15. Видеосигнал длительностью 30 секунд статического (неподвижного) тестового видеокadra зашумлён динамическим белым шумом, т.е. шумом, который был различен для каждого тестового видеокadra. Результат синхронного накопления зашумленных видеокadres представлен на рисунке 2, а. Получено чёткое изображение видеокadra, в котором восстановлены различимые мелкодетальные элементы и цветовые компоненты тестового видеокadra. Восстановление видеокadra синхронным накоплением обуславливает задачу разработки метода адаптивного маскирования видеосигналов.

Исследовано маскирование синхронными и адаптивными видеошумовыми кадрами при ОСШ 1/15, которое затрудняет восстановление видеокadra синхронным накоплением. Оценка повышения защищённости видеосигнала реализована двумя способами: первый эксперимент заключается в маскировании видеосигнала динамически изменяющимся шумом ХИП [16]; второй – в маскировании видеосигнала сформированными синхронными и адаптивными видеошумовыми кадрами.

В [13] предложено формирование маскирующих видеошумовых кадров на основе ХИП. Экспериментальное исследование первого способа демонстрирует эффективность маскирования шумом ХИП по отношению к белому шуму. Маскирующий шум ХИП реализован генератором ХИП, высокочастотные составляющие которого подавляют мелкодетальные элементы изображения, а контуры крупномасштабных изображений разрушаются низкочастотными составляющими ХИП. Представлены результаты эксперимента по синхронному накоплению замаскированного цветного тестового видеокadra (длительность видеосигнала 30 с), которые подтвердили разрушение контуров крупноплановых элементов восстановленного видеокadra (рис. 2, б), что повышает защищённость видеокadres.

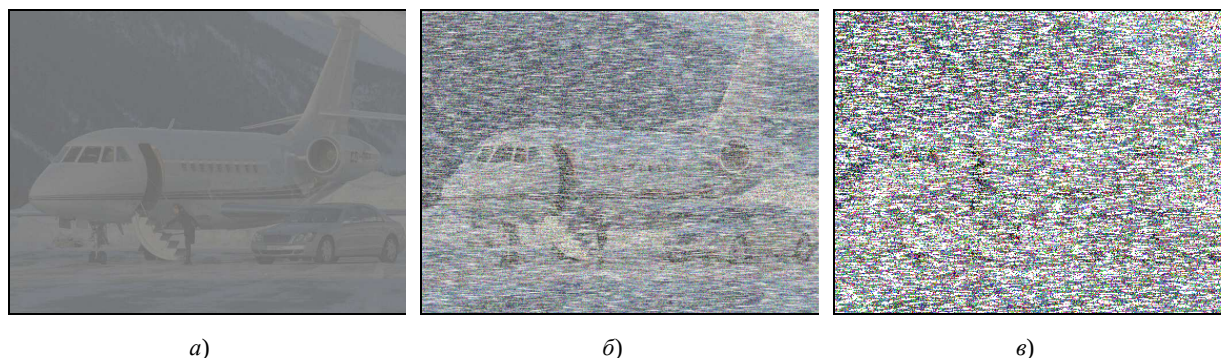


Рис. 2. Восстановленный синхронным накоплением тестовый видеокadra (длительность видеосигнала 30 с):
а – зашумленный динамическим белым шумом; б – зашумленный динамическим шумом ХИП;
в – зашумленный синхронными адаптивными видеошумовыми кадрами

Второй эксперимент реализует маскирование тестового изображения адаптивными видеозумовыми кадрами, синхронными с видеосигналом. Результаты эксперимента синхронного накопления статических видеокадров, синхронно зашумленных адаптивными видеозумовыми кадрами, проиллюстрированы рисунком 2, в, который практически не отличается от зашумленного до обработки накоплением, что подтверждает эффективность метода и повышение защищенности видеосигнала от утечки пропорционально отношению корня квадратного из числа видеокадров к количеству смен шумового видеокадра. Так, при накоплении видеосигнала со среднестатистической длительностью 30 секунд при $n = 750$ и $k = 6$ предлагаемый метод улучшает защищенность в 11 раз.

В итоге проведенный эксперимент подтвердил эффективность маскирования видеокадров шумами ХИП (см. рис. 2, б, в) по отношению к белому шуму (см. рис. 2, а) при одинаковом ОСШ зашумленного видеосигнала.

Экспериментальные данные спектра тестового видеосигнала (рис. 3) соответствуют исследованиям энергетического спектра видеосигнала [17, 18], подтверждают периодический характер спектра (рис. 3), где компоненты спектра группируются вокруг гармоник строчной частоты [18], а интенсивность составляющих уменьшается с ростом частоты спектральной составляющей.

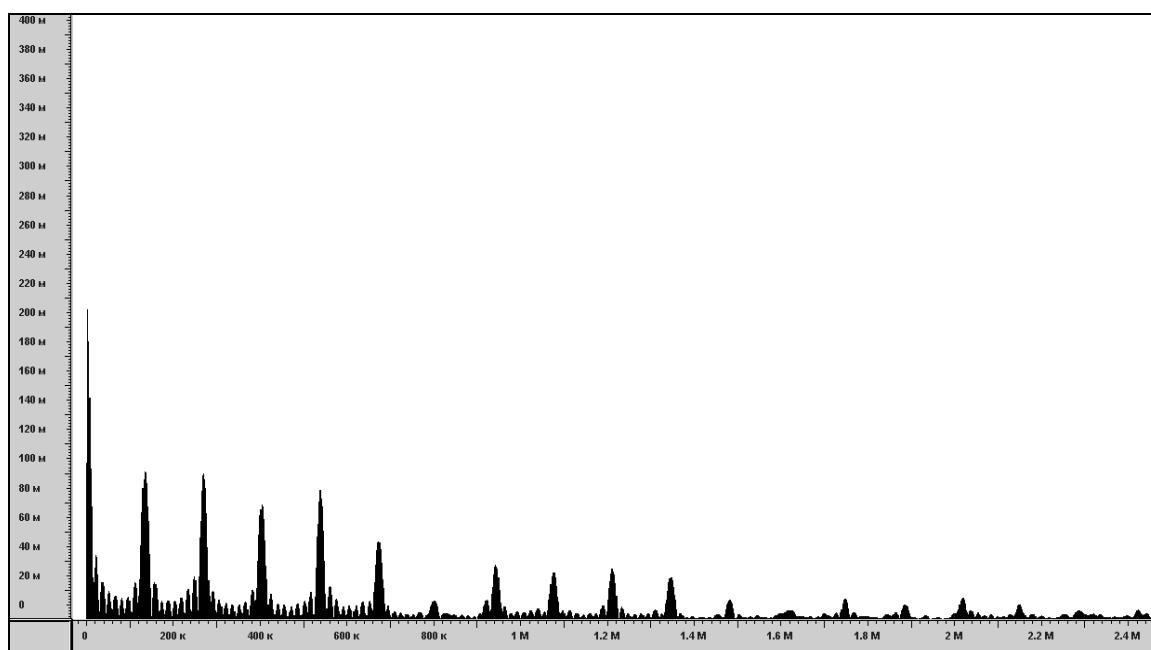


Рис. 3. Экспериментальная зависимость амплитуд спектральных составляющих тестового видеокадра от частоты

Структура спектра видеосигнала [17, 18] требует большей энергии маскирующего шума в его НЧ-диапазоне и меньшей для ВЧ-диапазона. Белый шум формирует в полосе видеосигнала пиксельное зашумление равномерно по всем спектральным составляющим. Это обуславливает избыточную энергию в ВЧ-диапазоне маскирующего шума для видеосигнала и недостаточное маскирование в НЧ. Это затрудняет разрушение контуров крупноплановых элементов. Спектр шума ХИП (рис. 4) сформированного видеозумового кадра подобен спектру видеосигнала, представленного на рисунке 3, что позволяет при равной общей мощности больше энергии концентрировать в НЧ-диапазоне видеосигнала, обеспечивая равномерное маскирование составляющих видеосигнала.

Результаты экспериментальных исследований восстановления видеосигнала, зашумленного динамическим шумом подтверждают эффективность маскирования видеокадров шумами ХИП по отношению к белому шуму (см. рис. 2). Это позволяет разрушать спектральные компоненты тонкой структуры видеокадра и эффективно маскировать как мелкодетальные элементы, так и крупноплановые разрушением их контуров.

Эффективность метода маскирования синхронными и адаптивными видеозумовыми кадрами подтверждена экспериментально. Метод обеспечивает лучшее качество маскирования, снижает ОСШ по сравнению с динамическим шумом пропорционально $\sqrt{n}/\sqrt{k}$. Экспериментальные исследования подтвердили преимущества маскирования статического видеокадра синхронными видеозумовыми кадрами (рис. 2, в), которое по сравнению с динамическим шумом (рис. 2, а, б) не позволяет выделить видеокадр, снижает его четкость и повышает защищенности видеосигнала в зависимости от ОСШ.

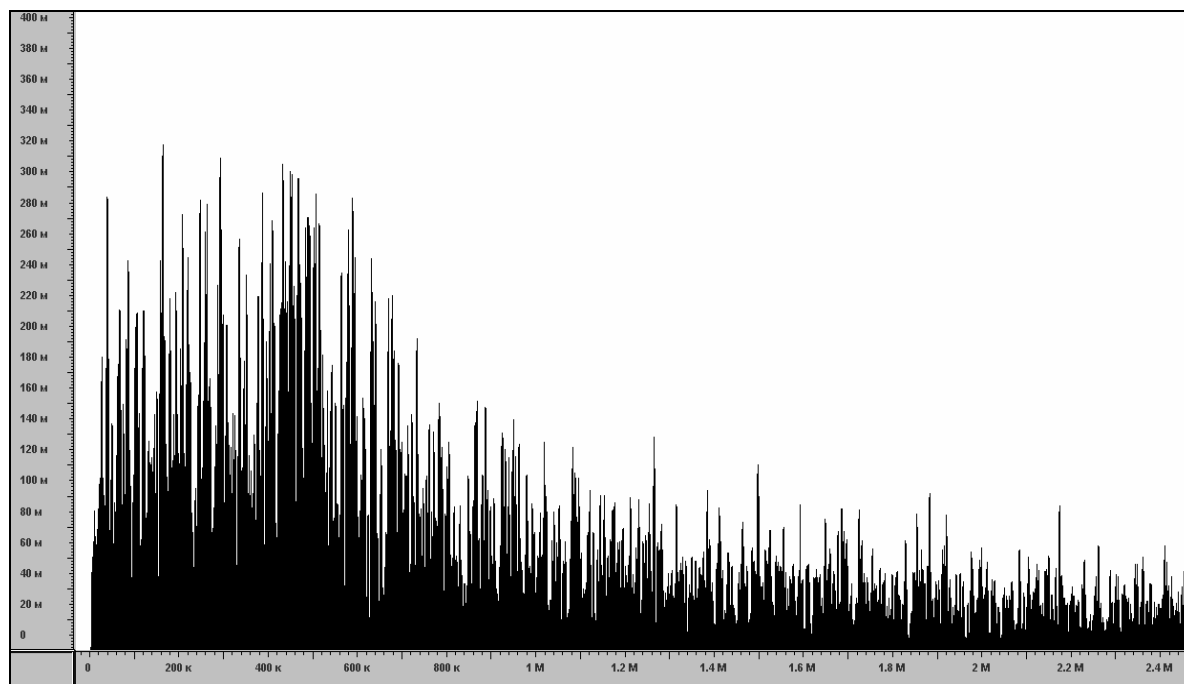


Рис. 4. Экспериментальная зависимость амплитуд спектральных составляющих шума хаотической импульсной последовательности от частоты

Вывод. Экспериментальные исследования подтвердили преимущества метода адаптивного маскирования видеозумовыми цветными кадрами для статических и динамических видеокадров. Маскирование тестового видеокадра адаптивными видеозумовыми кадрами при синхронном накоплении видеокадров обеспечивает лучшее качество маскирования и снижает ОСШ по сравнению с динамическим пропорционально отношению корня квадратного из числа видеокадров к количеству смен видеозумового кадра $\sqrt{n}/\sqrt{k}$. Накопление видеосигнала длительностью $T = 30$ секунд с числом кадров $n = 750$ и количеством смен видеозумового кадра $k = 6$ защищенность по ОСШ улучшается в 11 раз.

Результаты экспериментальных исследований нового метода формирования и накопления видеозумовых кадров синхронного маскирования видеокадра подтвердили его эффективность (см. рис. 2, в) по отношению к белому шуму (рис. 2, а). Обоснована эффективность формирования видеозумовых кадров из ХИП (ис. 4), распределение спектральной плотности которого аналогична видеосигналу (рис. 3). Это позволяет разрушать спектральные компоненты тонкой структуры видеокадра и эффективно маскировать как мелкодетальные элементы, так и крупноплановые разрушением их контуров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Железняк, В.К. Защита информации от утечки по техническим каналам: учеб. пособие / В.К. Железняк. – СПб.: ГУАП, 2006. – 188 с.
2. Скляр, Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / Б. Скляр. – Изд. 2-е, перераб. Е.Г. Грозы [и др.]; под ред. О.М. Ядренко. – М.: Издат. Дом «Вильямс», 2003. – 1104 с.
3. Wim van Eck: Electromagnetic Radiation from Video Display Units: An Eaves-dropping Risk? Computers & Security. – 1985. – Vol. 4. – P. 269–286.
4. Markus, G. Kuhn Security Limits for Compromising Emanations / G. Markus [Electronic resource] // Computer Laboratory, University of Cambridge, 15 JJ Thomson Avenue, Cambridge CB3 0FD. – Mode of access: www.cl.cam.ac.uk/~mgk25/ches2005-limits.pdf. – Date of access: 30.09.2013.
5. Петраков, А.В. Основы практической защиты информации. – М.: Радио и связь, 1999. – 368 с.
6. Tanaka, H. A trial of the interception of display image using emanation of electromagnetic wave / H. Tanaka, O. Takizawa, A. Yamamura // Journal of the National Institute of Information and Communications Technology. – 2005. – 52(1/2). – P. 213–223.
7. Markus, G. Kuhn Eavesdropping attacks on computer displays / G. Markus [Electronic resource] // Computer Laboratory, University of Cambridge, 15 JJ Thomson Avenue, Cambridge CB3 0FD. – Mode of access: www.cl.cam.ac.uk/~mgk25/iss2006-tempest.pdf. – Date of access: 30.09.2013.

8. Watanabe, T. Synchronization Clock Frequency Modulation Technique for Compromising Emanations Security / T. Watanabe, H. Nagayoshi, H. Sako // 2009 International Symposium on Electromagnetic Compatibility (EMC'09 Kyoto) [Electronic resource]. – Mode of access: <http://www.ieice.org/proceedings/EMC09/pdf/21P1-4.pdf>. – Date of access: 04.12.2013.
9. Способ обнаружения периодической импульсной последовательности и оценки ее периода: пат. 17138 Респ. Беларусь, МПК G 01R 23/02 / В.К. Железняк, А.В. Барков; заявитель Полоц. гос. ун-т. – № а 20110815; заявл. 10.06.2011.
10. VESA Monitor Timing Specifications, Version 1.0: Video Electronics Standards Association, September 1998.
11. Барков, А.В. Обнаружение и компенсация зашумленных импульсных последовательностей периода / А.В. Барков, В.К. Железняк // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Серия С. Фундаментальные науки. – 2013. – № 4. – С. 35–39.
12. Барков, А.В. Способ подавления зашумленных импульсных последовательностей путем компенсации / А.В. Барков, В.К. Железняк // Электроника инфо. – 2013. – № 96. – С. 212–216.
13. Барков, А.В. Формирование маскирующей помехи для защиты видеосигнала от утечки по техническим каналам периода / А.В. Барков, В.К. Железняк // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Серия С. Фундаментальные науки. – 2012. – № 12. – С. 40–45.
14. Барков, А.В. Маскирование RGB-видеокадров синхронным и адаптивным шумовым RGB-видеокадром / А.В. Барков, В.К. Железняк // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Серия С. Фундаментальные науки. – 2013. – № 12. – С. 2–7.
15. Барков, А.В. Метод маскирования статических и динамических RGB-видеокадров синхронным и адаптивным шумовым RGB-видеокадром / А.В. Барков, В.К. Железняк // Современные средства связи: материалы XVIII междунар. науч.-техн. конф., Минск, 15–16 окт. 2013 г. / ВГКС; редкол.: А.О. Зеневич [и др.]. – Минск, 2008. – С. 186–187.
16. Защита от радиопомех / М.В. Максимов и [др.]; под общ. ред. М.В. Максимова. – М.: Сов. радио, 1976. – 496 с.
17. Дерюгин, Н.Г. Спектр мощности и функция корреляции телевизионного сигнала / Н.Г. Дерюгин // Электросвязь. – М., 1957. – № 7 – С. 3–14.
18. Игнатьев, Н.К. Энергетический спектр телевизионного сигнала / Н.К. Игнатьев // Электросвязь. – Москва, 1959. – № 7 – С. 21–27.

Поступила 04.03.2014

EXPERIMENTAL STUDY OF THE METHOD OF ADAPTIVE VIDEO MASKING LEAKAGE THROUGH TECHNICAL CHANNELS

V. ZHELEZNYAK, A. BARKOV

New methods of allocation and video signal masking from leak on technical channels are experimentally investigated by adaptive synchronous video noise color frames. The purpose of pilot studies is justification and practical use of new methods of processing, an assessment of parameters of clock pulses a priori unknown in noise for allocation and recovery of the video frames in information leakage channels, and also a method of active masking synchronous and adaptive video noise frames of the motionless (static) and mobile (dynamic) video frame in channels of leakage of video signals. Masking of the offered test video footage by dynamic casual video noise and adaptive video noise frames is investigated, recovery of the video frame is realized by the developed algorithm and a software of synchronous accumulation of the video frames which considerably improves the relation signal/noise. Pilot studies confirmed advantages of masking of the static video frame with adaptive synchronous video noise frames which in comparison with dynamic noise doesn't allow to allocate the video frame, reduces its clearness and increases security of video signal in proportion to the relation of a root square number of the video frames to number of changes of a video noise frame.

УДК 519.1:519.8:004.6

**МЕТОДИКА ПРИМЕНЕНИЯ ДЕКОМПОЗИЦИИ
ПРИ РЕШЕНИИ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ СОСТАВЛЕНИЯ РАСПИСАНИЯ****М.В. ДЕКАНОВА***(Полоцкий государственный университет)*

Предложена методика применения декомпозиции при решении многокритериальной задачи составления расписания учебных занятий университета, реализующая разбиение сложной многомерной задачи на отдельные подзадачи меньшей размерности и более простой структуры с учетом системного рассмотрения задач оптимизации параметров расписания занятий и методики автоматизации процесса его составления. Описана организация совместного решения полученных подзадач, которая включает выбор алгоритма решения каждой подзадачи; координацию процесса обмена информацией между подзадачами.

Введение. Первые публикации на тему применения вычислительной техники с целью автоматизировать составление расписания занятий появились в начале 1960-х годов. Таким образом, задача составления учебного расписания с помощью вычислительной техники имеет достаточно продолжительную историю [1–3]. На первый взгляд задача составления расписания не сложнее любой другой задачи автоматизации. Число исследователей, так или иначе изучавших эту задачу, велико. Среди них десятки докторов, сотни кандидатов технических и физико-математических наук. Необходимо отметить работы таких ученых, как: В.С. Танаев, Ю.Н. Сотсков, В.С. Михалевич, А.М. Вендров, В.И. Грекула, Н.Л. Коровкин, Г.Н. Смирнов, С.С. Диго, А.А. Емельянов, Г.Н. Денищенко, М.И. Семенов, И.Т. Трубилин, В.И. Лойко, В.В. Бойко, И.О. Губенко, Ю.Г. Строкин, Е.Р. Гафаров, и других [4–10].

Исследованию этой проблемы и ее разработке посвящены программы: «1С: ХроноГраф Расписание»; «Астра»; «АВТОРасписание»; «Экспресс-расписание Колледж 6.3.71 Мини»; «aSc Расписания 2014 Про»; «Экспресс-расписание ВУЗ 6.0 Полная»; «Ректор 3.31»; «ScheduleBuilder 1.1» и т. д. [11–13].

С математической точки зрения задача построения оптимального расписания учебных занятий является сложной [15]. Даже нахождение допустимого расписания является NP-трудной задачей [16]. Для формирования расписания существует огромное количество методов, со своими достоинствами и недостатками. Основным отличием алгоритма, предлагаемого в данной работе, от большинства подходов является то, что задача разбивается на части, или точнее, на ряд последовательно решаемых подзадач, при этом каждая решенная подзадача на предыдущем шаге является ограничением для подзадачи, подлежащей решению на следующем шаге. Следует отметить, что каждая в отдельности из подзадач, которые последовательно решаются в ходе алгоритма, являются «допустимо» разрешимыми.

Метод декомпозиции задачи составления расписания. Опишем пошаговый алгоритм разбиения многокритериальной задачи составления расписания учебных занятий в университете на подзадачи.

Шаг 1. Следует выбрать режим работы учебного заведения, а именно определиться с тем, сколько дней в неделю будет работать университет, и определиться с количеством проводимых за учебный день «пар-занятий». Также нужно задать количество студенческих групп в университете. Далее необходимо поставить запрещения на те таймслоты, по которым «пары-занятия» не проводятся. Это последние часы в каждом учебном дне. Таблица запрещений на проведение «пар-занятий», которая далее будет использоваться на протяжении всего алгоритма, запоминается.

Шаг 2. Строится расписание для совместителей. Основная особенность этой подзадачи заключается в том, что совместителям позволено заявлять дни, по которым они будут работать. Кроме того, некоторым совместителям позволено отказаться от первой «пары-занятия» всех рабочих дней, когда они работают. Задача решается с помощью алгоритма раскраски гипервершин гиперграфа. Математическая модель этого алгоритма описана в научных статьях [17–19] и книгах [20, 21]. Далее для каждой «пары-занятия» (группа, преподаватель, таймслот [17]) с помощью алгоритма решения задачи о назначении подбирается аудитория для проведения этого занятия. Алгоритм решения задачи о назначении описан в современных учебниках, в частности [22], и научных статьях [23]. Окончанием второго шага является операция по объединению таблицы запрещений на проведение «пар-занятий», сформированной на шаге 1, и полученного расписания для совместителей. Таким образом, формируется новая таблица запрещений на проведение «пар-занятий», которая будет одним из ограничений для следующего шага алгоритма.

Шаг 3. Этот шаг состоит из решения подзадачи о проведении занятий, требующих объединения групп в потоки (поточные лекции). Особенностью такой задачи является то, что в некоторый учебный таймслот назначается занятие для потока, сформированного из нескольких групп. Преподаватели будут назначены только после окончательного построения всего расписания. То есть на этом шаге преподаватели для проведения поточных занятий не назначаются. При построении расписания соблюдается правило: для любого потока в один учебный день может быть назначено не более одного учебного таймслота

для проведения поточного занятия. Кроме того, соблюдается другое правило: в любой таймслот не могут быть запланированы поточные занятия более чем для одного потока. Это правило (ограничение) представляется вполне разумным, поскольку при проведении поточных занятий резко возрастает потребность в аудиториях для проведения «пар-занятий». Оно введено именно с той целью, чтобы не возникло ситуации, когда нескольким потокам в один и тот же таймслот требуется большое количество свободных аудиторий, в которых бы поместился поток студентов. Преподаватели и аудитории для проведения поточных занятий на этом шаге не назначаются, они будут подобраны после построения всего расписания. Алгоритмом решения задачи о проведении поточных занятий является также алгоритм раскраски гипервершин гиперграфа. Новая таблица запрещений на проведение «пар-занятий» строится точно так же, как и на предыдущем шаге. Полученное расписание объединяется с таблицей запрещений.

Шаг 4. На этом шаге алгоритма строится расписание для «пар-занятий», при проведении которых группы необходимо разделить на подгруппы (например, лабораторных занятий). Для преподавателей с небольшой нагрузкой гарантирован один или два выходных, которые им будут предоставлены. Точно так же, как и на втором шаге алгоритма, преподаватели, которые проводят лабораторные работы, могут потребовать освободить их от «занятий-пар» в первый час рабочего дня. Задача о расписании по проведению рассматриваемого вида занятий так же, как и на втором и третьем шагах, решается с помощью алгоритма раскраски гипервершин гиперграфа. С помощью алгоритма о назначении каждому занятию, а точнее, каждой подгруппе студентов и их преподавателю подбирается аудитория для его проведения. Окончанием четвертого шага так же, как второго и третьего, является операция по объединению таблицы запрещений на проведение «пар-занятий» с полученным расписанием. Таким образом, получаем новый вариант таблицы, который будем использовать на шестом шаге. После окончания четвертого шага алгоритма в зависимости от учебного плана расставляется обычно от 15 до 40 % всей учебной нагрузки, предусмотренной этим планом.

Шаг 5. Подсчитывается нагрузка, определенная учебным планом, на аудитории, которые для университета являются «дефицитными» (аудитории, оснащенные компьютерами для проведения лабораторных работ, мультимедийные аудитории, лаборатории и др.). Этот подсчет осуществляется с целью максимально возможной загрузки (минимального «простоя») таких аудиторий.

Шаг 6. Строится расписание для всех оставшихся дисциплин, кроме тех, которые проводятся в «дефицитных» аудиториях. У преподавателей нет возможности заявить, в какие дни они будут работать, но для тех преподавателей, у которых низкая нагрузка, гарантирован один или два выходных, существует возможность отказаться от проведения первой «пары-занятия». Эта задача решается с помощью алгоритма раскраски гиперграфа. Построенное расписание состоит из четверок <группа, преподаватель, дисциплина, таймслот>. На этом же шаге всем четверкам с помощью алгоритма решения задачи о назначении сопоставляются аудитории, где будут проводиться эти «пары-занятия» (четверки). После окончания этого шага вся сетка расписания заполнена, за исключением занятий, проводимых в «дефицитных» аудиториях. Оставшиеся пробелы в расписании – это и есть расписание для проведения занятий в «дефицитных» аудиториях.

Шаг 7. Осуществляется разделение групп на подгруппы (или, при необходимости, объединение групп в потоки) по дисциплинам, которые будут проводиться в «дефицитных» аудиториях. Если множество преподавателей, для которых построено расписание на предыдущем шаге, пересекается с множеством преподавателей, проводящих занятия в «дефицитных» аудиториях, то тогда формируется таблица на запрещенные таймслоты работы преподавателей, являющихся пересечением этих множеств. С помощью алгоритма решения задачи о назначении осуществляется подбор преподавателей для каждой подгруппы.

Шаг 8. Осуществляется объединение всех полученных ранее расписаний, т.е. формируется финальное расписание. После получения финального расписания каждый преподаватель может решить для себя, когда ему будет удобно проведение поточных занятий. Время для них было зарезервировано на шаге 3 алгоритма. И если этот преподаватель сможет набрать себе поток учащихся, он самостоятельно поставит свое поточное занятие в расписание вместе с подобранной им же самой аудиторией. Общим правилом для преподавателей является то, что каждый преподаватель может проводить занятия по нескольким дисциплинам, в том числе и у одной и той же группы.

Заключение. Предложен пошаговый алгоритм разбиения многокритериальной задачи составления расписания учебных занятий в университете на подзадачи, который позволяет учесть в процессе реализации предлагаемой методики критерии оптимальности и ограничения двух взаимосвязанных задач – задачи оптимизации основных показателей учебного расписания и методики автоматизации процесса его составления. Процедура декомпозиции сложной задачи упрощает методологию решения многокритериальной задачи путем решения подзадач «допустимой» сложности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лазарев, А.А. Методы и алгоритмы решения задач теории расписаний для одного и нескольких приборов и их применение для задач комбинаторной оптимизации: дис. ... д-ра физ.-мат. наук / А.А. Лазарев. – М.: Ин-т проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 1997. – 413 с.

2. Баронов, В.В. Автоматизация управления предприятием / В.В. Баронов. – М.: Инфра-М, 2000.
3. Логоша, Б.А. Комплекс моделей и методов оптимизации расписания занятий в вузе / Б.А. Логоша, А.В. Петропавловская // Экономика и математические методы. – 1993. – Т. 29, № 4.
4. Танаев, В.С. Теория расписаний. Многостадийные системы / В.С. Танаев, Ю.Н. Сотсков, В.А. Струевич. – М.: Наука, 1989. – 328 с.
5. Гафаров, Е.Р. Задачи теории расписаний. Алгоритмы и применение / Е.Р. Гафаров // Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук: управление и прикладная математика: тр. 49 науч. конф. МФТИ, Москва–Долгопрудный, 2006 г. – М., 2006. – С. 82–83.
6. Строкина, Ю.Г. Алгоритмические процедуры формирования гетерогенных расписаний для производственных систем: дис. ... канд. техн. наук / Ю.Г. Строкина. – Уфа: УГАТУ, 1997. – 150 с.
7. Burke, E.K. A University Timetabling System Based on Graph Coloring and Constraint Manipulation / E.K. Burke, D.G. Elliman, R.F. Weare // Journal Of Research on Computing in Education, 1993.
8. Бабкин, Э.А. Проектирование и реализация алгоритмов составления учебного расписания на основе многоагентных технологий / Э.А. Бабкин, И.М. Ретинский // Технические, программные и математические аспекты управления сложными распределенными системами: материалы науч.-техн. конф., Нижний Новгород, 2003 г. – Н. Новгород, 2003. – С. 10–12.
9. Ханов, Г.В. Автоматизация составления расписаний с учетом неопределенности / Г.В. Ханов, Е.В. Алабужев // Информационные технологии в образовании, технике и медицине: материалы междунар. конф., Волгоград, 2004 г.: в 3-х т. / ВолГТУ. – Волгоград, 2004. – Т. 1.
10. Сотсков, Ю.Н. Построение расписаний учебных занятий на основе раскраски вершин графа / Ю.Н. Сотсков, С.В. Балтак // Информатика. – 2006. – С. 58–69.
11. РасписаниеПро 2.3. – Modeofaccess: <http://www.softsearch.ru/programs/28-705-raspisanie-pro-download.shtml>.
12. Magic Timetable Master. – Mode of access: <http://www.imagictimetablessoftware.com/>
13. TimeTabler – Mode of access: <http://www.timetabler.com/>
14. Люгер, Дж.Ф. Искусственный интеллект: стратегии и методы решения сложных проблем / Дж.Ф. Люгер. – 4-е изд., пер. с англ. – М.: Издат. Дом «Вильямс», 2003. – 864 с.
15. Гэри, М. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи / М. Гэри, Д. Джонсон. – М.: Мир, 1982. – 416 с.
16. Гафаров, Е.Р. Математические методы оптимизации при составлении учебного расписания / Е.Р. Гафаров, А.А. Лазарев // Новые информационные технологии в образовании: сб. науч. тр. – М.: ИС-Паблишинг, 2013. – Ч. 2. – С. 51–55.
17. Деканова, М.В. Математическая модель и алгоритм построения расписания учебных занятий университета / М.В. Деканова // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Серия С. Фундаментальные науки. – 2013. – № 12.
18. Визинг, В.Г. Раскраска вершин графа при мажоритарных ограничениях на используемые цвета / В.Г. Визинг // Дискретный анализ и исследование операций. – 2009. – Т. 16, № 4. – С. 21–30.
19. Карпов, Д.В. Динамические правильные раскраски вершин графа / Д.В. Карпов // Записки научных семинаров ПОМИ. – 2010. – Т. 381. – С. 47–77.
20. Дистель, Р. Теория графов / Р. Дистель. – Новосибирск: Изд-во Ин-та математики, 2002. – 336 с.
21. Лекции по теории графов / В.А. Емеличев [и др.]. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 384 с.
22. Пападимитру, Х. Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность: пер. с англ. / Х. Пападимитру, К. Стайглиц. – М.: Мир, 1985. – 512 с.
23. Деканова, М.В. Эвристический алгоритм назначения аудиторий для задачи составления расписания учебных занятий / М.В. Деканова, С.В. Кухта // Информационные компьютерные технологии: проектирование, разработка, применение: сб. науч. ст. / ГрГУ им. Я. Купалы. – Гродно: ГрГУ, 2013. – 378 с.

Поступила 03.03.2014

TECHNIQUE OF APPLICATION OF THE PRINCIPLES OF DECOMPOSITION AT THE SOLUTION OF THE MULTICRITERIA PROBLEM OF TIMETABLING

M. DEKANOVA

The technique of application of the principles of decomposition is offered at the solution of a multicriteria problem of drawing up the schedule of studies of the university, realizing splitting a complex multidimensional challenge into separate subtasks of smaller dimension and simpler structure taking into account system consideration of problems of optimization of parameters of lesson schedule and a technique of automation of process of its drawing up. The organization of the joint solution of the received subtasks which includes is described: choice of algorithm of the solution of each subtask; coordination of process of exchange of information between subtasks.

УДК 621.372.512

УВЕЛИЧЕНИЕ РАВНОМЕРНОСТИ ФАЗОЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ШИРОКОПОЛОСНЫХ СОГЛАСУЮЩИХ УСТРОЙСТВ И ФИЛЬТРОВ МОДИФИЦИРОВАННЫМИ АППРОКСИМИРУЮЩИМИ ФУНКЦИЯМИ

П.В. БОЙКАЧЕВ

(Военная академия Республики Беларусь, Минск)

Рассматривается возможность увеличения линейности фазочастотной характеристики в устройствах широкополосного согласования и фильтрации с помощью модификации классических аппроксимирующих функций. Приведены результаты модификации аппроксимирующей функции Чебышева пятого порядка по критерию максимума линейности группового времени запаздывания. Выполнен анализ модифицированной функции Чебышева пятого порядка, проведено сравнение ее с классической функцией Чебышева пятого порядка при одинаковых условиях. Показана методика реализации модифицированного фильтра Чебышева пятого порядка. Отмечено, что модифицированная функция Чебышева пятого порядка по отношению к классической функции Чебышева имеет меньшую неравномерность в полосе согласования (фильтрации), меньшее значение ошибки аппроксимации по интегральному критерию, меньший уровень неравномерности фазочастотной характеристики в полосе согласования (фильтрации).

Введение. В технологиях спутниковых и мобильных систем телекоммуникаций, а также в радиолокационных системах прогресс в основном связан с применением широкополосных и сверхширокополосных сигналов. Для обработки таких сигналов к входным трактам радиоприемных устройств предъявляются некоторые требования, такие как избирательность и внесение минимальных искажений амплитудного и фазового спектров сигнала. Элементы входных трактов должны внести минимальные искажения амплитудного и фазового спектров сигнала. В традиционной схемотехнике под неискажающим устройством понимается то устройство, которое имеет равномерную амплитудно-частотную характеристику, однако неравномерность фазочастотной характеристики (ФЧХ) может обусловить более серьезные проблемы на этапе обработки сигналов.

Для обеспечения вышеизложенных требований в последние годы стали применять фильтры с модифицированными функциями передачи [1, 2]. В сравнении с классическими аппроксимирующими функциями модифицированные функции передачи имеют следующие недостатки:

- большую неравномерность в полосе фильтрации;
- меньшее затухание в полосе заграждения;
- отсутствие свойства квадратной симметрии;
- большую нелинейность ФЧХ.

Методика модификации аппроксимирующей функции

Предлагается новый вариант модификации аппроксимирующей функции. Аналитическое выражение для прототипа функции передачи имеет вид:

$$K_m(-s^2) = \frac{k^2}{1 + \varepsilon^2 \prod_{q=1}^N (s_q - 1) \frac{\Psi_m(s) \Psi_m(-s)}{\prod_{q=1}^N (s + s_q)}}, \quad (1)$$

где s – комплексная частота ($s = \pm u \pm j$); k – коэффициент ($k < 1$); ε – коэффициент неравномерности характеристики в полосе фильтрации; N – количество вводимых нулей передачи; q – номер вводимого нуля передачи; $\Psi(s)$ – аппроксимирующий полином порядка m ; s_q – комплексная частота, на которой функция принимает нулевое значение.

Модифицированная функция (1) отличается от классической функции тем, что в нее определенным образом добавляются нули передачи. Ниже вводимые нули передачи образованы комплексно сопряженными парами, расположенными на комплексной плоскости s -переменной.

Способ модификации аппроксимирующей функции для увеличения равномерности фазочастотной характеристики. В опубликованных ранее работах [3; 4] нули передачи модифицированных функций располагались только на мнимой оси комплексной плоскости s -переменной, что обеспечивало максимальный уровень спада и равномерность в полосе согласования и фильтрации амплитудно-частотной

характеристики, но ухудшало линейность ФЧХ. Для улучшения линейности ФЧХ в полосе согласования и фильтрации предлагается использовать четверку комплексно сопряженных нулей. Линейность ФЧХ нагляднее описывает групповое время запаздывания (ГВЗ).

На рисунке 1 приведена зависимость разброса ГВЗ от расположения нулей функции передачи на комплексной плоскости для модифицированной функции Чебышева пятого порядка.

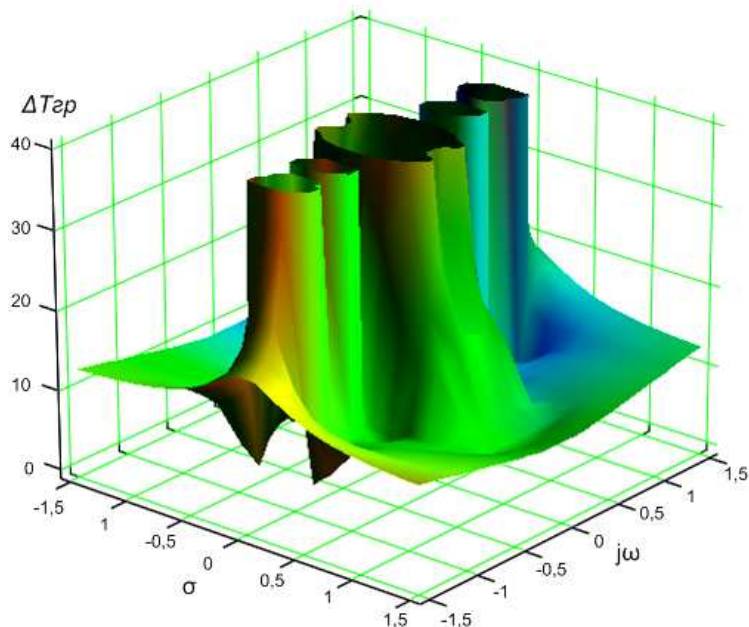


Рис. 1. Зависимость разброса ГВЗ от расположения нулей функции передачи для модифицированной функции Чебышева пятого порядка

Рисунок 1 позволяет определить область расположения вводимых нулей передачи, в которой разброс ГВЗ минимальный. Видимая на рисунке пара нулей расположена в районе $\sigma = \pm 0,035$ и $j\omega = \pm 0,96$.

Для этих значений σ и $j\omega$ коэффициент передачи по мощности (рис. 2, а) и ГВЗ (рис. 2, б) от частоты модифицированной функции Чебышева пятого порядка (сплошная линия) в сравнении с классической функцией Чебышева пятого порядка (пунктирная линия) для одинаковых начальных условий будет иметь вид, отображенный на рисунке 2.

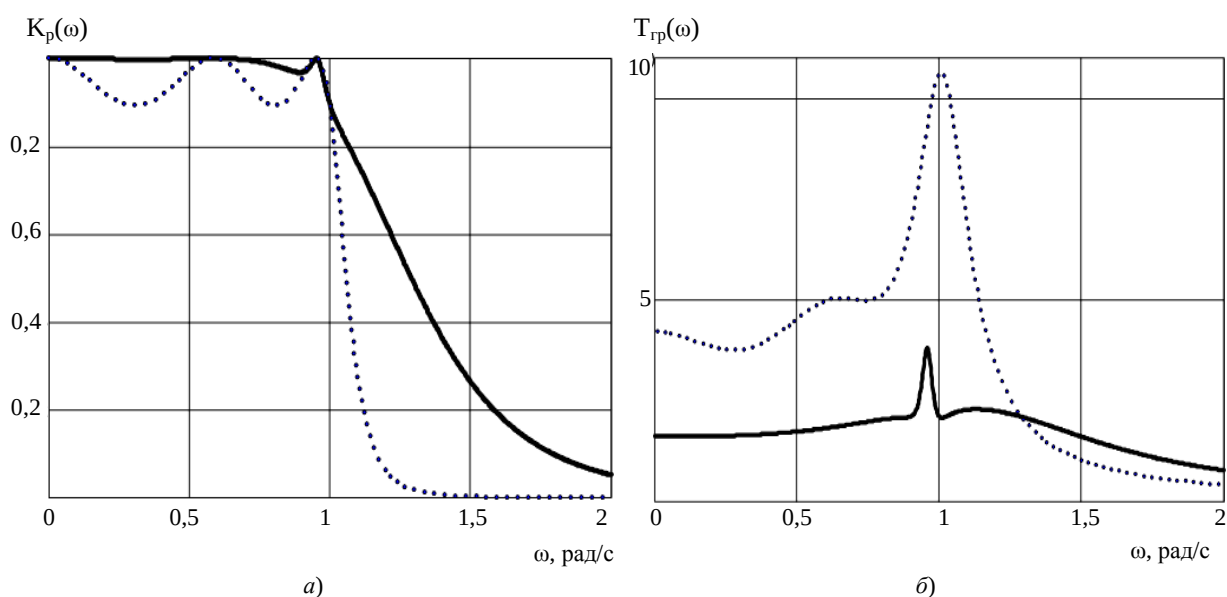


Рис. 2. Коэффициент передачи по мощности (а) и ГВЗ (б) от частоты модифицированной функции Чебышева пятого порядка (сплошная линия) в сравнении с классической функцией Чебышева пятого порядка (пунктирная линия)

Анализ приведенных на рисунках 1, 2 зависимостей показывает, что модифицированная функция Чебышева пятого порядка уступает классической функции передачи в избирательности, но имеет большую равномерность в полосе фильтрации (согласования) коэффициента передачи и более равномерное и меньшее ГВЗ.

Сравнение классической и модифицированной аппроксимирующих функций Чебышева пятого порядка. Представляет интерес сравнить рассматриваемые функции при одинаковом спаде частотных характеристик за пределами полосы пропускания. Этому условию для функции Чебышева пятого порядка соответствует четверка вводимых нулей $s_0 = \pm 0,18 \pm 1,18j$ при $m = 5$, $\varepsilon = 0,349$, $k = 1$.

Для выбранных условий функция (1) принимает вид:

$$K(-s^2) = \frac{-2,03 - 2,72s^2 - s^4}{-2,03 - 2,02s^2 + 4,58s^4 + 15,62s^6 + 17,85s^8 + 7,14s^{10}} \quad (2)$$

Функция (2) в s -координатах образует поверхность, приведенную на рисунке 3, а. Сечение показанной поверхности плоскостью $s = j\omega$ представляет частотную характеристику передачи мощности (2), представленную на рисунке 3, б: пунктирная линия – классическая аппроксимация Чебышева; сплошная линия – модифицированная функция Чебышева в соответствии с (2).

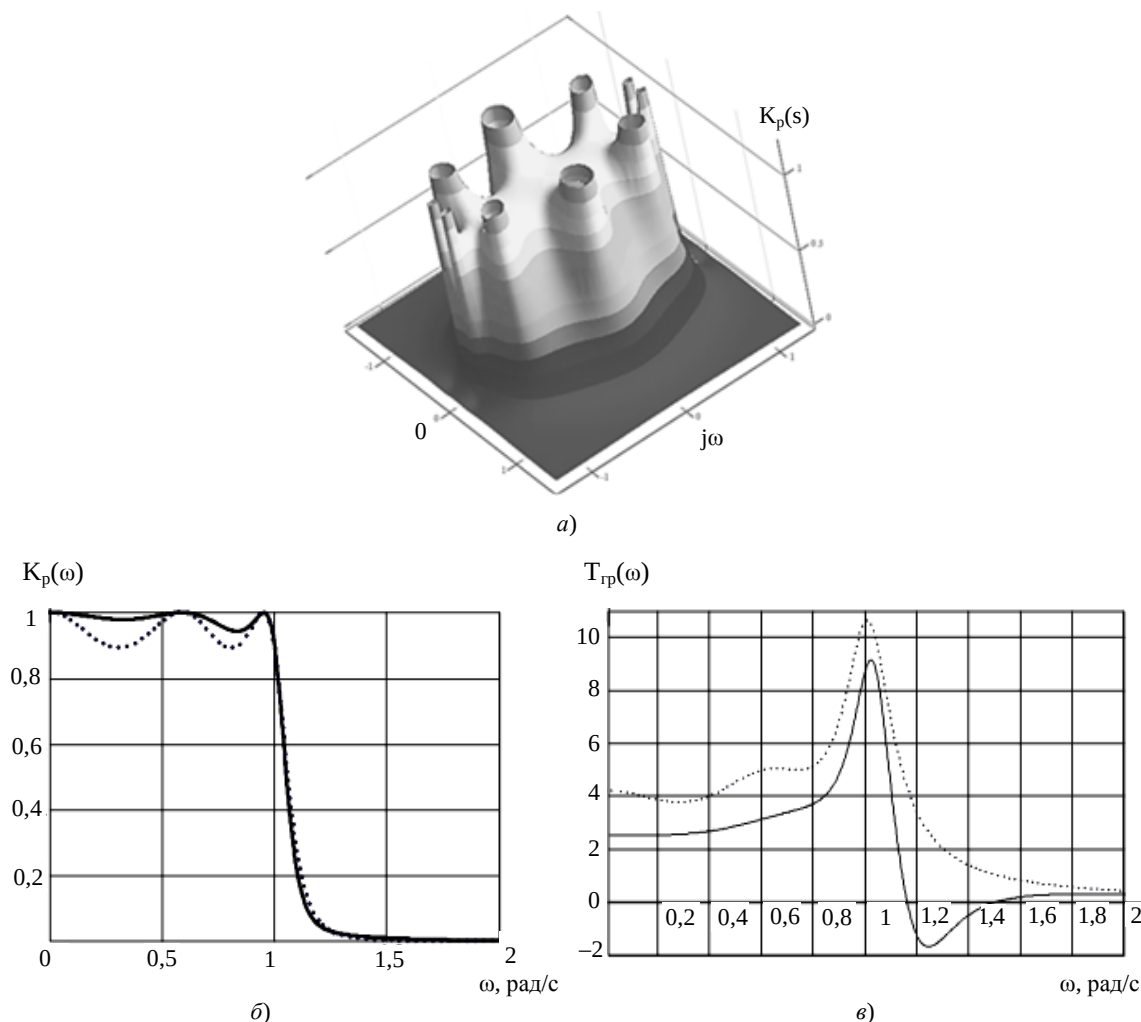


Рис. 3. Поверхность модифицированной функции передачи (2) в s -плоскости (а), коэффициент передачи по мощности (б) и ГВЗ (в) от частоты модифицированной функции Чебышева пятого порядка (сплошная линия) в сравнении с классической функцией Чебышева пятого порядка (пунктирная линия)

Анализируя кривые на рисунке 3, можно сделать вывод, что модифицированная аппроксимация Чебышева имеет более линейную частотную характеристику в полосе фильтрации (согласования) при той же величине спада. Для определения качества аппроксимации используем интегральный квадратичный критерий близости [5].

Интегральный квадратичный критерий близости позволяет определять интегральную ошибку аппроксимации на заданном интервале $[a; b]$ в виде

$$P[a; b] = \int_b^a [M(\omega) - K(\omega)]^2 d\omega, \quad (3)$$

где $M(\omega)$ – эталонная функция на участке $[a; b]$; $K(\omega)$ – аппроксимирующая функция, для которой необходимо определить качества аппроксимации.

Ошибка аппроксимации (3) модифицированной функции при заданных параметрах составляет 0,014, в свою очередь ошибка классической аппроксимации Чебышева при тех же параметрах равна 0,042, что в несколько раз больше, чем у модифицированной функции.

Сравнение ГВЗ модифицированной аппроксимирующей функции и классической Чебышева представлено на рисунке 3, в. Для большей наглядности целесообразно проанализировать зависимость величины группового времени запаздывания сравниваемых аппроксимирующих функций от частоты.

Анализ рисунков 3 б, в позволяет сделать вывод, что в пределах нормированной полосы пропускания линейность фазовой характеристики для модифицированной функции выше по сравнению с классической аппроксимацией Чебышева.

Таким образом, модифицируя аппроксимирующую функцию, как показано в (1), можно заметно снизить искажения фазового спектра сигналов, сохраняя уровень избирательности высоким.

Рассмотрим пример расчета низкочастотного фильтра, используя при этом модифицированную функцию Чебышева (2). Соотношение между коэффициентом отражения и функцией передачи мощности (2) имеет вид

$$K_p(-s^2) = 1 - \rho(s)\rho(-s), \quad (4)$$

где $\rho(s)\rho(-s)$ – функция коэффициента отражения на входе фильтра.

Выделяя полюсы и нули функции $\rho(s)\rho(-s)$ в левой полуплоскости, получаем для $\rho(s)$ выражение

$$\rho(s) = \frac{0,31s + 1,25s^3 + s^5}{0,53 + 1,48s + 2,34s^2 + 2,66s^3 + 1,68s^4 + s^5}. \quad (5)$$

По соотношению (6) находим функцию входного сопротивления фильтра (7):

$$Z_{\text{вх}}(s) = \frac{1 - \rho(s)}{1 + \rho(s)}; \quad (6)$$

$$Z_{\text{вх}}(s) = \frac{0,53 + 1,17s + 2,34s^2 + 1,41s^3 + 1,68s^4}{0,53 + 1,8s + 2,34s^2 + 3,91s^3 + 1,68s^4 + 2s^5}. \quad (7)$$

Для решения задачи реализации цепи предлагается использовать прямой синтез путем решения системы нелинейных уравнений. Исходными данными для составления системы нелинейных уравнений является входное сопротивление (7) и сопротивление четырехполюсника канонической формы, имеющего порядок аппроксимирующей функции с учетом количества нулей передачи. Для нахождения сопротивления четырехполюсника канонической формы необходимо задаться структурой цепи, у которой количество плеч совпадает с порядком аппроксимирующей функции. Схема должна иметь лестничную структуру и быть симметричной. Количество нулей передачи определяет число резонансных плеч в синтезируемой цепи. После определения структуры цепи (в данном случае структура представлена на рисунке 4) можно определить сопротивление четырехполюсника.

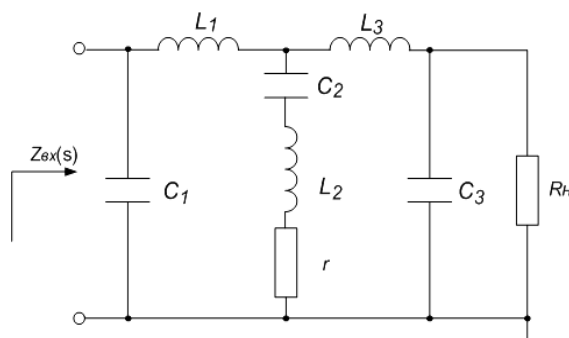


Рис. 4. Каноническая форма цепи для входного сопротивления

Коэффициенты при переменной s являются искомыми, так как они определяются значениями элементов синтезируемой цепи. Для составления нелинейных уравнений необходимо приравнять коэффициенты полинома (6) и полинома сопротивления четырехполюсника.

Таким образом, решая систему нелинейных уравнений, находим значения синтезируемой цепи. Реализация сопротивления (7) дает цепь, представленную на рисунке 4, нормированные значения элементов схемы следующие:

$$C_1 = 1,226; L_1 = 1,063; C_2 = 0,988; L_2 = 0,674; L_3 = 1,13; r = 0,026; C_3 = 1,303; R_n = 1.$$

Вывод. Предложенная модифицированная функция вида (1) имеет ряд достоинств по сравнению с классическими функциями и модификациями зарубежных разработчиков [3], а именно:

- меньшую неравномерность в полосе согласования (фильтрации);
- меньшее значение ошибки аппроксимации по интегральному критерию;
- меньший уровень неравномерности фазочастотной характеристики в полосе согласования (фильтрации).

Следует отметить, что модифицированная аппроксимирующая функция вида (1) может использоваться для конструирования широкого класса полиномиальных фильтров и широкополосных согласующих цепей по таким критериям, как минимальное искажение сигнала по фазе и амплитуде, минимальная чувствительность частотной характеристики на тот или иной элемент схемы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Software tool for the design of narrow band band – pass filters / A. Garcia Lamperez [et al.] // Microwave Symposium Digest, 2001 IEEE–MTT–S International. – 2001. – Vol. 3. – P. 2103–2106.
2. Hisham, L. Generalized Chebyshev-like Approximation for Low-pass Filter / L. Hisham // Electrical and Electronic Engineering. – 2011. – Vol. 3, № 1. – P. 5–8.
3. Бойкачев, П.В. Метод модификации аппроксимирующих функций для синтеза фильтров и согласующих цепей / П.В. Бойкачев, Г.А. Филиппович // Вестн. Воен. акад. Респ. Беларусь. – 2012. – № 3(36).
4. Бойкачев, П.В. Широкополосный синтез согласующих устройств на основе модифицированной аппроксимации функции передачи / П.В. Бойкачев // Вестн. БелГУТ. – 2013. – № 2(25).
5. Ланнэ, А.А. Оптимальный синтез линейных электрических цепей / А.А. Ланнэ. – М.: Связь, 1969. – 37 с.

Поступила 09.01.2014

INCREASE OF THE UNIFORMITY OF PHASE-FREQUENCY CHARACTERISTICS OF BROADBAND MATCHING DEVICES AND FILTERS OF THE MODIFIED APPROXIMATION FUNCTIONS

P. BOIKACHOV

Described the possibility of increasing the linearity characteristics fazachastotnoy in the broadband matching and filtering using a modification of the classical approximation functions. The results of the modified Chebyshev approximation function of the fifth order by the maximum group delay linearity. The analysis of the modified fifth-order Chebyshev function and its comparison with the classical fifth-order Chebyshev function under the same conditions. It is shown how the implementation of the modified fifth-order Chebyshev filter. It is noted that the modified Chebyshev function of order 5 with respect to the classical Chebyshev function has less unevenness in the band matching (filtration), a smaller value of the approximation error on the integral criterion, a lower level of non-uniformity (PFC) in the band of negotiation (filtration).

УДК 621.396.96

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ УСЛОВИЙ НАБЛЮДЕНИЯ НА ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ ДИСКРЕТНЫХ ФИЛЬТРОВ КАЛМАНА ПРИ НАБЛЮДЕНИИ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ КООРДИНАТ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО

П.А. ХМАРСКИЙ, канд. техн. наук, доц. **А.С. СОЛОНАР**
(Военная академия Республики Беларусь, Минск)

Рассмотрены особенности метода линеаризации. Оценена точность аппроксимации гауссовской плотности вероятности при переходе из полярных координат в прямоугольные для различных условий наблюдения. Представлены результаты исследований по оценке влияния условий наблюдения на показатели качества различных модификаций дискретных фильтров Калмана при наблюдении прямоугольных координат.

Введение. В современных радиолокаторах сопровождение воздушных объектов, как правило, осуществляется в прямоугольных координатах при наблюдении полярных координат. Переход от прямоугольных координат к полярным и (или) обратно выполняется при помощи нелинейных функциональных преобразований. В этом случае использование напрямую уравнений дискретного линейного фильтра Калмана для сопровождения объектов невозможно. Известен целый ряд модификаций алгоритма его работы, позволяющих обойти эту проблему [1, 6, 10, 11, 15]. В основе этих модификаций лежит метод линеаризации, позволяющий заменить нелинейные преобразования на линейные в окрестности оценки (разовой или экстраполированной). Для этого нелинейные функции раскладываются в ряд Тейлора, из которого используется только первый член [1, 10, 11, 14].

При проведении радиолокационных наблюдений широкое распространение получили три модификации фильтра Калмана [12]: 1) при косвенном измерении; 2) при наблюдении коррелированных прямоугольных координат; 3) при наблюдении независимых прямоугольных координат. В первой модификации используется переход из прямоугольных координат в полярные, в остальных – переход из полярных в прямоугольные. Однако для некоторых условий наблюдений метод линеаризации не подходит. Так как его использование может привести к возникновению значительных ошибок сопровождения в модификациях фильтра Калмана [9, 13]. В известной литературе эти условия не конкретизированы.

Ввиду ограниченности объема в данной работе приводится лишь первая часть результатов исследований. Эта часть посвящена анализу влияния условий наблюдений на точность измерения дискретных фильтров Калмана при наблюдении коррелированных и независимых прямоугольных координат методом математического моделирования Монте-Карло.

Цель исследования – выявление условий наблюдений, которые будут оказывать существенное влияние на точность измерения дискретных фильтров Калмана при наблюдении прямоугольных координат методом Монте-Карло.

Постановка задачи

Начальные условия. Будем считать, что с выхода устройства обработки радиолокационной информации поступают разовые оценки полярных координат $\hat{\theta} = \begin{bmatrix} \hat{r} & \hat{\beta} \end{bmatrix}^T$ радиальной дальности r и азимута β от двухкоординатной радиолокационной станции (РЛС) кругового обзора. Над этими оценками осуществляется преобразование с целью перехода к разовым оценкам в прямоугольных координатах $\hat{\theta}_{xz} = \begin{bmatrix} \hat{x} & \hat{z} \end{bmatrix}^T$ (x соответствует направлению на север; z – на восток). Взаимосвязь между координатами осуществлялась при помощи нелинейной вектор-функции $\mathbf{h}(\cdot)$, которая при преобразовании из полярной системы координат (СК) в прямоугольную равнялась

$$\theta_{xz} = \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{h} \left(\begin{bmatrix} r \\ \beta \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} r \cos \beta \\ r \sin \beta \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Ошибки наблюдения $\hat{\theta}$ некоррелированные и характеризуются корреляционной матрицей ошибок измерения [8]:

$$\mathbf{R}_{\theta} = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{\beta}^2 \end{bmatrix},$$

где σ_r , σ_{β} – среднеквадратичное отклонение (СКО) гауссовских ошибок наблюдения радиальной дальности и азимута соответственно.

Интервал обновления данных считается постоянным и равен T . Наблюдается аэродинамический летательный аппарат, летящий с постоянной скоростью. В вектор состояния $\mathbf{a}$ входят разовые оценки прямоугольных координат x, z и скоростей их изменения.

В рассматриваемых модификациях фильтров Калмана при наблюдении коррелированных и независимых прямоугольных координат фильтрация производится по $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{xz}$.

Задачи

- 1) рассмотреть особенности метода линеаризации;
- 2) представить методику анализа влияния условий наблюдения на показатели качества двух модификаций фильтра Калмана;
- 3) методом математического моделирования оценить точность аппроксимации гауссовской плотности вероятности при переходе из полярных координат в прямоугольные координаты;
- 4) провести сопоставительный анализ результатов фильтрации модификаций фильтров Калмана.

Ошибки аппроксимации разовых оценок методом линеаризации. Метод линеаризации является одним из методов аппроксимации нелинейного преобразования в некоторой дельта-окрестности точки. Применительно к регулярным радиолокационным наблюдениям (когда оценка вектора наблюдения $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ состоятельная, эффективная и несмещённая) метод линеаризации подразумевает разложение в ряд Тейлора нелинейного преобразования (1) в окрестности $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ [5]:

$$\mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{h}(\bar{\boldsymbol{\theta}} + \delta\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{h}(\bar{\boldsymbol{\theta}}) + \nabla\mathbf{h}\delta\boldsymbol{\theta} + \frac{1}{2}\nabla^2\mathbf{h}\delta\boldsymbol{\theta}^2 + \frac{1}{3!}\nabla^3\mathbf{h}\delta\boldsymbol{\theta}^3 + \dots + \frac{1}{n!}\nabla^n\mathbf{h}\delta\boldsymbol{\theta}^n,$$

где $\bar{\boldsymbol{\theta}}$ – математическое ожидание (МО) $\boldsymbol{\theta}$; $\delta\boldsymbol{\theta}$ – дифференциал, который в данном случае может быть заменен случайной переменной, распределенной по нормальному закону распределения с нулевым МО; $\nabla\mathbf{h}$ – матрица частных производных Якоби; $\nabla^n\mathbf{h}\delta\boldsymbol{\theta}^n$ – соответствующий n -й член многомерного ряда Тейлора. Можно показать, что значение математического ожидания $\bar{\boldsymbol{\theta}}_{xz}$ и корреляционной матрицы (КМ) ошибок $\mathbf{R}_{xz}$ в прямоугольной системе координат будут равны [5]:

$$\begin{aligned}\bar{\boldsymbol{\theta}}_{xz} &= E[\mathbf{h}(\bar{\boldsymbol{\theta}} + \delta\boldsymbol{\theta})] = \mathbf{h}(\bar{\boldsymbol{\theta}}) + E\left[\nabla\mathbf{h}\delta\boldsymbol{\theta} + \frac{1}{2!}\nabla^2\mathbf{h}\delta\boldsymbol{\theta}^2 + \frac{1}{3!}\nabla^3\mathbf{h}\delta\boldsymbol{\theta}^3 + \dots\right] = \mathbf{h}(\bar{\boldsymbol{\theta}}) + \frac{1}{2!}\nabla^2\mathbf{h}\delta\boldsymbol{\theta}^2 + \frac{1}{4!}\nabla^4\mathbf{h}\delta\boldsymbol{\theta}^4 + \dots \\ \mathbf{R}_{xz} &= E\left[(\boldsymbol{\theta}_{xz} - \bar{\boldsymbol{\theta}}_{xz})(\boldsymbol{\theta}_{xz} - \bar{\boldsymbol{\theta}}_{xz})^T\right],\end{aligned}\quad (2)$$

$$\text{где } \boldsymbol{\theta}_{xz} - \bar{\boldsymbol{\theta}}_{xz} = \mathbf{h}(\bar{\boldsymbol{\theta}} + \delta\boldsymbol{\theta}) - \bar{\boldsymbol{\theta}}_{xz} = \left(\nabla\mathbf{h}\delta\boldsymbol{\theta} + \frac{1}{2!}\nabla^2\mathbf{h}\delta\boldsymbol{\theta}^2 + \frac{1}{3!}\nabla^3\mathbf{h}\delta\boldsymbol{\theta}^3 + \dots\right) - E\left[\nabla\mathbf{h}\delta\boldsymbol{\theta} + \frac{1}{2!}\nabla^2\mathbf{h}\delta\boldsymbol{\theta}^2 + \frac{1}{3!}\nabla^3\mathbf{h}\delta\boldsymbol{\theta}^3 + \dots\right].$$

Отсюда получим

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_{xz} &= E\left[\nabla\mathbf{h}\delta\boldsymbol{\theta}(\nabla\mathbf{h}\delta\boldsymbol{\theta})^T + \frac{\nabla\mathbf{h}\delta\boldsymbol{\theta}(\nabla\mathbf{h}^3\delta\boldsymbol{\theta})^T}{3!} + \frac{\nabla\mathbf{h}^2\delta\boldsymbol{\theta}(\nabla\mathbf{h}^2\delta\boldsymbol{\theta})^T}{2 \times 2!} + \frac{\nabla\mathbf{h}^3\delta\boldsymbol{\theta}(\nabla\mathbf{h}\delta\boldsymbol{\theta})^T}{3!}\right] - E\left[\frac{\nabla\mathbf{h}^2\delta\boldsymbol{\theta}}{2!}\right]\left[\frac{\nabla\mathbf{h}^2\delta\boldsymbol{\theta}}{2!}\right]^T + \dots = \\ &= \nabla\mathbf{h}\mathbf{R}_\theta(\nabla\mathbf{h})^T + E\left[\frac{\nabla\mathbf{h}\delta\boldsymbol{\theta}(\nabla\mathbf{h}^3\delta\boldsymbol{\theta})^T}{3!} + \frac{\nabla\mathbf{h}^2\delta\boldsymbol{\theta}(\nabla\mathbf{h}^2\delta\boldsymbol{\theta})^T}{2 \times 2!} + \frac{\nabla\mathbf{h}^3\delta\boldsymbol{\theta}(\nabla\mathbf{h}\delta\boldsymbol{\theta})^T}{3!}\right] - \left[\frac{(\nabla\mathbf{h})^T \mathbf{R}_\theta \nabla\mathbf{h}}{2!}\right]\left[\frac{(\nabla\mathbf{h})^T \mathbf{R}_\theta \nabla\mathbf{h}}{2!}\right]^T + \dots\end{aligned}\quad (3)$$

При использовании метода линеаризации для аппроксимации МО предполагается, что влиянием второго и более высоких порядков можно пренебречь; для аппроксимации КМ предполагается, что все нечетные члены ряда Тейлора будут равны нулю, а влиянием 4-го и более высоких порядков можно пренебречь. Тогда из выражений (2) и (3) получим требуемые значения МО и КМ [14]:

$$\bar{\boldsymbol{\theta}}_{xz} = \mathbf{h}(\bar{\boldsymbol{\theta}}), \quad \mathbf{R}_{xz} = \nabla\mathbf{h}\mathbf{R}_\theta(\nabla\mathbf{h})^T.$$

Показатели качества при оценке точности аппроксимации гауссовской плотности вероятности

В качестве выбранных показателей качества рассматривались: суммарная ошибка пересчета МО; ошибки пересчета МО методом линеаризации; ошибки пересчета элементов КМ экстраполяции методом линеаризации; состоятельность преобразования η (характеризует сходимость оценки к истинному значению [1]).

Устройство сопоставительного моделирования. При проведении исследований оценка точности аппроксимации гауссовской плотности вероятности (ПВ) осуществлялся методом математического мо-

делирования на ЭВМ. Для этого был разработан комплекс моделирования, позволяющий: устанавливать начальные значения; оценивать выбранные показатели качества для различных условий наблюдений; усреднять значения показателей качества; отображать результаты преобразований; сохранять в файл результаты проведенных модельных экспериментов; анализировать показатели качества по записанным смоделированным данным. При помощи интерфейса пользователь может выбрать требуемые начальные значения, а также используемые для сравнения методы преобразования ПВ. Сравнение производится по вычисленным показателям качества, значения которых усредняются по выбранному числу реализаций для каждого метода преобразования.

Оценка точности аппроксимации гауссовской плотности вероятности при переходе из полярных координат в прямоугольные

При переходе из полярных координат в прямоугольные оценку точности аппроксимации гауссовской ПВ можно разбить на два случая – с учетом взаимной корреляции прямоугольных координат и без учета взаимной корреляции прямоугольных координат.

Переход с учетом взаимной корреляции прямоугольных координат

Неискаженная оценка МО и КМ преобразованной ПВ производится методом Монте-Карло, для чего генерируется 40000 случайных отсчетов в полярной СК, распределенных по гауссовскому закону с заданными МО и КМ. После генерации производится нелинейное преобразование (4) над каждым отсчетом. По полученной выборке Монте-Карло в прямоугольной СК оцениваются параметры преобразованной ПВ. Данный подход демонстрируется в верхней части рисунка 1, где наблюдается явное искажение исходной ПВ при переходе в прямоугольную СК.

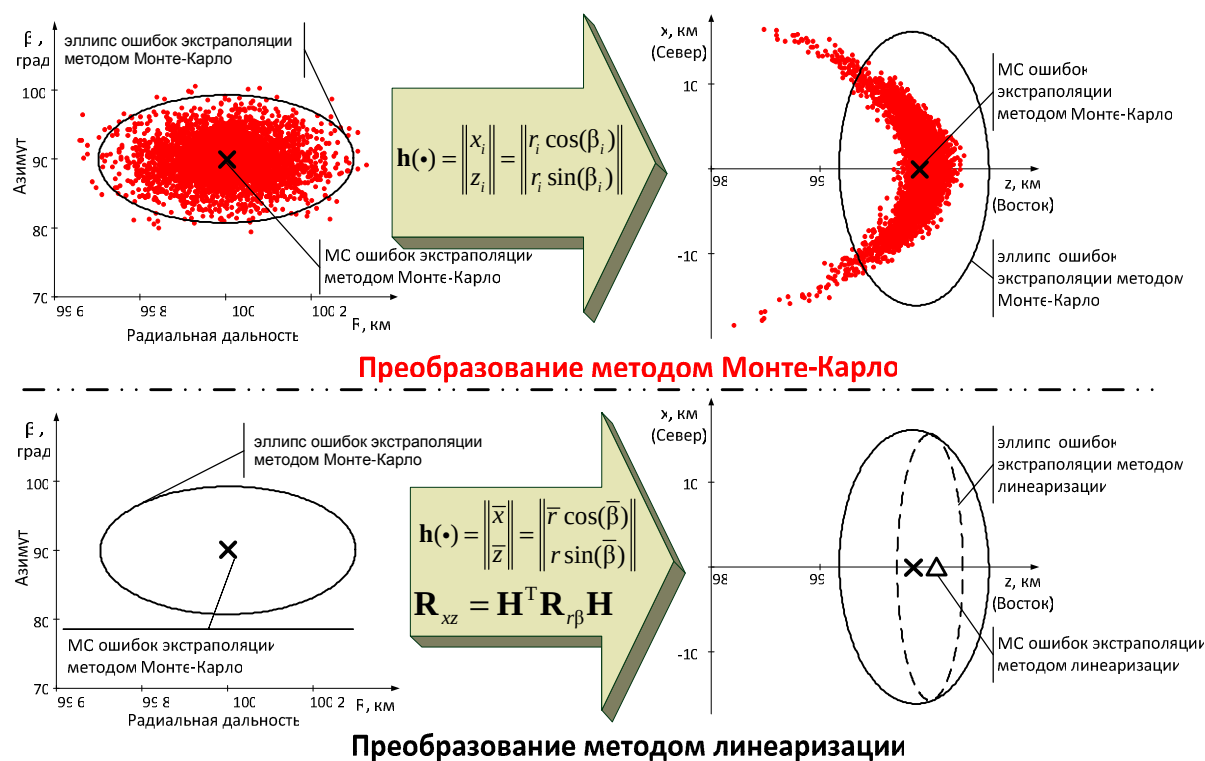


Рис. 1. Преобразование плотности вероятности при наблюдении и фильтрации прямоугольных координат методом Монте-Карло и методом линеаризации

Одновременно с методом Монте-Карло параметры преобразованной ПВ (МО $\mathbf{m}_{Lr\beta}$ и $\mathbf{R}_{Lr\beta}$) оценивались через метод линеаризации [15]:

$$\mathbf{m}_{Lr\beta} = \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{z} \end{bmatrix} = \mathbf{h}(\bar{\alpha}) = \mathbf{h} \left(\begin{bmatrix} \bar{r} \\ \bar{\beta} \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} \bar{r} \cos \bar{\beta} \\ \bar{r} \sin \bar{\beta} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_{Lr\beta} = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 \cos^2 \bar{\beta} + r^2 \sigma_\beta^2 \sin^2 \bar{\beta} & (\sigma_r^2 - r^2 \sigma_\beta^2) \sin \bar{\beta} \cos \bar{\beta} \\ (\sigma_r^2 - r^2 \sigma_\beta^2) \sin \bar{\beta} \cos \bar{\beta} & \sigma_r^2 \sin^2 \bar{\beta} + r^2 \sigma_\beta^2 \cos^2 \bar{\beta} \end{bmatrix}.$$

В нижней части рисунка 1 продемонстрирована работа метода линеаризации. Здесь заметно явное отклонение оценки МО и значительное искажение эллипса ошибок экстраполяции (который описывается соответствующей КМ) от истинного значения.

Переход без учета взаимной корреляции прямоугольных координат

Вычисление значения МО не изменилось, отказ от учета взаимной корреляции приводит к тому, что элементы неглавной диагонали КМ считаются равными нулю [6; 11; 12]:

$$\mathbf{R}_{Lr\beta} = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 \cos^2 \bar{\beta} + r^2 \sigma_\beta^2 \sin^2 \bar{\beta} & 0 \\ 0 & \sigma_r^2 \sin^2 \bar{\beta} + r^2 \sigma_\beta^2 \cos^2 \bar{\beta} \end{bmatrix}.$$

Выражения для определения показателей качества

Абсолютная ошибка пересчета МО:

$$\Sigma = \sqrt{(r_M \cos \beta_M - x_0)^2 + (r_M \sin \beta_M - z_0)^2}.$$

Ошибки пересчета МО по x Δx и по z Δz методом линеаризации:

$$\Delta x = |x_M - x_0|, \quad \Delta z = |z_M - z_0|,$$

где x_M , z_M – координаты МО, полученного методом Монте-Карло, в прямоугольной СК.

Ошибки пересчета элементов КМ экстраполяции методом линеаризации:

$$\Delta R_x = |R_{xM} - R_{xL}|, \quad \Delta R_z = |R_{zM} - R_{zL}|, \quad \Delta R_{xz} = |R_{xzM} - R_{xzL}|,$$

где R_{xM} , R_{zM} , R_{xzM} – элементы КМ, полученной методом Монте-Карло, в полярной СК по радиальной дальности, азимуту и взаимной корреляции радиальной дальности и азимута; R_{xL} , R_{zL} , R_{xzL} – элементы КМ, полученной методом линеаризации, в полярной СК по радиальной дальности, азимуту и взаимной корреляции радиальной дальности и азимута;

Состоятельность преобразования [1]:

$$\eta = \text{tr} \left((\mathbf{m}_{0xz} - \mathbf{m}_{Mxz}) (\mathbf{m}_{0xz} - \mathbf{m}_{Mxz})^T + \mathbf{R}_{0xz} \right) \mathbf{R}_{Mxz}^{-1},$$

где $\mathbf{m}_{0xz}$ – МО в прямоугольной СК, полученное методом линеаризации; $\mathbf{m}_{Mxz}$ – МО в прямоугольной СК, полученное методом Монте-Карло; $\mathbf{R}_{0xz}$ – КМ, полученная методом линеаризации; $\mathbf{R}_{Mxz}$ – КМ, полученная методом Монте-Карло.

Условия проведения модельных экспериментов для оценки точности аппроксимации гауссовской ПВ представлены в таблице 1.

Таблица 1

Условия проведения модельных экспериментов

Название эксперимента	r_H , км	β_H , град	σ_r , м	σ_β , мин
1. Влияние изменения азимута	100; 10	0–360	100	120; 60; 15
2. Влияние изменения радиальной дальности	10–200	90	100	120
3. Влияние СКО ошибки измерения азимута	100	90	100; 500	10–180

Результаты проведенных исследований позволили сделать следующие выводы о влиянии условий наблюдения на результаты аппроксимации гауссовской ПВ при переходе из полярной СК в прямоугольную:

- наиболее сильное влияние на изменение ошибок аппроксимации и состоятельность оценки оказывают СКО ошибки измерения азимута, радиальная дальность до летательного аппарата и его азимут;
- среднеквадратичное отклонение ошибки измерения радиальной дальности оказывает незначительное влияние на ошибки аппроксимации методом линеаризации;
- учет взаимной корреляции прямоугольных координат оказывает влияние только на ошибку аппроксимации элемента КМ ошибок по xz .

Влияние ошибок аппроксимации ПВ наблюдения на качество фильтрации для различных условий наблюдения

Методика исследования влияния условий наблюдения на показатели качества фильтрации модификаций дискретных фильтров Калмана включала в себя следующие этапы: определение показателей качества; разработка комплекса математического моделирования для анализа выбранных показателей качества; определение условий моделирования; математическое моделирование и сопоставительный анализ.

Устройство сопоставительного моделирования и условия моделирования

Выбор показателей качества. В качестве показателя качества фильтрации модификаций дискретных фильтров Калмана было выбрано СКО суммарной ошибки измерения местоположения $\Delta_{\Sigma}(k)$ [15]. Значение $\Delta_{\Sigma}(k)$ нормировалось к СКО текущих оценок. В ходе моделирования каждого модельного эксперимента результаты усреднялись по 5000 опытных реализаций.

Для сопоставительного моделирования качества фильтрации модификаций фильтров Калмана использовался комплекс математического моделирования [12, 13]. Скорость летательного аппарата была постоянной и равнялась 1000 км/ч. Условия проведения модельных экспериментов по сопоставлению показателей качества различных фильтров Калмана представлены в таблице 2.

Таблица 2

Условия проведения модельных экспериментов
по сопоставлению результатов работы модификаций фильтров Калмана

Название эксперимента	r_H , км	β_H , град	σ_r , м	σ_{β} , мин	α , град
1. Влияние изменения курса летательного аппарата	100	90	100	25; 70	0–360
2. Влияние изменения СКО ошибок измерения азимута	100	90	100	10–180	45
3. Влияние изменения начальной радиальной дальности до летательного аппарата	10–200	90	100	25; 40; 70	45

Траектории при проведении модельных экспериментов изображены на рисунках 3, а, б, в. При исследовании влияния изменения курса летательного аппарата, СКО ошибок измерения азимута, траектории выбирались таким образом, чтобы на 40-м шаге обновления данных летательный аппарат пролетал на дальности 100 км от РЛС с азимутом 90°. Такой выбор гарантирует завершение всех переходных процессов, происходящих в модификациях фильтров Калмана.

Результаты сопоставления модификаций фильтров Калмана для различных условий наблюдения

Влияние изменения курса летательного аппарата. Траектории летательного аппарата, скорость которого составляла 720 км/ч, изображены на рисунке 2, а.

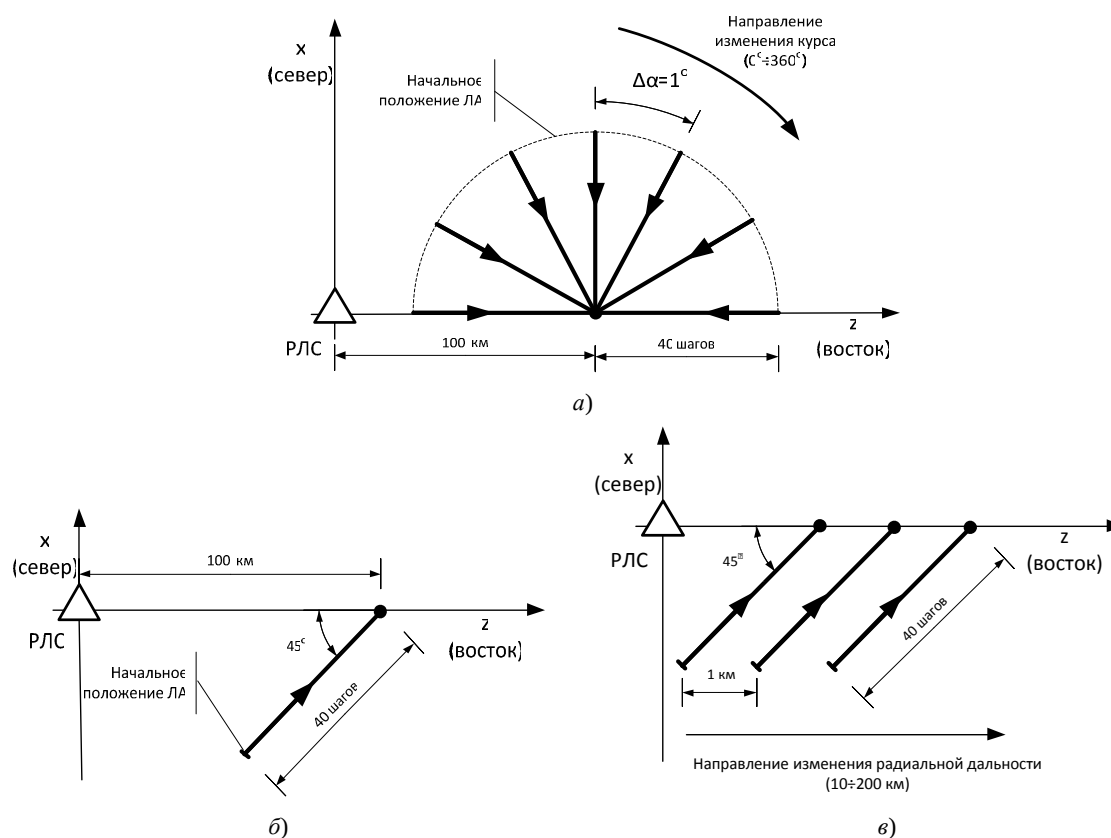


Рис. 2. Условия проведения модельных экспериментов:

а – влияние изменения угла курса; б – влияние изменения СКО ошибки измерения азимута;
в – влияние изменения начальной радиальной дальности

На рисунках 3 а, б представлены значения суммарной ошибки измерения местоположения для различных значений σ_β . Учет взаимной корреляции приводит к выигрышу до 12 %, что подтверждают проведенные исследования в работе [12]. Для меньшего значения σ_β максимальное значение ошибки наблюдается для значений курса равных 90 и 270°. Это поясняется максимальным значением ошибки аппроксимации МО.

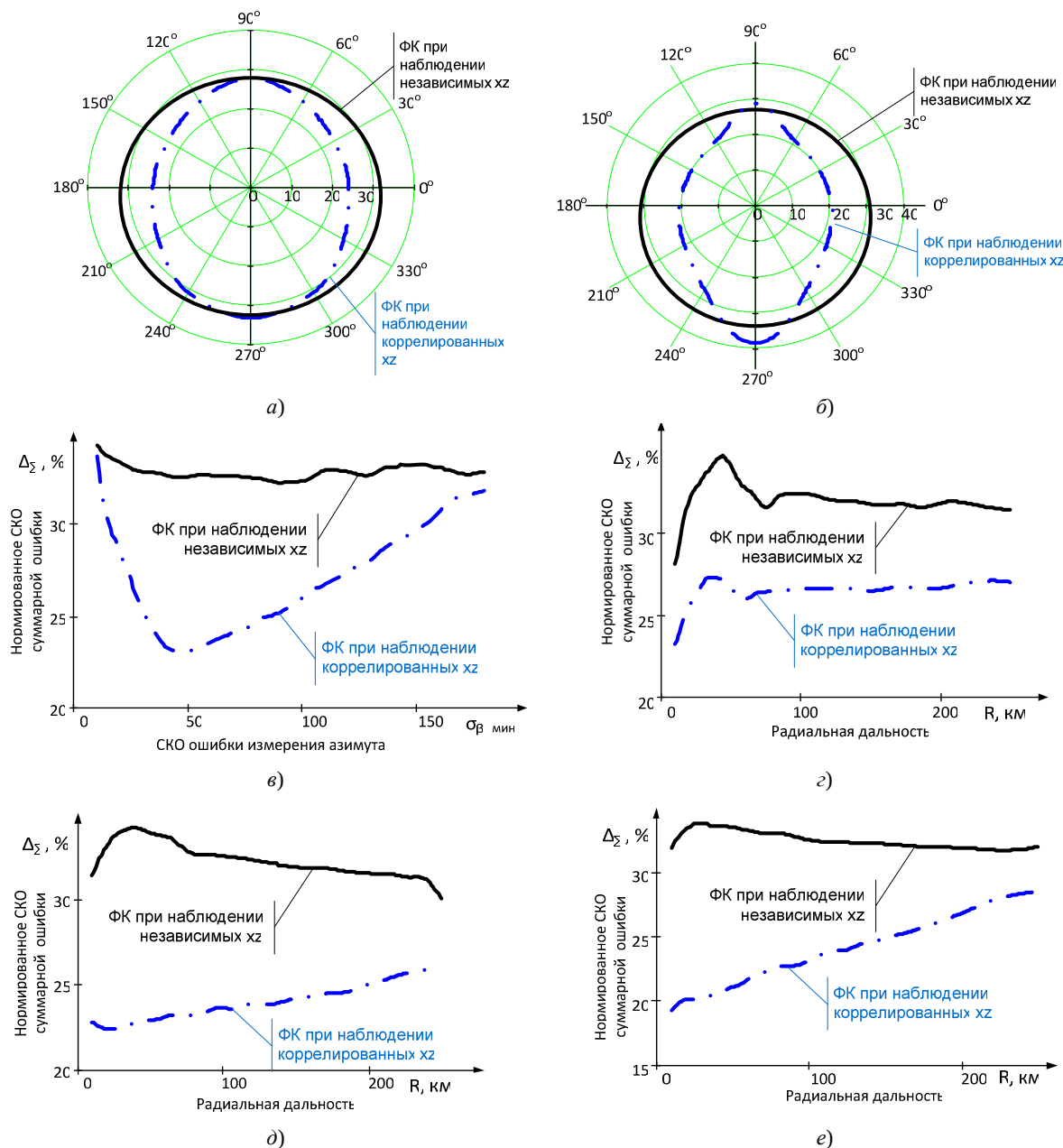


Рис. 3. Значение нормированной суммарной ошибки измерения местоположения при изменении угла курса (а, б, в), радиальной дальности (г, д, е):

а – $\sigma_\beta = 25'$; б – $\sigma_\beta = 70'$; в – при изменении СКО ошибки измерения азимута; г – $\sigma_\beta = 25'$; д – $\sigma_\beta = 40'$; е – $\sigma_\beta = 70'$

Влияние изменения среднеквадратичного отклонения ошибок измерения азимута. Траектория для проведения данного модельного эксперимента изображена на рисунке 2, б. Результаты моделирования представлены на рисунке 3, в. Как и в предыдущем модельном эксперименте, условия проведения выбраны таким образом, чтобы летательный аппарат пролетал на 40-м шаге наблюдения радиальную дальность 100 км от РЛС и азимут 90°. Учет взаимной корреляции для таких условий наблюдения приводит к выигрышу до 15 %.

Влияние изменения начальной радиальной дальности до летательного аппарата. Траектории для проведения данного модельного эксперимента изображены на рисунке 2, в. Результаты представлены на

рисунках 3, г, д, е для различных значений $\sigma_\beta - 25', 40' \text{ и } 70'$. Фильтр Калмана при наблюдении независимых прямоугольных координат проигрывает лучшим показателям до 15 %.

Заключение. Для некоторых условий радиолокационных наблюдений метод линеаризации не подходит по причине возникновения значительных ошибок аппроксимации. Изменение ошибок аппроксимации напрямую влияют на результаты работы алгоритмов фильтрации. Наиболее сильное влияние на изменение ошибок аппроксимации и состоятельность оценки оказывают: среднеквадратичное отклонение ошибки измерения азимута, радиальная дальность до летательного аппарата, его азимут. Среднеквадратичное отклонение ошибки измерения радиальной дальности оказывает незначительное влияние на ошибки аппроксимации методом линеаризации. Учет взаимной корреляции прямоугольных координат оказывает влияние только на ошибку аппроксимации элемента корреляционной матрицы ошибок по xz и приводит к выигрышу по точности до 15 %.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бар-Шалом, Я. Траекторная обработка. Принципы, способы и алгоритмы / Я. Бар-Шалом, Х.-Р. Ли. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011.
2. Горшков, С.А. Использование численного метода интегрирования Монте-Карло для аппроксимации плотности вероятности / С.А. Горшков, А.В. Парахневич, А.С. Солонар // Докл. БГУИР. – 2012. – № 1. – С 22–29.
3. Жданюк, Б.Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений / Б.Ф. Жданюк. – М.: Сов. радио, 1978. – 384 с.
4. Канашенков, А.И. Защита РЛС от помех. Состояние и тенденции развития / А.И. Канашенков, В.И. Меркулов. – М.: Радиотехника, 2003. – 415 с.
5. Корон, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корон, Т. Корон. – М.: Наука. – 1984. – 521 с.
6. Кузьмин, С.З. Цифровая радиолокация. Введение в теорию / С.З. Кузьмин. – Киев: Изд-во КвИЦ, 2000. – 428 с.
7. Меркулов, В.И. Авиационные системы управления / В.И. Меркулов, А.И. Канашенков. – М.: Радио и связь. – 1997. – Ч. 3. – 320 с.
8. Охрименко, А.Е. Основы обработки и передачи информации / А.Е. Охрименко. – Минск: МВИЗРУ ПВО, 1990. – 179 с.
9. Просов, А.В. Анализ влияния линеаризации результатов радиолокационных измерений на точность оценок вектора состояния цели / А.В. Просов // Системы обработки информации. – Харьков, 2008. – № 2(69). – С. 95–97.
10. Тихонов, В.И. Статистическая радиотехника / В.И. Тихонов. – М.: Радио и связь, 1982. – 624 с.
11. Фарина, А. Цифровая обработка радиолокационной информации. Сопровождение целей / А. Фарина, Ф. Студер; пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1993.
12. Хмарский, П.А. Влияние выбора моделей входного воздействия на точность измерений вектора состояния для фильтров Калмана / П.А. Хмарский, А.С. Солонар // Докл. БГУИР. – 2012. – № 7. – С. 47–53.
13. Хмарский, П.А. Особенности работы алгоритма ансамблевого фильтра Калмана при наблюдении объектов в полярных координатах / П.А. Хмарский, А.С. Солонар // Докл. БГУИР. – 2013. – № 2. – С. 79–86.
14. Худсон, Д. Статистика для физиков. Лекции по теории вероятности и элементарной статистике / Д. Худсон; пер. с англ. – М.: Мир. – 1970. – 296 с.
15. Ширман, Я.Д. Радиоэлектронные системы: Основы построения и теория. Справочник / Я.Д. Ширман. – 2-е изд. перераб. и доп. – М.: Радиотехника, 2007.

Поступила 09.01.2014

CONDITIONS OF OBSERVATION RESEARCH FOR CONVERTED MEASUREMENT KALMAN FILTER GOODNESS-OF-FIT USING MONTE-CARLO METHOD

P. KHMARSKI, A. SOLONAR

Singularities of linearization technique are considered. Accuracy of approximation Gaussian probability density at conversion of measurements from polar coordinates to Cartesian for various conditions of observation is estimated using Monte-Carlo method. Conditions of observation research for converted measurement Kalman filter goodness-of-fit are presented.

УДК 621.391

МЕТОДИКА ТРАНСФОРМАЦИИ СИГНАЛЬНЫХ СОЗВЕЗДИЙ СИГНАЛОВ КАМ

*д-р техн. наук, доц. С.В. ДВОРНИКОВ; канд. техн. наук, доц. А.В. ПШЕНИЧНИКОВ; Д.А. БУРЫКИН
(Военная академия связи им. Маршала Советского Союза С.М. Буденного, Санкт-Петербург);*

А.В. ЖЕЛЕЗНЯК

(Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»);

С.С. ДВОРНИКОВ

(Санкт-Петербургский государственный политехнический университет);

Д.С. РЯБЕНКО

(Полоцкий государственный университет)

Демонстрируются результаты аналитических исследований и данные расчетно-математического моделирования по увеличению пропускной способности линий радиосвязи при демодуляции сигналов с квадратурно-амплитудной модуляцией. Для этих целей обоснуется целесообразность оптимального снижения значения пик-фактора при сохранении требуемого значения помехоустойчивости сигналов с квадратурно-амплитудной модуляцией путем трансформации сигнально-кодовых конструкций. Представлена методика расчета оптимального значения пик-фактора и вероятности ошибки сигналов.

Введение. Одно из направлений повышения эффективности функционирования линий радиосвязи (ЛРС), связано с увеличением их пропускной способности. Решение данной задачи может быть достигнуто, в частности, за счет применения сигнально-кодовых конструкций (СКК), среди которых с учетом особенностей функционирования ЛРС наиболее предпочтительным видится использование сигналов квадратурно-амплитудной модуляции (КАМ).

Между тем анализ энергетических параметров сигналов КАМ показывает, что они обладают относительно большим значением пик-фактора (ПФ), что обусловлено высоким уровнем пиковой мощности отдельных точек их сигнальных созвездий. Очевидно, что снижение значения ПФ можно обеспечить трансформацией сигнального созвездия СКК. Однако любая трансформация положения любой из точек сигнального созвездия приведет к изменению помехоустойчивости приема такого сигнала и, как следствие, к изменению эффективности функционирования локальной вычислительной сети (ЛВС). Таким образом, возникает противоречие между необходимостью снижения ПФ и сохранением требуемого значения помехоустойчивости. В связи с этим в данной работе обосновываются требования к трансформации сигнального созвездия, направленные на разрешение указанного противоречия.

Предложения по трансформации сигнального созвездия сигнала КАМ-16. Предположим, что для обеспечения радиосвязи используется СКК КАМ-16. Точки $A_1, \dots, A_{16}$ (рис. 1) образуют его сигнальное созвездие. В литературе, в частности в [1], рассматривается подход к формированию СКК КАМ-16 путем манипуляции сигналами $\sin \omega t$ и $\cos \omega t$, поступающих соответственно в синфазный I и квадратурный Q каналы. Суть указанного подхода состоит в следующем. Из исходных значений напряжений сигналов $\sin \omega t$ и $\cos \omega t$ формируют начальные уровни напряжений $U_{исх}$ и U_1 (причем $U_{исх} = 3U_1$) в каждом из каналов, которые затем манипулируют в зависимости от значений информационной битовой последовательности. В результате сложения манипулированных значений формируется искомое сигнальное созвездие.

Анализ диаграммы полученного сигнального созвездия показывает, что амплитуда его векторов $OA_1, OA_4, OA_{13}, OA_{16}$ значительно превосходит величину остальных, что приводит к существенному возрастанию ПФ данной СКК.

Для снижения величины ПФ предлагается в сформированном сигнальном созвездии подвергнуть трансформации положение точек, имеющих наибольшее значение пиковой мощности.

Следует заметить, что снижение пиковой мощности точек A_1, A_4, A_{13}, A_{16} связано с изменением их геометрического положения в проекции сигнальной плоскости, образуемой синфазной и квадратурной составляющими.

На рисунке 1 точки F_1, F_4, F_3, F_2 определяют положения точек A_1, A_4, A_{16}, A_{13} после их трансформации на сигнальной плоскости. Заметим, что проведенная трансформация не приводит к изменению формы сигнального созвездия СКК КАМ-16, но при этом изменяется взаимное расстояние между трансформируемыми и остальными точками сигнального созвездия. Между тем одна из особенностей СКК КАМ состоит в том, что у них минимальное евклидово расстояние (МЕР) как раз и определяется как расстояние от крайних точек сигнального созвездия до ближайших [1]. Следовательно, такая трансформация неизбежно приведет к снижению величины МЕР и, как следствие, к снижению помехоустойчивости СКК, что негативно скажется при их использовании на ЛРС. С другой стороны, снижение значения ПФ в результате трансформации созвездия, наоборот, способствует повышению помехоустойчивости.

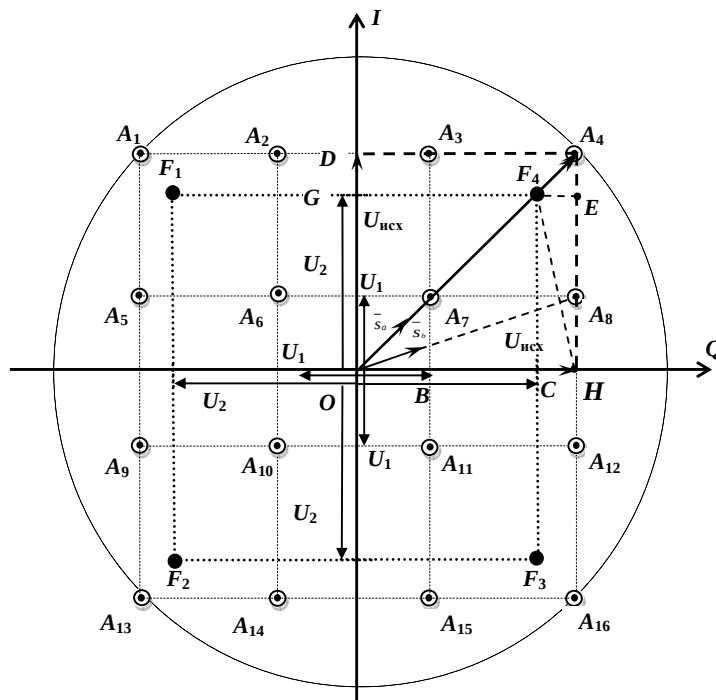


Рис. 1. Сигнальное созвездие СКК КАМ-16

С целью выявления компромиссных решений проведем следующие расчеты (учитывая симметричность сигнального созвездия сигнала КАМ-16, все расчеты представлены для его верхнего правого квадранта).

Согласно [1] ПФ можно определить как отношение пиковой амплитуды $U_{\text{п}}$ СКК к ее средней амплитуде $U_{\text{ср}}$:

$$\Pi \triangleq \frac{U_n}{U_{cp}}. \quad (1)$$

Пиковую амплитуду традиционной формы СКК U_n для сигнала КАМ-16 рассчитаем как величину напряжения, определяемую модулем вектора $|OA_4|$, которую вычислим из треугольника OA_4H (см. рис. 1):

$$U_n = \sqrt{2} U_{\text{MCX}} \approx 1.41 U_{\text{MCX}}. \quad (2)$$

Среднее значение амплитуды U_{cp} СКК традиционной формы будет равно

$$U_{cp} = \frac{|OA_4| + |OA_3| + |OA_8| + |OA_7|}{4}.$$

При этом значение $|OA_7|$ вычислим из треугольника OA_7B :

$$|OA_7| = \sqrt{2\left(\frac{U_{ucx}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{3}U_{ucx}, \quad (3)$$

а значения $|OA_3|=|OA_8|$ рассчитаем из треугольника OA_8H или ODA_3 :

$$|OA_3|=|OA_8|=\sqrt{\left(\frac{U_{ucx}}{3}\right)^2+U_{ucx}^2}=\frac{\sqrt{10}}{3}U_{ucx}. \quad (4)$$

Тогда

$$U_{cp} = \frac{\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{2\sqrt{10}}{3}}{4} U_{ucx} = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{2} + 2\sqrt{10}}{12} U_{ucx}.$$

Теперь результирующее значение пик-фактора для СКК традиционной формы вычислим как

$$\Pi \triangleq \frac{U_n}{U_{cp}} = \frac{12\sqrt{2}U_{исх}}{(3\sqrt{2} + \sqrt{2} + 2\sqrt{10})U_{исх}} = \frac{6}{2 + \sqrt{5}} = 1,42. \quad (5)$$

Соответствующим образом расчеты проведем для СКК КАМ-16 с трансформируемым сигнальным созвездием (в дальнейшем – трансформируемая СКК). В данном случае пиковое значение амплитуды U_n'' равно $|OF_1|$, причем

$$U_n'' = |OF_1| = \beta |OA_4|, \quad (6)$$

где β – коэффициент, определяющий положение новой точки трансформируемой СКК КАМ-16.

Учитывая, что в трансформируемой СКК значение ПФ должно быть меньше исходного, величину коэффициента β целесообразно выбирать исходя из условия $0 < \beta < 1$. Тогда $|OF_1| = \beta |OA_4| = \beta\sqrt{2}U_{исх}$.

Величину напряжения U_{cp}'' определим как

$$U_{cp}'' = \frac{|OF_1| + |OA_3| + |OA_8| + |OA_7|}{4} = \frac{\beta\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 2\sqrt{10}}{12} U_{исх},$$

а значение ПФ рассчитаем по следующей формуле:

$$\Pi'' \triangleq \frac{U_n''}{U_{cp}''} = \frac{12\beta\sqrt{2}}{\beta\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 2\sqrt{10}} \approx \frac{16,97\beta}{1,41\beta + 10,57}. \quad (7)$$

Анализ формулы (7) позволяет сделать следующее заключение: повышение помехоустойчивости трансформируемой СКК КАМ-16 обеспечивается при значении β , равном 0,68. Вместе с тем изменение структуры сигнального созвездия в целях минимизации значения ПФ приводит к уменьшению МЕР, что снижает помехоустойчивость приема такого сигнала [1]. В связи с этим, базируясь на методике [2], рассчитаем вероятность ошибки приема элемента сигнала с учетом трансформации СКК.

Предположим, что ЛРС функционирует в условиях воздействия быстрых замираний, аппроксимиремых законом распределения Релея. Тогда точки вектора сигнального созвездия для рассматриваемого квадранта будут определяться следующим образом:

$$\bar{x}_a = \sqrt{P_a} \cdot \bar{S}_a; \quad \bar{x}_b = \sqrt{P_b} \cdot \bar{S}_b,$$

где $\sqrt{P_a}$, $\sqrt{P_b}$ – эффективные значения напряжений векторов сигнального созвездия, определяющие мощность сигнала КАМ-16; $\bar{S}_a$, $\bar{S}_b$ – единичные векторы, определяющие положение точки вектора сигнального созвездия относительно осей синфазной и квадратурной составляющих. В общем случае $\bar{S}_a^T \times \bar{S}_b = 1$, где верхний индекс означает операцию транспонирования.

Обозначим $\lambda^2 = |\bar{S}_a^T \times \bar{S}_b|^2$, где величина λ^2 определяет взаимное расположение точек сигнального созвездия СКК КАМ-16. При этом $\lambda^2 \neq 1$ (в противном случае вектор сигнального созвездия переходит сам в себя).

Рассчитаем вероятность ошибки приема элемента СКК КАМ-16 с позиций проявления вероятности парной ошибки $P(\bar{x}_a \rightarrow \bar{x}_b)$, под которой будем понимать вероятность правильного отображения точки вектора сигнального созвездия, т.е. вероятность проявления вектора $\bar{x}_b$ при условии, что должен отображаться вектор $\bar{x}_a$.

Для аналитического представления вероятности парной ошибки с учетом трансформации СКК сигнала КАМ-16 воспользуемся подходом, изложенным в [3]:

$$P(\bar{y} / \bar{x}) = \exp(-tr(\bar{\Lambda}^{-1}\bar{y}^T)) / (\pi^{T_0} \det(\Lambda)), \quad (8)$$

где $\bar{\Lambda} = \bar{I}_t + h_0 \bar{x}^T$; $\bar{y} = A \exp(j\Theta) \sqrt{h_0} \bar{I}_t + h_0 \bar{x}^T$; $\bar{I}_t$ – единичный вектор; h_0^2 – отношение мощности сигнала к спектральной плотности мощности шума; T_0 – период сигнала; A – амплитуда сигнала; Θ – фаза сигнала.

С учетом введенных определений и ограничений величина $P(\bar{y}/\bar{x})$ принимает вид:

$$P(\bar{y}/\bar{x}) = P(\bar{x}_a \otimes \bar{x}_b) = P\left(\frac{1}{1/h_0 + P_a} \times \text{tr}(\bar{y}^T \bar{x}_b \bar{x}_b^T \bar{y})\right) - \ln(1 + h_0 P_a)). \quad (9)$$

Окончательное выражение для расчета парной ошибки будет иметь следующий вид:

$$P(\bar{x}_a \rightarrow \bar{x}_b) = 0,5 \cdot [1 - \text{sgn}(q_m)] \cdot \exp(-|q_m| k_m [1 + \text{sgn}(q_m)]) - 0,5 \cdot \left[1 + \frac{1 + h_0 \cdot P_b}{k_m^2 \cdot h_0^2 \cdot P_a \cdot P_b (1 - \lambda^2(a, b))}\right]^{1/2} \times \\ \times \exp\left(-\left(\text{sgn}(q_m) + 0,5 \cdot \left[1 + \frac{1 + h_0 \cdot P_b}{k_m^2 \cdot h_0^2 \cdot P_a \cdot P_b (1 - \lambda^2(a, b))}\right]^{-1/2}\right)\right) + \\ + 0,5 \cdot \text{sgn}(q_m) \cdot \exp\left(-\left[\text{sgn}(q_m) + \sqrt{1 + \frac{1 + h_0 \cdot P_b}{k_m^2 \cdot h_0^2 \cdot P_a \cdot P_b (1 - \lambda^2(a, b))}}\right] k_m |q_m|\right), \quad (10)$$

где $k_m = \frac{h_0 \cdot P_a \cdot (1 - \lambda^2(a, b)) + P_b/P_a - 1}{2 \cdot h_0 \cdot P_a \cdot (1 - \lambda^2(a, b))}$, $q_m = \frac{1 + h_0 \cdot P_a}{1 + h_0 \cdot P_b}$ – промежуточные параметры расчета; h_0^2 – отношение мощности сигнала к спектральной плотности мощности шума; P_a , P_b – мощности сигнальных векторов СКК.

На рисунке 2 представлены результаты моделирования, характеризующие зависимость вероятности парной ошибки от величины мощности одного из векторов, в частности P_a . При моделировании предполагалось, что значение мощности другого вектора $P_b = 1$ Вт, $h_0 = 100$, $\lambda = 0,1$.

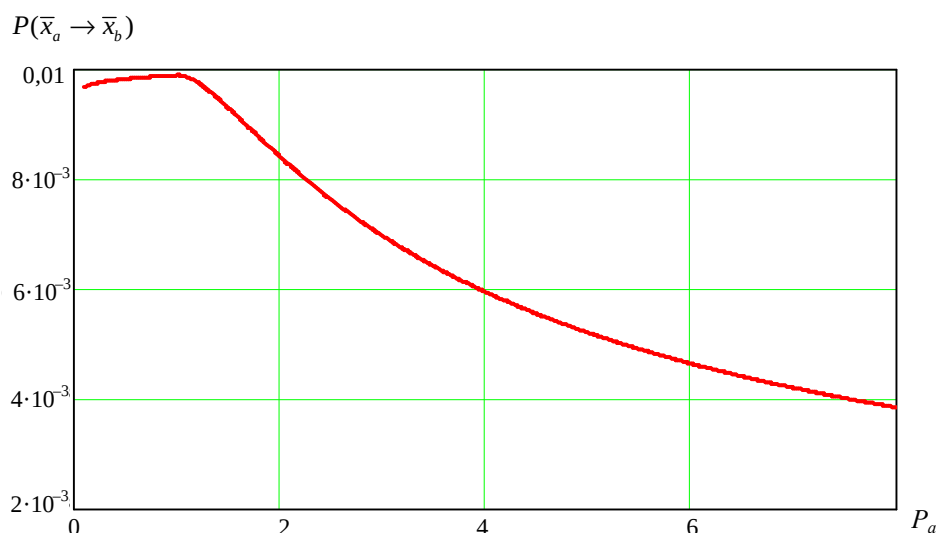


Рис. 2. Зависимость вероятности парной ошибки от значения мощности точки сигнального созвездия P_a

Результаты моделирования, характеризующие зависимость вероятности парной ошибки от значения мощности P_b при тех же условиях, представлены на рисунке 3.

На рисунке 4 отображены результаты моделирования зависимости вероятности парной ошибки от соотношения мощностей P_a и P_b ($h_0 = 100$; $\lambda = 0,1$).

Анализ результатов, представленных на рисунках 2–4, показал, что наихудшее значение вероятности парной ошибки достигается при выполнении условия равенства мощностей P_a и P_b . Вместе с тем при выполнении данного условия достигается наилучшее значение ПФ для СКК КАМ-16. Таким образом, трансформация СКК КАМ-16 позволяет улучшить либо значение ПФ сигнала, либо величину вероятности парной ошибки.

Кроме того, вероятность парной ошибки при определенных значениях P_a и P_b не зависит от значений величин данных мощностей ($P_a > 4$ и $P_b > 4$), о чем свидетельствует рисунок 4). В то же время существуют области значений мощностей P_a и P_b , где данный показатель достигает наихудшей величины

($P_a < 4$ и $P_b < 4$), что также видно из рисунка 4). При этом формирование конструкции СКК большими значениями пиковых мощностей приводит к ухудшению ПФ сигнала.

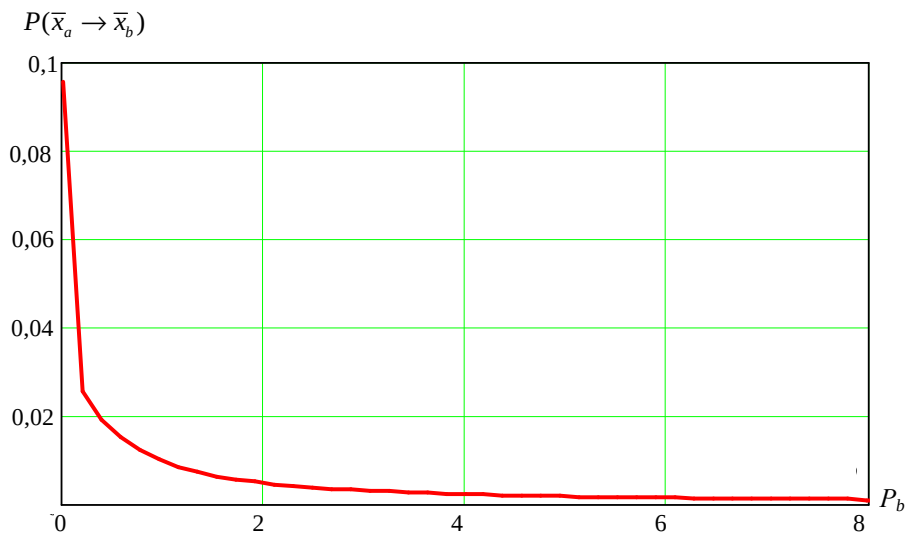


Рис. 3. Зависимость вероятности парной ошибки от значения мощности точки сигнального созвездия P_b

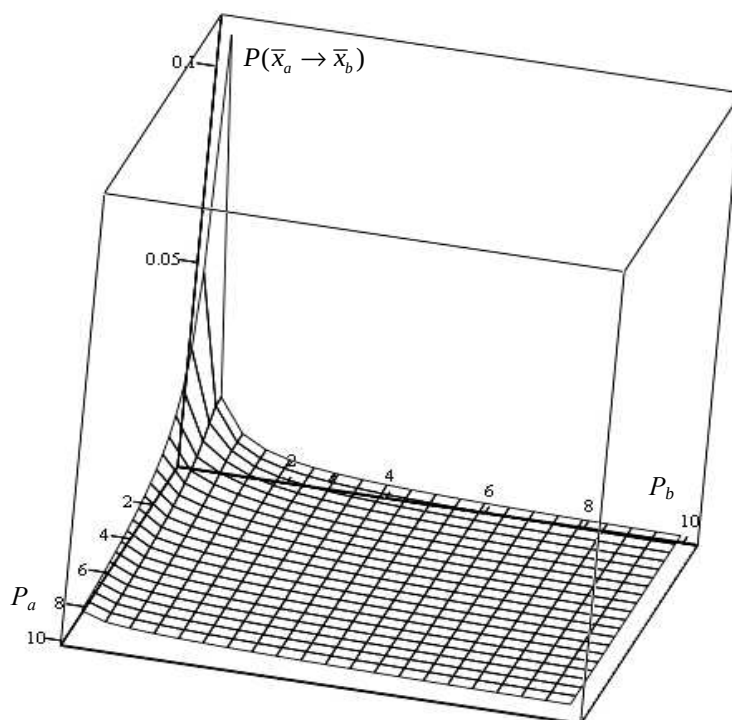


Рис. 4. Зависимость вероятности парной ошибки от взаимных значений мощностей P_a и P_b

Методика расчета требуемого показателя

Результаты теоретических исследований и проведенного моделирования позволяют сделать следующий вывод: трансформация сигнального созвездия СКК КАМ-16 может быть применена в целях улучшения или значения ПФ сигнала, или величины вероятности парной ошибки.

Для достижения значения требуемого показателя предлагается следующая **методика**:

1. Для улучшения значения ПФ СКК:

- определяются точки сигнального созвездия СКК с максимальным значением пиковой мощности;
- по формуле (7) проводится расчет ПФ сигнала с учетом значения коэффициента β ;

- исходя из требований к значению ПФ из формулы (7) вычисляется величина β ;
 - значение векторов СКК с максимальным значением пиковой мощности точки умножается на их величину β ;
 - по формуле (10) рассчитывается вероятность парной ошибки для трансформированного созвездия. При этом значению P_a соответствует точка созвездия, определяемого вектором после умножения его на величину β , а значению P_b – точка созвездия с МЕР по отношению к точке P_a ;
 - полученный результат сравнивается с требуемым значением вероятности парной ошибки, при необходимости по требуемому значению данного параметра определяются новые значения P_a и P_b (см. рис. 4);
 - при выборе новых значений P_a и P_b необходимо исходить из того, чтобы значения показателя P_b как у исходного, так и трансформируемого сигнального созвездия не изменялись;
 - определяется новая величина коэффициента β как отношение нового значения P_a при условии $P_a > P_b$ (P_b , если $P_a < P_b$) к первоначальному значению (до трансформации СКК КАМ-16). Если обеспечение требуемого значения вероятности парной ошибки возможно только при условии $\beta > 1$, то очевидно, что улучшить значение ПФ сигнала КАМ-16 не представляется возможным;
 - по формуле (7) вычисляется новое значение ПФ сигнала.
2. Для улучшения вероятности парной ошибки сигналов КАМ-16 по показателю значения ПФ методика предполагает выполнение следующих этапов:
- по требуемому значению вероятности парной ошибки определяются величины мощностей P_a и P_b ;
 - проводится расчет величины коэффициента β как отношение значения P_a при условии $P_a > P_b$ (P_b , если $P_a < P_b$) к первоначальному значению (до трансформации СКК КАМ-16);
 - по формуле (7) рассчитывается величина ПФ сигнала. Если полученное значения ПФ сигнала превышает требуемое, то из формулы (7) проводится расчет нового значения коэффициента β ;
 - значение векторов СКК КАМ-16 с максимальным значением пиковой мощности точки умножается на новую величину β . Далее по формуле (10) рассчитывается вероятность парной ошибки для трансформированного созвездия;
 - если рассчитанное значение величины парной ошибки превышает заданное, то улучшить помехоустойчивость сигнала КАМ-16 за счет трансформации СКК КАМ-16 не представляется возможным.
- Заключение.** Предложенная методика может быть использована при проектировании современных средств связи, использующих любые СКК. Дальнейшие направления авторы связывают с оптимизацией структуры транспонируемых созвездий при их использовании в каналах с OFDM-модуляцией.

ЛИТЕРАТУРА

1. Скляр, Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / Б. Скляр. – 2-е изд.; пер. с англ. – М.: Издат. Дом «Вильямс», 2003.
2. Yen-Ming Chen Noncoherent Amplitude/Phase Modulated Transmission Schemes for Raleigh Block Fading Channels / Yen-Ming Chen, Yeong-Luh Ueng // IEE Transaction on communication. – 2013. – Vol. 61, № 1. – January.
3. Raphaeli, D. Noncoherent coded modulation / D. Raphaeli // IEE Transaction on communication. – 1996. – Vol. 44, № 2. – February.

Поступила 16.01.2014

TRANSFORMATION TECHNIQUE CONSTELLATION QAM SIGNALS

**S. DVORNIKOV, A. PSHENICHNIKOV, D. BURIKIN, A. ZHELEZNYAK,
S. DVORNIKOV, D. RYABENKO**

Results of analytical researches and data of calculated mathematical modeling on increase of capacity of radio links with demodulation of signals with quadrature and amplitude modulation are shown. Reasonability of optimal decrease in value of peak factor at preservation of designed value of a noise stability of signals with quadrature and amplitude modulation by transformation of signal-code sequences is justified. The method of calculation of optimal value of the peak-factor or error probability of signals is presented.

УДК 621.396.96

АДАПТИВНОЕ КОГЕРЕНТНОЕ НАКОПЛЕНИЕ ОТРАЖЕННЫХ СИГНАЛОВ

С.А. ГАБЕЦ, канд. техн. наук, доц. С.Ю. СЕДЫШЕВ
(Военная академия Республики Беларусь, Минск)

Рассмотрен способ улучшения характеристик обнаружения радиолокационных сигналов путем перераспределения времен когерентного и некогерентного накоплений. Предложен вариант реализации адаптивного устройства когерентного накопления. Произведен сравнительный анализ адаптивного и неадаптивного тракта обработки сигнала методом математического моделирования.

Введение. В теории обнаружения наиболее часто используются три модели последовательностей флуктуирующих сигналов [1, 2]:

1) модель медленных флуктуаций отраженных сигналов (ОС) с временем междупериодной корреляции τ_c , большим, чем время наблюдения T_n . Для такой модели сигнала после компенсации мешающих отражений (МО) все время наблюдения используется для когерентного накопления (КН) ОС [1];

2) модель быстрой флуктуирующей отраженного сигнала. Для этой модели характерно отсутствие междупериодной корреляции отраженных сигналов $\tau_c \ll T_n$. В этом случае когерентное накопление (КН) отсутствует, а оптимальная временная обработка заключается в когерентной компенсации МО (КК МО), квадратичном детектировании (КД) и некогерентном накоплении (НН) сигнала на всем интервале наблюдения T_n ;

3) модель частично-когерентной пачки отраженных сигналов является наиболее общей ($\tau_c < T_n$). Для этой модели отраженного сигнала оптимальным является сочетание КН на интервале времени $T_{\text{кн}} = \tau_c < T_n$ и последетекторного НН на интервале времени $T_{\text{нн}} = T_n - T_{\text{кн}}$ [1].

На практике при построении эффективных радиолокационных приемников целесообразно использовать модель ОС с частичной когерентностью. Это обусловлено тем, что ОС приобретает случайные составляющие амплитуды и фазы вследствие различных факторов: изрезанности диаграммы обратного вторичного излучения, случайного ракурса цели, различных погодных условий [2] и т.д. Адаптация радиолокационного обнаружителя к времени междупериодной корреляции τ_c ОС (коэффициенту междупериодной корреляции (r_c)) позволила бы оптимально распределить время наблюдения T_n между этапами когерентного и некогерентного накопления и скорректировать параметры устройства принятия решений в соответствии с текущей предпороговой статистикой [1–3].

Известны радиолокационные станции (РЛС), которые используют приемники с сочетанием когерентного и некогерентного накопления. Недостатком используемых устройств является то, что они имеют фиксированные настройки и не могут использовать эффективно весь интервал времени КН.

Эффективность КН и НН возможно увеличить, если автоматически изменять их настройки в зависимости от корреляционных характеристик входного сигнала.

Характеристики обнаружения радиолокационных сигналов. При известном коэффициенте междупериодной корреляции эффективность КН определяется выражением (1) или (2) [1, 2], и как видно из этих выражений, потенциал достигается в случае совпадения ширины амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) $\Delta F_{\text{п}}$ с шириной зубца гребенчатого спектра последовательности ОС $\Delta F_{\text{Лс}}$ или совпадении коэффициента междупериодной корреляции корреляционной характеристики устройства когерентного накопления $r_{\text{кн}}$ с коэффициентом междупериодной корреляции флуктуаций последовательности ОС $r_c = \exp(-T_{\text{п}}/\tau_c)$.

$$v_{\text{п}} = \frac{F_{\text{п}}}{\Delta F_{\text{п}}} = \frac{F_{\text{п}}}{\Delta F_{\text{Лс}}} = \frac{F_{\text{п}}}{\Delta f_c + 1/T_{\text{п}}} \cong \frac{F_{\text{п}}}{\Delta f_c + 1/LT_{\text{п}}} \cong \langle \Delta f_c \ll 1/LT_{\text{п}} \rangle \cong L, \quad (1)$$

где $F_{\text{п}}$ – частота повторения зондирующего сигнала (ЗС); L – число импульсов пачке; Δf_c – ширина спектра междупериодных флуктуаций пачки ОС; $T_{\text{п}}$ – период повторения ЗС.

$$v_{\text{п}} = \begin{cases} \frac{1+r_L r_c}{1-r_L r_c}, & \text{если } r_c > r_{\text{кн}}; \\ \frac{1+r_L r_{\text{кн}}}{1-r_L r_{\text{кн}}}, & \text{если } r_c \leq r_{\text{кн}}, \end{cases} \quad (2)$$

где $r_L = \exp(-2/L)$ – коэффициент междупериодной корреляции флуктуаций, учитывающий ограниченное число импульсов пачки.

Учитывая коэффициент междупериодной корреляции ОС при НН, возможно улучшить характеристики обнаружения [1, 2], как показано на рисунке 1, при оптимальном сочетании времен КН и НН. В слу-

чае неоптимального сочетания времен КН и НН возникают потери эффективности в размере 2–5 дБ в зависимости от корреляционных свойств входного сигнала, что видно из выражения (2) и рисунка 1.

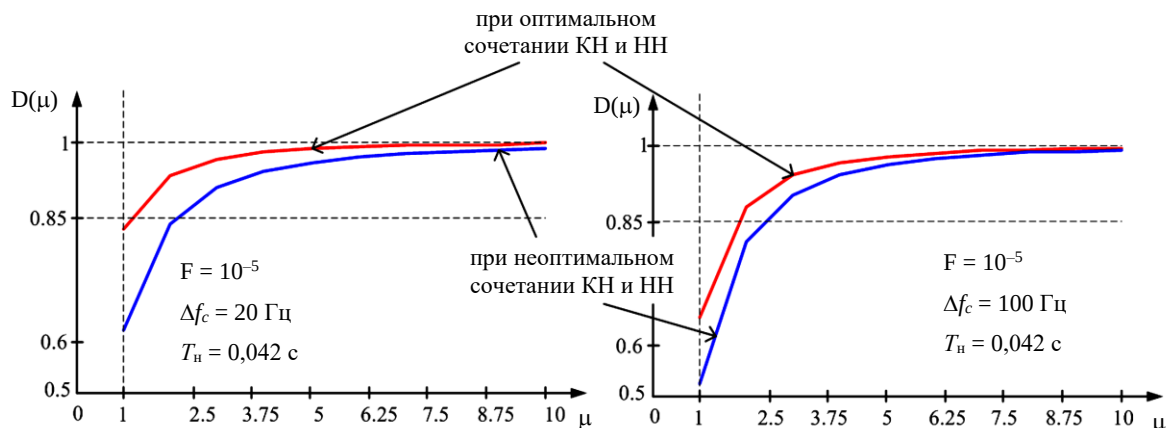


Рис. 1. Характеристики обнаружения при накоплении флуктуирующих сигналов

Так как коэффициент корреляции ОС r_c зависит от различных факторов, в частности от класса цели, ракурса и тангажа полета и погодных условий, то радиолокационные приемники с фиксированными параметрами устройств КН и НН не достигают максимально возможной эффективности обнаружения.

Адаптация междупериодной обработки (МПО) к коэффициенту междупериодной корреляции, алгоритм работы адаптивного фильтра когерентного накопления. Адаптивный КН возможно реализовать по аналогии с адаптивным линейным сумматором с градиентным поиском весовых коэффициентов [4, 5]. Алгоритм работы адаптивного линейного сумматора представлен выражением (3) и (4):

$$\varepsilon_k = S_{I_k} - S_{I_{k-1}} \mathbf{W}_k, \quad (3)$$

$$S_{II_k} = S_{I_k} + S_{I_{k-1}} \mathbf{W}_k, \quad (4)$$

где ε_k – сигнал ошибки, используемый для коррекции вектора весовых коэффициентов; S_{I_k} – входной сигнал когерентного накопителя после КК МО; S_{II_k} – выходной сигнал устройства когерентного накопления; k – переменная, означающая номер периода повторения ЗС; $\mathbf{W}_k$ – вектор весовых коэффициентов адаптивного устройства КН (выражение (8)); S_{I_k} – вектор входного сигнала когерентного накопителя (5):

$$\mathbf{S}_{I_k} = [S_{I_k}, S_{I_{k-1}}, \dots, S_{I_{k-L}}]^T, \quad (5)$$

$$\mathbf{W}_k = [w_{1,k}, w_{2,k}, \dots, w_{L,k}]^T. \quad (6)$$

Процесс адаптации фильтра КН заключается в коррекции его весовых коэффициентов, при значениях которых выходной сигнал ошибки ε_k становится минимальным. Особое место среди всех методов занимает метод наименьших квадратов [4], так как он является простым при практической реализации [4, 5]. В данном методе в качестве оценки градиента берется само значение среднеквадратической ошибки ε_k^2 , благодаря чему на каждой итерации адаптивного процесса оценка градиента определяется как [4]:

$$\hat{\nabla}_k = -2\varepsilon_k \mathbf{X}_k. \quad (7)$$

Имея такую оценку градиента, адаптивный алгоритм можно представить в виде

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{W}_k - \mu \hat{\nabla}_k = \mathbf{W}_k + 2\mu \varepsilon_k \mathbf{X}_k. \quad (8)$$

Параметр μ определяют устойчивость и скорость сходимости процесса адаптации:

$$0 < \mu < \frac{1}{(L+1)\sigma_c^2}, \quad (9)$$

где σ_c^2 – мощность входного сигнала S_{I_k} .

В общем случае параметр μ определяется неравенством:

$$0 < \mu < \frac{1}{tr[\mathbf{R}]}. \quad (10)$$

Здесь $tr[\mathbf{R}]$ – сумма диагональных элементов корреляционной матрицы $\mathbf{R}$.

Адаптивная система является устойчивой, если математическое ожидание вектора весовых коэффициентов $E[\mathbf{W}_{k+1}]$ сходится к винеровскому решению [4]:

$$\mathbf{W}^* = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{P}, \quad (11)$$

где $\mathbf{W}^*$ – оптимальный вектор весовых коэффициентов, при котором выходной сигнал ошибки ε_k имеет минимальное значение; $\mathbf{P}$ – математическое ожидание произведения вектора входного сигнала и полезного отклика:

$$\mathbf{P} = E[d_k \mathbf{S}_{I k}]. \quad (12)$$

Здесь d_k – полезный отклик, в данном случае – входной сигнал $S_{I k}$.

Из выражений (5), (6) и (10) следует структура адаптивного фильтра КН L -го порядка (рис. 2).

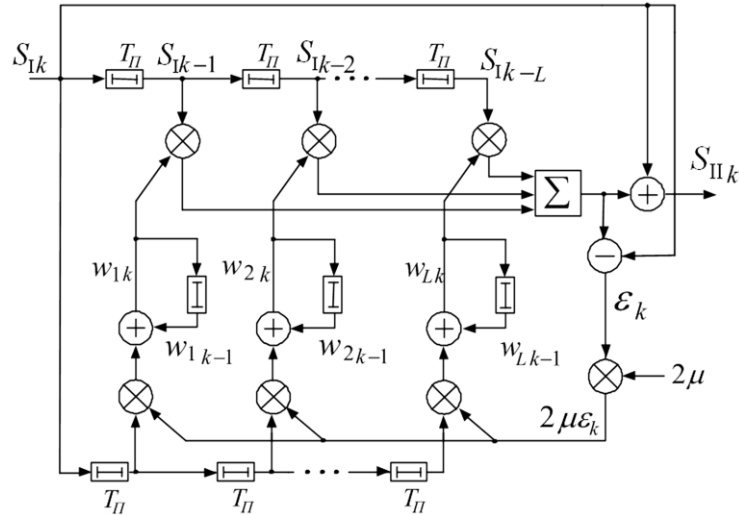


Рис. 2. Структурная схема адаптивного фильтра когерентного накопления

Вектор $\mathbf{W}_k$ описывает импульсную характеристику адаптивного фильтра КН, которая изменяется во времени в зависимости от входного сигнала. Амплитудно-частотная характеристика такого фильтра изменяется в зависимости от ширины спектра междупериодных флуктуаций последовательности ОС, благодаря чему используется весь интервал времени $T_{\text{кн}}$.

Имитационное моделирование тракта междупериодной обработки. Проверка работоспособности адаптивного фильтра КН проводилась путем математического моделирования. Для этого в математической среде Mathcad был смоделирован входной сигнал после внутрипериодной обработки, который состоял из аддитивной смеси гауссовского шума и ОС от трех целей на разных дальностях и азимутах.

Этапы формирования модели сигнала следующие:

1) дискретный белый гауссовский шум (h_i) подавался на формирующий фильтр. Алгоритм работы формирующего фильтра ($K_{\text{ф.ф.с}}$) описывается в [6], на выходе которого в зависимости от времени корреляции (τ_c) формировался стационарный случайный процесс с заданными корреляционными характеристиками;

2) далее стационарный случайный процесс перемножался с результирующей диаграммой направленности от цели ($g_{c,k,i}$), формирование которой описывается двумерной цифровой сверткой, по азимуту с ДНА и по дальности КФ закона модуляции зондирующего сигнала, так как сигнал формировался после внутрипериодной обработки (ВПО). В данном случае индекс i (номер дискрета дальности) означает зависимость диаграммы от времени, индекс k (номер периода зондирования) характеризует зависимость диаграммы от периода зондирования;

3) для учета мощности полученные нормированные огибающие пачек сигналов перемножались на отношение амплитуд (γ_c), мощность шума приемника считалась равной единице. Частота Доплера сигнала ($F_{\text{дс}}$) учитывалась путем умножения на $\exp(-2\pi F_{\text{дс}} T_{\text{П}} i)$.

Принятый сигнал после ВПО формировался согласно следующему выражению:

$$x_{i,k} = m_{i,k} + h_{i,k} / \sqrt{2}, \quad (13)$$

где $m_{i,k}$ – сигнал от цели, определим как

$$m_{i,k} = h_{i,k} K_{\text{фдс}} g_{c,i,k} \gamma_c / \sqrt{2} e^{j2\pi F_{\text{дс}} T_{\text{П}} i}. \quad (14)$$

При моделировании входного сигнала в качестве исходных данных использовались:

1) характеристики типового тактического истребителя: дальности до целей – 95,5 км, 100 и 104,5 км; эффективная отражающая поверхность для всех целей – 6 м²; скорости полета целей – 250 м/с, 300 и 350 м/с; ширина спектра флуктуаций пачки ОС для каждой цели – 20 Гц;

2) характеристики РЛС: РЛС кругового обзора; импульсная мощность – 700 кВт; длительность ЗС – 3 мкс; период повторения – 3 мс; длина волны – 10 см; вид закона модуляции ЗС – простой прямоугольный радиопульс; ширина диаграммы направленности антенны в азимутальной плоскости 1,5 град, в угломестной – 2,5 град; скорость обзора – 36 град/с; коэффициент шума приемника – 4; отношение сигнал/шум – 2,5 дБ.

Полученная модель принятого сигнала после ВПО показана на рисунке 3, а. Порядок адаптивного фильтра КН выбран 3, так как модель сигнала более соответствует 3-му порядку. Некогерентно накапливались 2 импульса.

Процесс КН производился согласно адаптивному алгоритму, представленному структурной схемой (см. рис. 2). Модули сигнала на различных этапах обработки показаны на рисунках 3, б и 3, в, где k – отсчет азимута, i – отсчет дальности. Для сравнения был смоделирован неадаптивный тракт МПО, включающий КН из 8-ми фильтров быстрого преобразования Фурье, квадратичный детектор и НН 2-го порядка, результаты показаны на рисунке 3, г.

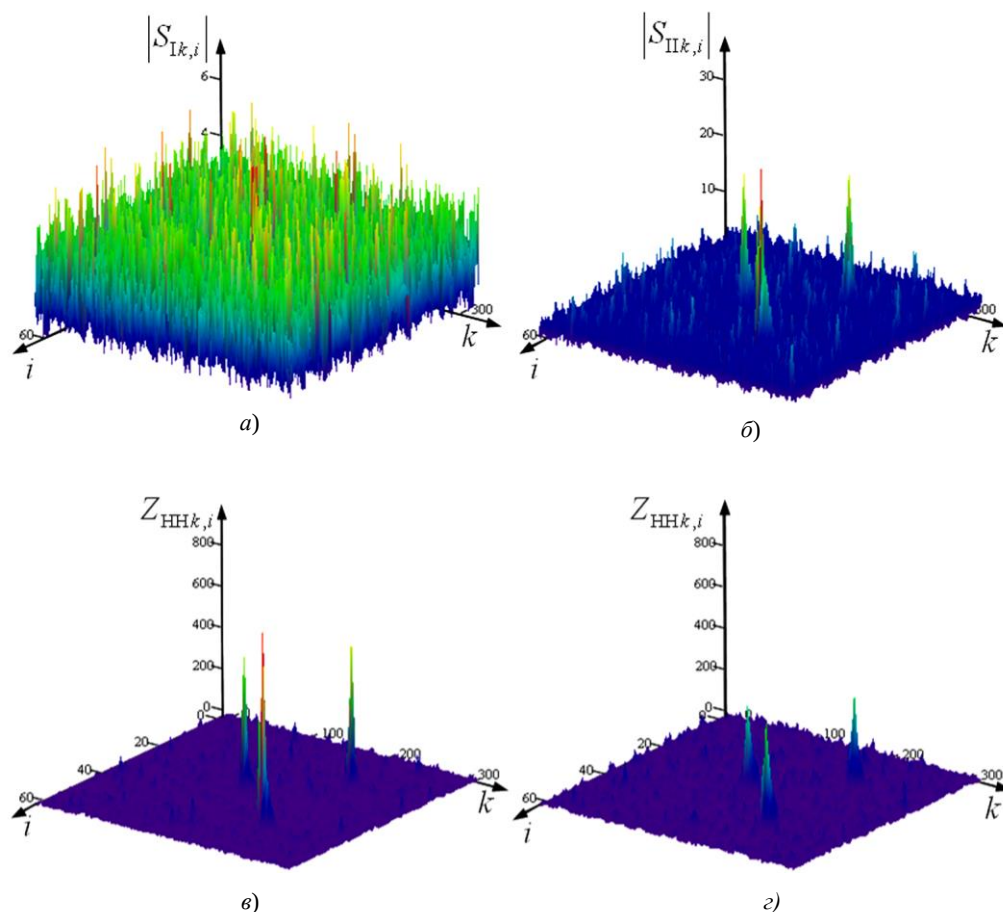


Рис. 3. Двухмерные массивы модулей комплексных амплитуд сигналов:

а – входной сигнал после внутрипериодной обработки;

б – выходной сигнал адаптивного фильтра когерентного накопления;

в – выходной сигнал после некогерентного накопления адаптивной междупериодной обработки;

г – выходной сигнал после некогерентного накопления неадаптивной междупериодной обработки

Для наглядности полученные результаты МПО представлены на 34-м отсчете дальности на рисунке 4. При этом эффективность адаптивного фильтра КН составила 9,44 дБ, потенциальная эффективность, рассчитанная согласно выражению (1), составляет 10,14 дБ, что подтверждает правильность работы алгоритма предложенного адаптивного фильтра КН. Также из рисунка 4 видно, что эффективность адаптивного тракта МПО на 3,5 дБ выше неадаптивного, которая составляет 5,9 дБ.

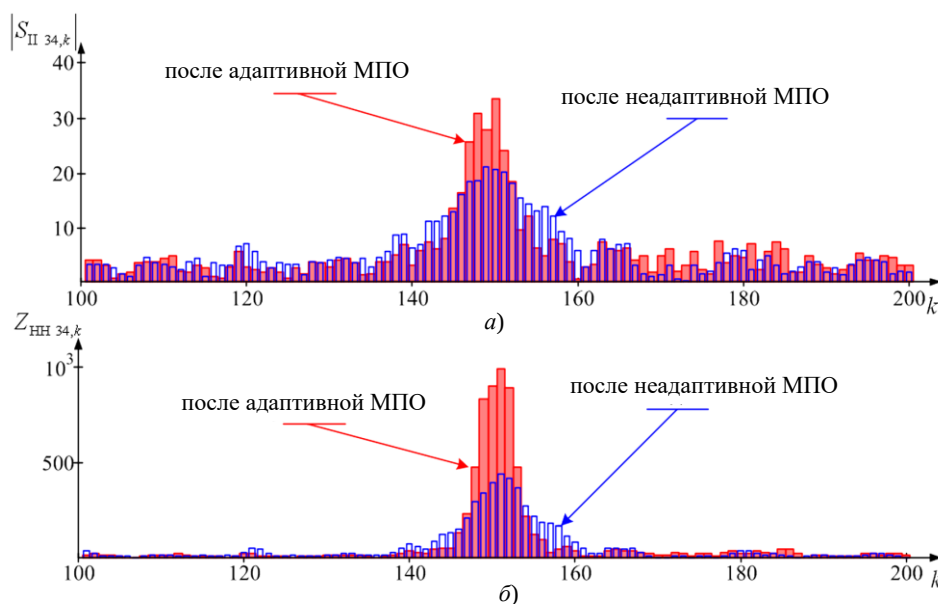


Рис. 4. Результаты адаптивной и неадаптивной междупериодной обработки на 34-м элементе дальности:
а – после когерентного накопления; б – после некогерентного накопления

Заключение. Рассмотрена возможность применения адаптивных алгоритмов с градиентным поиском весовых коэффициентов методом наименьших квадратов для реализации адаптивного фильтра когерентного накопления медленнофлуктуирующего сигнала. В результате чего получена структурная схема и алгоритм работы такого фильтра. С помощью математического моделирования показана эффективность рассматриваемого алгоритма. Фильтр когерентного накопления с фиксированными параметрами максимальной эффективности достигает только в частном случае, когда совпадает ширина амплитудно-частотной характеристики с шириной спектра огибающей пачки отраженных сигналов, которая определяется временем наблюдения и шириной спектра междупериодных флуктуаций (коэффициента междупериодной корреляции). Коэффициент междупериодной корреляции изменяется в зависимости от множества различных факторов. По этой причине неадаптивный фильтр когерентного накопления в общем случае проигрывает в эффективности адаптивному фильтру, который учитывает корреляционные характеристики сигнала и использует весь возможный интервал времени когерентного накопления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Латушкин, В.В. Основы радиолокации. Модели сигналов и помех / В.В. Латушкин, С.А. Горшков, С.Ю. Седышев. – Минск: Воен. акад. Респ. Беларусь, 2005. – Ч. II: Конспект лекций. – 127 с.
2. Охрименко, А.Е. Основы радиолокации и радиоэлектронная борьба / А.Е. Охрименко. Ч. 1. – М., 1983. – 456 с.
3. Ширман, Я.Д. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех / Я.Д. Ширман, В.Н. Манжос. – 2-е изд. – М.: Радио и связь, 1981. – 416 с.
4. Видроу, Б. Адаптивная обработка сигналов / Б. Видроу, С. Стирнз; пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1989. – 440 с.
5. Монзинго, Р.А. Адаптивные антенные решетки / Р.А. Монзинго, Т.У. Миллер; пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1986. – 448 с.
6. Быков, В.В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике / В.В. Быков. – М.: Сов. радио, 1971. – 328 с.

Поступила 09.01.2014

ADAPTIVE COHERENT ACCUMULATION OF ECHO SIGNAL

S. GABETS, S. SEDYSHEV

The way of improvement of radar signal characteristics of detection by reallocation of coherent and noncoherent accumulation time. The alternative of implementation of the adaptive device of coherent accumulation is offered. A comparative analysis of adaptive and non-adaptive signal processing path by mathematical modeling.

УДК 681.324.06

**АРХИТЕКТУРА СИСТЕМЫ МОНИТОРИНГА
МОБИЛЬНЫХ ГЕТЕРОГЕННЫХ ОБЪЕКТОВ****А.И. КУЗЬМИЧ***(Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск);**д-р техн. наук, проф. В.В. КРАСНОПРОШИН**(Белорусский государственный университет, Минск)*

Рассматриваются вопросы синтеза типовой архитектуры для систем мониторинга мобильных гетерогенных объектов. Сформулирована общая задача и представлено ее решение на основе синтеза методов теории принятия решений, процессного и многоагентного подходов. Обоснована целесообразность стандартизации систем мониторинга на основе архитектуры, включающей шесть программных агентов, обеспечивающих формализацию предметной области, идентификацию, оценку и синтез управляющих решений для мобильных объектов на основе собственной базы знаний для априори известных ситуаций и опыта экспертов для новых ситуаций.

Введение. В последнее десятилетие наблюдается рост аварийности сложных технических объектов, к которым относятся железнодорожные составы, большегрузные автомобили, тягачи, карьерные самосвалы, караваны судов и другие транспортные средства, перевозящие дорогостоящие и часто опасные грузы (радиоактивные отходы, метанол, аммиак, нефть и т.п.) [1]. Такого рода объекты называют *мобильными гетерогенными объектами* (МГО), так как они состоят из разнородных компонентов и меняют свое местоположение [2]. В данной работе в качестве МГО рассматриваются технически сложные объекты, включающие одушевленные (например, машинистов железнодорожных составов) и неодушевленные (локомотив, цистерны, вагоны) компоненты. Жизненный цикл МГО включает процессы формирования, использования и деструкции МГО в рамках некоторой сцены. Под сценой понимается среда, включающая одушевленных (людей) и искусственных (интеллектуальные программы) участников реализации жизненного цикла МГО и коммуникации для обмена информацией между ними.

Поддержка жизненного цикла МГО осуществляется лицами, принимающими решения (ЛПР), и интеллектуальными программными системами [3, 11, 12, 14]. Разработка таких систем требует значительных финансовых затрат, поэтому они используются в основном крупными компаниями (Terex, Caterpillar, Liebherr, Euclid, Komatsu, БелАЗ и др.). В связи с этим актуальной является задача разработки недорогостоящих технологий для построения систем мониторинга, доступных средним и малым компаниям. В данной работе предлагается вариант этой задачи на основе стандартизации базовых процессов и архитектуры систем мониторинга.

Постановка задачи. В основу постановки задачи положена гипотеза о возможности стандартизации методологии для построения унифицированной архитектуры систем мониторинга МГО. Пусть имеется организация, которая реализует бизнес-проекты с использованием МГО. Управление организацией осуществляет центр, их формирующий, состав и функциональность которого соответствуют требованиям проекта. На МГО установлено некоторое количество датчиков, фиксирующих характеристики его элементов. Траектория движения МГО проходит в среде, фрагментарно обеспеченной беспроводной связью. Центр и МГО имеют коммуникационное оборудование для удаленного диалога. Возможность выполнения проекта зависит от состояния МГО, которое характеризуется конечным множеством показателей. Список показателей формируется центром и соответствует датчикам, установленным на МГО. Каждому состоянию соответствует релевантное управляющее решение.

Требуется разработать архитектуру мониторинга МГО. Эту достаточно общую цель необходимо уточнить на основании следующих соображений.

Существующие системы мониторинга обладают рядом существенных недостатков. К ним, в частности, можно отнести: большой объем трафика данных с датчиков между МГО и центром, отвлекающий внимание ЛПР центра потоком не всегда нужной информации; сложность выбора решения ЛПР для объекта в «зоне молчания» (участки, где затруднена или отсутствует связь) с целью разрешения нестандартных ситуаций; необходимость запроса ЛПР для оперативного получения экспертной информации при возникновении неизвестных ранее ситуаций в «живой зоне» (участки, обеспеченные стабильной связью); отсутствие какого-либо общего подхода и методологии для построения унифицированной архитектуры, инвариантной типу, составу и назначению МГО.

Для устранения этих недостатков предлагается разработать архитектуру системы мониторинга МГО, обеспечивающую:

- формирование МГО, структура которого отвечает требованиям текущего проекта;

- синтез управляющего решения для априори известных ситуаций;
- формирование управляющего решения для неизвестных ранее ситуаций;
- минимизацию объема информационного трафика МГО – центр – МГО;
- стандартизацию архитектуры при решении перечисленных выше задач для уменьшения объема ручного труда и стоимости целевой системы.

Кроме того, к современным программным системам предъявляется требование интероперабельности элементов архитектуры, что позволяет использовать их по отдельности или интегрировать в другие системы. В целом поставленная задача тесно связана с созданием принципиально новых систем, обладающих программируемыми и адаптивными свойствами, учитывающими целевое назначение и изменения окружающей среды.

Подход к решению. Поставленная задача достаточно сложна, поэтому важно изначально выбрать конструктивный подход к ее решению, который позволит выделить основные процессы решения, определить соответствующие группы алгоритмов и построить архитектуру типовой системы для их реализации. Такую архитектуру можно считать универсальной в рамках выбранного подхода. Для описания достаточно сложной в деталях предметной области задачи будем использовать онтологический подход, интуитивно понятный и обеспечивающий последовательную формализацию проблемы от концепции до программного кода [4].

На основе анализа поставленной задачи можно выделить три возможных подхода к решению: теорию активных систем [5], теорию автоматов [6] и теорию принятия решений [7]. *Первый подход* ориентирован на одушевленных акторов и применение методов теории игр, что затрудняет его использование для работы с искусственными акторами, характерными для МГО. *Второй подход* используется для задачи принятия решения (ЗПР) в условиях определенности, искусственных акторов на основе объективных (формальных) методов. *Третий подход* применяется для разрешения ситуаций в условиях неопределенности и использует как формальные, так и субъективные (экспертные) методы. В случае МГО управляющее решение традиционно выбирает ЛПР объекта или центра, поэтому для мониторинга целесообразно выбрать третий подход. В результате появляется возможность использования хорошо развитого математического аппарата принятия решений, включая методы распознавания образов [8].

В общем случае задача принятия решений (ЗПР, Decision Making, DM) сводится к выбору лучшей согласно определенному критерию альтернативы из множества возможных вариантов для разрешения возникшей проблемной ситуации [7]. Ситуация может быть двух типов: встречающаяся ранее или новая. Формально ЗПР можно описать кортежем:

$$DM = (S, X, L_{pr}, G, Kr, Lim, Source, U, alg\hat{U}, \hat{U}), \quad (1)$$

где S – проблемная ситуация; X – описание (характеристики) ситуации; L_{pr} – лицо, принимающее решение; G – цель; Kr – критерий выбора; Lim – ограничения; $Source$ – источники информации для построения альтернатив; U – альтернативы (варианты решения); $alg\hat{U}$ – алгоритм (метод) выбора лучшего решения; $\hat{U}$ – выбранное решение.

Онтология ЗПР (1) носит общий характер и часто уточняется в зависимости от специфики решаемых практических задач.

Формализация предметной области. Решение ЗПР всегда происходит в рамках некоторой сцены (*Scene*). В данном случае в сцене решения участвуют центр (C), МГО (P) и коммуникационное оборудование (com):

$$Scene = (C, P, com). \quad (2)$$

Таким образом, мониторинг МГО, в принципе, может осуществляться на двух уровнях: МГО и центра. В обоих случаях важно знать не только характеристики объекта, но и спектр возможных состояний (V), текущее состояние ($\tilde{V}$) и алгоритм его определения ($alg\tilde{V}$). Поэтому включим соответствующие реквизиты в онтологию ЗПР:

$$DM = (S, X, L_{pr}, G, Kr, Lim, Source, V, alg\tilde{V}, \tilde{V}, U, alg\hat{U}, \hat{U}). \quad (3)$$

С точки зрения ЗПР множество альтернатив U следует рассматривать как управляющие решения, соответствующие состояниям V .

Согласно классической модели передачи линейных сообщений Шеннона – Уивера [9] и специфике МГО для обеспечения удаленного информационного обмена центр должен как минимум иметь: собствен-

ный адрес ($adrC$); адрес МГО ($adrP$); программное обеспечение $aInit$ для построения $Scene$ и формирования параметров DM ; стандартные протоколы $aDial^{CP}$; интеллектуальный модуль ведения диалога с МГО (IMc); оборудование ($hardC$) и стандартное коммуникационное программное обеспечение ($softC$):

$$C = (adrC, adrP, aInit, aDial^{CP}, IMc, hardC, softC). \quad (4)$$

Мобильный гетерогенный объект имеет аналогичное описание:

$$P = (adrP, adrC, gps, sens, IMp, box, Dial^{CP}, hardP, softP). \quad (5)$$

Данный вариант существенно отличается от описанного в [11, 12] за счет интеграции в кортеж (4) и (5) датчиков ($sens$), устройства спутниковой системы навигации для определения текущих координат МГО (gps) и интеллектуальных модулей IMc и IMp для поддержки принятия решений на уровне МГО и организации диалога МГО – центр – МГО. Модуль gps позволяет центру отслеживать координаты географического положения МГО в масштабе планеты. Структура box является стандартной единицей обмена информацией между объектом и центром. Необходимое требование к использованию box – совместимость оборудования и программного обеспечения, нарушение которого часто приводит к тяжелым аварийным ситуациям.

Структура box содержит все необходимое (включая координаты gps) для идентификации МГО и формирования управляющего решения на уровне МГО или центра:

МГО-центр:

$$boxPC = (adrC, adrP, gps, S, X, \tilde{V}_p, \hat{U}_p, K); \quad (6)$$

центр-МГО:

$$boxCP = (adrP, adrC, S, \tilde{V}_p, \hat{U}_c \tilde{V}_p), \quad (7)$$

где $\tilde{V}_p, \hat{U}_p$ – состояние и управляющее решение, определенные на уровне МГО модулем IMp ; K – категория ситуации ($K = 0$ – ситуация была предусмотрена при инициализации, $K = 1$ – ситуация не предусмотрена); $\hat{U}_c$ – вариант решения, сформированный на уровне центра модулем IMc и отправленный модулю IMp для реализации ЛПР объектов.

В (6) ситуация S относится к числу известных ЛПР МГО, в (7) – ситуация ему не известна, и для ее разрешения требуются знания центра и, возможно, привлеченных экспертов.

С практической точки зрения сцену (2) удобно рассматривать на основе принципов искусственного интеллекта: как дистанционный диалог двух интеллектуальных модулей IMp и IMc , которые в случае необходимости (при попадании МГО в неизвестную ситуацию) обращаются за помощью к ЛПР центра и экспертам):

$$Scene = (IMc, IMp, boxPC / CP, com). \quad (8)$$

В (8) одушевленные акторы рассматриваются только как механизм настройки IMc на конкретный проект и источник знаний для IMp при встрече с неизвестной ранее ситуацией.

В (2)–(8) онтологии формируют общий взгляд на предметную область решения и дают основание для определения процессов их реализации.

Выделение процессов решения. Один из современных подходов к решению задач заключается в определении конечного множества процессов, приводящих в совокупности к достижению результата [10]. На основе онтологий (1)–(8) и общей методологии принятия решений [7] можно выделить шесть основных процессов реализации мониторинга МГО.

На уровне центра:

процесс 1: инициализация проекта, т.е. формирование сцены, задание параметров DM, C, P , создание соответствующей базы данных (DBc) и ее отображение в базе данных МГО (DBp);

процесс 2: формирование решения для МГО в случае возникновения ситуации, не предусмотренной при инициализации проекта.

На уровне МГО:

процесс 3: построение текущего образа X объекта на основе сигналов датчиков;

процесс 4: оценка состояния $\tilde{V}_p$ на основе $alg\tilde{V}$, X и V ;
 процесс 5: синтез управляющего решения $\hat{U}_p$ на основе $alg\hat{U}$ и $\tilde{V}_p$;
 процесс 6: анализ ситуации, если ситуация неизвестна ($K = 1$), формируется и отправляется сообщение $boxPC$ для ЛПР центра и ожидается ответ $boxCP$. В противном случае решение $\hat{U}$ визуализируется только для ЛПР МГО (например, для машиниста).

Определение процессов дает основание для построения архитектуры программной системы для их реализации.

Агентный подход к архитектуре. Описанные выше процессы 1–6 используют данные из территориально распределенных источников $P_1, P_2, \dots, P_n$, знания ЛПР центра и, возможно, знания привлеченных экспертов. Для построения систем обработки распределенной информации обычно используется многоагентный подход [14], т.е. делегирование процессов решения задачи автономным программам, которые принято называть агентами. В информатике агент трактуется как «аппаратно-программный объект, существующий в некоторой среде и способный реагировать на изменения среды, обмениваться информацией со средой и другими агентами в процессе решения общей задачи» [13, 14].

Классическая архитектура агента включает сенсор, процессор, память, эффектор. Через сенсоры агент воспринимает окружающую среду. Процессор перерабатывает полученную сенсором информацию. Память сохраняет необходимые результаты. Эффектор использует результаты для воздействия на среду. Универсализация структуры обеспечивает интероперабельность агентов.

Для реализации процессов поставим каждому из них в соответствие агента и определим основные группы методов для их реализации, которые относятся к искусственному интеллекту [13], теории нечетких множеств [15] и распознавания образов [8]. Результат представлен в таблице.

Процессы и агенты

Процессы	Агенты	Методы реализации агентов
Процесс 1	Init	Инженерия знаний
Процесс 2	Corrector	Инженерия знаний
Процесс 3	Image	Нечеткие множества
Процесс 4	State	Распознавание образов
Процесс 5	Decision	Распознавание образов
Процесс 6	Analyzer	Искусственный интеллект

Агентов Init и Corrector следует рассматривать как элементы интеллектуального модуля *ИМс*. Соответственно, агенты Image, State, Decision, Analyzer в совокупности составляют модуль *ИМр*. Такого рода «сообщества» принято называть многослойными агентами, которые позволяют кратко описывать многоагентные системы, состоящие из сотен агентов. Имена агентов в таблице носят субъективный характер, отвечают требованиям мнемоники и понятны разработчикам и руководителям, как показал опыт их применения на Латвийской железной дороге. Интеллектуальность модулей *ИМс* и *ИМр* заключается в том, что они фактически выполняют функции человека (строят предметную область и базу данных) в традиционных системах мониторинга. В качестве типичного примера приведем архитектуру агента Init (рис. 1).



Рис. 1. Архитектура агента инициализации проекта

На вход агента поступают знания ЛПР центра (и, возможно, экспертов), на выходе формируются базы данных по текущему проекту для центра и МГО. Другие агенты построены по такому же принципу.

Необходимо отметить, что представленный на рисунке 1 вариант визуализации агентов дает ряд преимуществ при управлении группами программистов, так как каждый элемент проекта (агент) имеет одинаковую структуру и интуитивно понятен как разработчикам, так и руководителям. Для разработки агентов можно использовать любой объектно-ориентированный язык программирования, например C#.Net, а для обмена между ними применять XML-формат и стандартные средства сериализации .Net для построения баз данных DBc и DBp [16].

Многоагентная архитектура. Представленные в таблице агенты сами по себе не решают проблему мониторинга МГО. Только их совместная работа в рамках адекватной проекту виртуальной организационной системы может привести к результату. Поэтому агенты обычно работают в группе, решающей общую задачу. Эта группа является многоагентной системой [14], построить которую для мониторинга МГО на основе методологии принятия решений, онтологий (1)–(8) и агентов, представленных в таблице, достаточно просто. Один из вариантов такой системы (рис. 2) хорошо зарекомендовал себя на практике [11, 12].

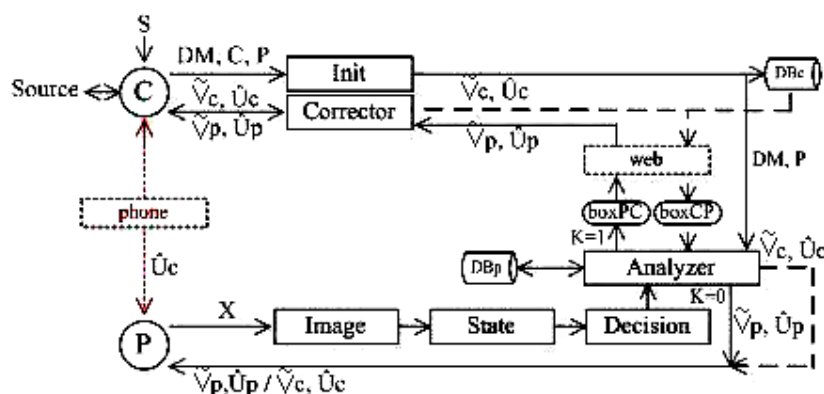


Рис. 2. Архитектура многоагентной системы для мониторинга МГО

Данный вариант архитектуры можно рассматривать как типовой, так как он построен в рамках хорошо апробированной методологии принятия решений [7]. Архитектура рассчитана на реализацию в форме портала, что позволяет контролировать доступ пользователей к ресурсам и формировать системы мониторинга по единой методике для различных типов МГО. Фактически она является виртуальной организацией, участники которой (агенты) решают общую задачу оценки текущего состояния и синтеза релевантного управляющего решения для МГО, а в случае попадания в неизвестную ситуацию получают знания для ее разрешения из центра.

Предложенная архитектура многоагентной системы носит весьма жесткий характер, так как «привязана» к конкретным агентам, реализующим конкретные процессы. Тем не менее она обеспечивает свободу выбора метода и языка программирования для практической реализации агентов. Научные дисциплины, включающие такие методы, показаны в третьем столбце представленной выше таблицы, хорошо известны и апробированы [7, 8, 11–13]. В экстренных случаях управляющее решение передается МГО из центра по телефонным беспроводным каналам (phone) в форме голосовой команды или sms-сообщения. Таким образом обеспечивается адаптация многоагентной системы (в рамках знаний экспертов) к различным непредвиденным ситуациям, которые неизбежны в характерной для настоящего времени быстро изменяющейся среде.

Заключение. В результате проведенных исследований были получены следующие результаты:

- сформулирована задача разработки универсальной архитектуры для систем мониторинга МГО, инвариантная по отношению к функциональности и свойствам объекта;
- построены онтологические модели глобальной сцены и участников мониторинга, обеспечивающие идентификацию МГО в любой точке земного шара;
- определены типовые процессы мониторинга МГО, инвариантные структуре и параметрам объекта на основе теории принятия решений и процессного подхода;
- построены программные агенты и многоагентная архитектура, реализующая типовые процессы; совместно обеспечивают настройку параметров МГО в соответствии с требованиями текущего проекта и разрешение априори известных и новых проблемных ситуаций;
- обеспечено разрешение прогнозируемых проблемных ситуаций на уровне МГО и передача в центр только той информации, которая относится к неизвестным ранее ситуациям, что существенно

снижает трафик данных и нагрузку на ЛПР центра и в целом подтверждает гипотезу о возможности стандартизации архитектуры систем мониторинга МГО.

Интероперабельность агентов допускает их индивидуальное и групповое использование, а также интеграцию в другие системы. Стандартизация методологии мониторинга в рамках теории принятия решений и унифицированная архитектура системы способствуют снижению объема ручного труда и стоимости разработки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рушкевич, А. Мониторинг подвижных объектов / А. Рушкевич, В. Осадчий // Беспроводные технологии. – 2010. – № 3. – С. 56–60.
2. Pasco, A. Heterogeneous objects modelling and applications / A. Pasco, V. Adziev, P. Comninos. – Springer, 2008. – 285 p.
3. Needles, D. IBM Tivoli Ncoool Configuration Manager (ITNCM): Proof of Concept (POC) Guide Paperback / D. Needles. – ICU Publishing, 2013. – 134 p.
4. Смирнов, С.В. Онтологическое моделирование в ситуационном управлении / С.В. Смирнов // Онтология проектирования. – 2012. – № 2. – С. 16–24.
5. Новиков, Д. Курс теории активных систем / Д. Новиков, С. Петраков. – М.: Синтез, 1999. – 108 с.
6. Гаврилов, М. Теория автоматов / М. Гаврилов. – М.: Наука, 1976. – 148 с.
7. Петровский, А.Б. Теория принятия решений / А.Б. Петровский. – М.: Академия, 2009. – 400 с.
8. Murty, M. Pattern Recognition: An Algorithmic Approach / M. Murty. – Springer, 2011. – 275 с.
9. Шеннон, К. Работы по теории информации и кибернетике / К. Шеннон. – М.: Иностран. лит., 1963. – 830 с.
10. Елиферов, В. Процессный подход к управлению / В. Елиферов, В. Репин. – М.: Стандарты и качество, 2005. – 408 с.
11. Kuzmich, A.I. Remote Monitoring System for Mobile Objects / A.I. Kuzmich, G. Shakah, A.N. Valvachev // Proceedings of 10-th International Conference, Minsk, 2011. – P. 427–430.
12. Краснопрошин, В.В. Технология оперативного управления распределенными организационными системами / В.В. Краснопрошин, А.Н. Вальвачев // Вестн. БГУ. Сер. 1. Физика. Математика. Информатика. – 2009. – № 1. – С. 90–97.
13. Russel, S. Artificial Intelligence. A Modern Approach / S. Russel, P. Norvig. – Prentice Hall, 2010. – 1152 p.
14. Андреев, В. Методы и средства создания открытых мультиагентных систем для поддержки процессов принятия решений / В. Андреев, В. Виттих // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 2003. – № 1. – С. 126–137.
15. Zadeh, L. Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, and Fuzzy Systems / L. Zadeh, G. Klir, B. Yuan. – World Scientific Pub. Co. Inc., 1996. – 840 p.
16. Троелсен, Э. Язык программирования C# и платформа .NET 4.5 / Э. Троелсен. – М.: Вильямс, 2013. – 1312 p.

Поступила 16.12.2013

REMOTE MONITORING ARCHITECTURE FOR MOBILE GETEROGENOUS OBJECTS

A. KUZMICH, V. KRASNOPROSHIN

Issues of a typical architecture synthesis for mobile heterogeneous objects monitoring are discussed. The general problem and its solution are presented on the basis of the decision-making theory methods synthesis, process- and agent-based approaches. The reasonability of monitoring systems standardization on the basis of architecture consisting of six program agents providing subject area formalization, identification, evaluation and control solution synthesis for mobile objects on the basis of our own knowledge base for a priori known situations and experts know-how in new situations is justified.

УДК 519.1:519.8:004.6

**КОНКРЕТИЗАЦИЯ ПОСТАНОВОЧНЫХ ПРИНЦИПОВ ПРОБЛЕМЫ
МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ РАСПИСАНИЯ ЗАНЯТИЙ В УНИВЕРСИТЕТЕ****М.В. ДЕКАНОВА***(Полоцкий государственный университет)*

Проанализированы существующие подходы к решению задачи составления расписания, такие как: локально-эволюционный метод, многоагентный подход, интеллектуальный метод, метод замещения, метод последовательного анализа вариантов, генетический алгоритм, метод раскраски графов. Выделены достоинства и недостатки каждого из них. Сделан вывод, что задача составления расписаний университета относится к классу дискретных задач оптимизации с конечным множеством альтернатив. Решение задачи составления расписания осложняется многокритериальностью и многовариантностью. Показано, что для разрешимости рассматриваемой задачи необходимо применить комплексный подход, учитывающий достоинства всех рассмотренных в рамках данной работы методов.

Введение. Задача составления расписаний является предметом научных исследований с середины прошлого века. Область ее применения включает в себя различные сферы человеческой деятельности: транспортные перевозки, массовое обслуживание, промышленность, образование и т.д. Практика выдвигает множество задач, которые невозможно эффективно решить путем полного перебора. Для большинства моделей теории расписаний нахождение оптимального расписания является трудноразрешимой задачей, а решение приближенных к реальным условиям задач обладает ещё большей сложностью, так как данные решения должны удовлетворять многочисленным, зачастую конфликтующим между собой ограничениям производственного, организационного и психофизиологического характера.

Количественный и качественный рост высшей школы требует нового подхода к решению задач управления учебной, научной и хозяйственной деятельностью университетов. Этот подход в последние годы находит свое воплощение в применении современных средств вычислительной техники и математических методов в управлении высшими учебными заведениями. В современном мире всё большее распространение получают различного рода системы автоматизации технических процессов, которые всегда выполнялись вручную. К таким же процессам относится и составление расписания, которое до сих пор во многих учебных заведениях создается вручную на основе многолетнего опыта. Современная же наука располагает средствами, позволяющими наилучшим образом организовать любой процесс, в том числе и учебный [1].

Задача планирования расписания учебных занятий – это задача на составление расписания комбинаторного типа, характерной особенностью которой является огромная размерность и наличие большого числа ограничений сложной формы. Фактически в настоящее время не существует универсальных методов решения таких задач. Математическая (классическая) теория расписаний [1–3] охватывает лишь узкий круг хорошо формализуемых проблем, которые обычно сводятся к следующим задачам: коммивояжера, транспортной и т.п. Прямое применение данных методов к задаче составления расписания учебных занятий не представляется возможным. Тем не менее есть ряд эвристических и переборных методов, которые вполне поддаются программированию.

Изучение опыта создания подобных систем показывает, что в последние годы предпринимались множественные попытки совершенствования планирования учебного процесса путем построения алгоритмов оптимизации задач планирования учебной работы университета и последующей их реализацией на вычислительной технике. Такие исследования в разное время проводились и продолжаются в некоторых университетах [4, 5].

В данной работе рассмотрим существующие подходы к составлению расписания учебных занятий университета.

Локально-эволюционный метод

Метод решения задач дискретной оптимизации является результатом синтеза эвристического и эволюционного подходов к решению задач данного класса. Класс задач дискретной оптимизации включает в себя такие задачи, как составление оптимального расписания, маршрутная оптимизация, задача оптимального планирования многопрофильного производства и т.п.

Эвристический метод – достаточно эффективный метод поиска решений задач дискретной оптимизации большой размерности. Из него было взято на вооружение использование локальных эвристик (локальных правил поиска решения). Из *эволюционного* – параллельное развитие множества поисковых процессов и модели отбора.

Особенностью локально-эволюционного подхода является возможность осуществлять поиск в сильно ограниченном пространстве поиска. Эта особенность позволяет существенно сократить временные затраты по сравнению с классическими подходами и повысить качество самого решения.

Дополнительное сжатие пространства поиска становится возможным за счет использования при построении расписания эвристик особого типа, а именно рекурсивных.

При решении задачи используются следующие исходные данные:

- 1) $A = \{a_i\}$ – аудиторный фонд (множество аудиторий);
- 2) $T = \{t_i\}$ – плановый фонд времени (1-я, 2-я, 3-я, 4-я недели);
- 3) $W = \{w_i\}$ – множество преподавателей;
- 4) $P = \{p_i\}$ – множество плановых занятий;
- 5) $G = \{g_i\}$ – множество групп учащихся;
- 6) $U = \{<p_i, g_i>\} \subset P \times G$ – множество учебных планов для групп учащихся (закрепляет за каждой группой учащихся определенный объем плановых занятий).

Недопустимым планом расписания является план, содержащий хотя бы один конфликт по преподавателю или группе, или аудитории, поэтому при решении задачи данным методом используются следующие ограничения:

- 1) $A: a_1 \neq a_2$;
- 2) $W: w_1 \neq w_2$;
- 3) $U/\{p_1\} \cap U/\{p_2\} = \emptyset$.

Для занятий, длительность проведения которых больше одного кванта (два академических часа или «пара») планового времени, вводится *дополнительное ограничение* последовательного по времени захвата квантового времени.

В расписании представлены все плановые занятия из P – это *требование* полноты расписания.

Обычно перед составлением расписания закрепляют сочетания (w, p) в виде нагрузки преподавателя, благодаря чему сочетание (w, p) в расписании присутствует и в нагрузке.

В задаче составления оптимального расписания нужно найти расписание с минимальной ценой. Поэтому в данном методе решения задачи используется в качестве оценочной функции следующая эвристическая функция:

$$Q(S) = (a_1G_1 + a_2G_2 + a_3G_3 + a_4G_4 + a_5G_5) + (a_5A_1 + a_6A_2) + (a_7W_1 + a_8W_2 + a_9W_3) + a_{10}P_1, \quad (1)$$

где G_1 – количество межкорпусных переходов в течение дня у групп (подгрупп) учащихся; G_2 – количество «форточек» в расписании групп (подгрупп); G_3 – степень разнообразия занятий в течение дня у групп (подгрупп); G_4 – степень отклонения от вида планирования занятий; G_5 – выход за пределы рекомендуемого календаря учебного времени; A_1 – количество «форточек» в расписании аудитории; A_2 – степень загрузки аудиторий во время занятий; W_1 – количество межкорпусных переходов в течение дня у преподавателя; W_2 – выход за пределы рекомендуемого календаря рабочего времени преподавателя; W_3 – количество «форточек» в течение дня у преподавателя; P_1 – степень покрытия неполным расписанием учебных планов; $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}$ – масштабирующие коэффициенты.

Выбор масштабирующих коэффициентов отражает принятую оценку понятия «хорошее» расписание. Но поскольку это представление субъективно, то возникает проблема противоречивости. Осуществляется поиск компромисса между противоречащими факторами. Система правил едина, поэтому невозможно автоматически сделать идеальное расписание одному преподавателю, проигнорировав интересы других, и расписание, рассматриваемое одним преподавателем как «хорошее», будет не соответствовать представлениям о «хорошем» расписании другого преподавателя или студента.

В локально-эволюционном алгоритме разработаны две рекурсивные эвристики для рассматриваемой задачи:

- 1) HSG – планирование занятий;
- 2) HSX – перенос занятий в расписании.

Первая эвристика предназначена для выращивания расписания и способна работать с неполным расписанием; вторая – для оптимизации полного расписания.

HSG: действие данной эвристики состоит из двух шагов. Во-первых, выбирается занятие, которого еще нет в расписании. Во-вторых, выбирается время и аудитория для проведения данного занятия. При реализации вставки работают эвристики, поощряющие «хорошее» расписание и штрафующие за «плохое», выигрывает вариант, обеспечивающий максимум оценочной функции.

HSX: перенос занятия p_{a4} в плане $s_a = (a_{a1}, t_{a2}, w_{a3}, p_{a4})$ в другую аудиторию и в другое время. То есть изменение значения сочетания (a_{a1}, t_{a2}) на (a_{b1}, t_{b2}) . Если при этом существует $s_b = (a_{b1}, t_{b2}, w_{b3}, p_{b4})$, то данная процедура повторяется для p_{b4} . С целью устранения заикливания глубина рекурсии должна быть искусственно ограничена.

Достоинство метода – получение хороших приближенных решений уже на первых итерациях и высокая вероятность получения точного решения за достаточно большое число итераций. Очевидное преимущество локально-эволюционного алгоритма – снижение вычислительной сложности алгоритма по сравнению с классическими алгоритмами. Еще одним преимуществом является гибкость, которая выра-

жается в совместном действии различных стратегий, а также возможность видоизменять участвующие в нем эвристические стратегии.

Важная особенность локально-эволюционного алгоритма – недетерминистический характер вычислений, который является следствием внутреннего параллелизма вычислений. Это выражается в асинхронности действия различных локальных стратегий.

Основной недостаток алгоритма – его эвристический характер. Сочетание различных стратегий позволяет преодолевать большее число локальных минимумов по сравнению с обычным эвристическим алгоритмом. Еще один очевидный недостаток – располагать можно только лишь статистическими оценками эффективности данного алгоритма, что требует проведения огромного количества экспериментов на различных задачах для получения достоверной информации [6].

Многоагентный подход

В информатике и программной инженерии агент – самостоятельный объект системы, обладающий свойством коммуникабельности и наделённый собственной системой принятия решений.

Коммуникабельность – способность агента обмениваться сообщениями с другими агентами и прочими объектами системы.

Сутью применения агентного подхода к какой-либо задаче является то, что задача разбивается на несколько более мелких задач. Для решения каждой мелкой задачи выделяется агент. Цель агента – найти такое решение своей задачи, чтобы оно согласовалось с решениями других агентов. Агенты добиваются согласования друг с другом путем обмена информационными сообщениями. В итоге агенты находят решения для своих задач, а значит и для исходной задачи; либо выясняется, что решения нет. Идея применения агентного подхода к задаче составления расписания состоит в том, чтобы заменить агентами каждого пользователя расписания. Цель каждого агента – найти такое расписание для пользователя, чтобы оно соответствовало ограничениям задачи и ограничениям самого пользователя, имело бы наибольший уровень пользы для пользователя и не противоречило расписаниям других пользователей.

Все агенты запускаются в рамках некоторого контейнера (агентной системы). Агенты выполняют локальные вычисления, обмениваются сообщениями, что в итоге приводит к решению задачи, то есть построению расписания занятий. В идеале пользователь расписания может один раз запрограммировать своего агента-представителя, который будет замещать его в дальнейшем по всем вопросам составления расписания проведения занятий и встреч, общаясь напрямую с агентами других агентов. Кроме того, отпадает необходимость в централизованном сборе и хранении предпочтений и пожеланий пользователей расписания, так как все эти данные хранит агент, другим агентам достаточно обратиться к нему с запросом на получение необходимых данных. Пользователь может в любой момент перепрограммировать своего агента и через некоторое время увидеть результат – новое расписание, соответствующее его новым требованиям.

Основа построения собственного многоагентного алгоритма составления учебного расписания – точная постановка задачи в виде математической модели. В целях упрощения изложения в такой модели будем называть лиц, заинтересованных в результатах процесса составления расписания, пользователями расписания. К ним относятся преподаватели и учебные группы. Роль первых – провести лекционное или практическое занятие; роль последних – присутствовать на занятиях. Введём следующие обозначения.

Учебные группы и потоки: $g \in G$ – номер учебной группы; G – множество номеров всех учебных групп; $|G| = \gamma$ – количество групп. Каждая группа входит в один или несколько потоков. При объединении групп в один поток используются следующие принципы:

- 1) группы в потоке используют один и тот же аудиторный фонд;
- 2) лекции читаются всему потоку одновременно;
- 3) у каждого потока есть хотя бы одно занятие;
- 4) поток может состоять из одной учебной группы.

Пусть R – множество номеров учебных потоков; $|R| = \rho$ – количество потоков; $r \in R$ – номер потока. Каждая группа самостоятельный поток, поэтому $\rho \geq \gamma$.

Допустим, что $C_r \subset G$ – поток. Потоком называется любое подмножество множества групп. $C = \{C_1, C_2, \dots, C_p\}$ – множество всех потоков. Потоки могут пересекаться между собой.

Преподаватели: $p \in P$ – номер преподавателя; P – множество всех преподавателей. $|P| = \pi$ – количество преподавателей.

Пользователи расписания: объединение множества всех групп с множеством всех преподавателей: $M = G \cup P$, $m \in M$ – уникальный номер пользователя расписания.

Время: $w \in W_g$ – номер учебного дня недели; $W_g \in W = \{1, 2, \dots, 7\}$ – множество учебных дней группы; g, W – множество всех дней недели; $j \in J = \{1, 2, \dots, 8\}$ – номер учебной пары; $T = \{(w, j) | w \in W; j \in J\}$ – множество таймслотов. Таймслотом называется элементарная единица времени в задаче составления расписания. Например, таймслот (1, 2) означает: понедельник, вторая пара. Для каждого пользователя m известно множество таймслотов, когда он свободен, т.е. в это время занятие может быть проведено $T_m^+ \subset T$,

и множество недоступных таймслотов $T_m^- \subset T(T_m^+ \cup T_m^- = T; T_m^+ \cap T_m^- = \emptyset)$, например, выходные дни, когда занятия не могут быть проведены.

Занятия: преподаватели проводят лекционные и практические занятия; лекционные занятия проводятся у всего потока сразу; практические занятия – только у одной группы; требуют другого аудиторного фонда. Например, практические занятия по информатике должны проходить в компьютерном классе. Используются следующие обозначения для занятий: $S_r = \{1, 2, \dots, \sigma_r\}$ – множество номеров лекционных занятий, читаемых на потоке r ; $s_r \in S_r$ – номер лекционного занятия; $Q_r = \{1, 2, \dots, \theta_r\}$ – множество номеров практических занятий, проводимых на потоке r ; $q_r \in Q_r$ – номер практического занятия.

Глобально уникальным идентификатором занятия будет пара «номер потока – номер занятия на потоке». Занятия существенно зависят от потока. Лекционное занятие однозначно идентифицируется парой значений «номер потока – номер лекционного занятия»: (r, s_p) .

$$RS = \{(r, s_r) | r \in R, s_r \in S, \quad (2)$$

где RS – множество всех лекционных занятий.

Количество лекционных занятий

$$|RS| = \sum_{r=1}^p \sigma_r. \quad (3)$$

Практическое занятие однозначно идентифицируется тройкой значений «номер потока – номер практического занятия – номер группы»: $(r, g, q_r) \in RQG$.

$$RQG = \{(r, g_r, q_r) | r \in R, s_r \in C_T\}, \quad (4)$$

где RQG – множество всех практических занятий.

Количество практических занятий:

$$|RQG| = \sum_{r=1}^p |C_r| \cdot \theta_r, \quad (5)$$

где $|C_r|$ – количество групп в потоке.

При дальнейшем описании задачи нам в большинстве случаев будет неважно, какое занятие рассматривается – лекционное или практическое. Поэтому под занятием будем понимать элемент из объединения двух множеств – множества лекционных и множества практических занятий:

$$E = RS \cup RQG. \quad (6)$$

Учебный план закрепляет за каждым преподавателем предметы, которые он должен будет провести в течение семестра. Назначение лекционных занятий:

$$\delta_1 : RS \rightarrow P, \quad (7)$$

где P – множество преподавателей; RS – множество лекционных занятий.

В общем случае учебный план можно записать как $\delta_1 : E \rightarrow P$. Отсюда следует:

$$\begin{aligned} \delta_1(e) &= \{\delta_1(e), e \in RS, \\ \delta_2(e) &= \{\delta_1(e), e \in RS. \end{aligned} \quad (8)$$

Зная учебный план, можно вычислить величину E_m – множество занятий, проводимых пользователем-преподавателем (или для пользователя-группы) с номером m :

$$E_m = \{e | m \in P \wedge \delta(e) = m\} \cup \{e = (r, s) | m \in C_r \wedge s \in S_r\} \cup \{e = (r, q, s) | m \in C_r \wedge q \in Q_r\}. \quad (9)$$

Аудиторный фонд – множество аудиторий, где могут быть проведены занятия; A – множество всех аудиторий и помещений. Для каждого занятия e выделяется некоторое подмножество аудиторий $A_e \subset A$; аудитория для проведения занятия выбирается только из этого подмножества.

Неизвестные функции задачи: неизвестные в данной задаче – расписание времени и расписание аудиторий; расписание времени – отображение множества предметов на множество таймслотов:

$$\tau : E \rightarrow T, \quad (10)$$

где E – множество всех занятий; T – множество всех таймслотов.

Расписание аудиторий – это отображение множества занятий на множество аудиторий:

$$\alpha: E \rightarrow A, \quad (11)$$

где E – множество всех занятий; A – множество всех аудиторий.

В задаче используются следующие ограничения.

1) один преподаватель в каждый момент времени может проводить не более одного занятия:

$$\forall p \in P, \forall e_1, e_2 \in E: e_1 \neq e_2 \wedge \delta(e_1) = \delta(e_2) = p \Rightarrow \tau(e_1) \neq \tau(e_2); \quad (12)$$

2) в одной аудитории в каждый момент времени может проводиться не более одного занятия:

$$\forall a \in A, \forall e_1, e_2 \in E: e_1 \neq e_2 \wedge \alpha(e_1) = \alpha(e_2) = a \Rightarrow \tau(e_1) \neq \tau(e_2); \quad (13)$$

3) у одной группы в каждый момент времени может проводиться не более одного занятия:

$$\begin{aligned} \forall g \in G: (e_1 = (r_1, \dots), e_2 = (r_2, \dots)) \in E \wedge g \in C_{r_1} \wedge g \in C_{r_2} \wedge e_1 \neq e_2 \vee; \\ \vee (e_1 = (\dots, g), e_2 = (\dots, g)) \in E \wedge e_1 \neq e_2 \Rightarrow \tau(e_1) \neq \tau(e_2). \end{aligned} \quad (14)$$

Другими словами, для каждого двух пересекающихся потоков в каждый момент времени не может быть разных лекционных занятий в одно и то же время, и для каждой группы не может быть разных практических занятий в одно и то же время. Это ограничение удобно проверять, предварительно разбив все занятия на γ классов. В класс входят все занятия, которые читаются группе g персонально или в каком-либо потоке:

$$K_g \subset E, g \in G (g_1 \neq g_2 \Rightarrow K_{g_1} \cap K_{g_2} = \emptyset). \quad (15)$$

Ограничение 3 будет выполнено тогда и только тогда, когда все занятия групп одного класса проводятся в разное время.

Опишем *приоритеты занятий*. Очевидно, что не все занятия имеют одинаковую важность в рамках учебного процесса. Для них можно задать порядок по приоритету. Более приоритетные занятия будут в первую очередь занимать время и место; менее приоритетные занятия уже не смогут претендовать на эти ресурсы. Итак, приоритеты занятий – отношение частичного порядка на множестве занятий:

$$e_1 > e_2 \Leftrightarrow U(e_1) \geq U(e_2), \quad (16)$$

где $U(e)$ – «полезность» занятия e :

$$(U(e) = |M_e| + k_1(e) + k_2(e) + k_3(p_e);$$

M_e – множество групп, у которых проводится занятие e :

$$M_e = \{m | (e = (r, s)) \in RS \wedge m \in C_r) \vee (e = (r, q, m)) \in RQG\};$$

$k_1(e) \in \{0, 5, 10\}$ – характеризует степень важности занятия для специальности (0 – «ненужные занятия»; 5 – важное, но не по специальности; 10 – занятие по специальности); $k_2(e) \in \{0, 2\}$ – 0 – младшие курсы; 2 – старшие курсы; $p_e = p$, $\delta(e) = p$ – номер преподавателя, который ведет занятие e ; $k_3(p_e) \in \{0 \dots 5\}$ – оценка преподавателя как научного сотрудника: больше значит, что преподаватель более ценный научный сотрудник; в случае равенства занятия упорядочиваются в лексикографическом порядке.

Предпочтения пользователей. Важная часть предлагаемой модели – предпочтения пользователей. Каждое предпочтение – это числовая оценка в диапазоне от 0 до 1; 0 соответствует наименьшему уровню предпочтения; 1 – наибольшему. В модели имеют место два вида предпочтений: предпочтения пользователя $m \in M$ о времени проведения занятия; предпочтения пользователя $m \in M$ о месте проведения занятия.

Качество решения ограничивается следующими критериями:

- критерий качества – обобщенный критерий, состоящий из нескольких частных критериев – оценивает найденное решение, т.е. пару функций;

- частный критерий $F_e^1(\tau) = \sum_{m \in M_e} f_m^1(e, \tau(e)) \rightarrow \max \sum_{r=1}^p \sigma_r$ определяет сумму предпочтений пользователей о времени занятия e ;

- частный критерий $F_e^2(\alpha) = \sum_{m \in M_e} f_m^2(e, \alpha(e)) \rightarrow \max$ определяет сумму предпочтений пользователей о месте проведения занятия e ;

- обобщенный критерий $F(\tau, \alpha) = \sum_{e \in E} F_e^1 + F_e^2 \rightarrow \max$ в начале максимизирует пару частных критериев для наиболее приоритетного занятия, затем для следующего по приоритету и т.д. В паре критериев вна-

чале максимизируется первый критерий (время), затем второй (место). Такая структура гарантирует, что приоритетные занятия получают лучшее время и место. Считается, что время проведения занятия важнее при составлении расписания, поэтому вначале определяется время, а затем место проведения занятия.

Решением задачи являются неизвестные функции при условии выполнения всех ограничений и максимальном значении критерия качества.

Основные достоинства агентного подхода:

1) сильная индивидуальность предпочтений (каждый пользователь имеет возможность высказать свои предпочтения, заложить любую программу принятия решений в своего агента);

2) отсутствие предварительного сбора заявок (в общем случае агенты могут без ограничений подключаться к процессу решения задачи, предварительный сбор информации о предпочтениях каждого агента не требуется);

3) динамическое изменение предпочтений (каждый агент может поменять свои предпочтения в любой момент времени, это приведет к обновлению расписания).

4) существование частичного решения (в каждый момент времени существует частичное решение задачи).

К недостаткам агентного подхода можно отнести:

1) распределенность (агент – это самостоятельный программный модуль, все агенты исполняются на разных компьютерах);

2) резко (экспоненциально) увеличиваются временные затраты на поиск лучшего (приемлемого) решения с ростом размерности решаемой задачи;

3) большой риск (отсутствует гарантия получения приемлемого решения задачи построения расписания занятий);

4) практически невозможным (в силу большой размерности, громоздкости и сложности математической модели решаемой задачи) становится оценивание влияния на решение задачи ограничений, накладываемых на алгоритм, оценивание критичности полученного решения к данным ограничениям.

Интеллектуальный метод

В основе данного метода лежит использование различного рода эвристик или эвристических алгоритмов, при разработке которых используются интуитивные предположения, не подкрепленные соответствующим математическим обоснованием. Формирование расписания занятий с помощью некоторых правил (эвристик) позволяет несколько ускорить поиск наилучшего расписания, но использование таких алгоритмов в большинстве случаев гарантирует лишь нахождение приближенного решения (достижение локального экстремума). В этом случае возникает проблема оценки близости найденного локального экстремума к глобальному экстремуму.

Эта проблема решается путем сравнения расписания, полученного эвристическим методом и расписания, полученного методом перебора для близкой задачи малой размерности. Несмотря на указанный недостаток, эвристические алгоритмы продолжают оставаться достаточно эффективным инструментом поиска «лучшего» в некотором смысле решения в тех случаях, когда нахождение наилучшего решения крайне затруднено или невозможно.

При составлении расписания занятий в образовательных системах массового обучения предлагается использовать математический аппарат нечеткой логики для перехода от «жестких» ограничений к более «мягким» требованиям.

Однако несмотря на то, что данный подход позволяет значительно упростить формализацию требований, предъявляемых к расписанию, рассмотрение наиболее важных требований в качестве «мягких» требований может привести к «плохому» расписанию (появлению «окон», «накладок» и т.д.).

Метод замещения

Расписание учебных занятий для учебных заведений (школ, колледжей, вузов и т.п.) относится к классу задач целочисленного программирования с булевыми переменными. Французские специалисты по методам исследования операций А. Кофман и А. Анри-Лабордер называют ее задачей «планирования загрузки преподавательского состава и обеспечения студентов аудиториями».

Формально задачу составления учебного расписания можно поставить следующим образом:

Задано множество преподавателей T , множество «учебных дисциплин» (учебный план) D , множество аудиторий H и множество рабочих часов (часовая сетка) S .

Требуется найти расписание, обслуживающее все дисциплины, удовлетворяющее требованиям преподавателей к проведению занятий и не имеющее противоречий и накладок относительно аудиторий.

Для формирования допустимого расписания в работе рассматривается возможность применения метода замещения (МЗ), который является вариантом метода ветвей и границ с использованием двудольного графа со взвешенными ребрами и предписанными степенями вершин. В качестве ограничений, исходящих от преподавателей и условий конкретного учебного заведения, предлагается использовать так называемые вектора топологии.

Решение задачи составления расписания сводится к следующей схеме:

- множество преподавателей T и множество учебных дисциплин D образуют соответственно две доли графа;
- матрица весов формируется на основе начальных условий (а именно, множеств D и S).

Требуется найти каркас, удовлетворяющий целевой функции $\sum_{i=1}^T \sum_{j=1}^D c_{ij} x_{ij} \rightarrow \max$, где $x \in \{0,1\}$, c_{ij} – вес ребра, соединяющего вершины i и j , $c_{ij} \sum_{i=1}^T \sum_{j=1}^D x_{ij} = m$, где m – число ребер в исходном подграфе, и ограничениям $A_{\max} = (A_1, \dots, A_i, \dots, A_n)$, $A_{\min} = (a_1, \dots, a_i, \dots, a_n)$, где $A_{\max}$, $A_{\min}$ – векторы допустимых степеней (так называемые векторы топологии).

Алгоритм сводится к следующим построениям.

1) После упорядочения списка ребер исходного графа по возрастанию весов по первым $n - 1$ ребрам вычисляется вектор начальных степеней $V^0 = v_1^0, \dots, v_i^0, \dots, v_j^0$ и номер вершины с максимальным дефицитом степени $R = \max_{i=1} \{S_i - v_i^0\}$, где S – вектор закрепленных степеней. Просматривая по возрастанию нумерации список ребер, находим первое ребро, инцидентное вершине с максимальным значением дефицита. Ребро помечается;

2) выполняя $n - 3$ итерации, аналогичных пункта 1, находим следующие ребра, инцидентные изолированным вершинам наращиваемого начального подграфа;

3) к полученным ребрам добавляется ребро из числа непомеченных, которое помечается. Из помеченных ребер формируется начальный подграф путем упорядочения его множества ребер E^0 по возрастанию весов. Непомеченные ребра упорядочиваются также по возрастанию весов и становятся множеством E/E . Пометки с множества ребер E^0 снимаются. Дальнейшее решение задачи выполняется по известной схеме замещений.

В результате получаем граф, ребра которого образуют соответствие между множеством вершин первой доли графа T и множеством вершин второй доли графа D .

Преимущество алгоритма, сформированного на основе метода замещений по сравнению с алгоритмами, реализующими метод ветвей и границ, заключается в том, что алгоритмы метода замещений позволяют следить за топологией искомого подграфа даже при существенных отличиях в степенях его вершин при решении задач со списком степеней, также позволяют формировать правило остановки алгоритма по функциям от количества исследованных узлов в дереве решений, от таймера ЭВМ и т.д., устраняя «проклятие размерности» при дефиците вычислительных ресурсов путем выдачи приближенного решения.

Метод последовательного анализа вариантов

На основе обобщения идей теории последовательных решений и динамического программирования была разработана общая схема последовательного анализа вариантов (ПАВ). С точки зрения формальной логики схема ПАВ сводится к такой последовательности повторения процедур:

- 1) разбиение множества вариантов решения задачи на несколько подмножеств, каждое из которых обладает специфическими свойствами;
- 2) использование этих свойств для поиска логических противоречий в описании отдельных подмножеств;
- 3) исключение из дальнейшего рассмотрения тех подмножеств вариантов решения, в описании которых имеются логические противоречия.

Методика последовательного развития, анализа и отсева вариантов состоит в таком способе развития вариантов и построения операторов их анализа, которые позволяют отсеивать бесперспективные начальные части вариантов до их полного построения.

Поскольку при отсеивании бесперспективных начальных частей вариантов отсеивается тем самым и все множество их продолжений, происходит значительная экономия вычислительных затрат.

На базе этой общей схемы был разработан целый ряд алгоритмов последовательного анализа вариантов, которые получили широкое применение в практике.

Приближенные методы можно разбить на следующие группы: методы локальной оптимизации, модификации точных методов; эвристические методы, максимально учитывающие специфику решаемых задач; методы случайного поиска; методы, сочетающие локальную оптимизацию со случайным поиском.

Отметим, что многие приближенные алгоритмы позволяют решать задачи дискретной оптимизации в диалоговом режиме. Это дает возможность в зависимости от выделяемых ресурсов (времени, памяти компьютера и т.п.) последовательно улучшать полученное решение путем изменения всех или некоторых исходных данных.

Значительная часть приближенных алгоритмов дискретной оптимизации базируется на использовании вычислительных схем известных точных методов, таких как метод ветвей и границ и метод последовательного анализа вариантов и прочих.

Одними из наиболее развитых приближенных методов являются методы локальной оптимизации, имеющие своей целью отыскание локально оптимальных решений. Нередко в этих методах на определенных этапах решения задачи используются методы случайного поиска, а также различные способы (эвристики), которые дают возможность сократить ход вариантов и максимально учитывают специфику задачи.

Следует отметить, что алгоритмы, в которых комбинируются различные идеи, на практике часто оказываются наиболее эффективными. С помощью этих методов были решены многочисленные сложные задачи классификации объектов, размещения, планирования и проектирования. Основное преимущество этих методов – простота реализации, а основной недостаток – это то, что они не могут адаптироваться к условиям решаемой задачи. Значительно более гибкими являются методы, у которых вероятностный закон зависит от исходов предыдущих испытаний и изменяется от итерации к итерации. Это методы случайного поиска с обучением.

Методы случайного поиска используются для приближенного решения многомерных задач о ранге, а также задач линейного булева программирования большой размерности.

Детализация схемы ПАВ происходила в нескольких направлениях. В связи с решением задач линейной или древовидной структуры был сформирован обобщенный принцип оптимальности для монотонно рекурсивных функционалов, на основе которого можно строить схему решений, свободную от некоторых ограничений, присущих каноническим процедурам динамического программирования.

Для структур, которые имеют форму дерева, были исследованы вопросы, связанные с порядком просмотра ветвей, и найдены способы минимизации числа массивов информации, необходимой для реализации процедур ПАВ.

Метод ПАВ использовался для решения большого количества важных задач оптимального планирования и проектирования, таких как: расчет транспортных сетей; размещение на сети типа дерева; проектирование распределительных электрических сетей; выбор оптимальных параметров магистральных газопроводов и т.п.

Далее на основе алгоритмической схемы ПАВ были разработаны эффективные методы конструирования, анализа и отсева вариантов для решения многочисленных задач календарного планирования. Относительно теории календарного планирования (КП) были обоснованы точные методы решения разных классов задач малой размерности, доказаны необходимые и достаточные условия приоритетной решаемости для задач КП с однотипным оборудованием, разработаны эффективные способы, которые используют правила доминирования.

Для решения задач большой размерности дискретного сепарабельного и линейного целочисленного программирования были разработаны декомпозиционные алгоритмы, которые базируются на схемах последовательного анализа и отсева вариантов. При этом сужение исходного множества вариантов осуществлялось путем отсева отдельных компонент, что дало возможность свести решение исходной задачи большой размерности к решению совокупности подзадач малой размерности.

Метод ПАВ базируется на отсеке бесперспективных элементов как по ограничениям, так и по целевой функции. Его идеи рассмотрим на примере задачи дискретного программирования.

Схему метода ПАВ изложим для следующей задачи:

$$\min_{x \in D(X)} f(x).$$

При ограничениях:

$$\begin{aligned} q_i(x_1, \dots, x_n) &\leq 0, i = \overline{1, m}, \\ x_j &= Q_j, j = \overline{1, n}, \end{aligned} \quad (17)$$

где $Q_j = (q_{1j}, \dots, q_{mj})$ – заданные конечные множества. Вектор $x = (x_1, \dots, x_n)$ назовем *решением*, если его компоненты $x_j \in Q_j, j = \overline{1, n}$.

Множество всех решений обозначим через Ω . Решение называется *допустимым*, если оно удовлетворяет неравенству (17).

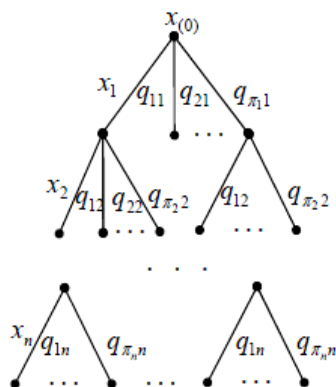
Множество всех допустимых решений обозначаем через Ω_j .

Вектор $x_{(p)}(x_1, \dots, x_n)$, $p < n$ будем называть *частичным решением*, если $x_j \in Q_j$.

Если при этом он может быть достроен до допустимого решения $(x_1, \dots, x_p, x_{p+1}, x_n)$, будем называть его *допустимым частичным решением*.

Множество всех частичных решений задачи схематически можно изобразить в виде дерева решений H , изображенного на рисунке. Вершинам его взаимно-однозначно соответствуют частичные решения, причем висячим вершинам соответствуют полные решения $p \in n$. Процесс решения задачи с помо-

щью метода ПАВ можно интерпретировать как продвижение на дереве H , начиная с его корня, отвечающего частичному решению $x_{(0)}$.



Дерево решений

Метод эффективен для задач небольшой размерности, так как при большой размерности задачи время решения задачи будет существенно увеличиваться.

Генетический алгоритм

Генетический алгоритм – новейший, но не единственно возможный способ решения задач оптимизации. С давних пор известно два основных класса методов решения таких задач – переборный и эвристический. Идея целесообразности использования генетического алгоритма состоит в том, что он, комбинируя переборные и эвристические методы, позволяет находить приближенное решение, точность которого возрастает при увеличении времени расчета.

Известно, что генетический алгоритм зарекомендовал себя как быстрый метод, позволяющий получать приемлемые решения за допустимое время, которому присущи как преимущества, так и недостатки.

Основные объекты генетических алгоритмов – это особь (индивидуум), хромосома, ген, генотип, фенотип, функция пригодности.

Основными операциями, или, как это принято в теории генетических алгоритмов, операторами, выполняемыми над объектами, являются селекция, скрещивание и мутация. Особь включает в себя одну или несколько хромосом, каждая хромосома в свою очередь состоит из одного или нескольких генов.

В качестве логической модели особи выступает кортеж кодов хромосом. Генотипом особи принято считать упорядоченный набор генов некоторой особи, фенотипом особи – набор значений (признаков) этих генов. Допустима такая аналогия: генотип – упорядоченная совокупность варьируемых переменных; фенотип – упорядоченная совокупность значений этих переменных; функция пригодности – целевая функция оптимизационной задачи целочисленного программирования.

Предлагается использовать в качестве генов настроечные коэффициенты w_j алгоритма составления расписания. В результате мутаций будут получены новые наборы настроечных коэффициентов, а, как следствие, результаты работы алгоритма будут различны. При этом оценку качества составленного расписания следует проводить с использованием значений w_j заданных диспетчером. Таким образом, учитывается возможность генерации расписания, наиболее удовлетворяющего оценкам качества с точки зрения диспетчера, при использовании несколько измененных оценок качества в процессе его генерации. Хромосома такого генетического алгоритма будет представлять собой набор действительных чисел: $\{w_1, w_2, w_3, \dots, w_m\}$, где $w_1 \dots w_m$ – гены хромосомы, настроечные коэффициенты алгоритма составления расписания; m – количество настроечных коэффициентов алгоритма.

Целью работы генетического алгоритма является достижение максимума функционала:

$$R_{il} = \sum_{j=1}^m w_j k_{jl},$$

$$R_i = \max(R_{il}), \quad l = 1, \dots, h,$$

$$R = \sum_{i=1}^h R_i \rightarrow \max,$$

где R_{il} – качество расположения i -го занятия на l -й позиции в расписании; k_{jl} – значение, полученное по j -му критерию оценки качества расположения занятия на l -й позиции в расписании; w_j – весовой коэф-

фициент j -го критерия оценки качества; m – количество критериев оценки качества; l – возможная позиция i -го занятия в расписании; R_i – качество расположения i -го занятия в расписании; h – количество возможных вариантов расположения занятия в расписании; R – качество составленного расписания.

Преимущества генетического алгоритма:

- 1) возможность получения близких к оптимальному решений за небольшое вычислительное время;
- 2) результатом поиска является не одно найденное решение, а сразу несколько, что позволяет выбрать из них наиболее подходящее;
- 3) на любой итерации вычисления имеется возможность получить наилучшее на данный момент решение, что важно для задач высокой размерности;
- 4) для задач высокой размерности скорость работы алгоритма можно «регулировать» размерами начальной популяции.

Недостатки генетического алгоритма:

- 1) качество решения значительным образом зависит от размера начальной популяции, что составляет проблему использования памяти на первых итерациях;
- 2) решения, полученные в результате нескольких экспериментов для одной и той же задачи, могут незначительно различаться;
- 3) недостаточное разнообразие хромосом в популяции может привести к преждевременному окончанию работы алгоритма и, как следствие, к получению некорректного расписания. Далее, завершение работы генетического алгоритма происходит по достижению заданного (не всегда обоснованного) числа итераций, что в ряде случаев препятствует поиску лучшего расписания;
- 4) слабый учет специфики задачи составления расписания учебных занятий при организации ее решения. Так, в известных генетических алгоритмах составления расписания занятий не учитываются наличие связей между объектами расписания и большое многообразие описаний самих объектов расписания.

Метод раскраски вершин графа

В процессе решения задачи построения расписания необходимо назначить каждое занятие на конкретный промежуток времени рабочего дня недели. Поскольку длительность одной пары фиксирована, то заранее известны все возможные интервалы времени, на которые могут быть назначены пары.

Обозначим через W множество всех таких известных интервалов времени в рассматриваемом при составлении расписания плановом периоде (например, в течение шестидневной рабочей недели).

Пронумеруем интервалы множества W , начиная с первого по времени интервала, и будем считать элементы множества W упорядоченными в соответствии с номерами его интервалов: $N = \{1, 2, \dots, n\}$, где $n = |W|$.

Если для проведения какого-либо занятия аудитория не была назначена заранее (до составления расписания), в процессе составления расписания необходимо также назначить аудиторию для проведения такой пары. Расписания занятий в вузе являются периодическими, поэтому достаточно составить расписание учебных занятий на один плановый период. Обычно периодом является одна неделя или же две последовательные недели (если расписания для них существенно отличаются одно от другого). Нарушения периодичности, возникающие в процессе реализации расписания, можно учитывать в режиме корректировки основного расписания, составленного на один плановый период. При построении расписания учебных занятий необходимо выполнить следующие требования (условия):

- 1) если два занятия проводятся с одной и той же группой студентов, то они должны быть назначены на различные интервалы времени;
- 2) если два занятия проводятся одним преподавателем, то они должны быть назначены на различные интервалы времени;
- 3) если два занятия проводятся в одной и той же аудитории, то они должны быть назначены на различные интервалы времени;
- 4) пусть V_k обозначает множество всех занятий, которые должны быть проведены в аудиториях типа k . Тогда мощность подмножества занятий множества V_k , которые могут быть назначены на один и тот же интервал времени из множества W , не должна превышать общего числа имеющихся в вузе аудиторий типа k ;
- 5) необходимо предусмотреть возможность запрещать назначение пар для конкретной группы учащихся на тот или иной интервал времени из множества W ;
- 6) необходимо предусмотреть возможность запрещать назначение пар для преподавателя на тот или иной интервал времени (например, в связи с методическими днями или в связи с личными пожеланиями преподавателя);
- 7) для студентов в построенном расписании не должно быть так называемых форточек.

Для представления исходных данных задачи построения оптимального расписания занятий, а также для представления процесса ее решения предлагается использовать сетевую модель. При этом процесс построения расписания сводится к раскраске вершин V графа $G = (V, E)$ с множеством ребер E и дополнительными ограничениями на множества цветов, которые разрешается использовать для различных вершин из множества V .

Выбор теоретико-графовой модели определяется тем, что процесс обучения в вузе можно считать детерминированным, поскольку для каждой группы учащихся заранее определен список предметов (курсов), и этот список не изменяется в образовательном процессе в течение длительного периода времени. Преподавательский коллектив и группы студентов, как правило, остаются неизменными во время всего планового периода. В силу такой детерминированности задача построения расписания может быть сформулирована в терминах раскраски вершин графа. Функцию φ называют раскраской (вершин) графа $G = (V, E)$, если для каждой вершины $v_i \in V$ она определяет натуральное число (называемое цветом) $\varphi(v_i) \in N$ так, что из включения $[v_i, v_j] \in E$ следует соотношение $\varphi(v_i) \neq \varphi(v_j)$. Здесь N обозначает подмножество множества натуральных чисел. В задаче оптимальной раскраски графа требуется построить раскраску $\varphi: V \rightarrow N$ вершин графа $G = (V, E)$, которая содержит минимальное число цветов.

Заключение

В рамках данной работы были проанализированы следующие подходы к решению задачи составления расписаний: локально-эволюционный метод, многоагентный, интеллектуальный, метод замещения, метод последовательного анализа вариантов, генетический алгоритм, метод раскраски графов.

Таким образом, можно сделать вывод, что задача составления расписаний университета относится к классу дискретных задач оптимизации с конечным множеством альтернатив.

Решение задачи составления расписания чрезвычайно осложняется многокритериальностью и многовариантностью. Для разрешимости рассматриваемой задачи необходимо применить комплексный подход, учитывающий достоинства всех рассмотренных в рамках данной статьи методов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лазарев, А.А. Методы и алгоритмы решения задач теории расписаний для одного и нескольких приборов и их применение для задач комбинаторной оптимизации: дис. ... д-ра физ.-мат. наук / А.А. Лазарев. – М.: Ин-т проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 1997. – 413 с.
2. Баронов, В.В. Автоматизация управления предприятием / В.В. Баронов. – М.: Инфра-М, 2000.
3. Логоша, Б.А. Комплекс моделей и методов оптимизации расписания занятий в вузе / Б.А. Логоша, А.В. Петропавловская // Экономика и математические методы. – 1993. – Т. 29, № 4.
4. Танаев, В.С. Теория расписаний. Многостадийные системы / В.С. Танаев, Ю.Н. Сотсков, В.А. Струсович. – М.: Наука, 1989. – 328 с.
5. Гафаров, Е.Р. Задачи теории расписаний. Алгоритмы и применение / Е.Р. Гафаров // Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук: тр. 49 науч. конф. МФТИ: Управление и прикладная математика. – Москва-Долгопрудный, 2006. – С. 82–83.
6. Глухов, Д.О. Локально-эволюционный метод составления учебного расписания вуза / Д.О. Глухов, А.О. Глухов, О.Н. Травкин // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Серия С. Фундаментальные науки. – 2005. – № 10. – С. 168–178.
7. Деканова, М.В. Математическая модель и алгоритм построения расписания учебных занятий университета / М.В. Деканова // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Серия С. Фундаментальные науки. – 2013. – № 12. – С. 24–33.

Поступила 05.03.2014

METHODS OF SOLVING MULTICRITERIA PROBLEM SCHEDULE OF TRAINING SESSIONS UNIVERSITY

M. DEKANOVA

The existing approaches to solving the problem of scheduling such as locally-evolutionary method, multi-agent approach, intellectual method, a method of successive analysis of variants, genetic algorithm, a method of coloring of graphs have been analyzed. The advantages and disadvantages of them have been emphasized. As output the problem of scheduling refers to the class of the activation discrete problems with a finite set of alternatives. The solution of the scheduling problem is complicated with the multicriteriality and the multivariance. It has been shown that it is necessary to apply the integrated approach reckoning in the advantages of all the considered in this work methods.

УДК 004.056; 621.391.26

ФОРМИРОВАНИЕ ХАОТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ДЛЯ МАСКИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ

д-р техн. наук, проф. В.К. ЖЕЛЕЗНЯК, Д.С. РЯБЕНКО
(Полоцкий государственный университет)

Анализируются методы маскирования информационных сигналов. Исследуются основные параметры маскирующих сигналов. Предложен новый метод маскирования информационных сигналов с использованием формируемой хаотической импульсной последовательности, адаптивной к аналоговым и цифровым сигналам. Метод основан на использовании белого гауссового широкополосного шумового сигнала для формирования многоуровневых случайных по длительностям и паузам между ними хаотических импульсных последовательностей.

Переход от простых двоичных сигналов к многомерным конструкциям [1] для передачи цифровых m -ичных информационных потоков обусловил необходимость рассмотрения методов активного маскирования двоичных и m -ичных информационных потоков. В работе [1] проанализированы и представлены результаты помехоустойчивости сигналов от преднамеренных помех в виде подобных m -ичных потоков [2] и белого шума. Маскирование такими сигналами предусматривает значительные энергетические запасы при отношении сигнал/шум больше 1. Для маскирования широко используют белый шум с ограниченной полосой, функция распределения плотности вероятности которой имеет вид [3, 4]:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-A)^2}{2\sigma^2}}, \quad (1)$$

где σ^2 – дисперсия; A – математическое ожидание случайной величины при отсутствии систематических составляющих.

Этим распределением полностью описываются свойства случайного процесса. Методика обработки результатов наблюдений случайного процесса на статистическую устойчивость наблюдений известна [5–7]. Функция распределения и ее числовые характеристики являются полными характеристиками случайных величин. Для нормального закона распределения плотности вероятности основными параметрами являются дисперсия и математическое ожидание. Для принятия решения о возможности использования случайного процесса необходимо оценить ряд дополнительных параметров.

Важным свойством маскирующего шума является отсутствие аддитивных смесей в виде дополнительных сигналов. Существенной характеристикой маскирующего шума выступает энтропия как мера неопределенности [8], определяемая для белого шума:

$$\hat{H} = \ln \sqrt{2\pi e} \sigma = \ln \sqrt{2\pi e} \cdot \sqrt{D_s}.$$

Тогда энтропийная мощность шума $D_s = \frac{e^{2\hat{H}}}{2\pi e}$.

Из сравнения по энтропийному коэффициенту функций распределения плотностей вероятности, представленных в работе [8], следует, что его значение максимально и равно 1 при нормальном распределении. Композиция нормального закона распределения плотности вероятности с синусоидальным распределением со случайной фазой с энтропийным коэффициентом, равным 0,54, снизит суммарный коэффициент по отношению к нормальному закону. Снижение коэффициента определяется отношением мощности синусоидального сигнала к мощности белого шума.

Структура маскирующих шумов представляет собой «смесь» флуктуационной (шумовой) и импульсной компонент [3]. В импульсной компоненте сосредоточена значительная часть энергии, поэтому она оказывает существенное влияние на прием и обработку информационного сигнала в канале утечки:

$$f(x) = \frac{1-\alpha}{\sqrt{2\pi}\sigma_\phi} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_\phi^2}\right) + \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}\sigma_u} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_u^2}\right). \quad (2)$$

Функция $f(x) = f(x;t)$ состоит из двух гауссовских плотностей вероятности, параметры которых σ_ϕ^2 и σ_u^2 характеризуют соответственно дисперсии флуктуационной и импульсной компонент. Коэффициент α определяет импульсную составляющую шума.

Нами рассматриваются ансамбли n импульсных потоков, сформированных из случайного нормального процесса. Каждый из n потоков формируется при превышении заданных пороговых значений опорного напряжения при переходе снизу вверх мгновенного значения амплитуды случайного процесса. Причем импульсы случайных последовательностей совпадают в зависимости от их временных параметров. Амплитуды импульсов импульсных потоков нормированы, а их длительности уменьшаются по мере увеличения опорного напряжения на величину U каждого заданного порогового значения.

В работе [3] проведена систематизация развития отдельных разрозненных результатов по практическим применениям характеристик пересечений уровней случайными процессами. Любой случайный непрерывный процесс полностью определяется своими реализациями. Несмотря на достигнутые результаты, современное состояние исследований этой теории в решении конкретных практических задач нельзя считать законченным.

Из наиболее распространенных характеристик случайных процессов наибольший интерес представляют относительные длительности нахождения реализации при превышении ею заданных уровней. Превышение этих уровней формирует хаотические разноуровневые импульсные последовательности. Порог срабатывания формирующего устройства формируется автоматически на априорно определенных уровнях. Эти уровни задаются делителями уровней. Каждый уровень реализуют из импульсной последовательности, полученной на предыдущем уровне.

При воздействии нормального случайного процесса на вход идеального ограничителя при уровне срабатывания $C \neq 0$ (несмещенный идеальный симметричный ограничитель (рис. 1)) выражение для функции корреляции на его выходе [9] можно представить следующим образом:

$$k_{\eta} = 1 - \frac{2}{\pi} \arccos p(\tau) = 1 - \frac{2}{\pi} \left(\frac{2}{\pi} - \arcsin p(\tau) \right) = \frac{2}{\pi} \arcsin p(\tau), \quad (3)$$

где $p(\tau)$ – коэффициент корреляции.

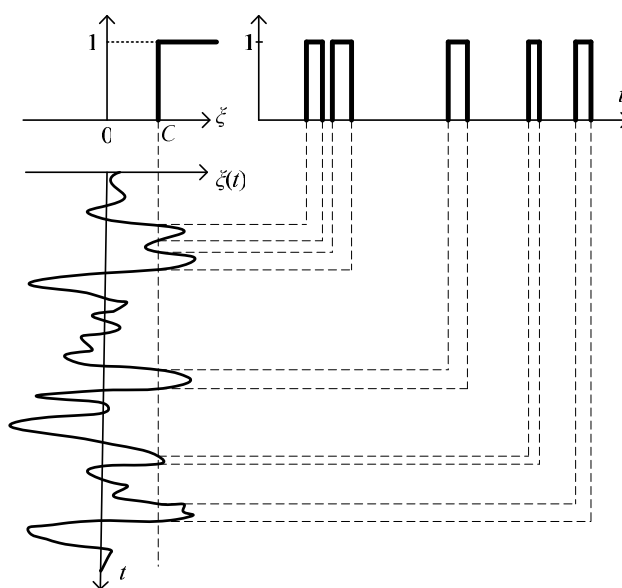


Рис. 1. Способ формирования хаотической импульсной последовательности

Неинерционный нелинейный преобразователь вида

$$\eta(t) = \begin{cases} 1, & \text{при } \xi(t) > C, \\ 0, & \text{при } \xi(t) < C. \end{cases}$$

Данное преобразование трансформирует положительные выбросы входного процесса $\xi(t)$ на уровне C или $\xi(t) > C$ в последовательность прямоугольных импульсов. Число выбросов, длительности выбросов и интервалы между ними полностью зависят от характеристик случайного процесса $\xi(t)$.

Хаотические импульсные последовательности (ХИП) [10] формируются с амплитудами, длительностями, а также с интервалами между импульсами по случайному закону. На практике ХИП реализуют с постоянной амплитудой и случайными по длительности импульсами и временными интервалами между ними. Хаотические импульсные последовательности формируют, подавая на вход, например, триггер-

ной схемы с одним устойчивым состоянием, пороговым напряжением на его входе U_0 шумовое напряжение по уровню, превышающему пороговое напряжение. Плотность вероятности мгновенных значений шума подчинена нормальному закону со средним значением, равным нулю. В зависимости от порога U_0 среднее значение длительности импульсов τ , паузы между ними Δ и числа пересечений N_{cp} порогового уровня в единицу времени определяют следующим образом [10]:

$$T_{\tau} = \frac{\pi}{\sqrt{-p_0''}} \left(1 - \Phi \left(\frac{\gamma}{\sqrt{2}} \right) \right) \exp \left(\frac{\gamma^2}{2} \right), \quad (4)$$

$$T_{\Delta} = \frac{\pi}{\sqrt{-p_0''}} \left(1 + \Phi \left(\frac{\gamma}{\sqrt{2}} \right) \right) \exp \left(\frac{\gamma^2}{2} \right), \quad (5)$$

$$N_{cp} = \frac{1}{\pi} \sqrt{-p_0''} \exp \left(-\frac{\gamma^2}{2} \right). \quad (6)$$

Здесь $p_0'' = \frac{d^2 p(\tau)}{d\tau^2}$ при $\tau = 0$; $p(\tau)$ – коэффициент корреляции шума.

$$\Phi(\gamma) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\gamma} e^{-x^2} dx,$$

где $\gamma = \frac{U_0}{\sigma_{ш}}$; U_0 – пороговое напряжение; $\sigma_{ш}$ – дисперсия шума.

В работе [9] определено, что количество уровней маскирования усложняет устройство формирования маскирующего сигнала.

Для формирования ХИП разработано и предложено [11] **устройство для получения сигнала маскирования каналов утечки информации**, содержащее последовательно включенные источник шумового сигнала, фильтр нижних частот и усилитель. В устройство дополнительно включены последовательно соединенные блок формирования ХИП, сумматор, устройство масштабирования уровня совпадающих импульсных последовательностей и согласующий каскад, причем блок формирования ХИП содержит N формирователей ХИП положительного уровня и N формирователей ХИП отрицательного уровня, а также $N-1$ формирователей опорных уровней положительного уровня и $N-1$ формирователей опорных уровней отрицательного уровня. Выход усилителя подключен на первые входы каждого из формирователей ХИП; второй вход двух формирователей ХИП первого уровня соединен с землей; второй вход каждого из остальных формирователей ХИП – с выходом предшествующего формирователя ХИП через последовательно включенный формирователь опорного уровня; выходы формирователей ХИП соединены с входами сумматора.

На рисунке 2 представлен источник шумового сигнала 1, который последовательно подключен к фильтру нижних частот 2 и усилителю 3. Выход усилителя 3 последовательно включен с блоком формирования ХИП 5, в котором выход усилителя 3 подключен на первые входы каждого из формирователей хаотических импульсных последовательностей 6–13. Выходы формирователей ХИП 6–8, 10–12 через формирователи опорного уровня 4 подключены на вторые входы формирователей ХИП следующим образом: выход формирователя ХИП первого положительного уровня 6 подключен на второй вход формирователя ХИП второго положительного уровня 7 через формирователь опорного уровня 4, далее выход формирователя ХИП 7 подключен на второй вход формирователя ХИП 8 соответственно и т.д.; выход формирователя ХИП первого отрицательного уровня 10 подключен на второй вход формирователя ХИП второго отрицательного уровня 11 через формирователь опорного уровня 4, далее выход формирователя ХИП 11 подключен на второй вход формирователя ХИП 12 соответственно и т.д.; выходы формирователей ХИП подключены на входы сумматора 14, выход которого последовательно включен к устройству масштабирования уровня совпадающих импульсных последовательностей 15 и согласующему каскаду 16, являющемуся выходом устройства.

Устройство для получения сигналов маскирования каналов утечки информации работает следующим образом. Источник шумового сигнала 2 генерирует белый шумовой широкополосный сигнал и подает его на формирователи ХИП 6–13 через фильтр нижних частот 2 и усилитель 3. Формирователи ХИП 6–13 формируют из прошедшего через фильтр 2 и усиленного шумового сигнала хаотические импульсные последовательности. Каждый из формирователей ХИП формирует выходную последовательность одного уровня: $+U$ или $-U$. Так, формирователь ХИП 6 – первый положительный уровень, 7 – второй положительный, и таких уровней может быть N положительных и N отрицательных.

На первые входы каждого из формирователей ХИП 6–13 подают белый широкополосный шумовой сигнал. Другой вход формирователей ХИП 6, 10 первого положительного и отрицательного уровней

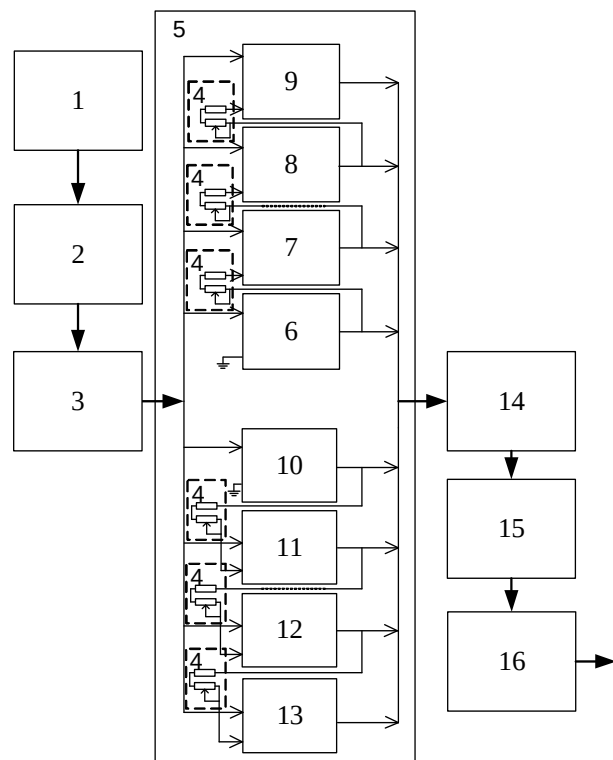


Рис. 2. Схема, реализующая способ получения сигнала маскирования каналов утечки информации при различных уровнях

подключают к нулевому уровню («земле»). Выходы данных формирователей (6, 10) подключают ко вторым входам формирователей ХИП 7, 11 второго положительного и отрицательного уровней соответственно через формирователи опорных уровней напряжений 4 с равномерным шагом $U/(N-1)$ и $-U/(N-1)$. Выход каждого предшествующего формирователя ХИП подключают на второй вход каждого следующего формирователя через формирователи опорных уровней напряжений 4. Длительность импульсов последовательностей формируется пересечением мгновенного значения уровня шумового сигнала с соответствующими 1, 2, ..., N положительными и $-1, -2, \dots, -N$ отрицательными опорными уровнями. Длительность сформированных импульсов равна времени пребывания шумового сигнала над каждым опорным уровнем. Далее импульсы сформированных хаотических импульсных последовательностей с выхода формирователей подают на вход сумматора 14, суммируют их по уровню и подают на выход устройства масштабирования уровня хаотических импульсных последовательностей 15, которое предназначено для масштабирования и формирования суммарного потока совпадений в виде его дискретных состояний, и согласующий каскад 16. В результате чего получают сигнал для маскирования каналов утечки речевых сигналов, видеосигналов и сигналов передачи данных (рис. 3).

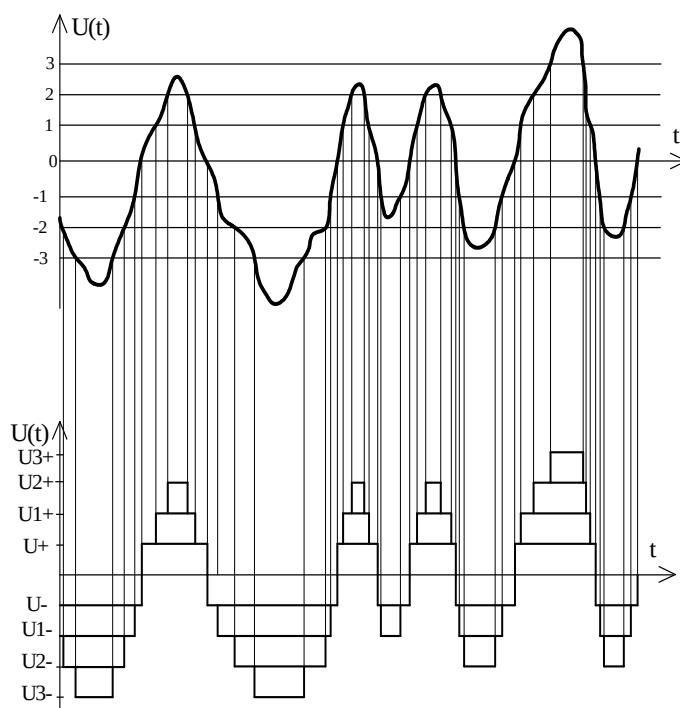


Рис. 3. Многоуровневая хаотическая импульсная последовательность маскирования каналов утечки информации

Заключение. Предлагается устройство формирования ХИП, которое обеспечит повышение степени защиты речевых сигналов в аналоговой и цифровой форме, видеосигналов и сигналов звукового сопровождения, сигналов передачи данных при преобразовании их из аналоговой в цифровую форму, передачи ее в цифровой форме по цифровым системам передачи, а также при дальнейшем преобразовании из цифровой формы в аналоговую.

С целью предотвращения перехвата конфиденциальной информации разработан и предложен **метод создания маскирующего сигнала для каналов утечки информации** (см. рис. 3), **основанный на формировании многоуровневой хаотической импульсной последовательности**. Применение многоуровневой хаотической импульсной последовательности позволило получить оптимальный маскирующий сигнал к параметрам маскируемых сигналов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Савищенко, Н.В. Многомерные сигнальные конструкции: их частотная эффективность и потенциальная помехоустойчивость приема / Н.В. Савищенко; под ред. Д.Л. Бураченко. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2005. – 420 с.
2. Теория передачи сигналов: учебник для вузов / Д.Д. Кловский [и др.]. – М.: Связь, 1980. – 288 с.
3. Тихонов, В.И. Проблема пересечений уровней случайными процессами / В.И. Тихонов, В.И. Хименко // Радиотехника и электроника. – 1998. – № 5, Т. 43. – С. 501–523.
4. Денисенко, А.Н. Сигналы. Теоретическая радиотехника: справ. пособие / А.Н. Денисенко. – М.: Горячая линия – Телеком, 2005. – 704 с.
5. Рабинович, С.Г. Погрешности измерений / С.Г. Рабинович. – Л.: Энергия, 1978. – 262 с.
6. Железняк, В.К. Защита информации от утечки по техническим каналам: учеб. пособие / В.К. Железняк; ГУАП. – СПб., 2006. – 188 с.
7. Денисенко, А.Н. Статистическая теория радиотехнических систем / А.Н. Денисенко. – М.: АРИ, 2007. – 200 с.
8. Розенберг, В.Я. Радиотехнические методы измерения параметров процессов и систем / В.Я. Розенберг. – М.: Изд-во Комитета стандартов, мер и измерительных приборов при СМ СССР, 1970. – 308 с.
9. Тихонов, В.И. Выбросы случайных процессов / В.И. Тихонов. – М.: Наука, 1970. – 392 с.
10. Максимов, М.В. Защита от радиопомех / М.В. Максимов. – М.: Сов. радио, 1976. – 496 с.
11. Рябенко, Д.С. Применение хаотических импульсных последовательностей для маскирования аналоговых и цифровых речевых сигналов / Д.С. Рябенко, В.К. Железняк // Современные средства связи: материалы XVIII междунар. науч.-техн. конф., Минск, 15–16 окт. 2013 г.; редкол. А.О. Зеневич [и др.]. – Минск: УО ВГКС, 2013. – С. 207–208.

Поступила 04.03.2014

FORMING OF CHAOTIC PULSE PATTERNS FOR INFORMATION SIGNAL MASKING

V. ZHELEZNYAK, D. RYABENKO

Analysis of methods of information signals masking was performed in the research. Key parameters of masking signals were studied. New method of information signal masking with the usage of formed chaotic pulse pattern adaptive to analog and digital signals was suggested. The method is based on use of a white broadband noise signal for formation multilevel casual on time and pauses between them chaotic pulse sequences.

УДК 621.396.96

СОПОСТАВИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПРОЦЕДУР РАДИОЛОКАЦИОННОГО РАСПОЗНАВАНИЯ, ОСНОВАННЫХ НА БАЙЕСОВСКОМ И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОМ КРИТЕРИЯХ

А.С. ХРАМЕНКОВ, канд. техн. наук, доц. С.Н. ЯРМОЛИК
(Военная академия Республики Беларусь, Минск)

Рассмотрены алгоритмы радиолокационного распознавания класса наблюдаемых объектов, построенные в соответствии с байесовским решающим правилом и на основе последовательной решающей процедуры. Для анализируемых алгоритмов методом математического моделирования получены характеристики распознавания, отражающие качество функционирования рассматриваемых классификаторов. Показано, что последовательный алгоритм классификации характеризуется более высоким качеством принимаемых решений. При этом улучшение качества распознавания влечет за собой неизбежное увеличение времени на принятие решения о классе наблюдаемого объекта. Отмечено, что с целью недопущения затягивания процедуры распознавания целесообразно использовать усечение последовательного правила классификации.

Введение. Задача радиолокационного распознавания (РЛР) заключается в установлении факта принадлежности наблюдаемого объекта к определенному классу [1]. В основу классификации объектов положено сопоставление доступных радиолокационному наблюдению признаков и априорно известных (эталонных) данных, характеризующих наблюдаемые объекты. Методы сопоставления признаков определяют алгоритмы классификации объектов [2].

Процесс распознавания радиолокационных объектов неизбежно затрудняется наличием сложной помеховой обстановки. В связи с этим задача классификации объектов, как правило, решается статистическими методами. В большинстве практических случаев для решения задач радиолокационного распознавания используют процедуру с фиксированным объемом выборки [2].

Примером данного подхода является критерий Байеса, минимизирующий величину среднего риска. Известное байесовское решающее правило [1] предполагает формирование M (по числу распознаваемых классов) отношений правдоподобия. Решение о классе наблюдаемого объекта принимается в пользу класса, характеризующегося максимальным значением отношения правдоподобия или его монотонной функции.

Решение о наблюдении объекта k -го класса принимается при выполнении условия:

$$\text{если } Z_k > Z_l, \text{ для всех } l = \overline{1, M}, l \neq k, \quad (1)$$

где $Z_k = \ln \frac{p_{k0}(\xi)}{p_0(\xi)}$ – логарифм отношения правдоподобия, сформированный при условии наблюдения

цели k -го класса; $Z_l = \ln \frac{p_{l0}(\xi)}{p_0(\xi)}$ – логарифм отношения правдоподобия, сформированный при условии

наблюдения цели l -го класса; $p_{k0}(\xi)$ ($p_{l0}(\xi)$) – многомерная плотность вероятности (МПВ) дискретных отсчетов смеси сигнала, отраженного от объекта k (l -го класса и фона; $p_0(\xi)$ – МПВ дискретных отсчетов радиолокационного фона.

Наблюдаемый N -элементный вектор принятого сигнала ξ представляет собой аддитивную смесь сигнальной составляющей радиолокационного портрета (РЛП) цели k -го класса $\xi_k = \{\xi_1^k, \xi_2^k, \dots, \xi_N^k\}$ и фона $\xi_0 = \{\xi_1^\phi, \xi_2^\phi, \dots, \xi_N^\phi\}$ [1].

В ряде случаев распознавание наблюдаемых объектов может производиться на основе последовательных процедур принятия решений [3, 4]. В [5] рассматривается метод проверки гипотез, в котором решение принимается на основе последовательных опытов. Применительно к задаче радиолокационного распознавания рассматриваемая процедура классификации предполагает последовательное во времени обращение к наблюдаемой цели. Решение о классе наблюдаемого объекта принимается в результате последовательного исключения наименее вероятных гипотез о классе объекта. Вес каждой из анализируемых гипотез определяется совокупностью отношений правдоподобия, рассчитываемых по каждому из распознаваемых классов с учетом предыдущих наблюдений. Исключение анализируемых гипотез производится на основании сравнения сформированной решающей статистики в каждом канале со своим пороговым уровнем. При этом величина останавливающих границ (порогов) выбирается исходя из требуемых значений вероятностей распознавания.

Определенный интерес представляет сравнение эффективности функционирования алгоритмов классификации радиолокационных объектов, характеризующихся фиксированной длительностью (одиночным контактом с целью) и последовательными обращениями к наблюдаемому объекту.

Качество принимаемых решений о классе наблюдаемых объектов принято характеризовать совокупностью M условных вероятностей правильного распознавания

$$D_k = P(A_k^*/A_k), \quad k = \overline{1, M} \quad (2)$$

и $M(M-1)$ условных вероятностей ошибочного (ложного) распознавания

$$F_{k/l} = P(A_k^*/A_l); \quad l, k = \overline{1, M}, \quad l \neq k. \quad (3)$$

При этом удобной характеристикой эффективности ложных решений является средняя вероятность ложного распознавания объекта k -го класса

$$F_k = \frac{1}{M-1} \sum_{l=1, l \neq k}^M F_{k/l}. \quad (4)$$

Необходимо отметить, что важным свойством последовательных процедур проверки гипотез является средняя длительность процедуры принятия решения [3].

В интересах сопоставительного анализа процедур радиолокационного распознавания наблюдаемых объектов, основанных на байесовском и последовательном критериях, целесообразно использовать оценку характеристик распознавания применительно к каждому из анализируемых алгоритмов с учетом особенностей их реализации.

Последовательное устройство радиолокационного распознавания. В основе последовательной процедуры классификации объектов лежит последовательный критерий отношения вероятностей, предложенный А. Вальдом [3]. В [5] была развита идея использования последовательного критерия отношения вероятностей применительно к многоальтернативной ситуации. Результатом обобщения и перехода к задаче многоальтернативного распознавания явился обобщенный последовательный критерий отношения вероятностей.

В общем случае последовательная процедура распознавания наблюдаемых радиолокационных объектов предполагает формирование на каждом шаге анализа значения обобщенного отношения правдоподобия

$$W_k^n = \frac{p_k^n(\xi)}{\sqrt[M]{\prod_{l=1}^M p_l^n(\xi)}}, \quad k = \overline{1, M}, \quad (5)$$

где $p_k^n(\xi)$ ($p_l^n(\xi)$) – многомерная плотность вероятности дискретных отсчетов смеси сигнала, отраженного от объекта k (l)-го класса и фона, наблюдаемых на n -м шаге; $k = \overline{1, M}$ – номер канала обработки (соответствует номеру распознаваемого класса).

Процедура определения класса наблюдаемого объекта заключается в последовательном исключении из анализа эталонных образов, наименее подобных входному радиолокационному портрету. С этой целью сформированная величина W_k^n сравнивается со значением останавливающей границы для k -го класса образов W_k^{n*} .

Решение об исключении из дальнейшего анализа эталонного образа k -го класса как наименее вероятного принимается при выполнении условия:

$$\text{если } W_k^n < W_k^{n*}, \quad k = \overline{1, M}. \quad (6)$$

Останавливающие границы для каждого из анализируемых классов (W_k^{n*}) выбираются исходя из требуемых значений показателей качества радиолокационного распознавания (2), (3).

В качестве останавливающих границ в [5] предложена следующая функциональная зависимость от вероятностей распознавания:

$$W_k^{n*} = \frac{1-D_k}{\sqrt[M]{\prod_{l=1}^M (1-F_{k/l})}}, \quad k = \overline{1, M}, \quad (7)$$

где $D_k = F_{k/k}$ – условная вероятность правильного распознавания объекта k -го класса; $F_{k/l}$ – условная вероятность ложного распознавания цели k -го класса при наблюдении объекта $l \neq k$ -го класса.

При выполнении условия (6) общее число анализируемых классов уменьшается (становится равным $M - 1$). При этом соответственно изменяются останавливающие границы (7), после чего процедура анализа последовательно повторяется. Процесс наблюдения продолжается до тех пор, пока не останется один (наиболее вероятный) класс, к которому и относят распознаваемый объект. Графическая интерпретация этапов последовательной процедуры распознавания объектов трех классов ($M = 3$) представлена на рисунке 1.

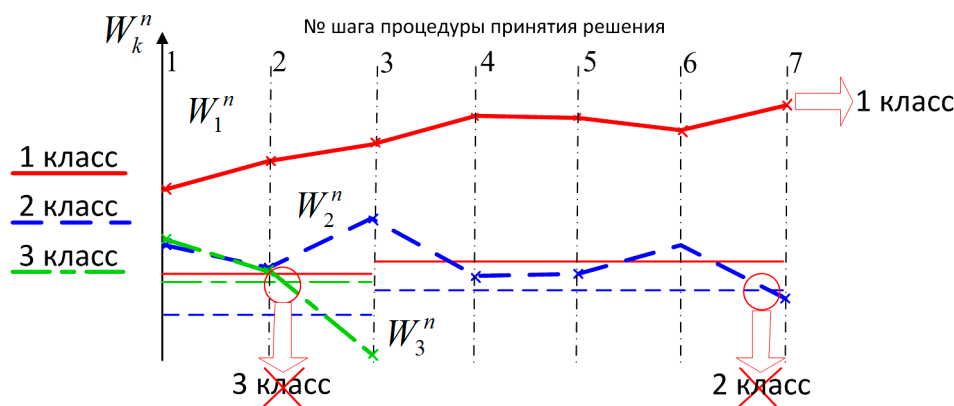


Рис. 1. Графическая интерпретация последовательной процедуры распознавания

Очевидно, что после шага $n = 2$ из дальнейшего анализа исключается один из классов объектов (объект 3 класса). При этом останавливающие границы для оставшихся классов соответственно изменяются. Решение о наблюдении объекта 1 класса принимается на шаге $n = 7$.

При наблюдении радиолокационных объектов в большинстве случаев реализации принятого сигнала характеризуются гауссовскими плотностями вероятности отсчетов [1]. В этом случае удобно осуществить переход к анализу логарифмов обобщенного отношения правдоподобия (5), которые могут быть представлены в следующем виде:

$$U_k^n = \ln W_k^n = \frac{M-1}{M} Z_k^n - \frac{1}{M} \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^M Z_l^n, \quad k = \overline{1, M}, \quad (8)$$

где U_k^n — решающая статистика, сформированная в k -м канале обработки на n -м шаге наблюдения;

$$W_k^n = \frac{\frac{p_k^n(\xi)}{p_0^n(\xi)}}{\sqrt[M]{\prod_{l=1}^M \frac{p_l^n(\xi)}{p_0^n(\xi)}}} \quad \text{— обобщенное отношение правдоподобия, сформированное с учетом логарифмов ОП в}$$

k -м канале обработки на n -м шаге; $Z_k^n = \ln \frac{p_k^n(\xi)}{p_0^n(\xi)}$ — логарифм отношения правдоподобия, сформированный при условии наблюдения цели k -го класса на n -м шаге наблюдения.

Переход к анализу логарифмов обобщенного отношения правдоподобия (8) требует соответствующей корректировки останавливающих границ (7).

Полученные значения решающей статистики (U_k^n) сравниваются с порогами U_k^{n*} , которые определяются выражением:

$$U_k^{n*} = \frac{M-1}{M} \ln(1 - D_k) - \frac{1}{M} \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^M \ln(1 - F_{k/l}), \quad k = \overline{1, M}. \quad (9)$$

Необходимо отметить, что алгоритмы радиолокационного распознавания объектов, характеризующихся фиксированной длительностью (1) и последовательными обращениями к наблюдаемому объекту (8), содержат общую процедуру вычисления логарифма отношения правдоподобия.

Для сопоставительного анализа качества функционирования рассматриваемых алгоритмов радиолокационного распознавания целесообразно использовать схему, приведенную на рисунке 2.

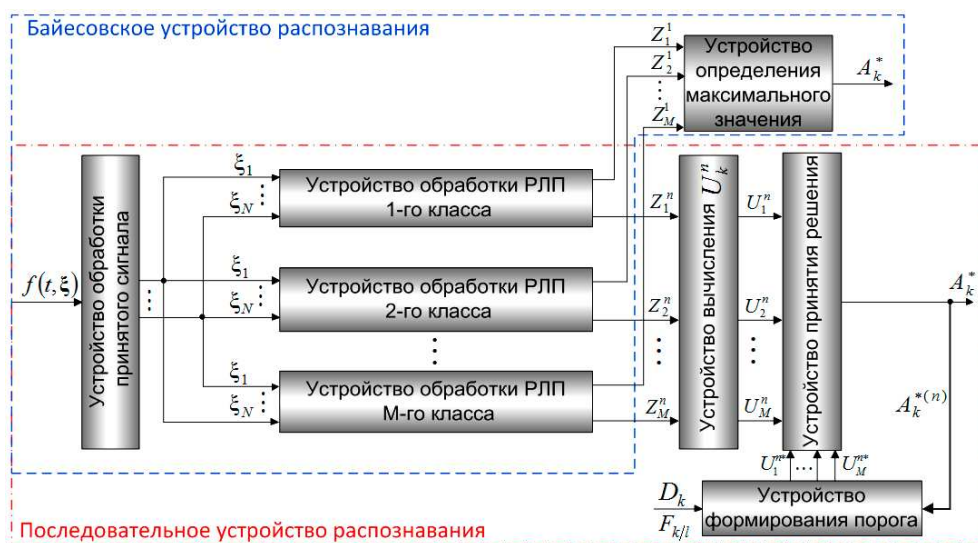


Рис. 2. Схема сравнения байесовского и последовательного устройств распознавания

На выходе устройства обработки принятого сигнала формируется N -элементный радиолокационный портрет, который поступает на входы устройств обработки РЛП. Многоканальное устройство обработки РЛП формирует на выходе значения логарифма отношения правдоподобия для каждого из M распознаваемых классов. Байесовский алгоритм распознавания (1) принимает решение о классе наблюдаемого объекта в пользу класса, характеризующегося максимальным значением логарифма отношения правдоподобия ($Z_k^{n=1}$). Последовательное устройство распознавания на основе сформированных логарифмов отношений правдоподобия рассчитывает текущее значение логарифма обобщенного отношения правдоподобия (U_k^n). Устройство формирования порога на основе значений условных вероятностей распознавания формирует останавливающие границы (U_k^{n*}), позволяющие исключать наименее вероятные гипотезы. Решение о классе наблюдаемого объекта принимается в пользу последнего оставшегося класса.

Результаты математического моделирования и обсуждения. Для сопоставительного анализа процедур радиолокационного распознавания наблюдаемых объектов, основанных на байесовском и последовательном критериях, использован метод математического моделирования. При этом моделировался процесс принятия решений о классе аэродинамических объектов (см. рис. 2), отличающихся шириной временной корреляционной функции. При математическом моделировании использовались многоэлементные флуктуационные радиолокационные портреты целей трех классов [1].

Для моделирования задавались следующие исходные данные: $N = 20$ – число элементов радиолокационного портрета; $\tau_1 = 100$ мс – время корреляции флуктуаций отраженного сигнала для цели 1-го класса; $\tau_2 = 70$ мс – время корреляции флуктуаций отраженного сигнала для цели 2-го класса; $\tau_3 = 50$ мс – время корреляции флуктуаций отраженного сигнала для цели 3-го класса.

Эффективность распознавания характеризовалась значениями условных вероятностей принятия решений о классе наблюдаемого объекта (2), (3), (4). Следует отметить, что в последовательном классификаторе для текущего отношения сигнал/шум (ρ) использовались останавливающие границы (9), рассчитываемые на основе соответствующих вероятностных характеристик ($F_{k/l}$ и D_k) устройства распознавания по критерию Байеса.

Показатели качества функционирования анализируемых классификаторов, полученные методом математического моделирования для заданных условий наблюдения, приведены на рисунке 3.

Полученные результаты свидетельствуют об увеличении вероятностей правильного распознавания при использовании последовательного алгоритма классификации. Полученный выигрыш обусловлен увеличением количества информации, извлекаемого системой в результате дополнительных контактов с наблюдаемым объектом. При этом для обеспечения возможности реализации алгоритма последовательного распознавания требуется соответствующее время наблюдения.

На рисунке 3, б представлены зависимости средней длительности процедуры правильного $\bar{n}_k$ и ложного $\bar{n}_{ok}$ распознавания ($k = \overline{1,3}$) от отношения сигнал/шум (ρ) для последовательного устройства распознавания.

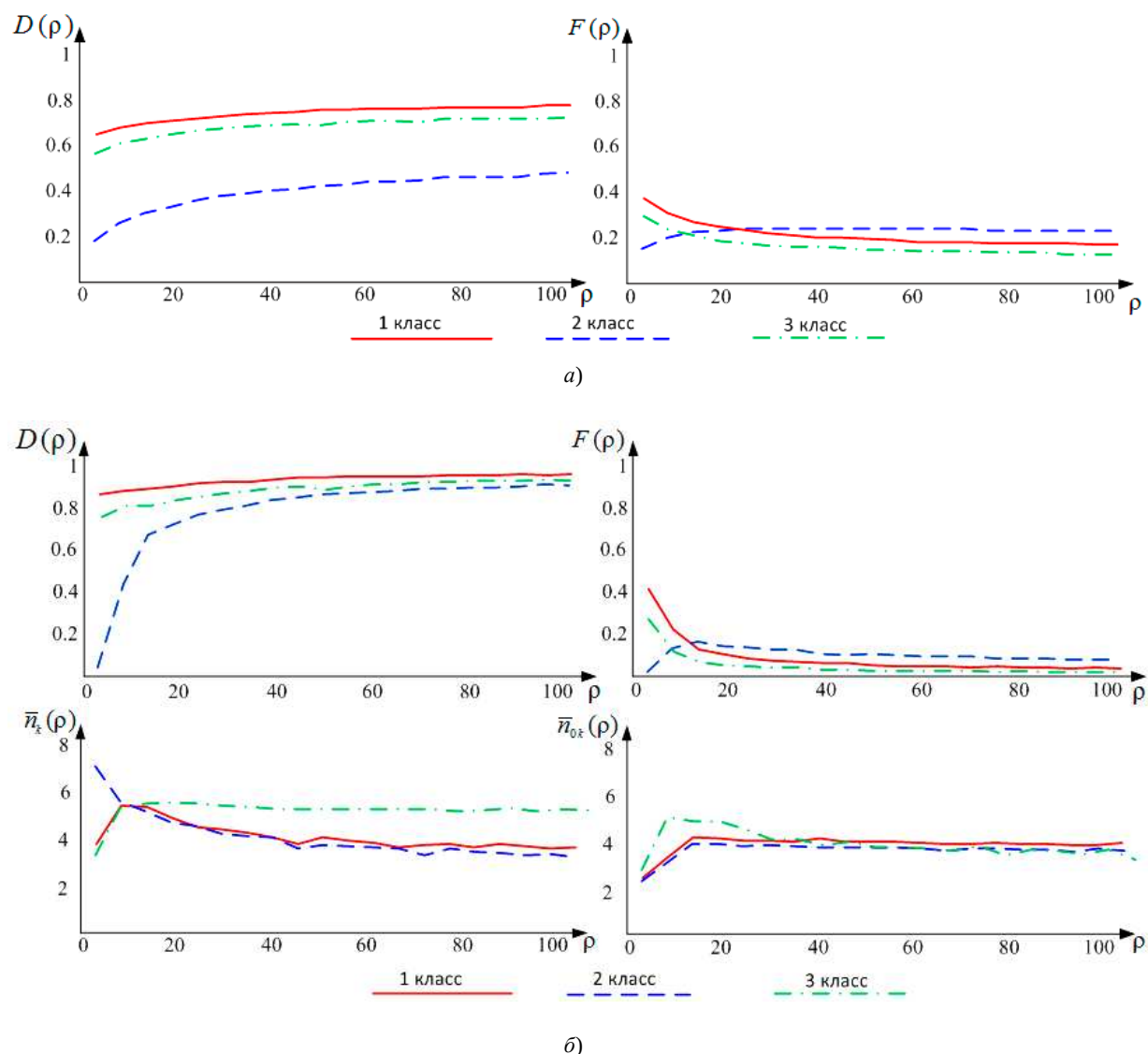


Рис. 3. Показатели качества радиолокационного распознавания:
 а – байесовская решающая процедура;
 б – последовательная процедура принятия решения

Полученные результаты свидетельствуют о том, что в практически важных случаях длительность процедуры распознавания слабо зависит от отношения сигнал/шум. Минимальная длительность процедуры классификации определяется числом распознаваемых классов ($M - 1$ шагов). Кроме того, существуют значения отношения сигнал/шум, при достижении которых средняя длительность процедуры практически не изменяется. Однако бывают случаи, когда длительность процедуры определения класса наблюдаемого объекта может существенно превышать среднюю длительность или располагаемое время наблюдения объекта (рис. 4). В таких случаях существует возможность усечения последовательной процедуры распознавания [4]. Процесс классификации длится до заданного шага, если решение не принято, то наблюдаемую цель относят к классу, характеризующемуся максимальным значением логарифма обобщенного отношения правдоподобия (8). Такого вида усечение является попыткой объединить в себе положительные качества последовательного критерия и критерия Байеса.

Заключение. Сопоставительный анализ процедур радиолокационного распознавания, основанных на байесовском и последовательном критериях, показал, что последовательный алгоритм классификации характеризуется более высоким качеством принимаемых решений. Вместе с тем улучшение качества распознавания имеет своим следствием неизбежное увеличение времени на принятие решения о классе наблюдаемого объекта. Отмечено, что с целью недопущения затягивания процедуры распознавания целесообразно использовать усечение последовательного правила классификации.

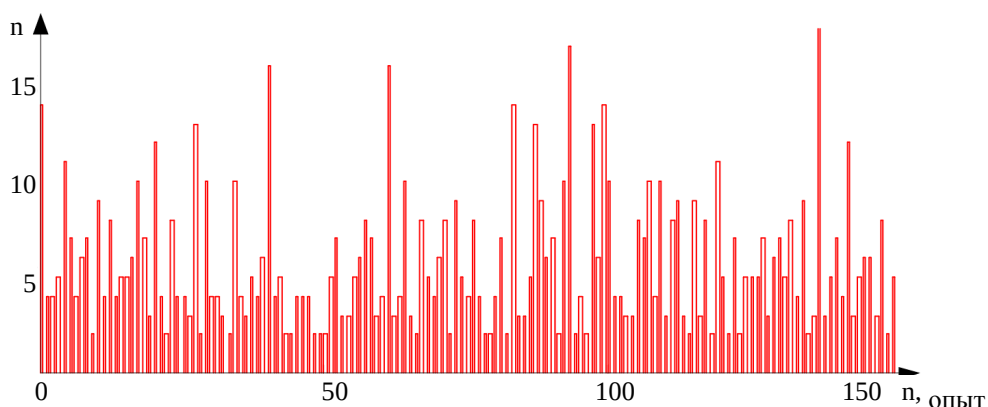


Рис. 4. Длительность процедуры принятия решения при последовательном распознавании

ЛИТЕРАТУРА

1. Охрименко, А.Е. Основы извлечения, обработки и передачи информации / А.Е. Охрименко. – Минск: БГУИР, 1994. – Ч. 3: Распознавание – различение сигналов. – 64 с.
2. Фукунага, К. Введение в статистическую теорию распознавания образов / К. Фукунага. – М.: Наука, 1979. – 367 с.
3. Вальд, А. Последовательный анализ / А. Вальд. – М.: Физматгиз, 1960. – 328 с.
4. Фу, К. Последовательные методы в распознавании образов и обучении машин / К. Фу. – М.: Наука, 1971. – 256 с.
5. Reed, F.C. A sequential multidecision procedure / F.C. Reed // Proc. Symp. On Decision Theory and Appl. Electron Equipment Develop. – 1960.

Поступила 09.01.2014

THE COMPARATIVE ANALYSIS OF RADAR RECOGNITION PROCEDURES BASED ON BAYESIAN AND SEQUENTIAL ALGORITHMS

A. KHRAMENKOV, S. YARMOLIK

The article describes radar recognition algorithms of class observe objectives based on Bayesian and sequential procedures. Recognition characteristics were got for these algorithms by mathematical modeling. Recognition characteristics demonstrated operation quality of these algorithms. The sequential algorithm has higher recognition quality than Bayesian were achieved in the article. Increase of decision-making time to present a pay for improvement recognition quality. Truncation of sequential algorithm used for prevention delay of recognition procedure.

УДК 621.371:550.837.6

ИДЕНТИФИКАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ УГЛЕВОДОРОДНЫХ ЗАЛЕЖЕЙ

канд. техн. наук, доц. **В.Ф. ЯНУШКЕВИЧ, К.И. КРЕМЕНЯ, В.М. ЧЕРТКОВ**
(Полоцкий государственный университет)

Проанализированы идентификационные характеристики углеводородных залежей. Рассмотрены физико-химические и электродинамические свойства углеводородов. Дана оценка состава залежей нефти и газа. Рассмотрены особенности типов углеводородных залежей. Выбран широкий диапазон исследуемых характеристик. Представлены результаты исследований взаимодействия электромагнитных волн со средами над углеводородами. Продемонстрирован расчёт комбинационных составляющих тензора диэлектрической проницаемости. Проанализирован контраст поверхностного импеданса исследуемых анизотропных сред. Приведены примеры характеристик углеводородных залежей для реальных месторождений нефти и газа.

Введение. Современные методы электромагнитной разведки требуют надёжной, достоверной базы уникальной информации об установленных на данный момент сведениях о свойствах углеводородных залежей (УВЗ). Такие знания служат надёжным инструментом при поиске, оконтуривании и идентификации УВЗ с помощью электромагнитных методов (ЭММ) георазведки. Умение их применения позволяет повысить эффективность, достоверность и производительность геологоразведочных работ.

В современной электроразведке наблюдается тенденция разработки новых ЭММ, связанных с усовершенствованием методик и технологий, преследующих сокращение времени аттестации контролируемой поверхности и улучшение качественных показателей эффективности [1–3]. В данной работе приводится анализ физико-химических и электродинамических свойств УВЗ, а также расчёт отдельных характеристик, представляющих интерес в задачах идентификации углеводородов.

Идентификационные характеристики углеводородов. Нефть образуется с газообразными углеводородами (УВ) на глубине более 1,2–2 км, залегают на глубине от десятков метров до 5–6 км; на глубинах 4,5–5 км преобладают газовые и газоконденсатные залежи с незначительным количеством легких фракций. Максимальное число залежей нефти располагается на глубине 1–3 км. Вблизи земной поверхности нефть преобразуется в густую массу, полутвердый асфальт и другие вещества (например, битуминозные пески и битумы) [2].

Для определения характера среды, т.е. идентификации ее как УВЗ с высокой степенью вероятности, близкой к 0,95–1,00, следует провести анализ характеристик исследуемой среды, идентифицирующих залежь с помощью ЭММ.

Для идентификации УВЗ выделим и рассмотрим ряд характеристик.

1. Абсолютная (ϵ_a) и относительная (ϵ) диэлектрическая проницаемость среды

Диэлектрическая проницаемость нефтяных газов составляет 1,001–1,018, нефтей $\epsilon_{нефти} = 2–2,5$, тяжелых асфальтосмолистых нефтей $\epsilon = 2,7–2,8$.

Наибольшее значение ϵ имеют ароматические УВ, наименьшее – парафиновые. Нафтеновые УВ занимают промежуточные значения. Диэлектрическая проницаемость бензола при $T = 20^\circ\text{C}$ равна 2,28, гексана – 1,90, циклогексана – 2,20. Из нефтяных компонентов $\epsilon_{\max} = 3,5–4$ для асфальтенов [4].

Диэлектрическая проницаемость зависит от поляризуемости молекул, атомов, ионов, их числа в 1 см^3 , от температуры. Диэлектрическая проницаемость характеризует ионизирующую способность среды и может быть определена как

$$\epsilon = \frac{F_{\text{вак}}}{F_{\text{диэл}}}, \quad (1)$$

где $F_{\text{вак}}$ и $F_{\text{диэл}}$ – сила взаимодействия зарядов в вакууме и в данном диэлектрике.

С ростом температуры ϵ уменьшается [4].

Влажность оказывает сильное влияние на диэлектрическую проницаемость. Так как $\epsilon_{нефти} = 2–2,7$, а $\epsilon_{воды} = 81$, то результирующая проницаемость смеси зависит от соотношения количества нефти и воды.

Формула для определения диэлектрической проницаемости смеси имеет вид:

$$\lg \epsilon_3 = y_1 \lg \epsilon_1 + y_2 \lg \epsilon_2, \quad (2)$$

где ϵ_3 , ϵ_2 , ϵ_1 – соответственно диэлектрическая проницаемость смеси, воды и нефти; y_1 и y_2 – объемные доли воды и нефти.

Диэлектрическая проницаемость нефти зависит от частоты сигнала [4]. Причем до частоты $f = 50$ МГц $\epsilon_{\text{нефти}}$ не зависит от частоты. С увеличением концентрации солей в воде ϵ растет незначительно.

Анализ экспериментальных данных показывает, что для безводных сырых нефтей на частотах $f = 50$ кГц–100 МГц ϵ уменьшается, с частоты $f = 100$ МГц остается постоянной. Так, при $T = 20$ °С $\epsilon = 2,65$ на частоте $f = 0,001$ МГц и $\epsilon = 2,45$ на частоте $f = 5$ МГц.

2. Удельная проводимость среды σ

Проводимость нефти изменяется в пределах 10^{-10} – 10^{-15} (Ом·м) $^{-1}$.

Удельная проводимость также зависит от состава нефти, ее плотности, от процентного содержания входящих в нее компонентов, ее влажности и т.д. Месторождения нефти характеризуются присутствием воды, обладающей проводимостью 10^{-7} – 10^{-8} (Ом·м) $^{-1}$. Электропроводность нефтяной эмульсии обусловливается не только количеством содержащейся воды, степенью ее дисперсности, но и количеством растворимых в этой воде солей и кислот.

На электропроводность нефти влияет гемолитическая диссоциация входящих в ее состав асфальтено-смолистых веществ. Асфальтены в большей степени увеличивают проводимость нефти, чем смолы. При увеличении процентного содержания воды проводимость нефти увеличивается.

При повышении температуры удельная проводимость нефти может резко возрасти, увеличиваясь на порядок при повышении температуры на 60–70 °С. Проводимость нефти в зависимости от температуры может быть рассчитана по формуле для электропроводности жидких диэлектриков [4]:

$$\sigma = A \exp(-\alpha/T), \quad (3)$$

где A и α – постоянные, характеризующие жидкость.

Рост проводимости нефти с ростом температуры вызывается уменьшением ее вязкости, что приводит к возрастанию подвижности ионов и росту степени диссоциации. Электрическая проводимость дегазированной и обезвоженной нефти без механических примесей обычно носит ионный характер. Электропроводность водонефтяных эмульсий обусловлена ионной проводимостью нефти, электрофотетической проводимостью диспергированных частиц и структурой капель эмульгированной воды. Эта структура в основном имеет вид цепочек и обладает хорошей проводимостью.

3. С величиной затухания ϵ'' тесно связана **величина тангенса диэлектрических потерь $\operatorname{tg} \delta$** , показывающая численное соотношение ϵ' и ϵ'' .

Наличие в УВ газов изменяет проводимость нефти. Газы обладают низкой проводимостью. Ток в газах может возникать при наличии в них ионов или свободных электронов. Это возможно при воздействии внешних и внутренних ионизирующих факторов. В составе земли это может быть тепловое воздействие, пластовое давление, соударения заряженных частиц с молекулами, воздействие внешнего электрического сигнала при исследовании характеристик УВЗ.

Различают два вида электропроводимости газов: самостоятельная и несамостоятельная. Самостоятельная обусловлена ударной ионизацией и не исчезает при прекращении действия внешнего ионизатора. Несамостоятельная проводимость вызвана влиянием внешних ионизаторов и сохраняется после их воздействия. Проводимость углеводородов зависит от газосодержания нефти – количества газа в 1 м³ нефти. Так, для России этот параметр лежит в пределах от 20 до 1000 м³/т [4].

4. Среднее продольное сопротивление ρ_e и кажущееся сопротивление ρ_k (иначе $\rho_{k_{\min}}$)

Эти величины характеризуют рельеф поверхности, под которой находится УВЗ. Кажущееся сопротивление может измеряться на постоянном токе, а также методом НЧ-разведки. При этом широко разработаны методы оценки аномальных электрических полей на основе сравнения с полями над однородным изображением полупространства [2]. В настоящее время таких методов существует достаточно много. В результате решения прямых задач данных методов могут быть получены сведения о распределении ρ_k над геоэлектрическими разрезами. Кажущееся сопротивление пропорционально сопротивлению газов и плотности токов вблизи приемных электродов.

Допустим, что данная величина определена другими методами, т.е. для постановки задачи идентификация является известной величиной. Укажем, что существуют следующие модели сред для определения ρ_k : одномерная, когда удельное сопротивление меняется по одной оси координат, например, вертикально- или горизонтально-слоистая среда; двухмерная и трехмерная среды, имеющие сложные формы разрезов, наклонные контакты и клиновидные структуры. Определение ρ_k осуществляется методами интегральных преобразований, функций на источнике или функций Грина, спектральных преобразований и т.д. Например, величина ρ_k на Акбулакском участке Западного Оренбуржья лежит в пределах от 1,5 до 50 Ом·м.

Величину сопротивления сред в продольном направлении характеризует продольное сопротивление. То же для указанного выше профиля: $\rho_e = 1,5$ –10 Ом·м [2].

5. Суммарная продольная проводимость

Суммарная продольная проводимость связана с продольным удельным сопротивлением следующим соотношением:

$$\Sigma S_i = \frac{\Sigma h_i}{\rho_e}, \quad (4)$$

где Σh_i – мощность слоев (высоты слоев).

Вводится понятие «суммарная мощность»: $H = \Sigma h_i$.

Известны [2] такие соотношения, как

$$\begin{aligned} \rho_k(r) &\approx \frac{r}{S \left(1 - \frac{r}{\rho_n S}\right)} & - \text{при } \frac{r}{\rho_n S} < 1, \\ \rho_k(r) &\approx \rho_n \left(1 - \frac{\rho_n S}{r}\right) & - \text{при } \frac{r}{\rho_n S} > 1, \end{aligned} \quad (5)$$

где r – разнос между питающей и приемной установками; ρ_n – сопротивление опорного слоя.

Так, для указанного выше Акбулакского участка Западного Оренбуржья $S_1 = 50\text{--}2000$ См [2].

Информация о величине суммарной продольной проводимости может быть положена в идентификационные признаки сред, в частности УВЗ. Заметим, что исследование величины S_1 достаточно сложный и трудоемкий процесс. В лучшем случае геоэлектрический разрез состоит из нескольких изотропных или анизотропных слоев ограниченной мощности и нефтенесущего слоя бесконечно большой мощности. В зависимости от этого различают двух-, трех-, четырех- и многослойные разрезы.

Возможны различные сочетания сопротивлений слоев $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$. В ряде случаев удобен принцип эквивалентности [2], согласно которому устанавливается совокупность правил и закономерностей, предопределяющих совпадение кривых кажущегося сопротивления над эквивалентными разрезами.

При наличии промежуточных слоев вычисляют дифференциальные параметры:

- дифференциальное кажущееся сопротивление

$$\rho_{\Delta S} = \frac{(h_{\text{эф}2} - h_{\text{эф}1})}{S_2 - S_1}; \quad (6)$$

- дифференциальную проводимость

$$\delta_{\Delta} = \frac{1}{\rho_{\Delta}}; \quad (7)$$

- дифференциальное поперечное сопротивление

$$\rho_{\Delta T} = \alpha_k \cdot \frac{r_2 \rho_{k_2} - r_1 \rho_{k_1}}{r_2 - r_1}, \quad (8)$$

где r_2, r_1 – разносы, соответствующие кажущимся сопротивлениям $r_2 \rho_{k_2}, r_1 \rho_{k_1}$; $\alpha_k < 1$ – коэффициент, зависящий от общей анизотропии разреза.

При наличии аномальных отклонений кажущегося сопротивления по вертикали предложены эффективные параметры:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\rho_{k_i} \rho_{k_{i+2}}}{\rho_{k_{i+1}}}; \\ \alpha' &= \frac{\rho_{k_{i+1}}}{\rho_{k_i}}, \end{aligned} \quad (9)$$

где i – номер разноса.

Для поперечного разреза вводится понятие поперечного сопротивления ρ_n , для сравнения его с продольным сопротивлением – коэффициент анизотропии

$$\chi = \sqrt{\rho_n / \rho_e}. \quad (10)$$

Среднее продольное удельное сопротивление

$$\rho_{эф} \approx \alpha_k \rho_k. \quad (11)$$

Величина $\rho_{эф}$ для Вилуйской синеклизы лежит в пределах от 10 до 50 Ом·м для участков большой мощности осадочного чехла, где суммарная продольная проводимость разреза превышает 1000–1500 См.

Для зон перехода от глубоких впадин к их бортам суммарная продольная проводимость осадочного чехла изменяется от 500–700 до 1000–1500 См, при этом $\rho_{эф} = 20–70$ Ом·м.

Для прибортовых зон Вилуйской синеклизы с проводимостью осадочного чехла от 100–150 до 300–400 См среднее продольное сопротивление изменяется от 100 до 500 Ом·м.

Для структур обрамления Вилуйской синеклизы и тех бортовых ее зон, где мощность мезозойных отложений сильно сокращена, суммарная проводимость осадочного чехла не превышает 100 См [2].

6. Объемная поляризуемость η_k и фазовый параметр – сдвиг фазы напряжения в приемной линии относительно тока в питающей линии

Для нефтяных месторождений Прикаспийской впадины наблюдается следующая корреляция данных величин: 1 % $\mu_k S$ соответствует $0,1^\circ \varphi_{квп}$.

На практике $\eta_k = 2–10$ %, а $\varphi_k = -(0,2–1,0)^\circ$.

Метод вызванной поляризации используется на постоянном токе, а также на переменном для улучшения ареальных явлений в надпродуктивной толще [2].

Для анизотропных сред поляризуемость характеризуется продольной составляющей η_l и поперечной:

$$\eta = \frac{\eta_l a + \eta_n b}{a + b},$$

$$a = 1 + \lambda^2 \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta, \quad (12)$$

$$b = 1 - \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta,$$

где α – угол расположения слоев; β – угол между линией наблюдения и простиранием слоев.

Аномалии поляризуемости позволяют проводить оценку геологических слоев (глубинность залежей, мощность УВЗ).

7. Средняя напряженность электрического поля $\vec{E}$

Представляет собой важный идентификационный параметр УВЗ. По имеющимся данным коэффициент корреляции $\vec{E}$ глубиной h до фундамента составляет 0,6–0,90.

Для Валдайского гребня Русской плиты характерны значения средней напряженности поля в пределах 50–200 усл. ед. При этом наименьшим значением $\vec{E}$, т.е. 50–60 усл. ед., соответствуют наибольшие глубины фундамента.

На Илыском участке Верхнепечерской впадины $E = 110–180$ усл. ед., а для ортогональной компоненты τ_α 60–90 усл. ед.

Для профиля Кочубей-Михайловка (Восточное Предкавказье) $E = (80–140)$ усл. ед. [2].

8. Скорость распространения волн в слоях

Свойства слоев изменяются в широких пределах – от непроницаемых образований до образований, проницаемость которых может достигать 1–2 Дарси, а пористость до 40 %. Для указанных выше залежей – пластовая скорость [5].

Величина скорости распространения радиоволн особенно актуальна при исследовании зондирования слоистых сред импульсными сигналами. При распространении в поглощающей среде гармонические составляющие сигнала движутся с различными фазовыми скоростями, что повышает информативность ЭММ поиска. В слабо поглощающих средах различия между фазовой и групповой скоростями невелики и составляют 1–3 %, для сильно поглощающих сред эти различия составляют 10–15 % [5].

9. Затухание ЭМВ в среде над УВЗ

Затухание ЭМВ определяется по следующей формуле [6]:

$$\alpha = \frac{2\pi f}{c} \cdot \text{Im} \sqrt{\epsilon}. \quad (13)$$

Соответственно затухание при прохождении глубины слоя h :

$$\Gamma = 2\alpha h. \quad (14)$$

10. Комбинационный элемент диэлектрической проницаемости $\text{Re} \dot{\epsilon}_R$.

11. Контраст поверхностного импеданса ΔZ

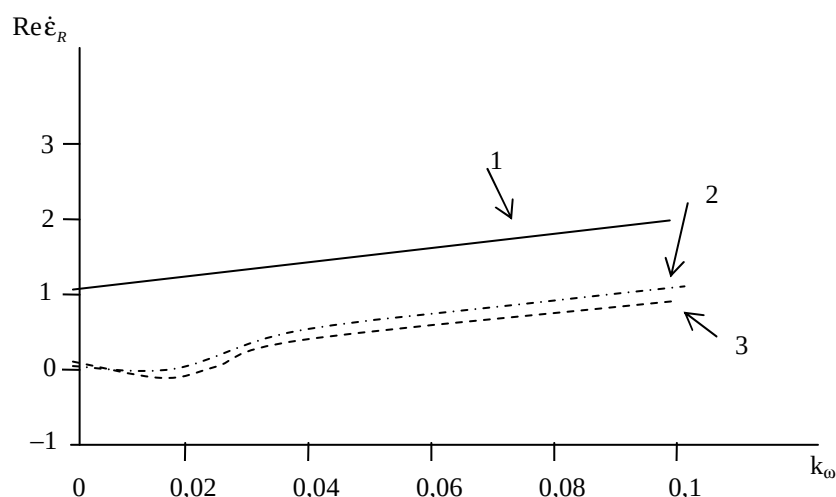
Расчёту и анализу двух последних характеристик в данной работе уделено особое внимание.

Теоретический анализ. В программном пакете MATLAB был проведён анализ комбинационного элемента $\text{Re} \dot{\epsilon}_R = \text{Re}(\dot{\epsilon}_1 + \dot{\epsilon}_2)$. Составляющие тензора для двухчастотной ЭМВ имеют вид [5]:

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{\epsilon}_1 &= \epsilon_r \frac{\tilde{\omega}_1}{\omega_2} + \sum_{i=1}^2 \left\{ \frac{\omega_{pi}^2 \tilde{\omega}_1}{\omega_2} \frac{\omega_{pi}^2 - \tilde{\omega}_1^2 - v_i^2}{(v_i^2 + \omega_{pi}^2 - \tilde{\omega}_1^2)^2 + 4\tilde{\omega}_1^2 v_i^2} - \right. \\ &\quad \left. - j \left[\frac{-\epsilon_r k_E (1 - k_\omega) \sin \alpha}{1 + k_E \cos \alpha} + \frac{\sigma_r}{\omega_2 \epsilon_0} + \frac{\omega_{pi}^2 v_i}{\omega_2} \frac{\tilde{\omega}_1^2 + v_i^2 + \omega_{pi}^2}{(v_i^2 + \omega_{pi}^2 - \tilde{\omega}_1^2)^2 + 4\tilde{\omega}_1^2 v_i^2} \right] \right\}, \\ \dot{\epsilon}_2 &= \sum_{i=1}^2 \left\{ \frac{\omega_{pi}^2 \omega_{pi}}{\omega_2} \frac{\omega_{pi}^2 - \tilde{\omega}_1^2 + v_i^2}{(v_i^2 + \omega_{pi}^2 - \tilde{\omega}_1^2)^2 + 4\tilde{\omega}_1^2 v_i^2} - \frac{2j \tilde{\omega}_1 v_i \omega_{pi}^2 \omega_{pi}}{[(v_i^2 + \omega_{pi}^2 - \tilde{\omega}_1^2)^2 + 4\tilde{\omega}_1^2 v_i^2] \omega_2} \right\}, \\ \dot{\epsilon}_3 &= \epsilon_r \frac{\tilde{\omega}_1}{\omega_2} + \sum_{i=1}^2 \left\{ \frac{\omega_{pi}^2 \tilde{\omega}_1}{\omega_2} \frac{1}{v_i^2 + \tilde{\omega}_1^2} - j \left[\frac{-\epsilon_r k_E (1 - k_\omega) \sin \alpha}{1 + k_E \cos \alpha} + \frac{\sigma_r}{\omega_2 \epsilon_0} + \frac{\omega_{pi}^2 v_i}{\omega_2} \frac{1}{\tilde{\omega}_1^2 + v_i^2} \right] \right\}, \end{aligned} \right. \quad (15)$$

где ϵ_r , σ_r – диэлектрическая проницаемость и удельная проводимость среды над УВЗ; $\tilde{\omega}_1$, $\tilde{\omega}_2$ – частоты зондирующих сигналов; ω_{pi} , ω_{gi} – плазменная и гиротропная частоты УВЗ; v_i – частота столкновения частиц; k_E , k_ω – коэффициенты, характеризующие соотношение амплитуд и частот сигналов; $\alpha = \Delta\omega$ – разность частот ЭМВ; $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$.

Результаты проведенного исследования влияния вариации коэффициентов k_E и k_ω на величину $\text{Re} \dot{\epsilon}_R$ отображены на рисунке.



Влияние вариации коэффициентов k_E и k_ω на частоте $f_2 = 10$ ГГц:

1 – для $k_E = 10^{-1}$; 2 – для $k_E = 10^{-3}$; 3 – для $k_E = 10^{-6}$

Использование радиотехнических систем с возможностью перестройки величин k_E и k_ω характеризуется повышенной информативностью при поиске углеводородов.

Контраст поверхностного импеданса определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} |\Delta \dot{Z}_{11}| &= |\Delta \dot{Z}_{11}| - |\Delta \dot{Z}_{11}|_{\min}; \\ |\Delta \dot{Z}_{12}| &= |\Delta \dot{Z}_{12}| - |\Delta \dot{Z}_{12}|_{\min}, \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$|\Delta \dot{Z}_{11}| = -\frac{1}{j^2 \sqrt{\dot{\epsilon}_i \dot{\epsilon}_r}} (\dot{\epsilon}_r - \dot{\epsilon}_i); \quad (17)$$

$$|\Delta \dot{Z}_{12}| = -\frac{1}{j^2 \sqrt{\dot{\epsilon}_i \dot{\epsilon}_r}} (\dot{\epsilon}_r + \dot{\epsilon}_i). \quad (18)$$

В формулах (17), (18) $|\Delta \dot{Z}_{11}|$, $|\Delta \dot{Z}_{12}|$ – значения компонентов поверхностного импеданса на заданной частоте; $|\Delta \dot{Z}_{11}|_{\min}$, $|\Delta \dot{Z}_{12}|_{\min}$ – минимальные значения компонентов поверхностного импеданса.

Значения, рассчитанные по формулам (16)–(18), представлены в таблицах 1 и 2.

Таблица 1

Значения компоненты поверхностного импеданса $|\Delta \dot{Z}_{11}|$

$ \Delta \dot{Z}_{11} $, Ом	k_{ω}	k_E	f_2 , ГГц
$4 \cdot 10^{-4}$	10^{-6}	10^6	0,1
$8 \cdot 10^{-4}$	10^{-6}	10^6	0,2
$14 \cdot 10^{-4}$	10^{-6}	10^6	0,3
$4 \cdot 10^{-4}$	10^{-6}	10^6	0,4
$2 \cdot 10^{-4}$	10^{-6}	10^6	0,5
$3,8 \cdot 10^{-4}$	10^{-6}	10	0,1
$10 \cdot 10^{-4}$	10^{-6}	10	0,2
$12 \cdot 10^{-4}$	10^{-6}	10	0,3
$2 \cdot 10^{-4}$	10^{-6}	10	0,4
$1 \cdot 10^{-4}$	10^{-6}	10	0,5

Таблица 2

Значения компоненты поверхностного импеданса $|\Delta \dot{Z}_{12}|$

$ \Delta \dot{Z}_{12} $, Ом	k_{ω}	k_E	f_2 , ГГц
0,2	10^{-6}	10^6	0,1
0,3	10^{-6}	10^6	0,2
0,43	10^{-6}	10^6	0,3
0,38	10^{-6}	10^6	0,5
0,35	10^{-6}	10^6	0,8
0,21	10^{-6}	10	0,1
0,32	10^{-6}	10	0,2
0,38	10^{-6}	10	0,3
0,33	10^{-6}	10	0,5
0,3	10^{-6}	10	0,8

Как видно из данных, приведенных в таблицах, наблюдается частотная зависимость компонентов поверхностного импеданса, особенно для величины $|\Delta \dot{Z}_{12}|$, что может быть использовано в целях идентификации углеводородных залежей.

Закключение. В ходе проведенного исследования получены следующие результаты:

- выполнен анализ идентификационных характеристик углеводородных залежей;
- систематизированы сведения о имеющихся физико-химических и электромагнитных свойствах углеводородов;

- рассчитаны комбинационные составляющие тензора диэлектрической проницаемости и контраст компонентов поверхностного импеданса среды над углеводородными залежами.

Сделан вывод о возможности использования результатов проведенных исследований для построения радиотехнических систем поиска и оконтуривания углеводородных залежей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гололобов, Д.В. Взаимодействие электромагнитных волн и углеводородных залежей / Д.В. Гололобов. – Минск: Бестпринт, 2009. – 186 с.
2. Хмелевский, В.К. Электроразведка / В.К. Хмелевский, В.М. Бондаренко. Кн. 2-я / под ред. В.К. Хмелевского. – М.: Недра, 1989. – 378 с.
3. Фролов, А.Д. Поиски нефтегазовых месторождений радиоволновыми методами / А.Д. Фролов, В.Д. Озеров // Региональная разведка и промысловая геофизика. – М.: ВИЭМС, 1969. – № 19. – С. 32.
4. Татевский, В.М. Физико-химические свойства индивидуальных углеводородов / В.М. Татевский. – М.: Госпотехиздат, 1960. – 414 с.
5. Абросимова, О.О. Прогнозирование коллекторов в верхней части доюрского комплекса по сейсмо-геологическим данным на территории восточного склона Краснотенинского свода / О.О. Абросимова, С.И. Кулагин // Изв. Томск. политехн. ун-та / Томский политехн. ун-т. – 2006. – Т. 309, № 5. – С. 36–39.
6. Финкельштейн, М.И. Применение радиолокационного подповерхностного зондирования в инженерной геологии / М.И. Финкельштейн, В.А. Кутев, В.П. Золоторёв. – М.: Недра, 1986. – 182 с.
7. Гололобов, Д.В. Радиотехнические системы поиска и идентификации углеводородных залежей в режиме двухчастотного взаимодействия ЭМВ / Д.В. Гололобов, В.Ф. Янушкевич // Весці НАН Беларусі. Серыя фіз.-тэхн. навук. – 2002. – № 1. – С. 49–54.
8. Гололобов, Д.В. Поверхностный импеданс анизотропной среды при двухчастотном взаимодействии ЭМВ / Д.В. Гололобов, В.Ф. Янушкевич // Изв. Беларус. инж. акад. – 2001. – № 11(1). – С. 101–104.

Поступила 27.01.2014

THE IDENTIFICATION OF HYDROCARBON DEPOSITS

V. YANUSHKEVICH, K. KREMENYA, V. CHERTKOV

The article presents the identification characteristics of hydrocarbon deposits. Physico-chemical and electrodynamic properties of hydrocarbons. Assessed the composition of the oil and gas deposits. The features of types of hydrocarbon deposits. Selected a wide range of study characteristics. The results of studies of the interaction of electromagnetic waves with the media over hydrocarbons. The calculation of combinational components of the permittivity tensor. Analyzed the contrast of the surface impedance of the investigated anisotropic media. Numerous examples of characteristics of hydrocarbon deposits for actual oil and gas fields. The research results can be using us to search geophysics.

УДК 621.396.96

**МИНИМИЗАЦИЯ СЕКТОРА ОБЗОРА ПО РАЗНОСТИ ВРЕМЕН ЗАПАЗДЫВАНИЯ
В КОРРЕЛЯЦИОННО-БАЗОВЫХ СИСТЕМАХ ОБНАРУЖЕНИЯ ИСТОЧНИКОВ
РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ С ПСЕВДООБЗОРОМ ПО АЗИМУТУ**

А.А. ДМИТРЕНКО, канд. техн. наук, доц. С.Ю. СЕДЫШЕВ
(Военная академия Республики Беларусь, Минск)

Исследуется вопрос уменьшения времени, затрачиваемого на обзор интервала возможных значений разности времен запаздывания при корреляционно-базовой обработке сигналов. Показано, что уменьшение интервала возможных значений разности времен запаздывания сигналов влечет за собой уменьшение вычислительных затрат при определении разности времени запаздывания за счет использования информации о псевдоугловом положении узконаправленной антенной системы одного из приемных пунктов многопозиционных комплексов пассивной локации. Сделан вывод о возможности использования результатов данной работы в приемных устройствах многопозиционных радиолокационных комплексов с корреляционно-базовой обработкой сигнала.

Введение. Пассивные многопозиционные радиолокационные комплексы позволяют решать весь перечень задач обеспечения безопасности воздушного пространства и управления воздушным движением. В то же время многопозиционные радиолокационные комплексы обладают рядом преимуществ по сравнению с активными однопозиционными радиолокационными системами [1–5]. По этой причине исследования в данном направлении являются актуальными. Существующие системы подобного рода используют различные способы определения пространственных координат: угломерный, разностно-дальномерный и различного рода их комбинации [6–8].

При *угломерном (триангуляционном)* методе пространственные координаты источника радиоизлучения определяются по измеренным в двух разнесенных приемных пунктах трем угловым координатам и известному расстоянию между приемными пунктами. Точность определения пространственных координат определяется точностью привязки приемных позиций и точностью измерения угловых координат источника радиоизлучения. Главное достоинство триангуляционного способа – возможность обнаруживать маломощные сигналы, так как для измерения угловых координат источников радиоизлучения используются высокопотенциальные радиотехнические пеленгаторы с узконаправленными диаграммами направленности антенн, обеспечивающие совместно с адаптивным приемным устройством высокую чувствительность. Однако достижимая точность определения местоположения данным способом в ряде случаев оказывается недостаточной.

При использовании *разностно-дальномерного* способа определения пространственных координат источника радиоизлучения определяют разности дальностей от источника радиоизлучения до нескольких пар приемных позиций. Разность времен запаздывания от источника радиоизлучения до любой пары приемных позиций определяется взаимно корреляционным методом. При этом не требуется знать форму и момент излучения принимаемых сигналов, что позволяет применять разностно-дальномерный способ для определения пространственных координат излучающих объектов с различными по форме и структуре сигналами. Измеренная разность расстояний от цели до приемных пунктов определяет координатную поверхность – гиперboloид вращения как геометрическое место точек, разность расстояний от которых до фокусов (в которых расположены приемные пункты) является постоянной величиной. При наличии трех пар приемных позиций измеряются три разности дальностей объекта до четырех опорных точек. Место расположения источника радиоизлучения определяется как точка пересечения трех соответствующих координатных поверхностей – гиперboloидов вращения. Потенциально комплексы пассивной локации, использующие разностно-дальномерный способ определения пространственных координат, позволяют с высокой точностью определять местоположение излучающих объектов. Однако дальность обнаружения сигналов с малой энергией у данных комплексов оказывается недостаточной для выполнения ряда задач. Это обусловливается низкой чувствительностью применяемых при использовании этого метода широкополосных приёмных устройств, составляющей минус 105–110 дБ/Вт. Кроме того, разностно-дальномерный способ определения местоположения требует применения ненаправленных антенн, которые имеют коэффициент усиления не более 5,0–7,0 дБ.

Возможные наилучшие характеристики достижимы при *комплексировании угломерного и разностно-дальномерного способов* [9]. Это позволяет использовать преимущества обоих способов при одновременной компенсации их недостатков, что позволяет повысить эффективность функционирования всей системы в целом.

Применение в составе корреляционно-базового разностно-дальномерного многопозиционного комплекса узконаправленной антенной системы позволяет значительно снизить временные и вычислительные затраты на обработку сигналов и получение необходимой радиолокационной информации [10]. Однако вве-

дение в состав многопозиционных радиолокационных комплексов направленной антенной системы с последовательным обзором по азимуту влечет значительное усложнение всей системы в целом. Также необходимо отметить, что стоимость данного элемента (направленной антенной системы с возможностью пространственного сканирования) в современных комплексах достигает 70 % от стоимости всего изделия. Реализация электронного псевдообзора по азимуту в корреляционно-базовом комплексе пассивной локации в совокупности с применением недорогостоящих ненаправленных антенных систем на всех приемных пунктах системы позволит сохранить относительно низкую себестоимость многопозиционных радиолокационных комплексов и одновременно предоставит возможность использования псевдообзора по азимуту для сокращения интервала возможных значений разности времен запаздывания относительно разнесенных в пространстве приемных пунктов.

Целью настоящего исследования явилось снижение временных и вычислительных затрат при определении разности времен запаздывания относительно разнесенных в пространстве приемных позиций корреляционно-базовой системы обнаружения и определения пространственного местоположения источников радиоизлучения за счет использования априорной информации о псевдоугловом положении узконаправленной антенной системы на одном из приемных пунктов при реально используемых ненаправленных антенных систем на всех приемных пунктах.

В разнесенных системах вычисление взаимно корреляционной функции производится для обнаружения сигналов и определения их относительного запаздывания, т.е. для нахождения положения максимума рассматриваемой функции на оси относительных временных задержек. В таком устройстве корреляционная обработка производится во временной области и по этой причине обладает низкой вычислительной эффективностью, так как для обработки выборки длиной n требует порядка ($O(n^3)$) операций умножения [11]. Одним из путей повышения вычислительной эффективности является вычисление взаимно корреляционной функции в частотной области с использованием алгоритмов быстрого преобразования Фурье [12]. Однако несмотря на существенное снижение вычислительных затрат по сравнению с обработкой во временной области, количество требуемых арифметических операций для вычисления значения разности хода при корреляционной обработке в частотной области остается внушительным. Это связано с необходимостью обзора всего интервала возможных значений разности хода. Уменьшения интервала возможных значений разности времен запаздывания сигналов и, соответственно, уменьшения вычислительных затрат при определении разности времен запаздывания можно добиться, реализовав последовательный псевдообзор по азимуту путем применения имитатора вращения антенной системы (генератора азимутального кода).

Обоснование возможности уменьшения интервала обзора по разности времен запаздывания.

На рисунке 1 показана зависимость разности времен запаздывания от азимута и дальности местонахождения источников радиоизлучения для одной пары приемных позиций.

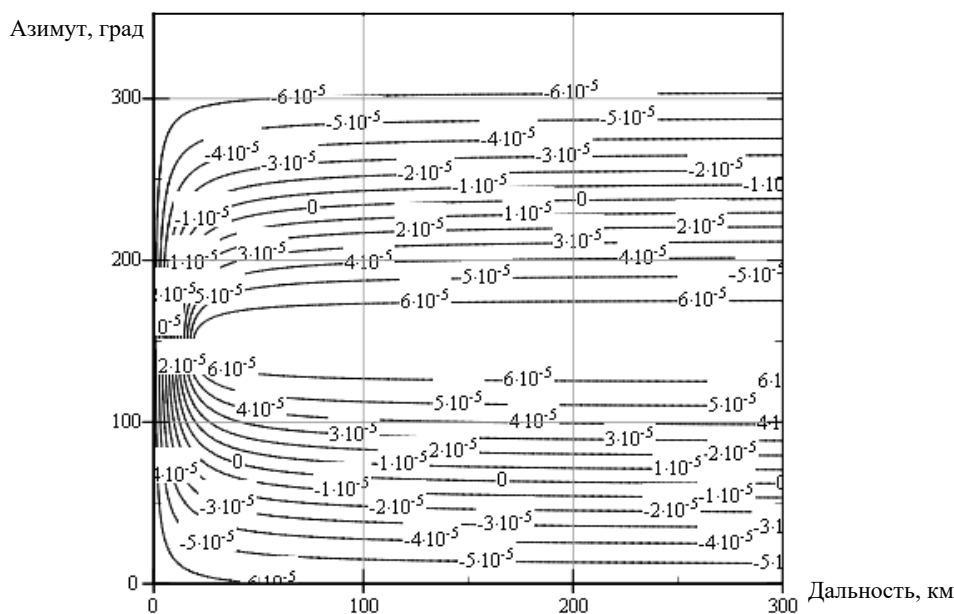


Рис. 1. Зависимость разности времен запаздывания от азимута и дальности местонахождения источников радиоизлучения для одной пары приемных позиций

При нахождении источников радиоизлучения на дальностях, превышающих значение базы системы, зависимость разности времени запаздывания от азимута является практически линейной, что позволяет использовать информацию об угловом положении антенной системы для уменьшения интервала обзора по разности хода.

Последовательное задание значения азимута (при известных значениях базы системы) позволяет оценить возможный интервал значений разности времен запаздывания:

$$\Delta\tau_k(r, \beta) = \frac{1}{c} \cdot \left[r - \sqrt{r^2 - 2r \cdot d_k \cos(\beta - \beta_{d_k}) + d_k^2} \right],$$

где $\Delta\tau_k(r, \beta)$ – разность времен запаздывания комплексных огибающих сигналов источников радиоизлучения между центральным и k -м приемным пунктом; r – текущая дальность; β – генерируемое текущее значение азимута; c – скорость света; d_k – расстояние от центрального до k -го приемного пункта; β_{d_k} – азимут k -го приемного пункта.

Получив данную оценку, можно значительно уменьшить интервал обзора по разности времен запаздывания на выходе устройства вычисления аргументов максимума взаимно корреляционной функции. Также использование данной зависимости позволяет получать оценки реальных угловых координат источников радиоизлучения без применения специальных средств пеленгации. Для реализации полученного алгоритма можно использовать устройство, структурная схема которого представлена на рисунке 2.



Рис. 2. Структурная схема устройства быстрого обзора по разности хода

Предлагаемое устройство работает следующим образом. На одной из двух разнесенных приемных позиций принимают сигнал первым средством приема сигналов (1 ПП), а на другой из двух разнесенных позиций принимают сигнал вторым средством приема сигналов (2 ПП). С выхода первого средства приема сигналов принятый сигнал подают на вход первого аналого-цифрового преобразователя (1 АЦП) и преобразуют сигнал, полученный от одной приемной позиции, в первый цифровой поток данных, который в цифровой форме представляет сигнал как ряд значений функции времени. С выхода второго средства приема сигналов принятый сигнал подают на вход второго аналого-цифрового преобразователя (2 АЦП) и преобразуют сигнал, полученный от другой приемной позиции, во второй цифровой поток данных, который в цифровой форме представляет сигнал как ряд значений функции времени. В первом процессоре быстрого преобразования Фурье (1 FFT) преобразуют первый цифровой поток данных, полученный с выхода первого аналого-цифрового преобразователя, в значения первого спектра, который представляет сигнал как ряд значений функции частоты. Во втором процессоре быстрого преобразования Фурье (2 FFT) преобразуют второй цифровой поток данных, полученный с выхода второго аналого-цифрового преобразователя, в значения второго спектра, который представляет сигнал как ряд значений функции частоты. В частотном корреляторе взаимно перемножают поступившие по двум входам от процессоров быстрого преобразования Фурье значения спектра первого сигнала с комплексно сопряженными значениями спектра другого сигнала для формирования взаимно корреляционной функции в частотной области. Устройство выдачи азимутального кода, которое имитирует физическое вращение направленной антенной системы, передает имитируемое значение угла в устройство задания интервала обзора по разности времен запаздывания, которое вычисляет и задает интервал возможных значений разности времен запаздывания сигналов на входах разнесенных приемных позиций. После этого устройство определения аргументов максимума взаимно корреляционной функции вычисляет и выдает оценку значения вышеназванного аргумента максимума взаимно корреляционной функции с использованием обратного быстрого преобразования Фурье в частотной области, поступившей на его вход с выхода частотного коррелятора только в заданном устройством задания интервала обзора по разности времен запаздывания интервале значений.

Выводы. Результаты представленной работы подтверждают возможность и целесообразность использования определенных свойств преобразования Фурье для реализации устройства быстрого обзора по разности хода в корреляционно-базовых комплексах пассивной локации. Использование спектрального коррелятора в этих целях позволит снизить аппаратные и временные затраты на осуществление операций обнаружения-измерения по сравнению с устройством взаимно корреляционной обработки во временной области.

Комплексы пассивной локации, использующие разностно-дальномерный способ определения пространственных координат, имеют в своем составе ненаправленные антенные системы с малым коэффи-

циентом усиления, что приводит к низкой эффективности их применения по радиосигналам с малой энергией. Применение в составе корреляционно-базового комплекса пассивной локации пеленгатора с узкой, вращающейся по азимуту диаграммой направленности позволит обнаруживать даже маломощные источники радиоизлучения. Вращающаяся диаграмма направленности позволяет реализовать только последовательный обзор по угловым элементам разрешения, что снижает время наблюдения сигналов и, соответственно, вероятность их обнаружения. Однако за счет большого коэффициента усиления антенной системы пеленгатора с узкой диаграммой направленности конечная энергетика сигналов на входе измерительного устройства угломерно-разностно-дальномерного комплекса пассивной локации оказывается значительно большей, чем у разностно-дальномерного. Наличие антенной системы с узкой диаграммой направленности позволяет получать информацию об азимуте излучающего объекта и, используя зависимость значения разности времен запаздывания от дальности и угловой координаты источника радиоизлучения, представленную в данной работе, минимизировать интервал обзора. Зная азимут излучающего объекта, можно не осуществлять поиск на всем интервале возможных значений, а ограничиться определенным промежутком. Реализация данного алгоритма позволит снизить временные и аппаратные затраты на реализацию обзора по разности хода в угломерно-разностно-дальномерных комплексах пассивной локации.

Введение в корреляционно-базовую систему определения разности времен запаздывания имитатора вращения антенной системы (генератора азимутального кода) и устройства вычисления интервала обзора по разности времен запаздывания позволит значительно уменьшить интервал обзора по разности времен запаздывания в корреляционно-базовых системах обзора воздушного пространства при отсутствии необходимости введения в состав комплекса сложных и дорогостоящих высоконаправленных антенных систем с последовательным обзором по угловым координатам [13].

ЛИТЕРАТУРА

1. Multi-Static Primary Surveillance Radar – An examination of Alternative Frequency Bands, Roke Manor Research Limited, Report No: 72/07/R/376/U, July 2008. – Issue 1.2. – 186 p.
2. Kaczur, M. Passive Coherent Location / M. Kaczur. – Univerzita Obrany. – 2010. – P. 233–236.
3. Bezousek, P. Bistatic and Multistatic Radar Systems / P. Bezousek, V. Schejbal // Radioengineering. – 2008. – Vol. 17, № 3. – P. 53–59.
4. Information Aspects of Multispectral Active-Passive Radio Monitoring System / A. Zubkov [et al.] // TCSET'2010, Lviv-Slavske, Ukraine, Febr. 23–27. – 2010. – P. 96–97.
5. Special Report: Iran tests passive radar in aerial drill [Electronic resource]. – 2011. – Mode of access: <http://English.news.cn>. – Date of access: 05.01.2012.
6. Охрименко, А.Е. Основы радиолокации и радиоэлектронная борьба: учебник для высш. училищ ПВО / А.Е. Охрименко. – М.: Воен. изд-во, 1983. – Ч. 1: Основы радиолокации. – 456 с.
7. Охрименко, А.Е. Основы обработки и передачи информации: учебник для высш. училищ ПВО / А.Е. Охрименко. – Минск: МВИЗРУ ПВО, 1990. – 181 с.
8. Радиоэлектронные системы: основы построения и теория: справочник / под ред. Я.Д. Ширмана. – М.: АО «МАКВИС», АО «РЕАМ-Билдинг», 1998. – 800 с.
9. Перетягин, И.В. Принципы построения комплексов пассивной локации ПВО / И.В. Перетягин, И.Ф. Полухин // Радиолокация, навигация, связь: сб. докл. междунар. науч.-техн. конф.: в 3 ч. Ч. 2. – Воронеж, 2006.
10. Дмитренко, А.А. Сравнительный анализ способов построения комплексов пассивной локации: дис. ... магистра техн. наук / А.А. Дмитренко. – Минск: УО «ВА Респ. Беларусь», 2012. – 78 с.
11. Способ измерения разностей времени прихода и частоты приема сигналов и устройство для его реализации: пат. 2256192 Рос. Федерации, G 01 S 11/02 / Н.Е. Подчиненко, А.А. Скрипкин, В.А. Щербачев.
12. Frequency selective TDOA/FDOA cross-correlation: pat. 5874916 US / G.A. Des // Jardins, Febr. 23, 1999.
13. Устройство быстрого обзора по разности времен запаздывания в корреляционно-базовых комплексах пассивной локации: пат. 9543 Респ. Беларусь / А.А. Дмитренко, С.Ю. Седышев, С.А. Горшков.

Поступила 09.01.2014

VIRTUAL AZIMUTH TIME DELAY SECTOR MINIMIZATION IN CORRELATIVE-BASE RADIO FREQUENCY RADIATION SURVEILLANCE SYSTEMS

A. DMITRENKO, S. SEDUSHEV

The report describes the design principles of air control passive location system. Content of this report is in radiolocation area and can be used in correlative-based Multi-Static Primary Surveillance Radar receivers. The main purpose is decreasing of possible values time delay interval. This purpose can be reached by using virtual angle date of antenna main beam.

УДК 621.372.037.372

ОЦЕНКА ЗАЩИЩЕННОСТИ ОТ УТЕЧКИ БИТОВЫХ СИМВОЛОВ ПРИ ПЕРЕДАЧЕ РЕЧЕВЫХ СИГНАЛОВ В ЦИФРОВОЙ ФОРМЕ

д-р техн. наук, проф. В.К. ЖЕЛЕЗНЯК, Д.С. РЯБЕНКО
(Полоцкий государственный университет)

Исследуется оптимальный сигнал для оценки защищенности цифровых каналов утечки информации при передаче цифровых сигналов в виде битовых символов с основанием кода m . Предложен новый оптимальный метод оценки защищенности цифровых систем передачи сигналов в каналах утечки информации при воздействии шумов высокого уровня типа белого гауссовского шума, а также выбор и обоснование оптимального сигнала, который позволит оценить защищенность цифровых каналов утечки информации.

Сущность системного подхода к оценке эффективности защиты от утечки информации системами передачи заключается в обосновании целевых функций либо основных параметров, характеризующих количественно степень достижения поставленных целей защиты информации. Важнейшими являются информационные показатели (параметры), по которым оценивают достижения цели по нормируемым показателям. Нормируемые показатели (параметры) устанавливают степень их приближения к научно обоснованным эталонным показателям. Согласно системному подходу методологическая составляющая защиты информации должна включать методику, математическую модель, которые реализуют возможность обоснования измерительного сигнала и его обработку и позволяют оценить степень защиты по этому сигналу каналов утечки информации. Математическая модель на основании физической модели канала утечки информации и оптимального приемника, минимизирующего вероятность ошибки, и критерий наилучшей обработки аналоговых и цифровых сигналов при взаимном их преобразовании должны быть основой для экспериментальной оценки.

Речевой сигнал преобразуют в цифровую форму, последовательно подвергая трем преобразованиям [1]: дискретизации во времени, квантованию по уровню, преобразованию в цифровой код. Каждый из этих преобразований является источником полей рассеивания информационного сигнала.

В результате преобразований формируют токовые битовые символы речевого сигнала в виде двоичных чисел с двумя возможными символами «0» и «1» [1]. Такие сигналы в виде токовых битовых символов с основанием кода m показаны на рисунке 1. Импульсы тока представляют последовательность однополярных (рис. 1, а) или биполярных (рис. 1, б) прямоугольных импульсов с постоянными параметрами. При этом положительный импульс обычно соответствует передаваемому символу «1», а пропуск или отрицательный импульс – символу «0».

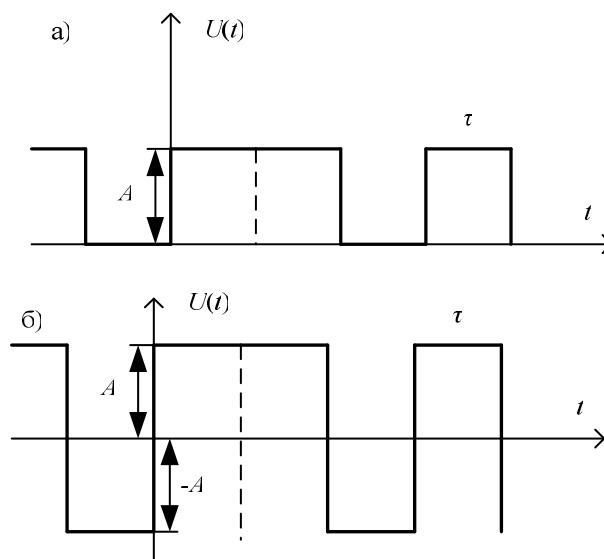


Рис. 1. Сигналы токовых битовых символов с основанием кода m

На рисунках 1 а, б приняты следующие обозначения: $U(t)$ – первичный сигнал в виде токовых битовых символов с основанием кода m ; A – амплитуда импульсов; τ – длительность импульсов.

Основная часть. Защита сигналов цифровой манипуляции приобретает особую важность в связи с переходом на помехоустойчивые системы передачи информации. Особенности каналов утечки цифровых сигналов являются их широкополосность, высокий уровень шумов и несимметричность. Это ограничивает возможности измерительных сигналов при оценке их защищенности в шумах высокого уровня.

Общепринятое состояние дискретных и цифровых сигналов, маскируемых помехой, решается их обнаружением, классификацией и оцениванием [2]. Дискретные и цифровые каналы передачи оценивают вероятностью ошибок [3].

Мерой оценки качества аналоговой системы передачи сигналов и данных является отношение сигнал/шум, для дискретных систем передачи – вероятность ошибки в символе [4].

При различном числе символов алфавит содержит $\log_2 M$ бит информации.

Для выбора сигнала важной характеристикой выступают количество символов M и их взаимная зависимость, т.е. энергия символов $E(1 - \rho)$. Вероятность ошибки является функцией коэффициента взаимной корреляции $\rho_{ij} = \rho$, отношения энергии бита E_b к спектральной плотности мощности шума N_0 .

При $\rho = -1$ минимизируется вероятность ошибки только для $M = 2$.

При $M > 2$ коэффициент ρ для алфавита из M символов ограничен снизу величиной $-\frac{1}{M-1}$, в частности, если $\rho_{ij} = \rho$ для всех $i, j, i \neq j$, то $\rho \geq -\frac{1}{M-1}$.

Цель настоящей работы – обоснование и выбор оптимального сигнала для оценки защищенности каналов утечки информации цифровой модуляции для $M = 2$ и $M > 2$, т.е. многопозиционных, на основании нормированного показателя; повышение достоверности оценки защищенности информации при передаче ее в цифровой форме; анализ защищенности информации при ее передаче.

Впервые предложен и обоснован новый метод оценки защищенности от утечки цифровых речевых сигналов в виде битовых символов с основанием кода m .

Измерительным сигналом для оценки защищенности от утечки цифровых речевых сигналов в виде битовых символов с основанием кода m может служить периодическая последовательность прямоугольных импульсов (рис. 2, 3).

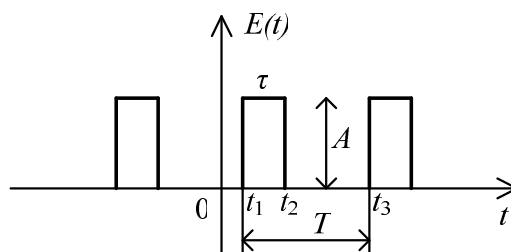


Рис. 2. Периодическая последовательность прямоугольных импульсов:
 A_0 – амплитуда импульсов; t – длительность импульса;
 T – период следования импульсов

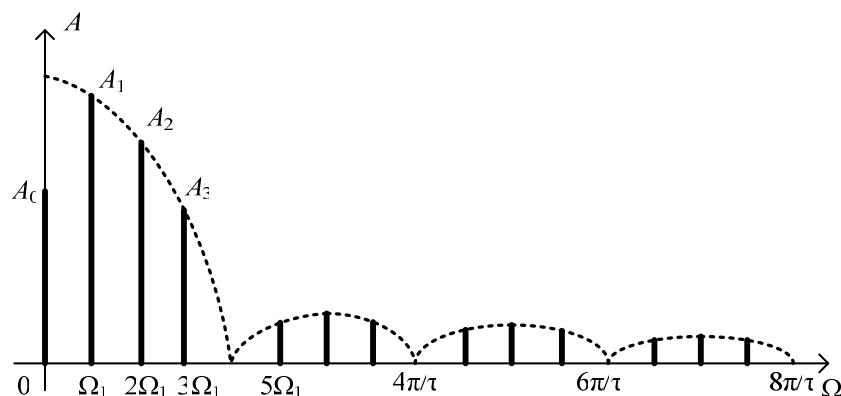


Рис. 3. Спектр периодической последовательности прямоугольных импульсов

Огибающая линия спектра определяется следующим образом [7]:

$$A(\Omega) = \frac{2A\tau}{T} \left(\frac{\sin \frac{\Omega\tau}{2}}{\frac{\Omega\tau}{2}} \right). \quad (1)$$

Амплитуды гармоник такого сигнала имеет вид [7]

$$A_n = \frac{2A\tau}{T} \cdot \frac{\sin \frac{n\Omega_1\tau}{2}}{\frac{n\Omega_1\tau}{2}} \cdot e^{-jn\Omega_1(t_1 + \tau/2)}, n = 1, 2, 3... \quad (2)$$

Фазы гармоник зависят от выбора начала отсчета времени, которым определяется значение величины t_1 (рис. 4).

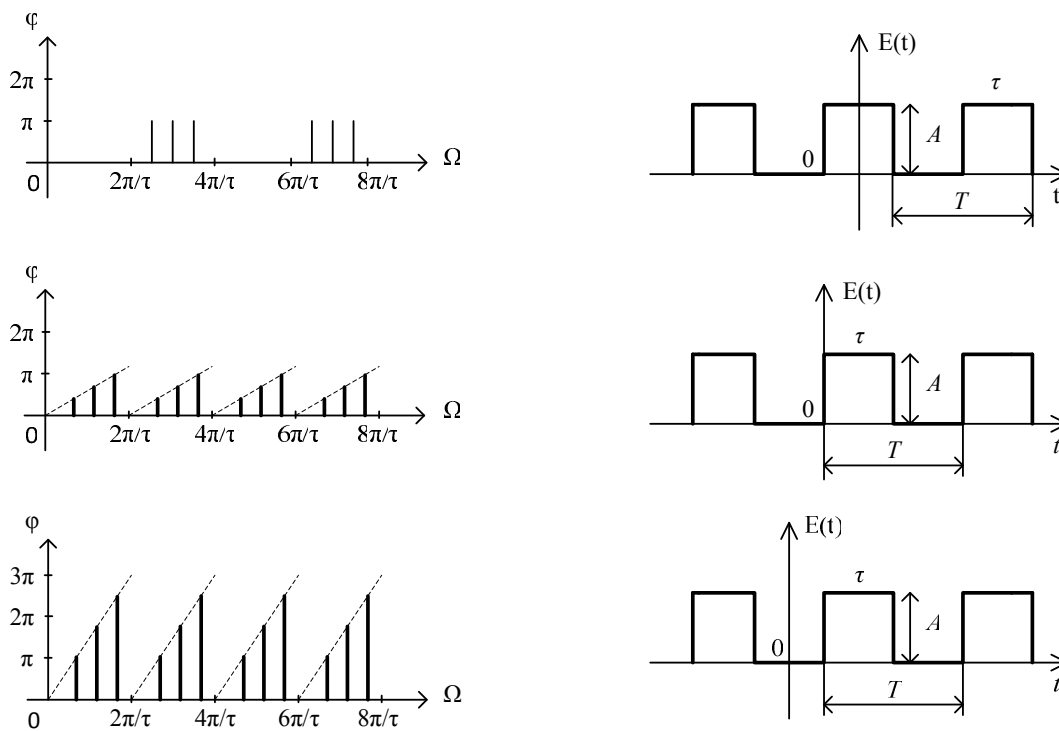


Рис. 4. Спектры фаз и их огибающие при различных началах отсчета времени [7]

Выражение для фазы гармоники [7] выглядит следующим образом:

$$\varphi_n = n\Omega_1 \left(t_1 + \frac{\tau}{2} \right) + (k-1)\pi, \quad (3)$$

где k – порядковый номер интервала $\Delta\Omega = 2\pi/\tau$ на шкале частот, отсчитываемый от нулевой частоты.

На основе этого предложено модулирующее колебание представить в виде последовательности N прямоугольных с одинаковыми энергиями импульсов (рис. 5) длительностью τ и периодом $T = 2\tau$ [7].

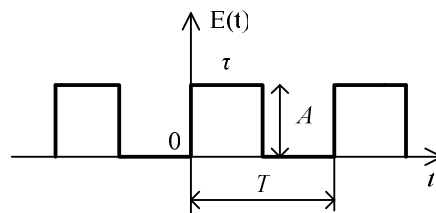


Рис. 5. Измерительный сигнал – последовательность прямоугольных импульсов (меандр)

Спектр амплитуд рассматриваемой последовательности импульсов изображен на рисунке 6.

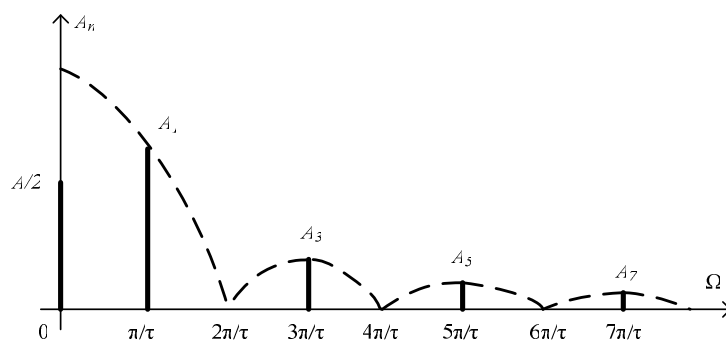


Рис. 6. Спектр последовательности прямоугольных импульсов (меандра) [5]

При условии, что $\Omega_1 \tau = 2\pi / T = \pi$, получено следующее выражение [7]:

$$f_1(t) = \frac{A}{2} + \frac{2A}{\pi} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{n} \cos\left(n\Omega_1 t - \frac{n\pi}{2}\right) = \frac{A}{2} + \frac{2A}{\pi} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\sin(n\Omega_1 t)}{n}. \quad (4)$$

В этом случае начальные фазы всех гармоник одинаковы и равны 0. Применение последовательности прямоугольных импульсов с одинаковыми энергиями импульсов длительностью τ и периодом $T = 2\tau$ в качестве измерительного сигнала позволяет обнаруживать и восстанавливать сигнал в шумах высокого уровня.

Оценка защищенности от утечки цифровых речевых сигналов в виде битовых символов с основанием кода m выполняется следующим образом: устанавливают источник испытательного сигнала в точке размещения источника полей рассеивания сигнала цифровой системой передачи информации; в точке приема полей рассеивания, образованных передаваемым сигналом, – оптимальный приемник. Далее испытательный сигнал в виде периодической последовательности однополярных прямоугольных импульсов с одинаковыми энергиями импульсов длительностью τ и периодом $T = 2\tau$ n -кратно подают на вход цифровой системы передачи информации. В точке приема полей рассеивания передаваемого сигнала принимают и обрабатывают сигнал, измеряют энергию бита E_b сигнала и спектральную плотность мощности шума N_0 , вычисляют отношение сигнал/шум и пропускную способность C_u канала утечки информации, образованного полями рассеивания испытательного сигнала. Полученные значения данных параметров сравнивают с нормированными значениями и по допустимому порогу различия устанавливают защищенность информации от утечек.

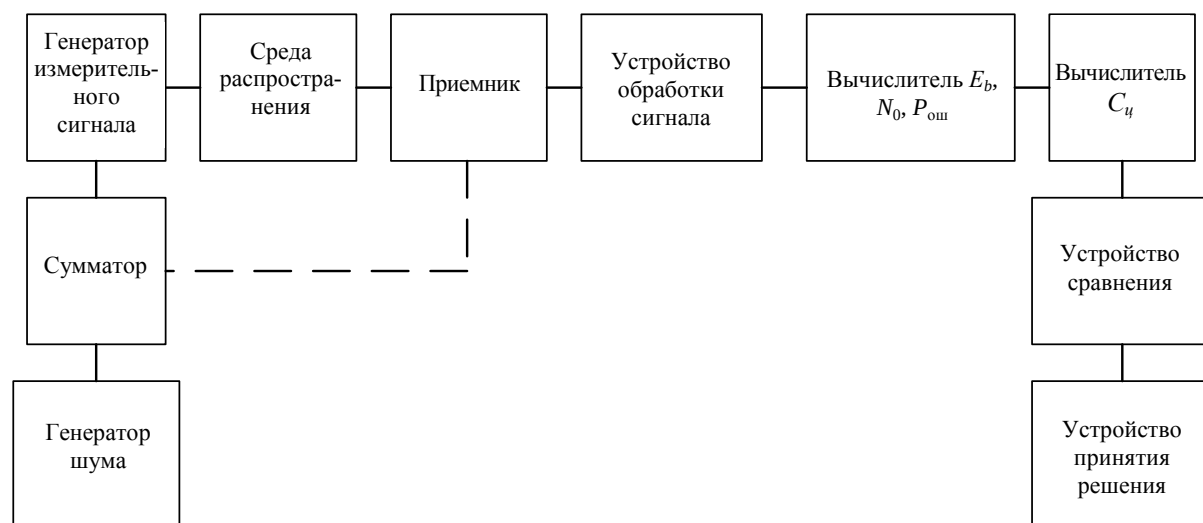


Рис. 7. Структурная схема устройства оценки защищенности цифровых речевых сигналов в виде битовых символов с основанием кода m

Сущность способа заключается в передаче информации цифровой системой передачи информации, а именно в моделировании передачи информации измерительным сигналом с одинаковыми энергиями импульсов длительностью τ и периодом $T = 2\tau$, приеме в точке приема полей рассеивания передаваемого сигнала, обработке путем n -кратного запоминания, накопления, нормирования делением амплитуды накапливаемых импульсов на n , перемножения принятого измерительного сигнала с пачкой счетных импульсов, считывания. Далее измеряют энергию бита E_b сигнала и спектральную плотность мощности шума N_0 , вычисляют параметры, необходимые для сравнения с нормированными.

Ниже рассматривается функционирование системы передачи информации и определение защищенности передаваемой информации, где в качестве передатчика используется источник измерительного сигнала, приемника – приемник сигнала вместе с элементами запоминания, накопления, нормирования, а линия связи в данном случае моделируется подачей на вход приемника просуммированного испытательного сигнала с белым гауссовым шумом. Устройство обработки такого сигнала (рис. 8) должно выполнять функцию восстановления полезного сигнала из шумов высокого уровня и содержать элементы запоминания, накопления и нормирования.

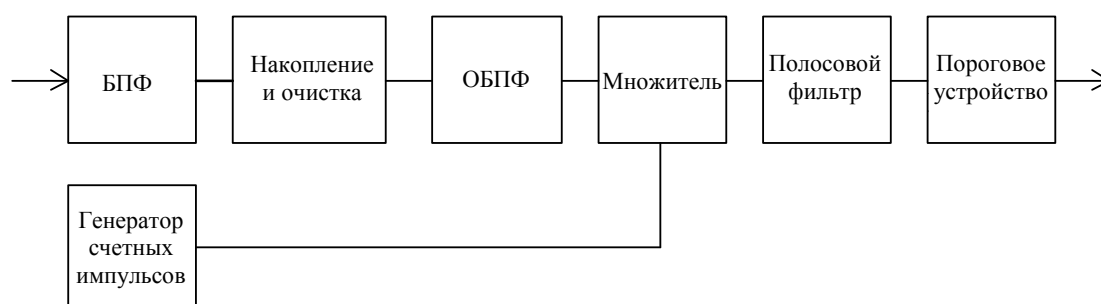


Рис. 8. Устройство обработки принимаемого сигнала

Принятый сигнал подается на вход устройства обработки сигнала, а именно в устройство, выполняющее функцию быстрого преобразования Фурье (БПФ), устройство n -кратного запоминания, накопления, нормирования делением амплитуды накапливаемых импульсов на n , устройство, выполняющее функцию обратного быстрого преобразования Фурье (ОБПФ). После выполнения спектрального выделения гармоник принятого сигнала обнуления (очистки) шумовых составляющих между гармониками сигнала последовательность прямоугольных импульсов перемножается с пачкой счетных импульсов. Обнуляются шумовые составляющие между импульсными последовательностями с помощью полосового фильтра, и восстанавливается исходная импульсная последовательность с помощью порогового устройства.

Проводятся оценка превышения отношения сигнал/шум $h = (2E/N_0)^{1/2}$ на входе порогового устройства при его наличии над относительным уровнем порога $h_0 = z_0 (N_0 E / 2)^{1/2}$ и сравнение с оценкой превышения отношения сигнал/шум по новому методу оценки защищенности от утечки битовых речевых сигналов в цифровой форме с основанием кода m .

Выражение для вероятности ошибочного приема бита имеет вид

$$P_{\text{ош}} = 0,5 \exp \left(-0,5 \frac{E_b}{N_0} \right), \quad (5)$$

где E_b / N_0 – отношение энергии бита к спектральной плотности мощности шума.

Далее производят определение и вычисление таких параметров сигнала, как вероятность ложного срабатывания, энергия сигнала, отношение сигнал/шум, пропускная способность. В сравнивающем устройстве производят вычисление отклонения данных параметров от нормированных значений. По разнице между полученными при измерении параметрами и нормированными значениями параметров в устройстве принятия решения производят оценку защищенности информации, передаваемой по цифровым системам передачи информации.

Использование предлагаемого способа позволит получить повышение достоверности оценки защищенности информации при передаче ее в цифровой форме и проанализировать защищенность информации при ее передаче в виде битовых символов с основанием кода m .

Закключение. Выбрана и обоснована предпочтительная и актуальная альтернатива применительно к сложной решаемой задаче оценки защищенности цифровой речевой информации, передаваемой в виде битовых символов с основанием кода m . Метод сигнала в виде последовательности прямоугольных импульсов с одинаковыми энергиями импульсов, длительностью τ и периодом $T = 2\tau$ для оценки защищенности от утечки битовых символов при передаче цифровой речевой информации повышает точность оценки и восстановления измерительного сигнала за счет возможности восстановления сигнала по единичным гармоникам в спектре принимаемого сигнала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гольдберг, Л.М. Цифровая обработка сигналов: справочник / Л.М. Гольдберг, Б.Д. Матюшкин, М.Н. Поляк. – М.: Радио и связь, 1985. – 312 с.
2. Блох, Э.Л. Модели источника ошибок в каналах передачи цифровой информации / Э.Л. Блох, О.В. Попов, В.Я. Турин. – М.: Связь, 1971. – 312 с.
3. Стиффлер, Дж.Дж. Теория синхронной связи / Дж.Дж. Стиффлер; пер. с англ. Б.С. Цыбакова под ред. Г.М. Габидулина. – М.: Связь, 1975. – 488 с.
4. Склар, Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / Б. Склар; пер. с англ. – 2-е изд. – М.: Издат. Дом «Вильямс», 2007. – 1104 с.
5. Витерби, А.Д. Принципы цифровой связи и кодирования / А.Д. Витерби, Дж.К. Омура; пер. с англ. под ред. К.Ш. Зигангирова. – М.: Радио и связь, 1982. – 536 с.
6. Железняк, В.К. Основы теории модулированных колебаний: учеб. пособие / В.К. Железняк, С.В. Дворников. – СПб.: ГУАП, 2006. – 160 с.
7. Фельдбаум, А.А. Теоретические основы связи и управления / А.А. Фельдбаум. – М.: 1963. – 932 с.

Поступила 04.03.2014

ESTIMATION OF SECURITY FROM BIT SYMBOL LEAKAGE DURING DIGITAL VOICE DATA TRANSMISSION

V. ZHELEZNYAK, D. RYABENKO

Optimal signal for estimation of security of digital information leakage channels during transmission of digital signals as bit symbols with code base m is analyzed. New optimal method of estimation of security of signal transmission digital systems in information leakage channels under the influence of high level noise like white Gaussian noise was suggested. Choice and substantiation of optimal signal which allows to evaluate the security of digital channels of information leakage was offered.

УДК 621.396.96

ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ АЛГОРИТМА АУКЦИОНА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОТОЖДЕСТВЛЕНИЯ НА ЭТАПЕ ВТОРИЧНОЙ ОБРАБОТКИ РАДИОЛОКАЦИОННОЙ ИНФОРМАЦИИ

канд. техн. наук, доц. А.С. СОЛОНАР, А.А. МИХАЛКОВСКИЙ
(Военная академия Республики Беларусь, Минск)

Рассмотрено решение задачи отождествления принятых отметок с уже сопровождаемыми траекториями при помощи алгоритма аукциона. Описаны особенности реализации различных видов алгоритмов аукционов. Приведены условия сопоставительного моделирования между алгоритмом аукциона и венгерским методом, представлены полученные результаты.

Введение. Одним из наиболее сложных этапов вторичной обработки является отождествление принятых отметок с уже сопровождаемыми траекториями. На этом этапе требуется распределить обнаруженные отметки по сопровождаемым траекториям. Для этого каждая траектория предварительно определяет область пространства, в которую могут попасть отметки. Эта область называется стробом. Траектория может принять для обработки отметку только в том случае, если она попала в строб. Каждой попавшей в строб отметке ставится в соответствие свой коэффициент правдоподобия как мера близости ее координат к центру строба. Коэффициенты правдоподобия удобно записывать в матрицу стоимостей, строки которой соответствуют номерам траекторий, а столбцы – номерам отметок. После выявления возможных претендентов на отметки из сопровождаемых траекторий начинается непосредственно распределение отметок по траекториям.

Задача отождествления решается просто, если в строб попадает одна отметка. Все усложняется, когда стробы траекторий перекрываются или в них попадает несколько отметок. Это может быть вызвано различными причинами, например наличием интенсивных дискретных помех (ложных обнаружений).

Известны два подхода распределения попавших в строб отметок: небайесовские и байесовские [1–7]. В байесовских алгоритмах при формировании коэффициента правдоподобия учитываются априорные гипотезы отождествления, в небайесовских – не учитываются. Причем алгоритмы могут быть одношаговыми или многошаговыми. В одношаговых алгоритмах распределение ограничивается одним обзором радиолокационных станций, в многошаговых – правдоподобность гипотез отождествления рассматривается в течение нескольких смежных обзоров. Все алгоритмы отождествления подразумевают или предварительное, или окончательное распределение отметок по траекториям на каждом обзоре.

В случае введения ограничения на возможное отождествление одной траектории только одной отметкой задача отождествления относится к классу задач линейного программирования типа задач распределения ресурсов [7]. Задача распределения ресурсов позволяет раздать по одному ресурсу по возможности каждому потребителю с максимальной суммарной выгодой.

Существует целый ряд методов для решения задачи распределения ресурсов: метод прямого перебора (метод ветвей и границ); венгерский метод; алгоритм аукциона; метод Мака и другие [7]. В некоторых зарубежных источниках [2, 8–10] декларируется преимущество метода аукциона по отношению к другим методам. При этом приводится лишь общее описание алгоритма аукциона без указания тонкостей его реализации, но не представлены убедительные результаты сопоставительного анализа.

Рассмотрим особенности реализации алгоритма аукциона для решения задачи отождествления принятых отметок с уже сопровождаемыми траекториями и проведем сопоставительное моделирование для подтверждения достоинств алгоритма аукциона.

Постановка задачи. Пусть на текущем обзоре в устройстве вторичной обработки радиолокационной информации сопровождается n траекторий; в устройстве обработки принятого сигнала обнаружены m отметок; сформирована матрица стоимостей с размерностью $n \times m$. На пересечении строк и столбцов матрицы стоят коэффициенты правдоподобия c_{ij} ($i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$), пропорциональные взвешенному расстоянию между центром строба i -й траектории и координатой j -й отметки. Если j -я отметка не попала в строб i -й траектории, то $c_{ij} = 0$.

В общем случае $m \neq n$. С каждой траекторией можно отождествить только одну отметку. Решение об отождествлении n траекторий и m отметок записывается в виде матрицы соответствия x [7]. Элементами этой матрицы x_{ij} ($i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$) могут быть нули или единицы, причем

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если на } i\text{-ю отметку назначена } j\text{-я траектория;} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Из всего множества матриц соответствия $x^{\{k\}}$, $k=1,2,\dots,N_x$ требуется найти такую матрицу соответствия $\hat{x}$, чтобы удовлетворялось требование максимизации суммарного коэффициента правдоподобия:

$$\hat{x} = \arg \max_{x^{\{k\}}} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij}^{\{k\}}. \quad (1)$$

Задача отождествления в данной формулировке эквивалентна задаче распределения m ресурсов между n потребителями. Решению задачи $\hat{x}$ распределения соответствует суммарная стоимость ресурсов:

$$\hat{S} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} \hat{x}_{ij}. \quad (2)$$

Чем больше $\hat{S}$, тем эффективней происходит распределение ресурсов. С точки зрения практического применения важным критерием решения задачи распределения является время $\tau_{\text{реш}}$, затрачиваемое на решение [11–14]. Наиболее просто и точно задача распределения ресурсов решается *методом прямого перебора* [11–14], однако у этого метода есть существенный недостаток – число возможных вариантов матриц соответствия N_x может стремиться к бесконечности при m или n более десяти. Применение этого метода на практике связано с большими вычислительными затратами, что приводит к значительному росту $\tau_{\text{реш}}$.

Согласно публикациям в отечественной и зарубежной литературе [11–14] широкое распространение на практике получил *венгерский метод* для решения задачи распределения ресурсов. В качестве одной из альтернатив венгерскому рассматривается *метод аукциона*. В публикациях [2, 8–10] утверждается о преимуществах этого метода по отношению к другим. Однако убедительных сопоставительных результатов в источниках не приводится. Кроме того, в открытых источниках приводятся лишь принципы, положенные в основу алгоритма аукциона, что вызывает затруднения при его практическом использовании.

Рассмотрим особенности реализации алгоритма аукциона для задачи распределения ресурсов, проведем сравнение показателей качества распределения ресурсов по результатам работы венгерского алгоритма, прямого перебора возможных вариантов распределения и алгоритма аукциона.

Алгоритм аукциона – это интуитивный метод решения классической задачи распределения ресурсов. Алгоритм хорошо подходит для параллельного вычисления [8], что обусловило его широкое применение на практике. Впервые алгоритм был предложен Кастаньоном в 1979 году. Существует несколько вариантов аукциона: прямой аукцион, обратный и комбинированный (комбинация прямого и обратного).

Прямой аукцион. Чтобы развить интуитивное понимание алгоритма аукциона, полезно представить экономическую задачу о распределении ресурсов в процессе торгов.

На рисунке 1, а показана блок-схема алгоритма прямого аукциона. Рассмотрим возможность распределения m ресурсов с n потребителями. Считается, что потребители борются за ресурсы. Максимальная цена, которую готов заплатить i -й потребитель за j -й ресурс, равна c_{ij} . До проведения аукциона цена всех ресурсов устанавливается равной нулю: $p_j = 0$ ($j=1,2,\dots,m$).

Каждый потребитель стремится получить «важный» для него ресурс, обладающий максимальным значением c_{ij} . Конкуренция на торгах приводит к необходимости рассмотрения всех возможных вариантов покупки ресурсов каждым потребителем. У потребителя возникает противоречие: с одной стороны, потребитель будет стараться поднять текущую цену этого ресурса p_j до величины, которую не смогут заплатить другие потребители; с другой – потребителю выгодна низкая цена ресурса.

Для разрешения противоречия i -й потребитель на торгах пользуется следующей стратегией:

1) проводит анализ своих возможностей покупки ресурсов (рис. 1, а, блок 1). Он определяет разницу между максимальной предполагаемой c_{ij} и текущей p_j ценой j -го ресурса $c_{ij} - p_j$ ($j=1,2,\dots,m$). Тем самым расставляются индивидуальные предпочтения на покупку ресурсов;

2) определяется ставка γ_i (рис. 1, а, блок 2), на которую он готов поднять текущую цену на «важный» для него ресурс. Ставка рассчитывается как разница между первым $v_i = \max\{a_{ij} - p_j\}$ и вторым $w_i = \max_{j \neq j_i} \{a_{ij} - p_j\}$ предпочтительными ресурсами: $\gamma_i = v_i - w_i$;

3) аукцион выбирает максимальную ставку для одного ресурса $\max \gamma_i$ и увеличивает на нее текущую цену: $p_j = p_j + \max \gamma_i$ (рис. 1, а, блок 3). Одновременно с этим i -й потребитель с максимальной ставкой $\max \gamma_i$ считается предварительно назначенным на j -й ресурс (главным претендентом на j -й ресурс). Это решение аукциона записывается в матрицу соответствия x как $x_{ij}=1$ на пересечении i -й строки и j -го столбца;

4) торги продолжаются до тех пор, пока всем потребителям в соответствии не назначены ресурсы (рис. 1, а, блок 4). В общем случае число итераций аукциона (торгов) может быть значительным. Одним из главных условий аукциона является то, что цены на ресурсы должны подниматься после каждой итерации торгов. Необходимо заметить, что стратегия поднятия ставок на ресурсы i -м потребителем должна учитывать возможный одинаковый интерес к нескольким ресурсам сразу. Признаком этого будет условие: $\gamma_i = 0$. Если одинаковый интерес возник с начала аукциона (с первой итерации торгов), аукциону предлагается ставка за ресурс с меньшим номером j . Если одинаковый интерес к ресурсам возник в процессе торгов, в качестве приоритетного ресурса считается предварительно назначенный на предыдущей итерации торгов (за него предлагается нулевая ставка).

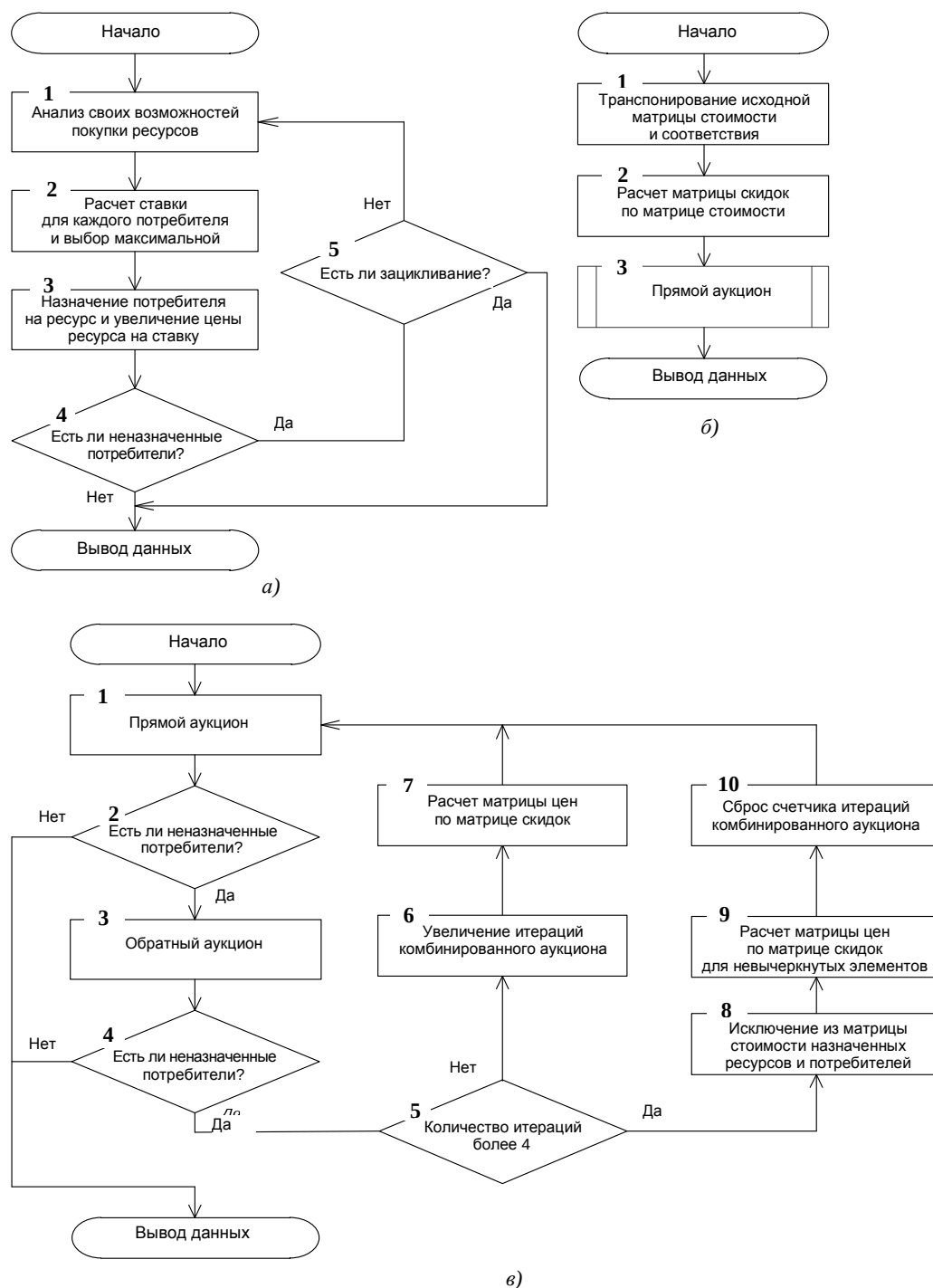


Рис. 1. Блок-схемы алгоритмов аукциона:
а – прямого аукциона; б – обратного аукциона; в – комбинированного аукциона

С точки зрения аукциона могут возникнуть две исключительные ситуации:

1) когда несколько потребителей борются за равноинтересные им ресурсы, при этом ставки потребителей за один и тот же ресурс равны нулю: $\max \gamma_i = 0$. Это приводит к так называемому явлению «застоя» цен, т.е. от итерации к итерации торгов цена на ресурс не увеличивается, что противоречит главному правилу аукциона;

2) когда два и более потребителей заинтересованы в одном ресурсе, но никто не хочет уступать, при этом окончательное распределение ресурсов невозможно. Такая ситуация проявляется в виде затягивания торгов на неопределенное время (число итераций торгов неограниченно растет) и называется «зацикливанием» аукциона. Признаком такой ситуации является периодическое повторение одного и того же результата назначения.

Для исключения явления «застоя» в алгоритм аукциона вводится коэффициент неустойчивости ε . Он предоставляет право аукциону поднимать ставку потребителей на величину ε на каждой итерации торгов. Таким образом, каждый потребитель формирует ставку по правилу: $\gamma_i = v_i - \omega_i + \varepsilon$. В таком случае ресурс получит тот потребитель, который первым поднимет ставку.

При возникновении «зацикливания» аукцион вынужден отказаться от дальнейших торгов. В этом случае имеет смысл остановить торги в момент максимального числа пар распределения ресурсов и потребителей. При этом необходимо учитывать, что ряд потребителей останутся без ресурсов, т.е. задача распределения не может считаться решенной.

Важной задачей при проведении аукциона является определение факта «зацикливания». Для этого применяется соответствующий алгоритм (рис. 1, а, блок 5). После каждой k -й итерации торгов на вход алгоритма поступает число N_k^{n-p} распределившихся пар потребитель – ресурс. Алгоритм подразумевает наличие сдвигающегося буфера. Размер буфера L_B определяется максимально возможной длиной повторяющейся последовательности $L_n : L_B = 2L_n$. Из практических соображений L_n выбирают не более 6. Очередное число N_k^{n-p} записывается в конец буфера, а из начала удаляется число пар, соответствующее номеру итерации $k - L_B$. После добавления числа N_k^{n-p} осуществляется поиск повторяющихся последовательностей длительностью от 2 до L_n . Одновременно производится выявление максимального числа пар потребитель – ресурс $N_{\max}^{n-p}$.

В случае выявления повторяющейся последовательности алгоритм дожидается итерации аукциона, на которой выполнится условие: $N_k^{n-p} = N_{\max}^{n-p}$, и сообщает аукциону об обнаружении «зацикливания». После получения сообщения об обнаружении «зацикливания» торги прекращаются.

Обратный аукцион. В отличие от прямого, в обратном аукционе ресурсы борются за потребителей, предлагая на себя скидки π_j ($j = 1, 2, \dots, m$). Это приводит к снижению себестоимости ресурсов и делает их привлекательнее для потребителей.

Таким образом, прибыль играет для потребителей аналогичную роль, как и цены для ресурсов.

Действия прямого аукциона идентичны обратному, только потребители и ресурсы меняются местами. Обратный аукцион можно реализовать через алгоритм прямого (см. рис. 1, б). Для реализации обратного аукциона требуется:

1) транспонировать матрицы стоимости $\mathbf{c} = \mathbf{c}^T$ ($c_{ji} = c_{ij}$) и соответствия $\mathbf{x} = \mathbf{x}^T$ ($x_{ji} = x_{ij}$), чтобы строки соответствовали ресурсам (нумерация строк $j = 1, 2, \dots, m$), а столбцы – потребителям (нумерация столбцов $i = 1, 2, \dots, n$) (рис. 1, б, блок 1);

2) пересчитать текущие цены p_j ($j = 1, 2, \dots, m$) в скидки π_j ($j = 1, 2, \dots, m$) как $\pi_j = c_{ji} - p_j$ для всех товаров, у которых произошло назначение $x_{ji} = 1$ (см. рис. 1, б, блок 2);

3) по преобразованным данным провести прямой аукцион, считая скидки начальной ценой (рис. 1, б, блок 3).

Комбинированный аукцион. На рисунке 1, в представлена блок-схема комбинированного аукциона. В данном алгоритме одна итерация подразумевает последовательное выполнение прямого и обратного аукционов (см. рис. 1, в, блоки 1, 2, 3, 4). В случае распределения ресурсов по всем потребителям после прямого или обратного аукциона комбинированный аукцион завершается. При переходе от обратного аукциона к прямому, необходимо пересчитать вектор скидок в вектор цен по следующему правилу: $p_j = c_{ij} - \pi_j$ – для всех товаров, у которых произошло назначение $x_{ji} = 1$ (см. рис. 1, в, блок 7). Целесообразно выполнять не более четырех итераций комбинированного аукциона. Если за четыре итерации комбинированного аукциона не произошло назначения, то необходимо ввести ограничения на назначения (на так называемые «недопустимые сделки») (см. рис. 1, в, блок 8). В этом случае из задачи распределения убираются (вычеркиваются) пары потребитель – ресурс решение, по которым было принято решение

о назначении ($x_{ji} = 1$). После вычеркивания комбинированный аукцион начинается заново с невычеркнутыми потребителями и ресурсами, пока не произойдет распределение ресурсов по всем потребителям.

4. Математическое моделирование

Для проверки работоспособности алгоритма комбинированного аукциона и анализа показателей качества распределения, а также сопоставления их с показателями качества алгоритма прямого перебора и венгерского метода был разработан комплекс математического моделирования.

Для каждого опыта с номером k_i комплекс позволяет: сформировать исходную матрицу стоимости размерностью $n \times m$ со случайными значениями элементов; подать сформированную матрицу для распределения на вход алгоритма комбинированного аукциона, венгерского метода и алгоритма прямого перебора; сохранить результаты и показатели качества распределения отдельно для каждого алгоритма.

Показателями качества для k_i опыта считались минимальное время решения $\tau_{\text{реш}}(k_i)$ задачи распределения и суммарная стоимость ресурсов $\hat{S}(k_i)$. Кроме этого комплекс позволяет проводить опыты распределения многократно $k_i = 1, 2, \dots, N_{\text{опыт}}$, одновременно определяя суммарное значение времени на принятие $\tau_{\text{реш}\Sigma} = \sum_{k_i=1}^{N_{\text{опыт}}} \tau_{\text{реш}}(k_i)$ и результирующую стоимость ресурсов $\hat{S}_{\text{реш}\Sigma} = \sum_{k_i=1}^{N_{\text{опыт}}} \hat{S}(k_i)$.

При моделировании подтвердилось свойство алгоритма прямого перебора: рост в геометрической прогрессии $\tau_{\text{реш}\Sigma}$ при увеличении размерности матрицы стоимости; обеспечение максимально возможного значения $\hat{S}_{\text{реш}\Sigma}$, что соответствует оптимальному распределению ресурсов по потребителям.

Венгерский метод и алгоритм комбинированного аукциона позволяют значительно снизить $\tau_{\text{реш}\Sigma}$ по сравнению с методом прямого перебора, но при этом результирующие стоимости для распределения венгерским методом $\hat{S}_{\text{реш}\Sigma}^6$ и комбинированным аукционом $\hat{S}_{\text{реш}\Sigma}^a$ будут меньше или равны $\hat{S}_{\text{реш}\Sigma}^{nn}$, полученной прямым перебором.

На рисунке 2 показаны результаты сопоставления $\hat{S}_{\text{реш}\Sigma}$ венгерского метода $\hat{S}_{\text{реш}\Sigma}^6$ и комбинированного аукциона $\hat{S}_{\text{реш}\Sigma}^a$ с $\hat{S}_{\text{реш}\Sigma}^{nn}$, полученной прямым перебором. За 100 % брался результат $\hat{S}_{\text{реш}\Sigma}^{nn}$. Число опытов сопоставления результатов распределения $N_{\text{опыт}} = 200$ для каждой из матриц стоимости размерностью 5×5 , 8×8 , 5×8 и 8×5 . Исследования показали, что точность $\hat{S}_{\text{реш}\Sigma}^a$ и $\hat{S}_{\text{реш}\Sigma}^6$ методов более 93 %. Когда размерность матрицы стоимости $n \geq m$, венгерский метод решает задачу распределения точнее ($\hat{S}_{\text{реш}\Sigma}^a \leq \hat{S}_{\text{реш}\Sigma}^6$). Но в случае, когда $n < m$, наблюдается обратная закономерность.

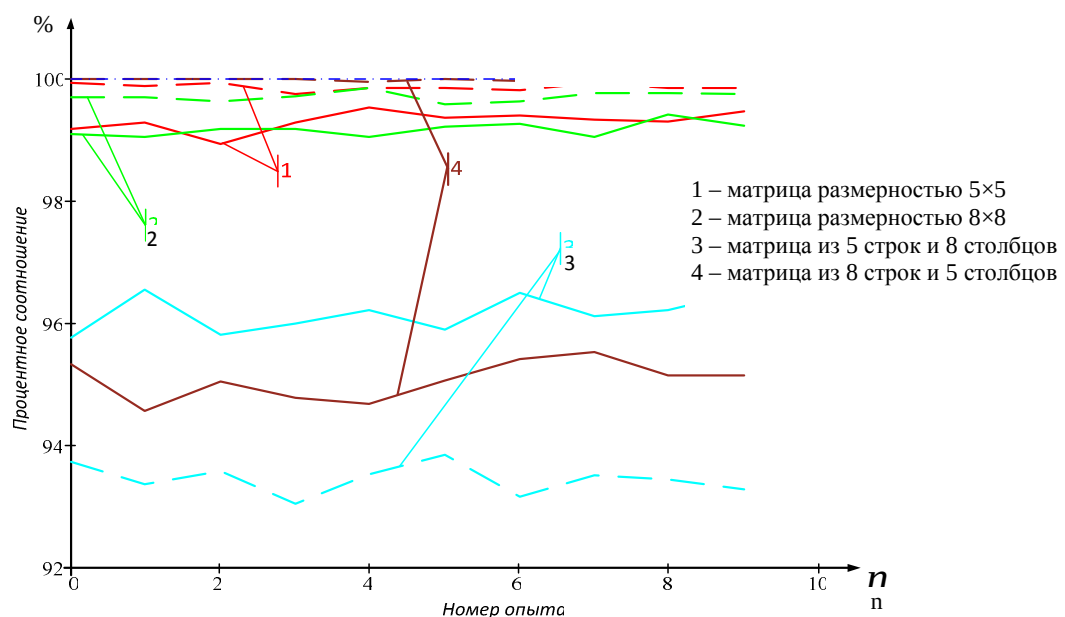


Рис. 2. Зависимость эффективности от номера опыта:

— метод прямого перебора; — венгерский метод; — метод комбинированного аукциона

На рисунке 3 показано, как изменяются $\tau_{\text{реш}\Sigma}$ и $\hat{S}_{\text{реш}\Sigma}$ при увеличении n или m .

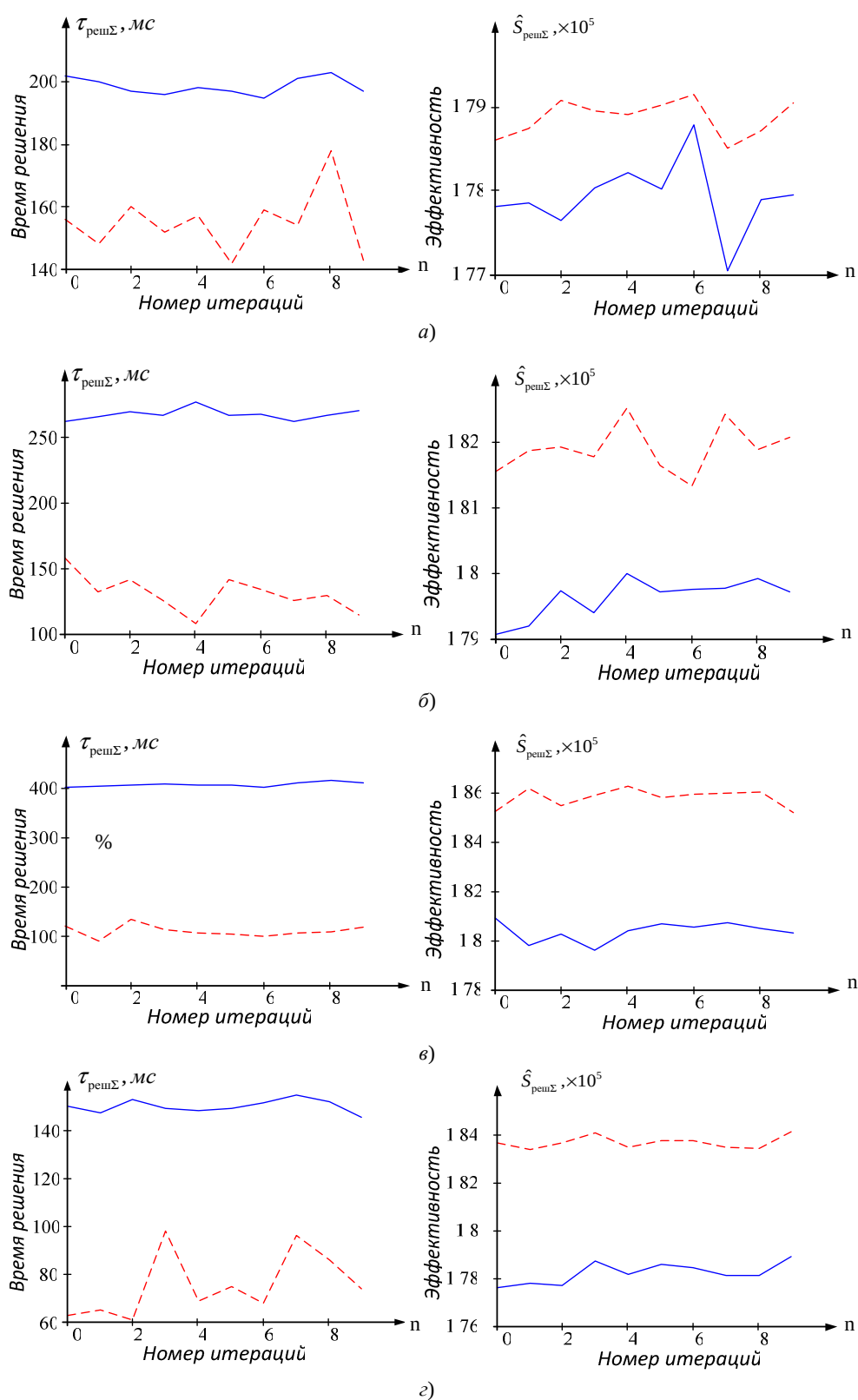


Рис. 3. Зависимость времени выполнения и эффективности от номера опыта:
 а – размерность матрицы 10×10; б – размерность матрицы 25×25;
 в – размерность матрицы 20×10; г – размерность матрицы 35×15

(окончание рисунка 3 см. с. 101)

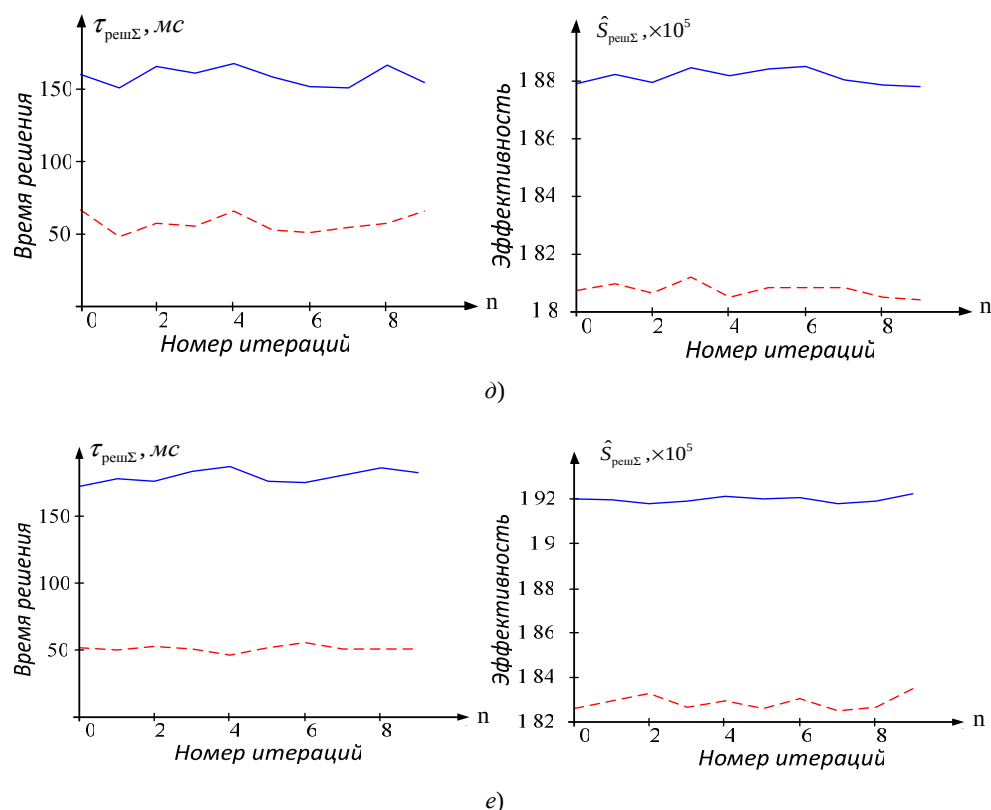


Рис. 3 (окончание). Зависимость времени выполнения и эффективности от номера опыта:
д – размерность матрицы 10×20 ; е – размерность матрицы 15×35

Число опытов сопоставления результатов распределения $N_{\text{опыт}} = 200$ для каждой из матриц стоимости следующей размерности: 10×10 (рис. 3, а); 25×25 (рис. 3, б); 20×10 (рис. 3, в); 35×15 (рис. 3, г); 10×20 (рис. 3, д); 15×35 (рис. 3, е).

Прерывистой линией на рисунке 3 отображаются результаты моделирования венгерского метода, сплошной – комбинированного аукциона.

Моделирование показало, что при увеличении n или m комбинированный аукцион решает задачу быстрее венгерского метода примерно в 2–3 раза.

Заключение. Особенностью реализации алгоритма комбинированного аукциона является применение последовательного сочетания прямого и обратного аукционов на одной итерации. Общее число итераций не должно превышать четырех. В случае возникновения исключительных ситуаций требуется предусмотреть механизм выведения пар потребитель-ресурс из аукциона.

Описанный алгоритм комбинированного аукциона можно применять без изменений для решения задачи отождествления принятых отметок с уже сопровождаемыми траекториями на этапе вторичной обработки радиолокационной информации. При этом траектории выступают в качестве потребителей, а отметки – в качестве ресурсов.

Аукцион получил широкое распространение для решения задач распределения ресурсов с неравным числом потребителей и ресурсов, его эффективность сопоставима с венгерским методом, при этом время, затрачиваемое на решение аналогичной задачи, в 2–3 раза меньше.

Одним из главных достоинств метода аукциона является возможность распараллеливания вычислений, что приводит к выигрышу во времени выполнения задач на 1 или 2 порядка по сравнению с венгерским методом [8].

ЛИТЕРАТУРА

1. Фарина, А. Цифровая обработка радиолокационной информации. Сопровождение целей / А. Фарина, Ф. Студер; пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1993.
2. Blackman, S. Design and analysis of modern tracking systems / S. Blackman, R. Popoli. – Boston, London: Artech House, 1999.

3. Bar-Shalom, Y. Multitarget Multisensor Tracking: Principles and Techniques / Y. Bar-Shalom, Xibo Rong Li // YBS Publishing, 1995.
4. Кузьмин, С.З. Цифровая радиолокация. Введение в теорию / С.З. Кузьмин. – Киев: Изд-во КвИЦ, 2000. – 428 с.
5. Кузьмин, С.З. Основы теории цифровой обработки радиолокационной информации. Сопровождение целей / С.З. Кузьмин. – М., 1974.
6. Цифровая обработка радиолокационной информации при сопровождении целей / Бочкарев А.М. [и др.] // Зарубежная радиоэлектроника. – 1991. – № 3. – С. 3–22.
7. Радиоэлектронные системы. Основы построения и теория: справочник / Я.Д. Ширман [и др.]. – 2-е изд. перераб. и доп.; под ред. Я.Д. Ширмана. – М., 2007.
8. Bertsekas, D.P. Auction algorithms for network flow problems: a tutorial introduction / D.P. Bertsekas // Computational optimization, 1992.
9. Castanon, D.A. Reverse auction algorithms for assignment problems / D.A. Castanon // DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science, 1992.
10. Bertsekas, D.P. A Distributed Algorithm for the Assignment Problem / D.P. Bertsekas // Lab. for Information and Decision Systems Working Paper, M.I.T., March, 1979.
11. Матряшин, Н.П. Математическое программирование / Н.П. Матряшин, В.К. Макеева. Харьков: Вища школа, 1978. – 160 с.
12. Вагнер, Г. Основы исследования операций / Г. Вагнер; пер. с англ. Т. 1, 2. – М.: Мир, 1972.
13. Романик, М.И. Элементы линейной алгебры и линейного программирования / М.И. Романик. – М.: Высш. шк., 1963.
14. Юдин, Д.Б. Задачи и методы линейного программирования / Д.Б. Юдин, Е.Г. Гольштэйн. – М.: Сов. радио, 1961.

Поступила 09.01.2014

**THE PECULIARITIES OF AUCTION ALGORITHM APPLICATION
FOR THE SOLUTION OF IDENTIFICATION TASK AT THE STAGE
OF SECONDARY TREATMENT OF RADIOLOCATING INFORMATION**

A. SOLONAR, A. MIKHALKOVSKI

The solution of the identification task of the adopted marks with already accompanied paths is examined with the help of the auction algorithm. The peculiarity of implementation of different types of auction algorithms is described. The terms of the contrastive modeling between auction algorithm and Hungarian method are given, their results are presented.

ФИЗИКА

УДК 537.533; 621.384

О МЕХАНИЗМЕ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ПЛАЗМЕ ПРИ ЭМИССИИ ЭЛЕКТРОНОВ

*д-р техн. наук, проф. В.А. ГРУЗДЕВ;
канд. физ.-мат. наук, доц. В.Г. ЗАЛЕСКИЙ
(Полоцкий государственный университет)*

На основе известной теории предслож, формируемого между невозмущенной плазмой и пристеночным ионным слоем, предложена модель возникновения слабого электрического поля, обусловленного эмиссией электронов из плазмы. Для формирования такого поля, как показано в работе, необходимо создавать условия для ограничения подвижности плазменных электронов в магнитном поле, что реализуется в большинстве конструкций разрядных структур плазменных источников электронов.

Введение. Расширение сферы применения плазменных источников электронов требует развития теоретических основ, определяющих принципы формирования эмиссионного тока и обеспечения его стабильности. В рамках существующей в настоящее время теории считается, что эмиссия электронов осуществляется плазменной поверхностью, а параметры плазмы не зависят от величины тока эмиссии, что соответствует теории зонда в плазме. Такая ситуация соответствует действительности при ограниченных эффективностях извлечения (отношение тока эмиссии к току разряда), как правило, не превышающих 30 % [1; 2]. При конструировании эффективных источников с более высокой эффективностью возникают проблемы со стабильностью горения разряда [3] или с неустойчивостью эмиссии по другим причинам [4], которые можно рассматривать как появления положительных обратных связей между током эмиссии и параметрами разряда. Поэтому важным является поиск механизмов возникновения таких обратных связей, обеспечивающих возмущение плазмы при эмиссии электронов. В ряде работ экспериментально показана возможность формирования слабого электрического поля в плазме, не нарушающего ее квазинейтральность, но способствующего дрейфу плазменных электронов в область эмиссии. Теоретически возможность формирования таких полей в плазме не обсуждалась. Однако возможность существования в плазме слабых полей рассматривалась в рамках теории предслож, ускоряющего ионы из плазмы в приэлектродный слой для выполнения условия непрерывности токов и закона сохранения энергии.

В данной работе в рамках классической теории предслож [5], формирующегося между приэлектродным слоем и невозмущенной плазмой, покажем возможность формирования поля в плазме, ускоряющего электроны в область эмиссии.

Физико-математическая модель эмитирующей плазмы. Для построения физико-математической модели возмущения плазмы будем считать, что выполняются следующие положения:

- магнитное поле в плазме отсутствует или его влиянием можно в первом приближении пренебречь;
- приэлектродные слои являются бесстолкновительными;
- прианодный слой характеризуется отрицательным падением потенциала;
- рекомбинацией зарядов в объеме при достигаемой степени ионизации газоразрядной плазмы (< 10 %) можно пренебречь;
- плазма состоит из однозарядных ионов, электронов и нейтральных частиц.

Как следует из теории существования электродных слоев [6], для устойчивого существования слоя необходимо, чтобы ионы входили в него с энергией не меньше, чем $\sim kT_e/2$, которую они набирают в предслож, тормозящем электроны [6].

Для определения распределения потенциала в слое запишем:

- систему уравнений с учётом безразмерных величин (энергии, потенциала, концентрации и координаты соответственно) [6]:

$$y = \frac{mv_z^2}{2kT_e}; \quad \chi = -\frac{e\phi}{kT_e}; \quad N_{e,i} = \frac{n_{e,i}}{n_0};$$

$$\xi = \frac{z}{\lambda_D}; \quad \lambda_D = \left(\frac{\epsilon_0 kT_e}{n_0 e^2} \right)^{1/2};$$
(1)

- уравнение Пуассона

$$-\frac{d^2\chi}{d\xi^2} = N_i - N_e; \quad (2)$$

- закон сохранения энергии ионов в слое

$$y = y_0 - \chi; \quad (3)$$

- распределение концентрации электронов в слое

$$- N_e = \exp(\chi); \quad (4)$$

- уравнение непрерывности для ионов на границе слоя

$$N_i y^{1/2} = y_0^{1/2}, \quad (5)$$

где y_0 – энергия на границе слоя; $y_0 \geq 0,5$; $n_{e,i}$ и n_0 – концентрация электронов, ионов и невозмущённой плазмы соответственно.

Система уравнений (2)–(5) преобразуется к виду:

$$N_i = \left(1 - \chi/y_0\right)^{-1/2}; \quad \frac{d^2\chi}{d\xi^2} = -\left(1 - \chi/y_0\right)^{-1/2} + \exp(\chi). \quad (6)$$

Граничным условием при $\xi = \xi_{ca}$ для уравнения (6) будет $\left.\frac{d\chi}{d\xi}\right|_{\xi_{ca}} = \chi'_0$, т.е. в плазме (предслое) существует электрическое поле с некоторой напряжённостью (χ'_0) и потенциалом на границе слоя $\chi|_{\xi_{ca}} = \chi_0$.

Умножив (6) на χ' , после однократного интегрирования получаем

$$\left(\frac{d\chi}{d\xi}\right)^2 - (\chi'_0)^2 = 4y_0 \left[\left(1 + \frac{\chi}{y_0}\right)^{1/2} - \left(1 + \frac{\chi_0}{y_0}\right)^{1/2} \right] + 2[\exp(\chi) - \exp(\chi_0)]. \quad (7)$$

Второе интегрирование может быть выполнено численно при условии $\chi|_{\xi=0} = \chi_a$, где $\chi_a = e\phi_{em}/(kT_e)$, ϕ_{em} – разность потенциалов между плазмой и эмиттерным электродом. В уравнение (7) входят величины χ_0 и χ'_0 , которые определяются электрическим полем, возникающим в плазме (предслое). Распределение потенциала в предслое можно определить исходя из следующих соображений. Во-первых, в предслое, в отличие от слоя, выполняется условие квазинейтральности $n_e \approx n_i$. Во-вторых, предслою нельзя в общем случае считать бесстолкновительным, поскольку его протяжённость определяется некоторой характеристической длиной $L \gg \lambda_D$, где L может соответствовать длине свободного пробега ионов для столкновительного предслоя либо ионизационной длине для предслоя с ионизацией.

Запишем закон сохранения энергии ионов в предслое, пренебрегая начальной (тепловой) энергией ионов в невозмущённой плазме:

$$\Delta\left(\frac{mv_z^2}{2}\right) + e\Delta\phi = A, \quad (8)$$

где $A = F_c dz$ – работа силы трения, а сила трения F_c – определяется потерями импульса ионами при столкновении и рождении ионов вследствие ионизации. Согласно [6] $F_c = -m_i v_z \left(\frac{v_z}{\lambda_i} + \frac{\sigma_i}{n_i} \right)$.

Вводя новую координату $\zeta = z/L$ с учётом обозначений (1) получаем:

$$\frac{dy}{d\zeta} + \frac{d\chi}{d\zeta} = -2y \left(\frac{L}{\lambda_i} + \frac{L\sigma_i}{n_i} \left(\frac{m_i}{2kT_e} \right)^{1/2} \frac{1}{\sqrt{y}} \right), \quad (9)$$

где λ_i – длина пробега ионов; L – характеристическая длина предслоя; σ_i/N_i – увеличение числа ионов вследствие ионизации газа.

Распределение потенциала χ в предслое можно оценить, если предположить, что поток электронов в предслое остаётся тепловым, но концентрация электронов падает согласно распределению Больцмана, т.е.

$$j_e = \frac{1}{4} e n_e v_T = \frac{1}{4} e v_T n_0 \exp\left(-\frac{e\phi}{kT_e}\right). \quad (10)$$

Воспользовавшись уравнением непрерывности для электронов $\text{div } j_e = \sigma_e$. Получаем уравнение для потенциала в предслое:

$$-\frac{1}{4} e v_T n_0 \exp(\chi) \frac{d\chi}{d\zeta} = \sigma_e L, \text{ или } \exp(\chi) \frac{d\chi}{d\zeta} = -\frac{4\sigma_e L}{n_0 v_T}. \quad (11)$$

Решая (11) с граничным условием $\chi|_{\zeta \rightarrow 1} = 0$ получаем выражение:

$$\chi = -\ln\left[1 + \frac{4\sigma_e L}{e n_0 v_T} (\zeta - 1)\right]. \quad (12)$$

С учётом (12) из уравнения (9) получаем уравнение для определения энергии ионов в предслое

$$\frac{dy}{d\zeta} + 2y \left[q + \frac{s_i}{\sqrt{y}} (1 + s_e (\zeta - 1)) \right] = \frac{s_e}{1 + s_e (\zeta - 1)}, \quad (13)$$

с граничным условием $y|_{\zeta \rightarrow 1} = 0$, где $s_i = \frac{\sigma_i L}{n_0} \left(\frac{m_i}{2kT_e} \right)^{1/2}$, $s_e = \frac{4\sigma_e L}{n_0 v_T}$, $q = \frac{L}{\lambda_i}$.

Уравнение (13) получено в предположении, что число генерируемых электронов σ_e и ионов σ_i пропорционально концентрации невозмущённой плазмы n_0 . Если же σ_e и σ_i пропорциональны n_e и n_i , в условиях квазинейтральности (7) трансформируется в выражение:

$$\chi = \frac{4\sigma_e L}{N_0 v_T} (\zeta - 1), \quad (14)$$

а уравнение (13) принимает вид

$$\frac{dy}{d\zeta} + 2y \left[q + \frac{s_i}{\sqrt{y}} \exp(s_e (\zeta - 1)) \right] = s_e. \quad (15)$$

Решение уравнений (13) или (15) может быть получено численным интегрированием. Как показывают расчёты, качественно решения уравнений (13) и (15) не отличаются.

На рисунке 1 представлены решения, полученные при вариации постоянных s_e , s_i , q , входящих в уравнение (13).

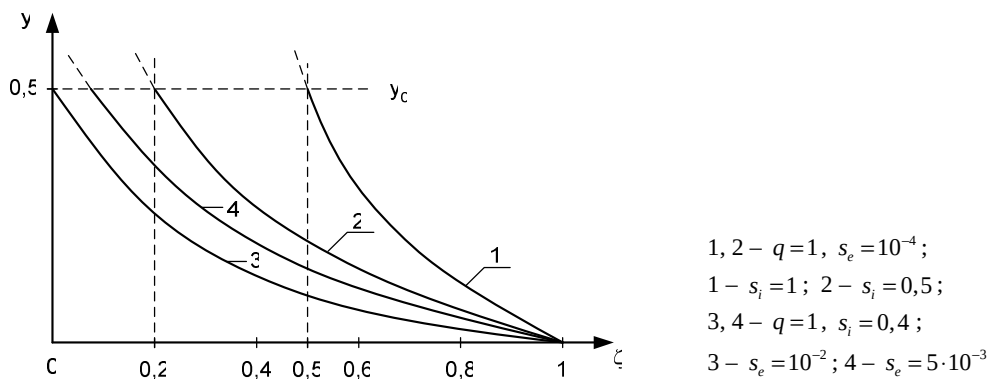


Рис. 1. Зависимость безразмерной энергии, набираемой ионами в предслое, от безразмерной координаты для различных параметров предслоя

Поскольку для формирования слоя с отрицательным падением потенциала достаточно, чтобы энергия ионов была равна $y_0 = 0,5$, то пересечения соответствующих графиков функций $y(\zeta)$ и y_0 определяют положение границы «слой – предслой». Для этого положения в соответствии с выражением (12) или (14) можно определить неизвестные величины $\chi_0 = \chi(\xi_{cl})$ и $\chi'_0 = \chi'(\xi_{cl})$. Если условия в плазме не изменяются, то положение границы «слой – предслой» (плазма) не изменяется.

Необходимо отметить, что для построения зависимости $\chi(\xi)$ в предслое и слое с учётом сшивки обоих решений ((7) с (13) или (15)) требуется согласовать координаты. Поскольку $\xi = z/\lambda_D$, а $\zeta = z/L$, то при $\zeta = \zeta_{cl} = z_{cl}/L$ получаем $\xi_{cl} = L \zeta_{cl}/\lambda_D$.

Предположенный подход является качественной оценкой распределения потенциала в слое и квазинейтральном предслое, и позволяет в достаточной мере прояснить механизм извлечения электронов из плазмы, обеспечивающий не только рост эмиссионного тока на извлекающий электрод (в эмиссионный канал), но и адекватный отклик всей газоразрядной плазмы на извлечение доли электронов.

На рисунке 2 представлены согласованные распределения потенциала в слое и в предслое для различных значений потенциала анода при отрицательном анодном падении.

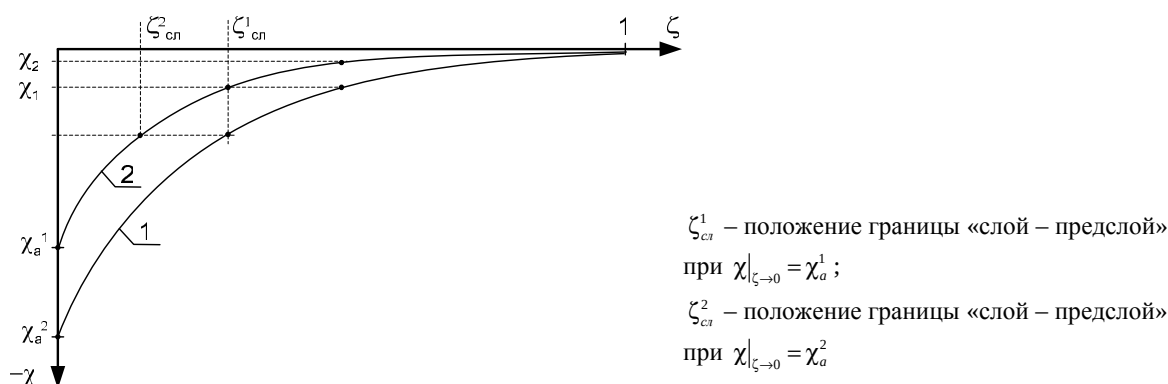


Рис. 2. Распределения безразмерного потенциала в слое и предслое

Данная ситуация на практике может быть реализована в слабозамагниченной плазме, когда магнитное поле имеет направление, совпадающее с направлением извлечения электронов. В этом случае извлечение электронов осуществляется главным образом из объёма, соответствующего цилиндру с площадью основания, равной площади эмиссионного канала, и длиной L_{pl} (где L_{pl} – характеристический размер плазмы или длина пробега электронов).

На рисунке 2 представлены два распределения потенциала в предслое: кривая 2 соответствует распределению вдоль оси эмиссионного канала; кривая 1 – вдоль любой оси вне эмиссионного канала, но параллельной оси выбранной ранее. Вследствие суперпозиции поля в слое и поля ускоряющего электрода $\chi_a^2 < \chi_a^1$ их отличие составляет величину порядка $eDU_{ac}/(kT_e)$ (где D – электрическая проницаемость эмиссионного канала [7]), обусловленную проникновением ускоряющего поля в канал. С увеличением потенциала извлекающего электрода уменьшается протяжённость слоя и смещается положение границы «слой – предслой». При этом на некоторой координате ζ в квазинейтральной плазме (предслое) формируется электрическое поле между областями невозмущённой плазмы и областью, сопряжённой с областью извлечения при условии, что $\lambda_e > L_{pl}$, т.е. для электронов реализуется кнудсеновский режим. Действительно, согласно рисунку 2 на координате ζ возникает разность потенциалов, по оценкам порядка kT_e/e :

$$\chi_2 - \chi_1 = \Delta\chi = \ln \frac{1 + s_e(\zeta - 1)}{1 + s_e(\zeta - 1 + \zeta_{cl}^2 - \zeta_{cl}^1)^2}. \quad (16)$$

В формирующемся электрическом поле плазменные электроны приобретают радиальную компоненту скорости, обеспечивающую движение электронов из области невозмущённой плазмы в область отбора. Это означает, что даже при отборе с закрытой плазменной границы возмущение плазмы захватывает значительный объём плазмы с характерным размером L . В результате параметры газового разряда, такие как концентрация и потенциал плазмы, а также падение потенциала в прианодном слое, оказыва-

ются зависимыми от эффективности извлечения плазменных электронов. Формирование такого градиента потенциала $\Delta\chi$ фактически приводит к увеличению эффективной площади эмитирующей поверхности. Если ограничить размер области, для которой возможен режим извлечения электронов вдоль линий магнитного поля, можно обеспечить ограничение роста эффективности извлечения электронов. Данный способ реализован в газоразрядной структуре плазменного источника электронов [9]. В такой структуре отбор электронов осуществляется из некоторого цилиндрического объёма с площадью основания, соответствующей площади эмиттерного электрода, и высотой L , ограниченной расстоянием между эмиттерным электродом и внутренним катодом. Уменьшение потенциального барьера вблизи эмиттерного электрода приводит к полному извлечению из данной области, дальнейшее извлечение возможно только за счёт дрейфа электронов через боковые поверхности вследствие столкновений с частицами газа и дополнительным дрейфом из области невозмущённой плазмы в поле с разностью потенциалов $\Delta\chi$.

Закключение. Извлечение электронов в слабозамагниченной плазме может приводить к возникновению в плазме локальных электрических полей, которые будут способствовать извлечению электронов за счёт дополнительного их дрейфа из объёма невозмущённой плазмы в область отбора, а также может способствовать накоплению у плазменных электронов дополнительной энергии и увеличению ионизирующей способности плазменных электронов, и как следствие, обуславливать возмущение параметров эмитирующей плазмы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Окс, Е.М. Источники электронов с плазменным катодом / Е.М. Окс. – Томск: НТЛ, 2005. – 216 с.
2. Плазменные эмиссионные системы с ненакаливаемыми катодами для ионно-плазменных технологий / В.Т. Барченко [и др.]; под общ. ред. В.Т. Барченко. – СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2011. – 220 с.
3. Метель, А.С. Расширение рабочего диапазона давлений тлеющего разряда с полым катодом / А.С. Метель // Журнал технической физики. – 1984. – Т. 54, № 2. – С. 241–247.
4. Gruzdev, V.A. Gas discharge plasma disturbance by electron extraction / V.A. Gruzdev, V.G. Zaleski, D.A. Antonovich // Proc. V Intern. Conf. on Plasma Physics and Plasma Technology, Minsk, Belarus, September 18–22 2006. – Minsk, 2006. – Vol. I. – P. 154–157.
5. Riemann K.-U. The Bohm criterion and sheath formation / K.-U. Riemann // J. Phys.D. – 1991. – Vol. 24. – P. 493–518.
6. Chen, Francis F. Introduction to plasma physics and controlled fusion. – second ed. / Francis F. Chen. – New York and London: Plenum Press, 1984. – Vol. 1: Plasma Physics. – 398 p.
7. Царев, Б.М. Расчет и конструирование электронных ламп / Б.М. Царев. – М.: Энергия, 1967. – 671 с.
8. Universal plasma electron source / V.A. Grusdev [et al.] // Vacuum (UK) 77 2005. – P. 399–405.

Поступила 05.02.2014

ABOUT THE MECHANISM OF OCCURRENCE OF ELECTRIC FIELD IN PLASMA AT ELECTRON EMISSION

V. GRUZDEV, V. ZALESSKI

On the basis of the known theory of the prelayer formed between not indignant plasma and nearwall ion layer, the model of occurrence of the weak electric field caused by electron emission from plasma is offered. It is shown, that for formation of such field it is necessary to create conditions for restriction of mobility plasma electrons in a magnetic field that is realised in the majority of designs of digit structures of plasma electron sources.

УДК 533.9.07

ПЛАЗМЕННЫЙ ИСТОЧНИК БЫСТРЫХ НЕЙТРАЛОВ С ПОНИЖЕННЫМ РАБОЧИМ ДАВЛЕНИЕМ

канд. техн. наук, доц. В.Т. БАРЧЕНКО, Н.А. БАБИНОВ

(Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»)

Рассматривается создание плазменного источника быстрых нейтральных частиц, способного работать в условиях пониженного давления в технологической камере. Задача снижения рабочего давления источника быстрых нейтралов, являясь важной для повышения качества формируемых поверхностей и структур, требует решения двух проблем: снижения минимального давления горения газового разряда и обеспечения эффективной нейтрализации ускоренных ионов и получения пучка быстрых нейтралов. Авторами изучены обе проблемы, рекомендованы методы их решения. Предложена трехэлектродная конструкция источника быстрых нейтралов, в которой введение дополнительного электрода уменьшает нижний диапазон давлений газового разряда, а также позволяет создать разность давлений между внешним и внутренним объемами источника, что дополнительно снижает рабочее давление. Также рассмотрены характеристики созданного прототипа источника быстрых нейтралов.

Плазменные источники быстрых нейтральных молекул – эффективные устройства, которые находят применение в таких технологических процессах, как травление, очистка, активация поверхности. В отличие от аналогичных источников ионов, они не требуют компенсации заряда при обработке диэлектриков, а также не создают зарядовых эффектов.

Однако для создания современных высококачественных структур необходимо обеспечить достаточно низкое давление в технологическом объеме, вплоть до 0,1 Па. Несмотря на то, что в настоящее время созданы и активно используются различные источники быстрых нейтралов [1, 2], снижение рабочего давления до таких величин затруднительно. Поэтому создание источника быстрых нейтралов, способного работать в условиях низкого рабочего давления, является важной задачей, решение которой позволит улучшить качество многих технологических процессов.

В конструкции плазменного источника быстрых нейтралов можно выделить область генерации ионов, область ускорения ионов и область преобразования ионов в пучок быстрых нейтралов. В конкретных моделях некоторые из этих областей могут быть совмещены.

Методы снижения рабочего давления. Для снижения рабочего давления в источнике быстрых нейтралов необходимо решить две задачи:

1) обеспечить генерацию ионов, т.е. обеспечить горение газового разряда в условиях низкого давления;

2) создать условия для перезарядки ионов и превращения их в поток быстрых нейтралов.

При снижении давления пропорционально возрастает длина релаксации электрона по энергии, вследствие чего, если не обеспечить достаточно длительное нахождение электронов в области разряда, электроны уходят из области разряда с большой энергией, а напряжение горения разряда возрастает. Для того чтобы в условиях низкого давления сохранить напряжение горения разряда на приемлемо низком уровне, необходимо предпринять некоторые меры с тем, чтобы длина пути электронов до выхода из области разряда была сравнима с длиной релаксации. Наиболее простой метод – увеличение линейных размеров области генерации плазмы. Поскольку значимым для горения плазмы параметром является произведение давления на характерный размер области разряда, при уменьшении давления и соответствующем увеличении размеров параметры разряда останутся неизменными. Однако осуществить горение разряда при давлении порядка 0,1 Па только за счет больших размеров газоразрядной камеры источника, как правило, невозможно. Длина пробега электрона между актами ионизации при таком давлении составляет около 1,5 м, а длина релаксации по энергии – в несколько раз больше. Реализовать источник с размерами в несколько метров достаточно сложно, поэтому необходимы другие методы.

Уменьшение размеров газоразрядной камеры источника быстрых нейтралов возможно при использовании магнитного и электростатического удержания электронов в плазме. Внешнее магнитное поле, искривляя траектории электронов и увеличивая путь, пройденный ими в плазме, позволяет добиться стабильного горения разряда при напряжении менее 1000 В и давлении до 0,1 Па. Однако в ряде случаев использование источников магнитного поля крайне нежелательно из-за отрицательного влияния, которое они могут оказывать на другие области технологической камеры. В таком случае наиболее рациональным является использование электростатического удержания, хотя в целом электростатическое удержание менее эффективно, чем магнитное, оно позволяет, как будет показано ниже, добиться напряжения горения разряда в пределах 2–3 кВ при давлении 2 Па и характерных размерах источника около 20 см.

Помимо поддержания газового разряда необходимо обеспечить перезарядку ионов ускоренного пучка. Известны два основных процесса, которые могут быть использованы в качестве механизма нейтрализации: резонансная перезарядка на молекулах нейтрального газа и упругое отражение иона от поверхности металла с нейтрализацией. Резонансная перезарядка обладает большим сечением взаимодействия, благодаря чему эффективно используется во многих существующих моделях быстрых нейтралов. Для аргона это сечение составляет $1,24 \cdot 10^{-19} \text{ м}^2$ при энергии ионов 2 кэВ, длина пробега – 3,34 см при давлении 1 Па [3]. Таким образом, если длина области перезарядки составляет по крайней мере 20 см (зачастую область перезарядки является областью между источником и обрабатываемой поверхностью), этого вполне достаточно, чтобы удовлетворительно перезарядить ионный пучок при давлении 1 Па, ионы при этом будут составлять около 0,25 % от общего числа быстрых частиц. Однако если необходимо снизить давление до 0,1 Па, длина пробега относительно процесса резонансной перезарядки вырастет на порядок и составит 33,4 см. Если теперь считать, что для нейтрализации пучка необходимо прохождение им трех длин пробега (доля ионов в пучке при этом составит около 5 %), необходимая длина области перезарядки превысит 1 м, что во многих случаях больше расстояния между источником и обрабатываемой поверхностью.

Таким образом, при существенном снижении давления одной лишь резонансной перезарядки становится недостаточно для эффективной генерации потока быстрых нейтралов. Кроме того, если область перезарядки является эквипотенциальной, как в случае резонансной перезарядки ускоренного ионного пучка, непerezарядившиеся ионы попадут на обрабатываемую поверхность, обладая высокой энергией, что может вызвать нежелательные зарядовые эффекты при создании высокотехнологичных изделий. Поскольку невозможно обеспечить полную перезарядку первичного ионного пучка, в такой системе невозможно полностью избавиться от попадания быстрых ионов на обрабатываемую поверхность.

При давлениях, более низких, чем 1 Па, рациональнее использовать в качестве основного механизма генерации потока быстрых нейтралов упругое отражение потока ионов от поверхности с нейтрализацией. Основное преимущество данного механизма нейтрализации перед резонансной перезарядкой – независимость эффективности этого процесса от давления в системе, что позволяет существенно снизить нижнюю границу рабочего давления в технологической камере. Нейтрализация ионов с малой потерей энергии происходит при скользких углах падения ионов на поверхность металла, обычно полагают, что при углах не более 20° , хотя эти данные требуют экспериментальной проверки. Потери энергии согласно модели однократного бинарного отражения описываются следующей формулой:

$$E_{\text{отп}} / E_{\text{наб}} = (1 + \mu^{-1})^{-2} (\cos(2\theta) - \sqrt{\mu^{-2} - \sin^2(2\theta)})^2,$$

где μ – отношение масс налетающей частицы и атома мишени; θ – угол падения относительно нормали к поверхности.

Видно, что потери энергии сильно зависят как от угла падения, так и от атомной массы металла, от поверхности которого происходит отражение. Поэтому металлическую поверхность, от которой происходит отражение, необходимо изготовить из металла с возможно большей атомной массой. Кроме того, необходимо создать систему, в которой значительная часть ионов будет попадать на поверхность металла, а углы падения будут небольшими относительно поверхности. Для этого наиболее подходит система из

набора пластин или трубочек, направленных под небольшим углом к проходящему ионному пучку. Также такая система может экранировать обрабатываемую поверхность от излучения плазмы, которое может повредить обрабатываемую поверхность.

На рисунке 1 представлена **трехэлектродная конструкция источника быстрых нейтралов**, созданная с учетом всех рассмотренных факторов, необходимых для снижения рабочего давления. Набор пластин, расположенных с шагом около 1 см, играет одновременно роль катода и места нейтрализации ионного пучка. Анод выполнен в виде рамки, опоясывающей катод, и заземлен. Помимо этого, введен дополнительный катод. Он имеет вид прямоугольной полости, открытой с одной стороны; основной и дополнительный катоды образуют замкнутый объем. Система из основного и дополнительного катодов образует электростатическую ловушку, реализуя эффект полого катода. Благодаря этому введение дополнительного катода значительно снижает рабочее давление источника.

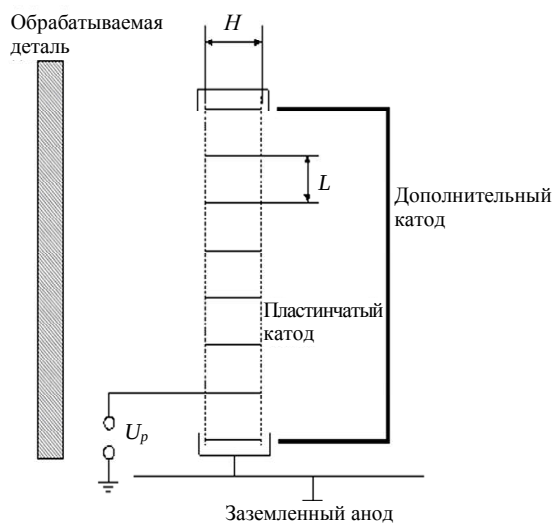


Рис. 1. Трехэлектродная конструкция источника нейтралов

Введение дополнительного электрода, кроме сказанного выше, позволяет локализовать положение плазмы и увеличить ее концентрацию, так как разряд горит внутри объема, образованного катодами, и не выходит за его пределы.

Процессы в прикатодной области. За счет криволинейной поверхности плазменного эмиттера вблизи поверхности катода траектории ионов направлены под углом к поверхности катода. Приблизительно можно считать, что плазма расположена на расстоянии ширины темного катодного пространства от поверхности пластин катода. В этом случае поверхность плазмы можно представить в виде набора цилиндрических поверхностей с радиусом, равным ширине темного катодного пространства. Для качественной оценки характеристик получающегося пучка нами проведено моделирование процессов нейтрализации ионов методом Монте-Карло. При этом считалось, что ионы выходят из плазмы перпендикулярно ее поверхности и ускоряются в области катодного падения, а потери энергии при отражении рассчитывались по модели однократного бинарного столкновения. На рисунке 2 представлены распределения частиц по энергиям, полученные путем деления большого числа частиц в пучке по ста диапазонам энергий. При этом ширина темного катодного пространства взята 10 мм, а расстояние между пластинами d варьировалось.

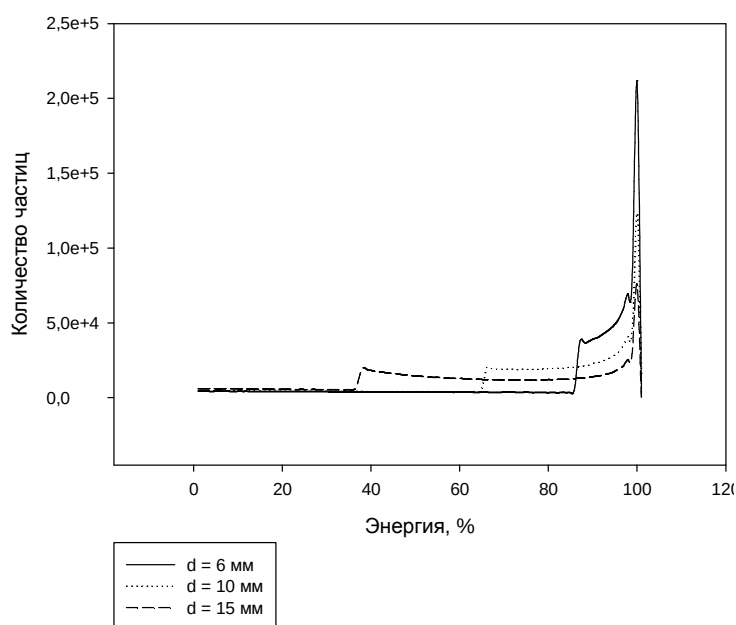


Рис. 2. Энергетический спектр быстрых нейтралов

Результаты моделирования показывают, что энергия частиц в пучке достаточно равномерно распределена от максимума, соответствующего ускоряющему напряжению, до минимума, который определяется потерей энергии, при максимально возможном угле по отношению к касательной к поверхности. Пик в энергетическом спектре, соответствующий максимуму энергии, вызван тем, что потери энергии остаются крайне малыми в некотором диапазоне углов падения, затем начинают почти линейно убывать. Кроме того, видно, что с ростом расстояния между пластинами потери сильно растут. Однако сделать расстояние между пластинами очень маленьким нельзя, поскольку в этом случае возрастет влияние негативных эффектов, неучтенных в данном моделировании, – попадание ионов в торец пластин и пролет катода без отражения от пластин. В литературе [4] представлены экспериментальные данные показывающие, что перезарядка происходит наиболее эффективно, когда расстояние между пластинами равняется их ширине.

Важной особенностью описанной системы является то, что ионы перезаряжаются в пределах симметричной потенциальной ямы, образованной катодом. Энергия быстрого нейтрала в этом случае определяется разницей потенциалов между точкой рождения иона и точкой его нейтрализации. Поскольку потенциальная яма симметрична, ионы не могут покинуть потенциальную яму с энергией, большей тепловой. Таким образом, в отличие от моделей источника быстрых нейтралов, в которых пучок перезаряжается в эквипотенциальной области, в выходном пучке рассмотренного источника отсутствуют ионы с высокой энергией.

Существенным является также то, что пластинчатый катод создает значительное сопротивление протеканию газа через него, особенно при низких давлениях, когда характер движения газа молекулярный. Поскольку разряд горит внутри источника, а для технологического процесса важно давление вне

его, создание разности давлений между внутренним и внешним объемами источника за счет напуска газа внутрь источника и непрерывной откачки позволяет снизить давление в технологической камере, оставив при этом давление внутри источника на достаточно высоком для горения разряда уровне. Так, если ширина источника 15 см, его длина 35 см, ширина пластин катода 12 мм, а расстояние между ними 10 мм, скорость потока через катод составит $0,9 \text{ м}^3 \text{ с}^{-1}$. Так как такие скорости откачки достижимы для современных вакуумных насосов, давления внутри и вне источника могут отличаться в 2–3 раза.

Прототип источника. Рассмотренные выше соображения легли в основу разработки источника быстрых нейтронов. Для создания перепада давлений, обусловленного сопротивлением протеканию газа через пластинчатый катод, напуск газа осуществляется во внутренний объем источника, для более равномерного натекания газа внутри источника расположена газораспределительная пластина, через многочисленные отверстия которой натекает газ.

При зажигании разряда плазма равномерно заполняет весь внутренний объем источника, вне его разряд не горит. На рисунке 3 представлена зависимость напряжения горения разряда от давления аргона в рабочем объеме при токе разряда 60 мА.

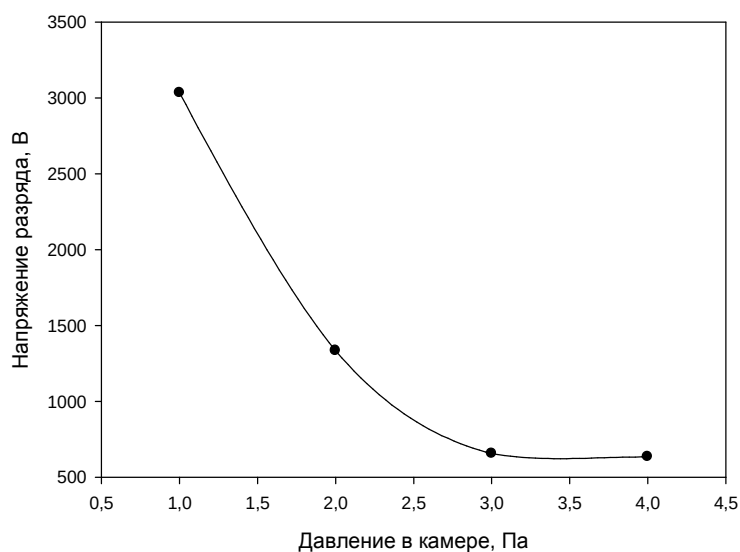


Рис. 3. Зависимость напряжения разряда от давления

Разряд стабильно горит при давлении 2 Па и ниже, хотя напряжение горения разряда начинает быстро расти при дальнейшем уменьшении давления в камере. Дальнейшего уменьшения рабочего давления можно достичь несколькими методами: во-первых, увеличением размеров источника (у данной модели размеры не превышали 25 см); во-вторых, за счет варьирования формы анода и его положения относительно дополнительного электрода можно уменьшить апертуру потерь электронов, благодаря чему минимальное рабочее давление также уменьшится. При этом следует учитывать, что уменьшение апертуры потерь электронов приведет к образованию двойного электростатического слоя вокруг анода для компенсации анодного тока [5]. Если уменьшение давления приведет к разрушению двойного электростатического слоя, разряд прервется вне зависимости от приложенного к нему напряжения. Поэтому для значительного снижения рабочего давления следует избегать условий образования двойного электростатического слоя.

Для определения перепада давлений, создаваемого пластинчатым катодом, была измерена зависимость давления в технологической камере от давления в области горения разряда источника, представленная на рисунке 4. Эта зависимость близка к линейной, причем давление в камере меньше давления внутри источника примерно в 2,5 раза.

Таким образом, даже при не очень большой скорости откачки, можно создать значительный перепад давлений. Если испытанный источник поместить в вакуумную камеру с большей скоростью откачки, минимальное рабочее давление дополнительно снизится.

Следует отметить, что диапазон рабочих давлений такого источника ограничен не только снизу, но и сверху. Если ширина темного катодного пространства становится меньше половины расстояния между пластинами, разряд начинает гореть между пластинами катода, и источник перестает функционировать. Однако давление, при котором это происходит, достаточно велико и неинтересно с точки зрения практического применения.

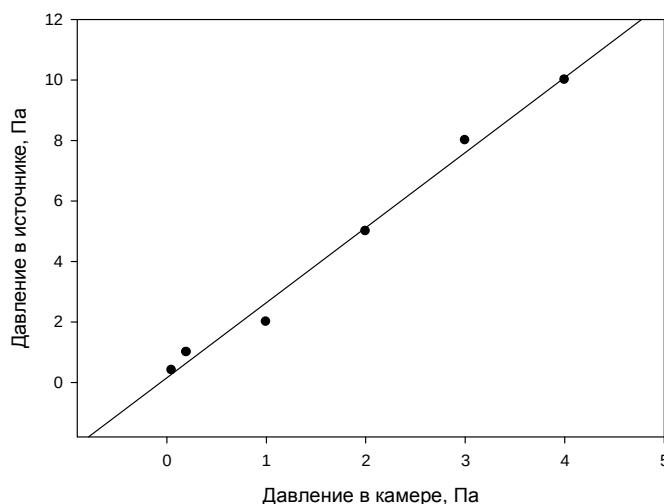


Рис. 4. Зависимость давления внутри источника от давления в камере

Заключение. В ходе проделанной работы были рассмотрены основные параметры, влияющие на минимальное рабочее давление в источнике быстрых нейтралов: минимальное давление поддержания газового разряда и минимальное давление, при котором возможна эффективная перезарядка ускоренного ионного пучка. Использование электростатического удержания электронов позволило снизить минимальное давление горения газового разряда, а переход от резонансной перезарядки ионов к нейтрализации при отражении от поверхности металла – минимальное давление перезарядки ионного пучка. Поскольку перезарядка пучка происходит в пределах симметричной потенциальной ямы, в получающемся пучке нейтралов полностью отсутствуют ионы с высокой энергией.

Результатом работы стало снижение рабочего давления источника быстрых нейтралов до 1 Па, при этом обеспечивается отсутствие быстрых заряженных частиц в формируемом источником пучке быстрых нейтралов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Shimokawa, F. Reactive-fast-atom beam etching of GaAs using Cl₂ gas / F. Shimokawa // J. Appl. Phys. – 1989. – V. 66, № 6. – P. 2613 – 2618.
2. Маишев, Ю.П. Физические принципы формирования пучков быстрых атомов резонансной перезарядкой пучков ионов / Ю.П. Маишев, С.Л. Шевчук, Т.Н. Матвеев // Квантовые компьютеры, микро- и наноэлектроника (физика, технология, диагностика и моделирование: тр. ФТИАН. Т. 19. – М.: Наука, 2008. – С. 69 – 77.
3. Грановский, В.Л. Электрический ток в газе. Установившийся ток / В.Л. Грановский. – М.: Изд-во «Наука». Гл. ред. физ.-мат. лит., 1971. – 543 с.
4. Барченко, В.Т. Ионно-плазменные технологии в электронном производстве / В.Т. Барченко, Ю.А. Быстров, Е.А. Колгин. – СПб.: Энергоатомиздат, 2001. – 332 с.
5. Григорьев, С.Н. Модификация поверхности тлеющим разрядом с электростатическим удержанием электронов / С.Н. Григорьев, А.С. Метель. – М.: МГТУ «Станкин», «Янус-К», 2007. – 452 с.

Поступила 25.02.2014

PLASMA FAST NEUTRALS SOURCE WITH LOW OPERATING PRESSURE

V. BARCHENKO, N. BABINOV

The article is devoted to creating plasma fast neutrals source with low operating pressure. The problem of reducing operating pressure of the fast neutrals source that is important for improving the quality of the formed surfaces and structures can be divided into two parts: reducing the minimal pressure required to maintain gas discharge and creating conditions for effective neutralization and creation of the fast neutrals beam. The article discusses both the problems and proposes the methods to solve them. The three-electrode system is proposed in which insertion of the third electrode reduces the lower bound of the operating pressure range as well as allows creating the pressure differential between internal and external volumes of the fast neutrals source. The article also discusses the characteristics of the created fast neutrals source prototype.

УДК 538.22

ПЛЕНКИ ПОЛИИМИДА, ИМПЛАНТИРОВАННЫЕ ИОНАМИ БОРА

А.А. ХАРЧЕНКО

(Белорусский государственный университет, Минск);

канд. физ.-мат. наук, доц. С.А. ВАБИЩЕВИЧ

(Полоцкий государственный университет);

канд. физ.-мат. наук Д.И. БРИНКЕВИЧ, канд. физ.-мат. наук, доц. М.Г. ЛУКАШЕВИЧ,

д-р физ.-мат. наук, проф. В.Б. ОДЖАЕВ

(Белорусский государственный университет, Минск)

Методами атомно-силовой микроскопии, измерения спектров отражения и индентирования исследованы процессы модификации приповерхностных слоев пленок полиимида, имплантированных ионами В⁺ с энергией 100 кэВ. Экспериментально показано, что в процессе ионной имплантации происходит модификация тонкого приповерхностного слоя полиимида не только с имплантированной, но и с обратной (необлучаемой) стороны пленки, в то время как в объеме полимера существенных изменений свойств не наблюдается. Это может быть обусловлено перестройкой сформировавшихся в процессе изготовления пленки метастабильных дефектов и одновременной релаксацией упругих напряжений, приводящей к изменению прочностных свойств и морфологии поверхности.

Введение. Полиимиды (ПИ) широко применяются в субмикронной электронике в качестве высокотемпературных негативных фоторезистов, необходимых в условиях бескорпусной сборки для изоляции и масок при пайке [1–5]. Обычно используют введение в полиимид фоточувствительных групп (акрилатной (метилметакрилат) или циннамоильной) и реакции по боковой цепи с последующей термочиклизацией. В последнее время возрастает роль ионной имплантации при формировании локальных легированных карманов [6–8]. С другой стороны, повышение степени интеграции предъявляет высокие требования к блоку операций, обеспечивающих маскирование ионного пучка. Основной легирующей примесью в кремнии является бор. Указанные обстоятельства определяют актуальность исследования влияния имплантации ионов В⁺ на свойства приповерхностных слоев пленок полиимида.

Методика эксперимента. Промышленные пленки полиимида (C₂₂H₁₀O₅N₂)_n толщиной 40–50 мкм имплантировались ионами В⁺ с энергией 100 кэВ в интервале доз 1·10¹⁵–6·10¹⁶ см⁻² при плотности ионного тока $j = (4–10)$ мкА/см² в остаточном вакууме 10⁻⁵ мм рт. ст. на ионно-лучевом ускорителе «Везувий-6». Облучение γ -квантами ⁶⁰Со осуществлялось при комнатной температуре и атмосферном давлении на установке МРХ- γ -25М. Мощность поглощенной дозы равнялась 0,360±0,008 Гр/с. Интервал поглощенных доз составил 6–200 кГр.

Микроиндентирование проводилось на приборе ПМТ-3 по стандартной методике при комнатной температуре. В качестве индентора использовался алмазный наконечник в форме четырехгранной пирамиды с квадратным основанием и углом при вершине $\alpha = 136^\circ$. Нагрузка (P) на индентор варьировалась в пределах 5–100 г. При каждом измерении на поверхность образца наносилось не менее 50 отпечатков и проводилась обработка результатов измерений с использованием методов математической статистики. Это обеспечивало погрешность измерений микротвердости менее 3 % (с доверительной вероятностью 0,95).

Спектры отражения регистрировались в области непрозрачности пленки в диапазоне $\lambda = 210–480$ нм однолучевым спектрофотометром PROSKAN MC-122 при комнатной температуре. Спектральные зависимости изучались при падении света на имплантируемую и неимплантированную поверхности пленки. В использовавшемся диапазоне длин волн отражение происходит только на освещаемой границе раздела «воздух – полимер», противоположная поверхность вклада в отражение не дает, что позволяет изменения в спектрах отражения однозначно связывать с процессами, протекающими вблизи освещенной поверхности полиимидной пленки.

Морфология поверхности модифицированной имплантацией полимерной пленки исследовалась методом атомно-силовой микроскопии (АСМ) при комнатной температуре в полуконтактном резонансном режиме на частоте 145 кГц на приборе Solver P-47. Использовались кантилеверы серии NSG 01 с радиусом закругления 10 нм.

Экспериментальные результаты и их обсуждение. Имплантация ионов В⁺ приводит к изменению всех исследовавшихся характеристик не только имплантированной, но и обратной (необлученной) поверхностей пленки полиимида. Характер модификации обеих поверхностей схож, однако наблюдаются и существенные различия. Так, на АСМ-изображениях как имплантированной, так и обратной поверхностей полиимидной пленки после имплантации наблюдались хаотично расположенные конусообразные «вспученности» высотой 50–80 нм и диаметром в основании до 100–200 нм (рис. 1, б, в). С увеличением дозы имплантации количество «вспученностей» на единицу поверхности увеличивается, их размеры (диа-

метр в основании) уменьшаются (рис. 1, в, з). Так, если при $D = (1-6) \cdot 10^{15} \text{ см}^{-2}$ плотность «вспученностей» составляла $\sim 1 \text{ мкм}^{-2}$, диаметр в основании $\sim 100 \text{ нм}$, то при $D = 1 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-2}$ плотность возрастала до $10-20 \text{ мкм}^{-2}$ при среднем диаметре в основании около 50 нм . При $D = 6 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-2}$ мелкие «вспученности» практически полностью заполняли все поле зрения микроскопа.

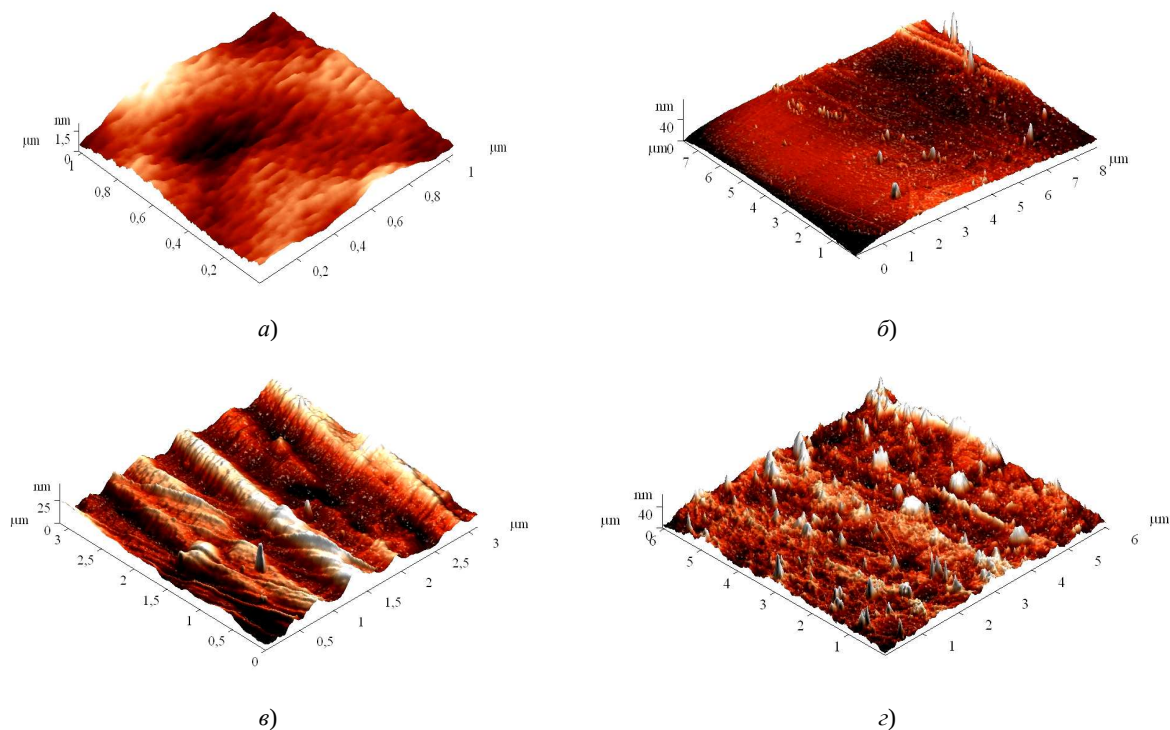


Рис. 1. АСМ-изображение поверхности полиимида, исходного (а)

и имплантированного ионами B^+ (б-з).

Доза, см^{-2} : б, в – $6 \cdot 10^{15}$; з – $6 \cdot 10^{16}$.

Измерения проводились с имплантированной (в, з) и обратной (б) стороны пленки

На имплантированной поверхности помимо «вспученностей» наблюдалось формирование волнистой поверхности с периодом $\sim 1 \text{ мкм}$ и высотой около $20-30 \text{ нм}$ (рис. 2, в). Высота «волн» снижалась с ростом дозы и при $D = 6 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-2}$ они практически не видны на фоне конусообразных «вспученностей» (рис. 2, з). Формирование «волн» при имплантации связано с частичной кристаллизацией и ориентацией полимерной пленки в процессе изготовления. С другой стороны, при облучении имеет место высокая локальная неоднородность процессов радиационно-индуцированной деструкции и сшивания полимеров [9]. Радиационные явления наиболее интенсивно протекают в аморфных областях, что при облучении частично ориентированных полимеров приводит к формированию «волн» на поверхности.

Отметим, что конусообразные «вспученности» наблюдаются не только при имплантации, но и при других видах воздействия, например, при γ -облучении полиимида [10]. Кроме того, они могут формироваться за пределами области высокоэнергетического воздействия. Так, в работе [11] при облучении пленок ПЭТФ (полиэтилентерефталат) толщиной $3,8 \text{ мкм}$ вакуумно-ультрафиолетовым излучением в спектральном диапазоне $115-135 \text{ нм}$ наблюдалось формирование подобных конусообразных структур на обратной (необлучаемой) стороне пленки. Вероятнее всего, их формирование обусловлено релаксацией полей упругих напряжений при внешнем высокоэнергетичном воздействии [10]. Косвенным подтверждением этого предположения может служить концентрация «вспученностей» вблизи дефектов поверхности. Так, наблюдалось формирование сплошной линии конусов вдоль царапины на поверхности (рис. 1, б).

Ионная имплантация приводила также и к изменению спектров отражения оптического отражения в диапазоне длин волн $210-480 \text{ нм}$ как от имплантированной поверхности (рис. 2, а), так и от обратной стороны (рис. 2, б) пленки полиимида. Коэффициент отражения возрастал с ростом дозы имплантации практически во всем исследовавшемся диапазоне длин волн. После имплантации имело место также увеличение интенсивности полос отражения при $\lambda_1 = 254$ и $\lambda_2 = 311 \text{ нм}$, слабо выраженных в исходной пленке (рис. 2, а, б). Аналогичное изменение спектров отражения от обратной (неимплантируемой) стороны пленки наблюдалось ранее при имплантации в полиэтилентерефталат и полиимид ионов Ag^+ с энергией 30 кэВ [12].

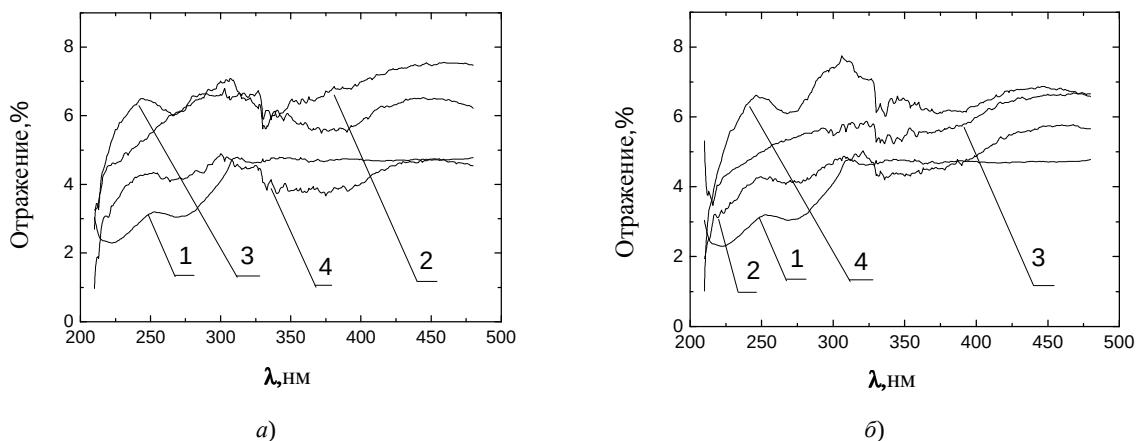


Рис. 2. Измеренные с имплантированной (б) и обратной (а) стороны спектры отражения исходной (1) и имплантированной ионами B^+ пленки полиимида. Доза D , cm^{-2} : 2 – $1 \cdot 10^{15}$; 3 – $6 \cdot 10^{15}$; 4 – $6 \cdot 10^{16}$

Экспериментальные данные однозначно указывают на то, что радиационно-стимулированные процессы при ионной имплантации пленок полиимида протекают далеко за область проецированного пробега ионов на расстоянии свыше 40 мкм на обратной стороне имплантируемой пленки.

Прямое воздействие ионов B^+ на полимер, а также нейтрализация разноименно заряженных ионов и рекомбинация свободных радикалов в треке иона приводит к образованию молекул в возбужденном состоянии. Миграция радикалов в матрице полимеров затруднена. В отличие от диффузии радикалов, перенос возбуждения может происходить на значительные расстояния вглубь полимера. Первичные физические процессы (ионизация или возбуждение) и следующие за ними химические изменения (разрыв связи, деструкция) могут быть разделены существенным расстоянием вследствие переноса возбуждения [13]. По данным авторов [14], энергия возбуждения может передаваться в полимере на расстояние более 1000 мономерных звеньев. На расстояниях свыше 10 мкм от области имплантации вероятность разрыва (или образования) химической связи весьма мала. Однако переданной энергии может быть достаточно для перестройки метастабильных дефектов, сформировавшихся в процессе изготовления пленки. Концентрация таких дефектов особенно велика у поверхности полимера.

Остается открытым вопрос, где происходит модификация структуры полиимида? Только вблизи поверхности или во всем объеме? Исходя из результатов измерения АСМ и спектров отражения, однозначно ответить на этот вопрос невозможно. Для ответа на поставленный вопрос было проведено измерение скорости растворения исходного и имплантированного полиимида в щелочном водно-этанольном растворе (соотношение $H_2O : KOH : C_2H_5OH = 20 : 1 : 3$) при температуре 77 °С. Растворение осуществлялось в запаянных ампулах при одинаковом количестве растворителя. Как известно [15], в таком растворе происходит гидролиз полиимида, вследствие чего толщина пленки уменьшается. Облучение полиимида приводит к существенному снижению (~ на 2 порядка) скорости его растворения в указанном растворе щелочи [16]. Однако в наших экспериментах скорости растворения исходных и имплантированных пленок практически не различаются. Скорости растворения варьировались в пределах 10 %, что ниже погрешности измерения. Ни доза имплантации, ни плотность ионного тока существенного влияния на скорость растворения не оказывали, о чем свидетельствуют данные, представленные в таблице. Это косвенно говорит о том, что модификация структуры полиимида происходит в тонком приповерхностном слое.

Скорости растворения пленок полиимида

Образец	Доза имплантации, cm^{-2}	Плотность ионного тока, mA/cm^{-2}	Скорость растворения, $μm/min$
Исходный	–	–	0,20
Имплантированные	$1 \cdot 10^{15}$	4	0,22
	$1 \cdot 10^{16}$	4	0,205
	$5 \cdot 10^{16}$	4	0,195
	$5 \cdot 10^{16}$	8	0,19
	$5 \cdot 10^{16}$	10	0,19

В пользу этого предположения также свидетельствуют результаты индентирования имплантированных пленок полиимида с обратной (неимплантированной) стороны. Имплантация приводит к измене-

нию характера поведения микротвердости H при малых нагрузках, в то время как при нагрузках 50 г и выше значения H практически не изменяются (рис. 3, *а*). Глубина проникновения индентора при нагрузке 5–10 г составляет $\sim 1,5$ –2 мкм. В глубине пленки ее прочностные свойства после имплантации практически не изменяются. Таким образом, результаты индентирования указывают на то, что с обратной стороны имплантированной пленки вблизи поверхности существует модифицированный имплантацией слой толщиной не более 2 мкм.

Кривые зависимости микротвердости H от нагрузки при измерении с имплантированной (рис. 3, *б*) и обратной (рис. 3, *а*) стороны полиимидной пленки существенно различаются. Микротвердость имплантированной стороны резко возрастает при снижении нагрузки, причем при увеличении дозы имплантации этот эффект возрастает (кривые 2–4, рис. 3, *б*). При измерении с обратной стороны микротвердость при малых нагрузках снижается до значений, меньших величины H в объеме пленки, и на кривой зависимости H от нагрузки появляется максимум, наиболее выраженный при дозе $6 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-2}$ (кривая 3, рис. 3, *а*). При увеличении дозы имплантации микротвердость приповерхностного слоя возрастает, а высота максимума снижается (кривая 4, рис. 3, *а*). Такие максимумы обычно наблюдаются при прохождении индентором границы раздела двух фаз. Ранее [17] мы наблюдали такой максимум для границы раздела $\text{SiO}_2 - \text{Si}$, вблизи которой микротвердость возрастала в 2–3 раза. В настоящей работе, вероятнее всего, имела место радиационно-стимулированная модификация обратной поверхности пленки полиимида, которая приводила к формированию приповерхностного слоя толщиной около 2 мкм (глубина внедрения индентора при 10 г) с пониженной микротвердостью и другими параметрами, отличными от объемных (см., например, приведенные выше данные АСМ и спектры отражения).

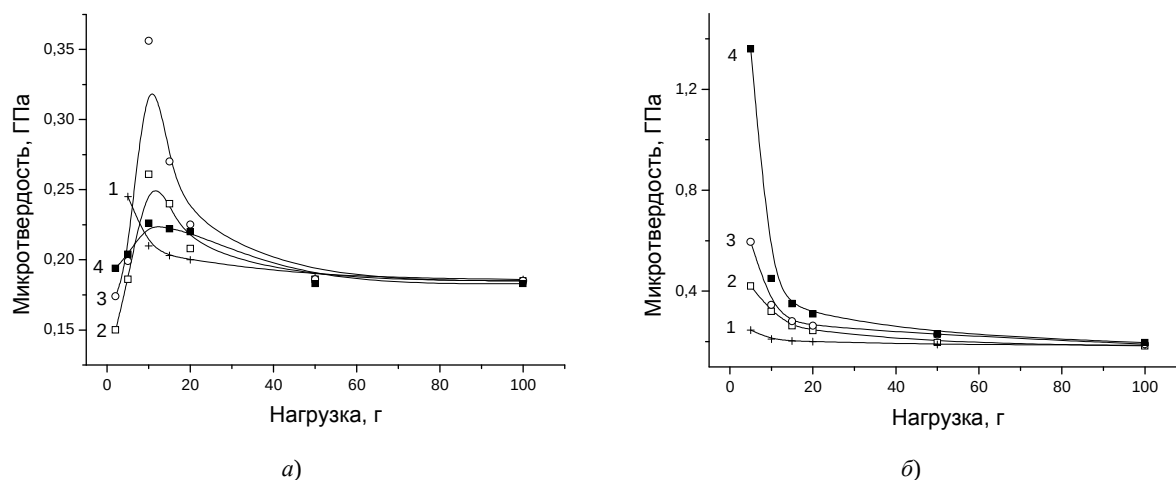


Рис. 3. Зависимости микротвердости от нагрузки при измерении проводились с имплантированной (*б*) и обратной (*а*) стороны пленки полиимида толщиной 45 мкм. Доза имплантации, см^{-2} : 1 – 0; 2 – $1 \cdot 10^{15}$; 3 – $6 \cdot 10^{15}$; 4 – $6 \cdot 10^{16}$

Отпечатки индентора были вогнутые для всех доз имплантации (рис. 4, *а*), особенно это проявляется при больших нагрузках, что свидетельствует о наличии упругих напряжений вблизи отпечатков. Отпечатки хорошо видны в поляризованном свете. Трещины в середине и у ребер отпечатков (рис. 4, *б*) наблюдаются только с имплантированной стороны для доз $6 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-2}$ и выше.

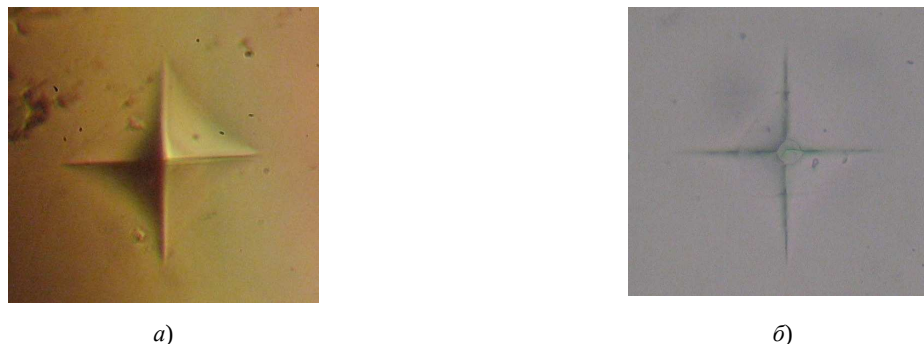


Рис. 4. Характерные микроснимки отпечатков после индентирования пленок полиимида при любых дозах (*а*) и для доз $6 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-2}$ и выше (*б*)

Вне отпечатков развития трещин не замечалось, однако визуальный осмотр пленки (при увеличении в 100–500 раз) показывает, что для всех образцов у краев пленки с имплантированной стороны в местах контактов с пленкой твердых предметов наблюдается образование сетки трещин. Измерение микротвердости в местах большого скопления трещин показывает, что величина H в этих областях ниже. Например, для нагрузки 15 г $H = 0,243$ ГПа, а в месте скопления трещин H снижается до 0,201 ГПа.

При индентировании с имплантированной стороны при малых нагрузках (до 5 г включительно) стандартный разброс величин микротвердости достигает 50 %. Это указывает на существенную неоднородность прочностных свойств полимерной пленки вблизи имплантированной поверхности. С обратной стороны разброс величин H при малых нагрузках существенно ниже. То есть приповерхностный слой с обратной стороны достаточно однороден.

Наблюдающийся при измерении со стороны имплантированного слоя резкий рост микротвердости при малых нагрузках (см. рис. 3, б) обусловлен формированием в области пробега ионов R_p углеродных нанокластеров. При имплантации имеет место разрыв углерод-водородных и углерод-азотных связей, интенсивный выход из пленки атомов водорода и углерода и образование более плотной упаковки атомов углерода [18]. При этом в области пробега ионов R_p формируется слой алмазоподобного углерода, причем доля тетраэдрических sp^3 -связей зависит от дозы имплантируемых ионов и условий облучения (температура подложки, энергия и плотность ионного пучка и т.д.) [19].

Твердость алмазоподобных углеродных пленок во многом определяется наличием sp^3 -связей и при доле sp^3 -связей около 80 % достигает значений 45–50 ГПа [20], что более чем на 2 порядка выше, чем твердость исходных (необлученных) полимерных пленок. В проведенных нами экспериментах даже при минимальной использовавшейся нагрузке 5 г глубина проникновения индентора составляла 1,5–2,0 мкм, что значительно больше проецированного пробега ионов B^+ в полиимиде ($R_p = 393$ нм, $\Delta R_p = 68$ нм), рассчитанного с помощью программы SRIM [21]. То есть вклад в измеряемую микротвердость дает не только созданный имплантацией слой алмазоподобного углерода, но и область полимера далеко за слоем внедрения ионов, микротвердость которой существенно ниже и сравнима с микротвердостью необлученного полиимида. Поэтому экспериментально полученные значения микротвердости ниже значений, характерных для алмазоподобных углеродных пленок.

Заключение. Экспериментально показано, что в процессе ионной имплантации происходит модификация тонкого приповерхностного слоя полиимида не только с имплантированной, но и с обратной (необлучаемой) стороны пленки, в то время как в объеме полимера существенных изменений свойств не наблюдается. Вероятнее всего, имела место радиационно-стимулированная модификация обратной поверхности пленки полиимида, что приводит к формированию поверхностного слоя толщиной около 2 мкм (глубина внедрения индентора при 10 г) с пониженной микротвердостью и другими параметрами, отличными от объемных. Это может быть обусловлено перестройкой метастабильных дефектов, сформировавшихся в процессе изготовления пленки, и одновременной релаксацией упругих напряжений, приводящей к изменению прочностных свойств и морфологии поверхности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Photoimageable nozzle members and methods relating thereto: pat. 8173031 US, publication 08.05.2012 / S.T. Weaver, R. Wells; Lexmark International, Inc.
2. Photoimageable, aqueous acid soluble polyimide polymers: pat. 6559245 US, publication 06.05.2003 / Guoping Mao, N.L.D. Somasiri, N. A. Stacey; 3M Innovative Properties Company.
3. Heat resistant photoresist composition and process for preparing the same: pat. 4180404 US Dec 25, 1979 / Takeo Kimura, Muneaki Kimura, Kaoru Ohmura, Ichiro Shibasaki; Asahi Kasei Kogyo Kabushiki Kaisha
4. Photoimageable polyimide coating: pat. 5599655 US, publication 04.02.1997 / D.D. Ngo; Amoco Corporation.
5. Adhesively bonded photostructurable polyimide film: pat. 4935320 US, publication 19.06.1990 / Ottmar Rohde, Armin Schaffner; Ciba-Geigy Corporation
6. Моро, У. Микролитография. Принципы, методы, материалы / У. Моро: в 2-х ч. Ч. 2. – М.: Мир, 1990. – 632 с. (Moreau W.M. Semiconductor lithography. Principles, practices and materials. – N.Y., London: Plenum Press).
7. Технология СБИС / под. ред. С. Зи: в 2-х кн. Кн. 1. – М.: Мир, 1986. – С. 292–353.
8. Садовский, П.К. Структурные и электрофизические параметры сильно легированных слоев кремния n -типа, создаваемых ионной имплантацией / П.К. Садовский [и др.] // Микроэлектроника. – 2013. – Т. 42, № 1. – С. 50–55.
9. Грасси, Н. Деструкция и стабилизация полимеров / Н. Грасси, Дж. Скотт. – М.: Мир, 1988. – 246 с. (Grassie N., Scott G. Polymer degradation and stabilisation. – Cambridge, London, N.Y. e. a.: Cambridge University Press, 1985).

10. Исследование поверхности полимеров модифицированной радиационной обработкой / А.А. Харченко [и др.] // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Серия С. Фундаментальные науки. – 2013. – № 12. – С. 83–90.
11. Исследование поверхности пленок из полиэтилентерефталата, модифицированных вакуумно-ультрафиолетовым облучением на воздухе / А.В. Митрофанов [и др.] // Поверхность. – 2009. – № 7. – С. 30–38.
12. Оптические свойства пленок полиимида, имплантированных ионами серебра / Ю.А. Бумай [и др.] // Материалы, технологии, инструменты. – 2010. – Т. 15, № 4. – С. 54–58.
13. Экспериментальные методы химии высоких энергий / под общ. ред. М.Я. Мельникова. – М.: МГУ, 2009. – С. 169–178.
14. Светочувствительные полимерные материалы / под ред. А.В. Ельцова. – Л.: Химия, 1985. – 296 с.
15. Структура поверхностных слоев полипирометиллитимида, модифицированных щелочами / М.М. Котон [и др.] // Докл. АН СССР. – 1982. – Т. 26, № 3. – С. 660–664.
16. Радиационная модификация полиимида в процессе субмикронной рентгенолитографии / В.П. Назьмов [и др.] // Поверхность. – 2002. – № 12. – С. 16–20.
17. Физико-механические свойства кремния вблизи границы раздела $\text{SiO}_2\text{--Si}$ / Д.И. Бринкевич и [др.] // Поверхность. – 2013. – № 12. – С. 109–112.
18. Попок, В.Н. Влияние высоких доз имплантации и плотности ионного тока на свойства пленок полиимида / В.Н. Попок, И.И. Азарко, Р.И. Хайбуллин // Журнал технической физики. – 2002. – Т. 72, № 4. – С. 88–93.
19. Спектры ЭПР алмазоподобных и облученных ионами полимерных углеродных пленок / В.В. Сухоуков [и др.] // Поверхность. – 1991. – № 5. – С. 92–96.
20. Рудченко, С.О. Влияние условий синтеза на структуру и свойства алмазоподобных углеродных пленок для ФЭП / С.О. Рудченко, В.Е. Пуха, В.В. Стариков // Вісник ХНУ. – 2012. – № 16. – С. 89–93.
21. Ziegler, J.F. The stopping and range of ions in solids / J.F. Ziegler, J.P. Biersack, U. Littmark. – New York, 1985 (SRIM-2010 software at <http://www.srim.org>).

Поступила 04.03.2014

POLYIMIDE FILMS IMPLANTED BY B^+ IONS

A. KHARCHENKO, S. VABISHCHEVICH,
D. BRINKEVICH, M. LUKASHEVICH, V. ODZHAEV

The surface modification of the polyimide films implanted by B^+ with an energy of 100 keV was investigated by the atomic force microscopy, the reflection spectra measurements and the indentation methods. It is experimentally shown that the ion implantation process is modified thin surface polyimide layer not only implanted side but with the reverse (non-irradiation) film side, whereas in the bulk properties of the polymer material was not changed. This may be due to rearrangement of metastable defects have formed during manufacture of the film, and simultaneous elastic stress relaxation leading to a change in mechanical properties and surface morphology.

УДК 537.533; 621.384

**ЭЛЕКТРОННО-ИОННЫЙ ИСТОЧНИК ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ
КОМБИНИРОВАННОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ПОВЕРХНОСТЬ**

*канд. техн. наук, доц. Д.А. АНТОНОВИЧ,
д-р техн. наук, проф. В.А. ГРУЗДЕВ,
канд. физ.-мат. наук, доц. В.Г. ЗАЛЕССКИЙ
(Полоцкий государственный университет)*

Демонстрируется разработанная конструкция электродной структуры с системой ее электропитания, позволяющая осуществлять попеременное извлечение электронов и ионов из плазмы газового разряда и реализовывать комбинированное ионно-электронное воздействие на поверхность материала пучками низкоэнергетических заряженных частиц. Представлены полученные экспериментальные характеристики разработанных структур. Результаты проведенного исследования свидетельствуют о возможности применения подобных структур для реализации ряда технологий модификации поверхностей.

Введение. Ионно-плазменные технологии являются перспективными для управляемой модификации свойств поверхностей материалов (металлов) с целью их упрочнения, повышения коррозионной стойкости, аморфизации, изменения электрофизических свойств, формирования на поверхностях композитных покрытий [1–3]. При этом для модификации механических и коррозионных свойств поверхностей применяются ионные (плазменные) потоки с энергией ионов обычно ниже 1 кэВ и плотностью потока порядка 1 мА/см². Известно, что эффективность ионного воздействия зависит от температуры модифицируемого материала. При этом ее поддержание во всем изделии не целесообразно не только с точки зрения энергосбережения, но и для исключения короблений и других термических дефектов готового изделия. Известно также, что электронные пучки с плотностью мощности до 10⁸ Вт/м² кроме термического могут оказывать и модифицирующее (упрочняющее) воздействие.

В качестве источника ионных пучков наиболее перспективными представляются газоразрядные структуры, формирующие эмиттирующую плазму с площадью поверхности, соответствующей площади обрабатываемой поверхности изделия. Принципиальная особенность таких структур – возможность эмиссии из формируемой плазмы частиц обоих знаков при изменении полярности ускоряющего напряжения. Значит, существует принципиальная возможность отдельного электронного или ионного, а также комбинированного ионно-электронного воздействия на поверхность материала с использованием одного источника. В случае низкоэнергетического воздействия требуемый уровень можно обеспечить за счет сопровождения ионной модификации поверхности нагревом электронным пучком, обеспечивающим теплофизическое воздействие на поверхность. В этих условиях эффективность использования энергии будет максимальна, поскольку теплоотдача будет осуществляться только в приповерхностной области, вследствие этого интенсивность воздействия может быть невелика. Поэтому представляется целесообразным использовать плазменные источники, формирующие электронные и ионные пучки, позволяющие обеспечить комбинированное воздействие: термическое и модифицирующее электронное и модифицирующее ионное.

Ранее [4] была предложена конструкция источника, которая обеспечивает формирование низкоэнергетических электронных пучков в стационарном режиме с параметрами, достаточными для реализации ряда технологий модификации поверхностей. Однако задача повышения мощности воздействия остаётся актуальной. С этой целью целесообразно применение импульсных режимов функционирования.

В данной работе представлены некоторые результаты экспериментального исследования возможности реализации комбинированного ионно-электронного воздействия на поверхность материала с использованием одного источника.

Конструкция электродной структуры разработанного источника. На рисунке 1 представлена одна из разработанных нами конструкций электродной структуры экспериментального источника. Для формирования плазмы используется модифицированный отражательный разряд. Область, где осуществляется основная ионизация газа, ограничена катодами 2 и 3 и анодом 4. Между катодами 2 и 3 с помощью постоянных магнитов 7 формируется магнитное поле с вектором индукции, перпендикулярным рабочим поверхностям катодов. Вследствие этого подвижность электронов из плазмы на анод 4 ограничена, что способствует повышению степени ионизации газа и повышению плотности плазмы в области основной ионизации. Величина магнитного поля также влияет на эффективность извлечения электронов или ионов из плазмы. Через верхнее отверстие плазма проникает в расширитель 9, в котором раз-

мещается изделие 1, установленное на блоке перемещения изделия. Плазмообразующий газ в разрядную структуру напускается через канал в штуцере 6 и катоде 2. Конструкция газоразрядной структуры

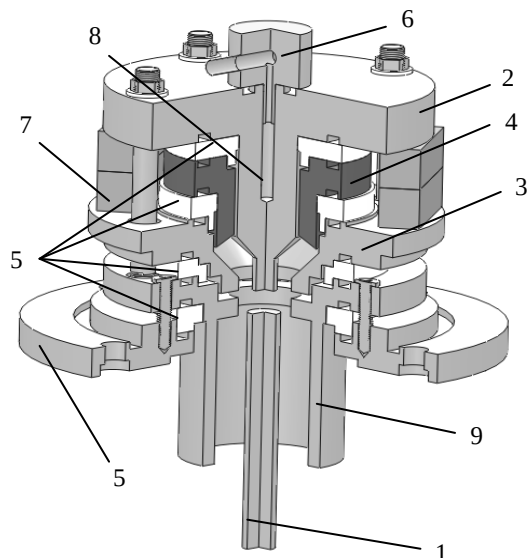


Рис. 1. Внешний вид разрядной структуры с расширителем и скрещенными полями:

- 1 – изделие; 2, 3 – катоды; 4 – анод; 5 – изоляторы;
6 – штуцер для напуска плазмообразующего газа;
7 – магниты; 8 – отверстие для напуска газа;
9 – расширитель плазмы; 10 – фланец

предусматривает расположение обрабатываемых изделий и механизма их подачи в расширитель плазмы 9 внутри вакуумной камеры, которая соединяется с разрядной структурой с помощью базового фланца 10.

При подаче соответствующей разности потенциалов между изделием 1 и расширителем 9 на изделие из плазмы может обеспечиваться поток ионов с энергией от 20 эВ и выше, а также электронный поток с соответствующей энергией, которым обеспечивается подогрев обрабатываемой поверхности изделия. При этом изделие может размещаться как в расширителе (см. рис. 1), так и в отдельном ускоряющем электроде, потенциал которого может обеспечить дополнительное переключение электронного или ионного потока из плазмы в пучок. Необходимо отметить, что эта конструкция газоразрядной структуры при необходимости может быть изменена к варианту, при котором размещение изделий и механизма их перемещения осуществляется вне вакуумной камеры. Для анализа импульсных характеристик использовался цифровой осциллограф типа BORDO 432.

Результаты экспериментов и их обсуждение.

Рассмотрены три варианта формирования импульсных ионных пучков. Первый состоял в следующем: на электроды разрядной структуры предварительно подавалось сравнение импульсного режима с режимом постоянного

разряда при одинаковом напряжении питания разряда показало, что в импульсном режиме ток разряда возрастает в 2–3 раза, а длительность импульса при этом составляет величину порядка 10^{-2} с.

Проведенные эксперименты свидетельствуют о том, что эффективность извлечения в рассматриваемых трех случаях формирования импульсного воздействия примерно одинаковая и близкая по значению стационарному режиму.

На основе полученных осциллограмм проводились расчёты суммарного заряда q , флюенса Φ и полной энергии E , вкладываемой в изделие за один импульс, в соответствии со следующими соотношениями:

$$q = \int_0^{\tau_{\text{имп}}} I_i(t) dt; \quad E = \int_0^{\tau_{\text{имп}}} I_i^2(t) R dt; \quad \Phi = \frac{q}{eS},$$

где $I_i(t)$ – импульс тока ионной эмиссии; $\tau_{\text{имп}}$ – длительность импульса; S – площадь ионного воздействия; R – сопротивление в цепи измерения тока эмиссии (в экспериментах составляло 1 Ом).

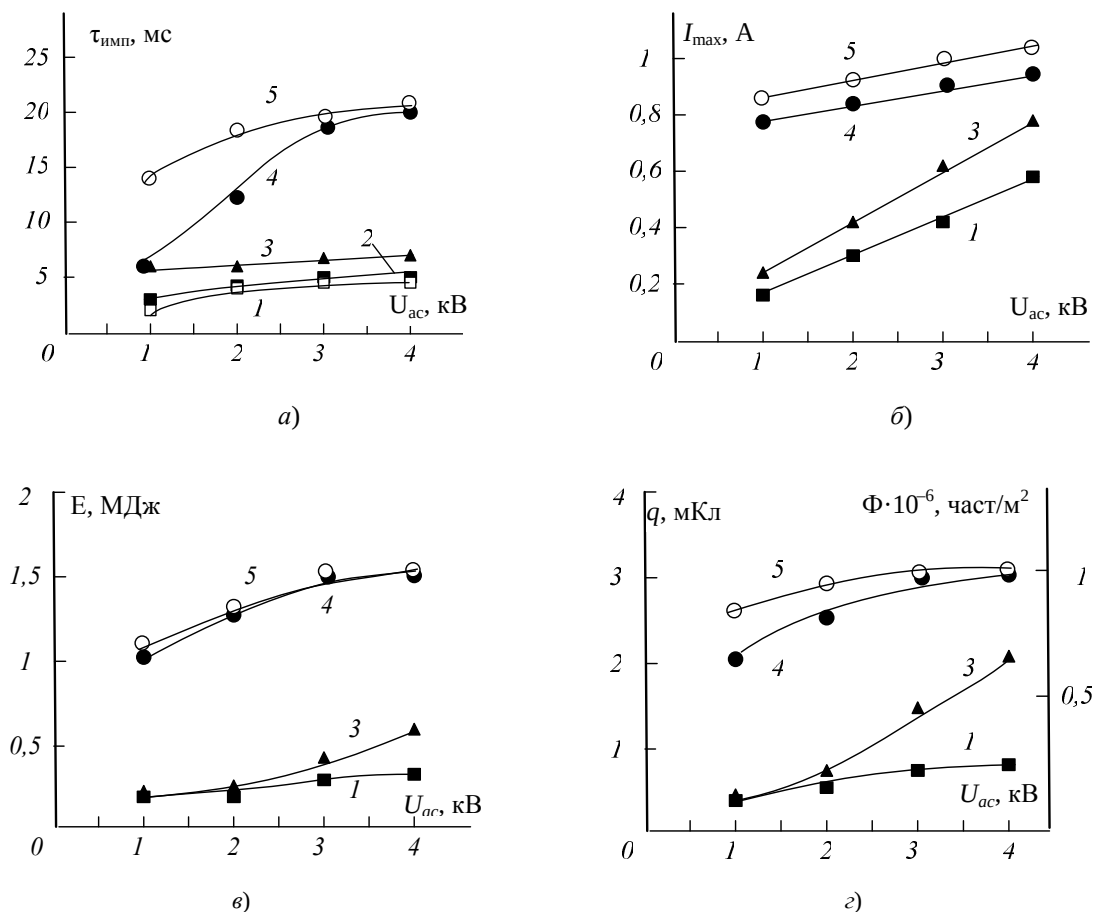
Зависимости расчетных величин отображены на рисунке 2. Анализ представленных зависимостей показал, что длительность импульса (рис. 2, а) в незначительной степени зависит от тока разряда (кривые 1–3) и определяется в основном давлением газа в газоразрядной структуре (кривые 1, 4, 5).

Амплитудное значение тока эмиссии (рис. 2, б) обусловлено концентрацией формируемой плазмы, зависящей от тока разряда и давления газа. Причем большая крутизна зависимостей максимального тока эмиссии от ускоряющего напряжения при меньшем давлении (кривые 1, 3) связана с большей подвижностью ионов при меньшем давлении и, соответственно, более существенной реакцией плазмы и разряда на отбор ионов в сравнении со случаем большего давления (кривые 4, 5). При этом энергия импульса ионного тока также определяется давлением газа.

Эффективность использования энергии (рис. 2, в) импульса ускоряющего напряжения (величина которой определяется емкостью системы электропитания и в условиях эксперимента составляла 4 мкФ) оказывается выше в случае больших давлений, а сама эффективность использования этой энергии падает с ростом ускоряющего напряжения.

На рисунке 2, г показаны зависимости заряда и флюенса (суммарного потока) на поверхность (площадь порядка 10^{-4} м²) изделия за один импульс. Для достижения заданного уровня воздействия в

данном режиме необходимо или повышать плотность плазмы за счет увеличения давления газа, или увеличивать число импульсов воздействия (формировать более 10). В общем случае суммарное время воздействия будет не более десятка секунд, что позволяет считать перспективным разработку такого типа устройств для формирования ионных потоков на поверхность малогабаритных изделий. Увеличение же давления снижает электрическую прочность ускоряющего промежутка, особенно в режиме эмиссии электронов, поэтому этот подход в сравнении с вариантом импульсного воздействия суммарной заданной длительности, достигаемой за счет требуемого числа импульсов, менее перспективен для формирования комбинированного воздействия.



ток разряда: 1, 4, 5 – 200 мА; 2 – 250 мА; 3 – 350 мА;
давление газа: 1, 2, 3 – 1 Па; 4 – 10 Па; 5 – 30 Па; потенциал электрода-расширителя анодный

Рис. 2. Зависимость параметров ионного воздействия за один импульс от ускоряющего напряжения:
а – длительность импульса; б – максимальный ток; в – энергия; г – заряд и флюенс

Выбор оптимальных режимов термического электронно-лучевого воздействия сопровождался анализом требуемых параметров электронно-лучевого воздействия с использованием разработанной прикладной программы [5] на основе решения уравнения теплопроводности с учётом температурной зависимости коэффициента теплопроводности для материалов типа сталь 45. В расчётах геометрия изделия предполагалась цилиндрической с диаметром, превышающим диаметр электронного воздействия. В качестве критерия остановки расчета при заданных плотности мощности электронного пучка и параметрах непрерывного или импульсного воздействия использовалось условие достижения температуры 600 °С на глубине материала 0,5 мм, что, как предполагалось, достаточно для создания упрочненного слоя при ионном воздействии. Мощность варьировалась током пучка и площадью воздействия при ускоряющем напряжении 5 кВ. При заданной плотности мощности определялись общее время воздействия, длительность и скважность импульсов. Некоторые результаты расчетов приведены на рисунках 3, 4.

На рисунке 3 представлена зависимость общего времени воздействия при различных плотностях мощности. При указанных плотностях мощности общее время воздействия не превышало десяти секунд, что позволяет предполагать возможность эффективного комбинированного воздействия. Для исключения распыления поверхности вследствие ее перегрева и повышения однородности прогрева модифици-

руемого слоя целесообразно использовать импульсный режим воздействия, при котором варьируется как длительность импульса, так и время паузы (скважность воздействия). На рисунке 4, а отображены результаты расчетов по влиянию длительности воздействия одного импульса на общее время воздействия, а на рисунке 4, б – результаты расчетов по влиянию длительности паузы на общее время воздействия при различных плотностях мощности.

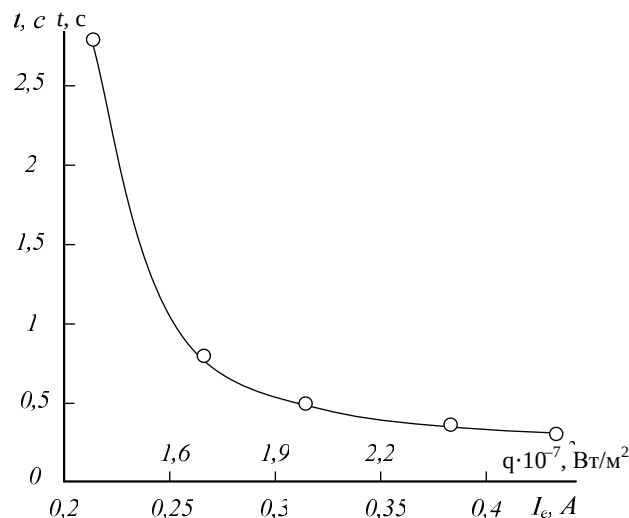
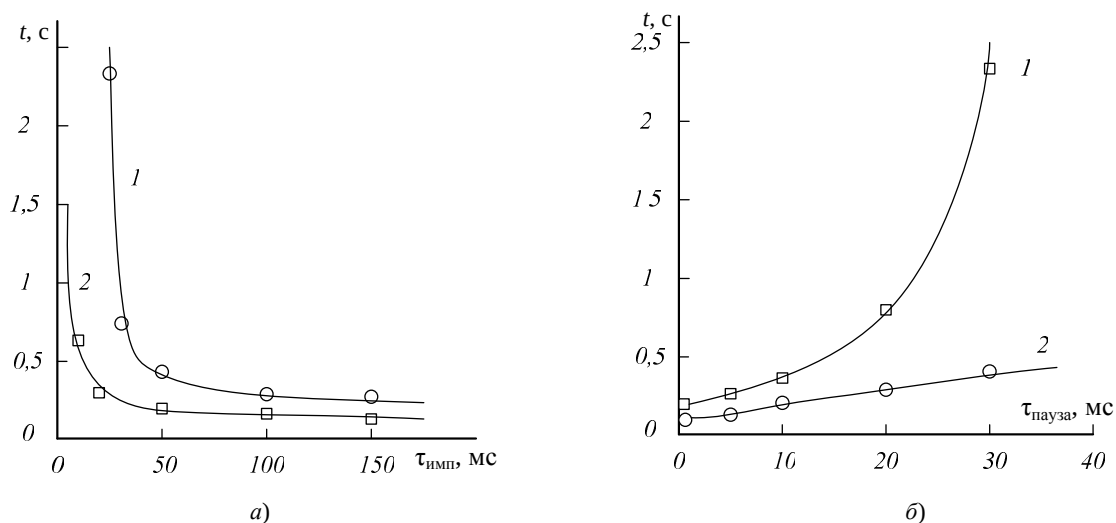


Рис. 3. Зависимость общего времени воздействия от плотности мощности электронно-лучевого воздействия, необходимого для достижения требуемой температуры (600°C) на заданной глубине ($0,5 \text{ мм}$) при площади воздействия $1,2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$



площадь воздействия – $1,2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$; длительность паузы – 20 мс ; плотность мощности:
1 – $1,6 \cdot 10^7 \text{ Вт/м}^2$; 2 – $2,55 \cdot 10^7 \text{ Вт/м}^2$

Рис. 4. Зависимость общего времени воздействия, необходимого для достижения требуемой температуры (600°C) на заданной глубине ($0,5 \text{ мм}$), от длительности импульса (а) и от длительности паузы между импульсами (б)

На основании проведенных расчетов могут быть определены диапазоны параметров импульсов, необходимые для достижения требуемой температуры на заданной глубине. Так, для отображенных на рисунках расчетов оптимальными можно считать следующее: при требуемой плотности мощности более $2 \cdot 10^7 \text{ Вт/м}^2$ (ускоряющее напряжение 5 кВ , ток пучка $0,3 \text{ А}$) длительность импульса должна составлять величину порядка 50 мс при длительности паузы 20 мс . Эти условия необходимы для выбора параметров системы импульсного электропитания. Таким образом, полученные результаты свидетельствуют о возможности формирования разряда и ускорения заряженных частиц от одного источника: с переменной полярностью для попеременного извлечения электронов и ионов из плазмы газового разряда и формирования разряда напряжением постоянной полярности.

Система электропитания разработанной конструкции. Для реализации импульсного воздействия применялась искусственная формирующая длинная линия, для автоматической дозации количества импульсов при импульсном режиме работы газоразрядных структур возможна к применению система управления электропитанием, представляющая собой электронный ключ в цепи постоянного электропитания разрядной структуры со схемой его управления [6]. Однако применение такой системы для реализации комбинированного режима работы источника затруднено, поскольку формирование комбинированных электронных и ионных потоков с требуемыми параметрами в одном источнике требует обеспечения эффективного механизма перехода от одного режим к другому. Это, с одной стороны, предполагает исключение значительных емкостей в системе электропитания, с другой – требует разработки систем коммутации для смены полярности высоковольтного питания, что усложнит схему электропитания и снизит ее надежность. В свою очередь результаты, полученные при исследовании параметров импульсных ионных и электронных пучков, и анализ их теплофизических характеристик позволили сделать вывод о возможности предельного упрощения системы электропитания.

Так, на рисунке 5 показаны осциллограммы, иллюстрирующие формирование разряда в периодическом режиме, при его электропитании от однопериодного выпрямителя.

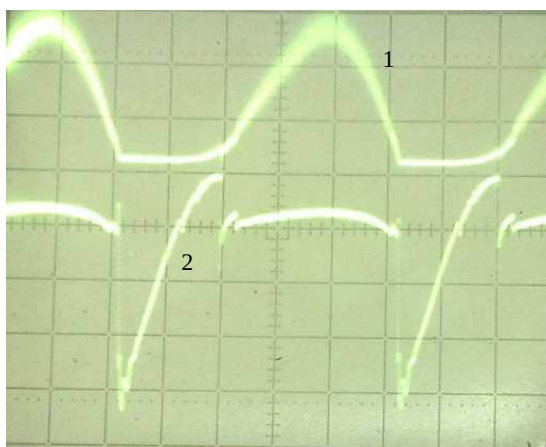


Рис. 5. Осциллограммы тока разряда (1 – 0,1 А/дел)
и напряжения горения разряда (2 – 100 В/дел), временная длительность 2 мс/дел

На осциллограмме видны момент зажигания разряда при достижении соответствующего напряжения, область стационарного горения разряда и момент его гашения при падении напряжения ниже некоторого значения. Длительность существования разряда в каждом из полупериодов импульсов с частотой 50 Гц определяется давлением газа и амплитудным значением напряжения на разряде и удовлетворительно совпадает с необходимой длительностью импульсов тока разряда, полученной при теплофизическом анализе.

Для реализации указанных режимов использовалась схема, отображенная на рисунке 6.

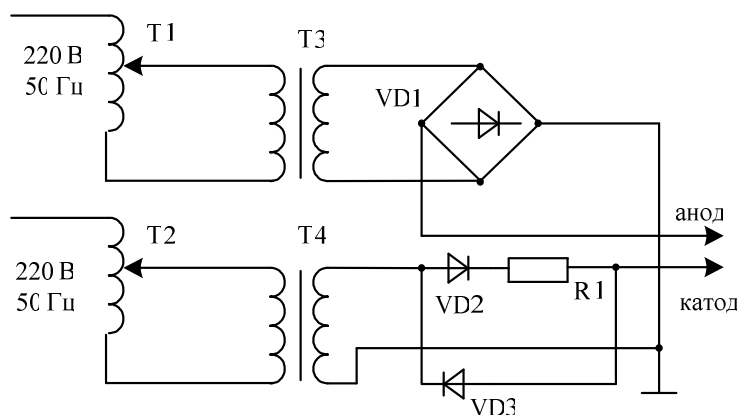


Рис. 6. Схема электропитания разрядной структуры
для реализации комбинированного воздействия

Представленная схема отличается простотой и высокой надёжностью. Балластное сопротивление R1 обеспечивает возможность реализации комбинированного питания с управляемой амплитудой ускоряющего напряжения, различной для формирования ионного и электронного пучков, что необходимо для реализации ряда технологий.

Заключение. Полученные результаты свидетельствуют о возможности попеременного извлечения электронов и ионов из плазмы газового разряда и реализации комбинированного ионно-электронного воздействия на поверхность материала с использованием одного источника заряженных частиц с параметрами, достаточными для реализации ряда технологий модификации поверхностей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Плазменные эмиссионные системы с ненакаливаемыми катодами для ионно-плазменных технологий / В.Т. Барченко [и др.]; под общ. ред. В.Т. Барченко. – СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2011. – 220 с.
2. Источники заряженных частиц с плазменным эмиттером / П.М. Щанин [и др.]; под общ. ред. П.М. Щанина. – Екатеринбург: Наука, 1993. – 149 с.
3. Мамаев, А.С. Разработка ионно-плазменных методов нанесения покрытий и азотирования перспективных конструкционных материалов: дис. ... канд. техн. наук / А.С. Мамаев. – Екатеринбург, 2012.
4. Груздев, В.А. Плазменный ионно-электронный источник / В.А. Груздев, В.Г. Залесский, П.Н. Солдатенко // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Серия С. Фундаментальные науки. – 2013. – № 4. – С. 63–68.
5. Груздев, В.А. Моделирование температурного поля в поверхностном слое при импульсном электронно-лучевом воздействии / В.А. Груздев, В.Г. Залесский, Д.Г. Руголь // Инженерно физический журнал. – 2007. – № 2. – С. 134 – 142
6. Блок питания разряда плазменного источника электронов / Д.А. Антонович [и др.] // Приборы и техника эксперимента. – 2006. – № 5. – С. 130–132.

Поступила 05.03.2014

ELEKTRON AND ION SOURCE FOR REALIZATION THE COMBINED INFLUENCE ON THE SURFACE

D. ATONOVICH, V. GRUZDEV, V. ZALESSKI

The developed design of electrode structure with system of its power supplies is presented, allowing to carry out alternate extraction electrons and ions from gas discharge plasma and to realise the combined influence on a surface of a material bunches low energetic the charged particles are ions and electrons. The received experimental characteristics of the developed structures are presented. The received results testify to possibility of application of similar structures for realisation of some technologies of updating of surfaces.

УДК 621.384

ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД ОЦЕНКИ КОЭФФИЦИЕНТА ИСКАЖЕНИЯ СИНУСОИДАЛЬНОСТИ НАПРЯЖЕНИЯ ПО ПОКАЗАНИЯМ ВОЛЬТМЕТРОВ

канд. техн. наук, доц. А.С. ВЕРШИНИН,
канд. техн. наук, доц. В.П. АВДЕЙКО, В.В. БАЗЕГСКИЙ
(Полоцкий государственный университет)

Предложен простой метод приближенной оценки коэффициента искажения синусоидальности напряжения по измеренным с помощью вольтметров действующему значению искаженного синусоидального напряжения и амплитудному значению этого напряжения. Получено аналитическое выражение для вычисления коэффициента искажения синусоидальности напряжения. Представлены результаты исследования методической погрешности вычисления коэффициента искажения синусоидальности напряжения при использовании полученного выражения. Исследования проведены численными методами в пакете MathCad для двух видов искаженного синусоидального напряжения с заранее известными гармоническим составом и значением коэффициента искажения синусоидальности напряжения. По полученным результатам сделаны выводы и сформулированы ограничения по применению предложенного выражения для оценки коэффициента искажения синусоидальности напряжения, также сформулированы требования к метрологическим характеристикам используемых вольтметров.

Введение. Важной задачей современной электроэнергетики является контроль и поддержание показателей качества электроэнергии (ПКЭ) в соответствии с требованиями ГОСТ 13109-97 [1], так как несоответствие ПКЭ установленным требованиям приводит к значительному экономическому ущербу [2].

Для объективной оценки показателей качества электроэнергии количественные значения ПКЭ следует измерять инструментально с помощью соответствующих средств измерений. Измерение ПКЭ возможно частично с помощью измерительных приборов общего назначения [3] либо с помощью специальных средств измерений ПКЭ [4, 5]. Специальные измерители ПКЭ выгодно отличаются тем, что они универсальны, измеряют практически весь спектр ПКЭ, имеют соответствующие требованиям ГОСТа метрологические характеристики, способны регистрировать и накапливать информацию об измеренных ПКЭ и т.д. В то же время это приборы сложные, дорогостоящие, чаще предназначены для стационарной установки и не всегда мобильны. Поэтому в случае необходимости и при отсутствии специальных приборов для измерения ПКЭ ГОСТ 13109-97 допускает измерение некоторых ПКЭ с помощью приборов общего назначения [1].

Действительно, измерители ПКЭ – это приборы, которые собственно измеряют напряжения, т.е. по своему исходному назначению являются вольтметрами. Однако не все ПКЭ можно измерить с помощью вольтметров. Кроме того, для измерений ПКЭ необходимы частотомеры и спектроанализаторы [3].

С помощью вольтметров могут быть измерены такие ПКЭ, как установившееся отклонение напряжения δU_y , глубина провала напряжения δU_n , несимметрия напряжений по обратной последовательности K2U и по нулевой последовательности K0U [6]. Сведения об измерении коэффициента искажения синусоидальности напряжений с помощью вольтметров в технической литературе не встречаются.

Цель данной работы – найти сравнительно простой метод приближенной оценки коэффициента искажения синусоидальности напряжения по измеренным с помощью вольтметров действующему значению напряжения и его амплитудному значению, а также провести метрологические исследования этого метода и определить границы его применимости.

Обоснование метода. Согласно [1] коэффициент искажения синусоидальности напряжения определяется как отношение суммарного действующего значения высших гармоник U_{vg} искаженного междуфазного (фазного) напряжения к действующему значению междуфазного (фазного) напряжения основной частоты (первой гармоники):

$$K_{Ui} = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{40} U_{(n)i}^2}}{U_{(1)i}} \cdot 100 \%, \quad (1)$$

где $U_{vg} = \sqrt{\sum_{k=2}^{40} U_{(k)i}^2}$ – суммарное действующее значение высших гармоник искаженного напряжения; $U_{(1)i}$ – действующее значение междуфазного (фазного) напряжения основной частоты для i -го наблюдения, В (кВ).

Оценку коэффициента искажения синусоидальности напряжения по результатам измерений с помощью вольтметров логично построить на несоответствии соотношения амплитудного и действующего значения искаженного напряжения известному соотношению указанных величин для строго синусоидального напряжения [7]:

$$U_{1m}/U_1 = \sqrt{2}. \quad (2)$$

Для идеального синусоидального напряжения выражение (2) выполняется строго, и поскольку высшие гармоники отсутствуют ($U_{vg} = 0$), то коэффициент искажения синусоидальности K_{Ui} такого напряжения равен нулю.

Для искаженного напряжения действующее значение U_H определяется следующим образом [7]:

$$U_H = \sqrt{U_1^2 + \sum_{k=2}^{40} U_k^2} = \sqrt{U_1^2 + U_{vg}^2}, \quad (3)$$

где U_1 – действующее значение первой (основной) гармоники искаженного напряжения; U_k – действующее значение k -й высшей гармоники искаженного напряжения; U_{vg} – суммарное действующее значение высших гармоник искаженного напряжения.

Таким образом, согласно (3) действующее значение искаженного синусоидального напряжения U_H всегда больше действующего значения первой (основной) гармоники U_1 , входящей в состав искаженного напряжения:

$$U_H > U_1. \quad (4)$$

Амплитуда искаженного напряжения U_{Hm} представляет собой максимум алгебраической суммы мгновенных значений напряжений всех гармоник, включая первую, действующих со своими фазами и амплитудами. Поэтому измеренная величина амплитуды искаженного напряжения U_{Hm} может быть как меньше, так и больше амплитуды U_{1m} первой гармоники напряжения.

Пусть искаженному синусоидальному напряжению с действующим значением U_H соответствует некоторое чисто синусоидальное эквивалентное напряжение с таким же действующим значением $U_{\mathcal{E}} = U_H$, тогда амплитуда этого синусоидального эквивалентного напряжения $U_{\mathcal{E}m}$ будет равна:

$$U_{\mathcal{E}m} = \sqrt{2} \cdot U_H. \quad (5)$$

При этом для искаженного синусоидального напряжения логично предположить, что амплитуда эквивалентного синусоидального напряжения $U_{\mathcal{E}m}$ не будет равна амплитуде искаженного синусоидального напряжения U_{Hm} :

$$U_{\mathcal{E}m} \neq U_{Hm}. \quad (6)$$

Тогда возможно предположить, что по разности указанных амплитуд напряжений приближенно можно судить о коэффициенте искажения синусоидальности искаженного синусоидального напряжения, так как последний будет пропорционален разности вида

$$\Delta U_m = (U_{\mathcal{E}m} - U_{Hm}). \quad (7)$$

Рассматривая ΔU_m как амплитуду некоторого другого эквивалентного синусоидального напряжения, действующее значение которого равно суммарному действующему значению высших гармоник U_{vg} , можно с учетом (1) получить приближенную формулу для оценки коэффициента искажения синусоидальности напряжения:

$$K_{Ui} = \left| \frac{U_{Hm}}{\sqrt{2} \cdot U_H} - 1 \right| \cdot 100 \%, \quad (8)$$

где U_{Hm} – амплитуда искаженного синусоидального напряжения, измеренная с помощью вольтметра; U_H – действующее значение искаженного синусоидального напряжения, измеренное с помощью вольтметра.

Выражение (8) является приближенным и требует проведения метрологического исследования с целью оценки методической погрешности полученного выражения, его уточнения и определения преде-

лов применения. Для этого в качестве искаженного синусоидального напряжения следует взять напряжение с заранее известным гармоническим составом и известным значением коэффициента искажения синусоидальности.

Кроме того, необходимо исследовать влияние погрешностей вольтметров на точность определения коэффициента искажения синусоидальности напряжения с целью обоснования требований к метрологическим характеристикам используемых вольтметров.

Методика метрологического исследования. Для оценки методической погрешности выражения для коэффициента искажения синусоидальности напряжения в виде (8) следует в качестве тестового искаженного напряжения использовать напряжение с заранее известным гармоническим составом, действующим значением напряжения, его амплитудным значением и известным точным значением коэффициента искажения синусоидальности.

Выберем в качестве тестового искаженного переменного напряжения трапецеидальное напряжение с амплитудой U_{Tm} и с изменением угла α трапецеидальной функции в диапазоне от 40 до 60°. В пользу такого выбора можно отнести то, что такая форма наиболее близка к синусоидальной и обладает коэффициентом искажения синусоидальности, близким к реальным значениям.

Оценку методической погрешности выражения (8) будем проводить численным методом в программной среде Mathcad и представлением информации в графическом виде.

Таким образом, искажённая функция переменного напряжения представляется как [8]

$$u = \frac{4U_{Tm}}{\pi\alpha} \cdot \left[\sin(\alpha) \cdot \sin(\omega t) + \frac{1}{3^2} \cdot \sin(3\alpha) \cdot \sin(3\omega t) + \frac{1}{5^2} \cdot \sin(5\alpha) \cdot \sin(5\omega t) + \dots \right], \quad (9)$$

где U_{Tm} – амплитудное значение напряжения; α – угол излома трапецеидальной функции.

Действующее значение трапецеидального напряжения

$$U_T = U_{Tm} \sqrt{1 - \frac{4\alpha}{3\pi}}. \quad (10)$$

Амплитуда первой гармоники трапецеидального напряжения равна [8]

$$U_{1m} = \frac{4U_{Tm} \cdot \sin(\alpha)}{\pi\alpha}. \quad (11)$$

Суммарное действующее значение высших гармоник найдем из следующего выражения:

$$U_{vg} = \sqrt{U_T^2 - U_1^2}, \quad (12)$$

где

$$U_1 = \frac{4U_{Tm} \cdot \sin(\alpha)}{\sqrt{2} \cdot \pi\alpha}. \quad (13)$$

Точное значение коэффициента искажения синусоидальности трапецеидального напряжения

$$K_{UT} = \frac{U_{vg}}{U_T} \cdot 100 \%. \quad (14)$$

Приближенное значение коэффициента искажения синусоидальности трапецеидального напряжения согласно (8) будет иметь вид

$$K_{Ull} = \left| 1 - \frac{U_{Tm}}{\sqrt{2} \cdot U_T} \right| \cdot 100 \%. \quad (15)$$

Пусть $U_{Tm} = 100$ В, а α изменяется от 40° ($4\pi/18$) до 60° ($\pi/3$) с шагом 1° ($\pi/180$).

С помощью пакета Mathcad получим результаты вычисления точного значения коэффициента искажения синусоидальности (14) и приближенного значения того же коэффициента (15) в виде графиков, представленных на рисунке 1.

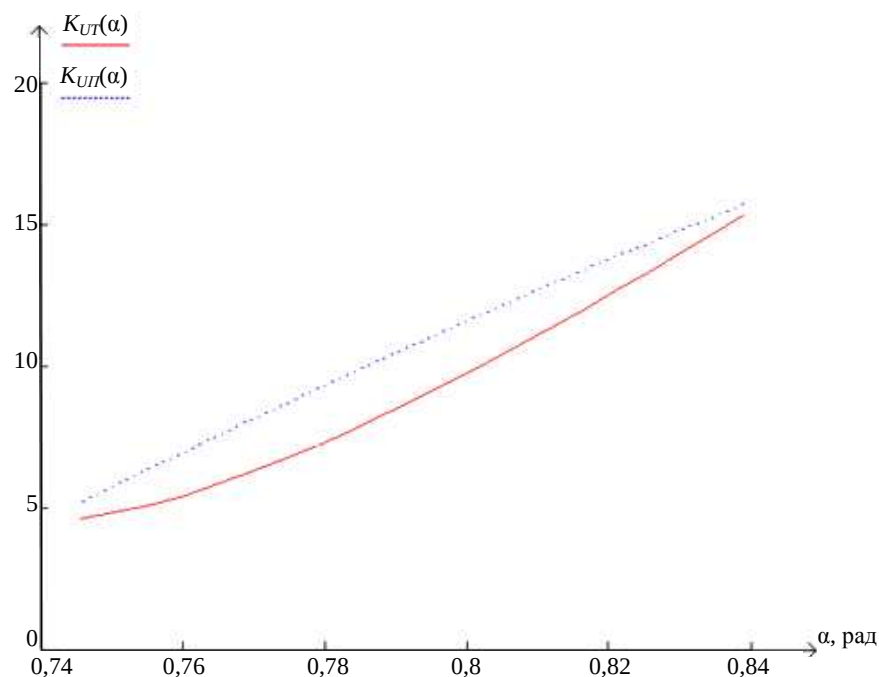


Рис. 1. Зависимости точного $K_{UT}(\alpha)$ и приближенного $K_{УП}(\alpha)$ коэффициентов искажения синусоидальности напряжения от параметра α трапецидальной функции

Зависимость разности точного и приближенного значения коэффициента искажения синусоидальности для трапецидального напряжения при изменении угла α в тех же пределах отображена на рисунке 2.

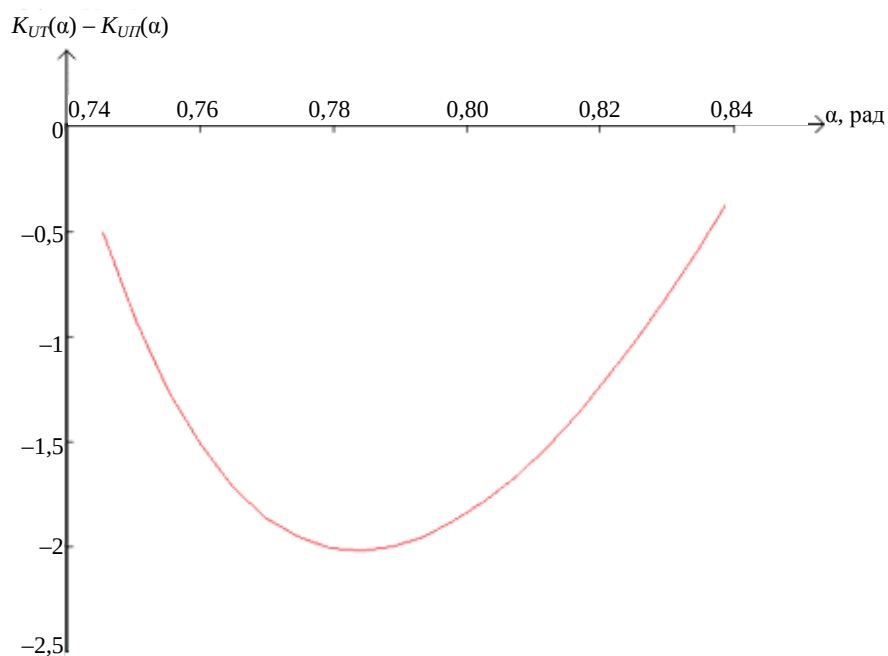


Рис. 2. Зависимость разности точного $K_{UT}(\alpha)$ и приближенного $K_{УП}(\alpha)$ значений коэффициентов искажения синусоидальности напряжения от параметра α трапецидальной функции

Полученная зависимость и представляет собой абсолютную методическую погрешность вычисления искомого коэффициента искажения синусоидальности напряжения для выражения (8). Для уменьшения этой погрешности в выражение (8) целесообразно ввести смещение и усреднить величину этой

погрешности. Тогда в соответствии с рисунком 2 уточненную формулу для вычисления коэффициента искажения синусоидальности напряжения можно представить в виде

$$K_{Ui} = \left| 1 - \frac{U_{Im}}{\sqrt{2} \cdot U_H} \right| \cdot 100 \% - 1,3. \quad (16)$$

Повторив вычисления приближенного коэффициента искажения синусоидальности напряжения по уточненной формуле для тех же исходных данных трапецеидальной функции напряжения, получим результаты в виде графиков, приведенных на рисунке 3.

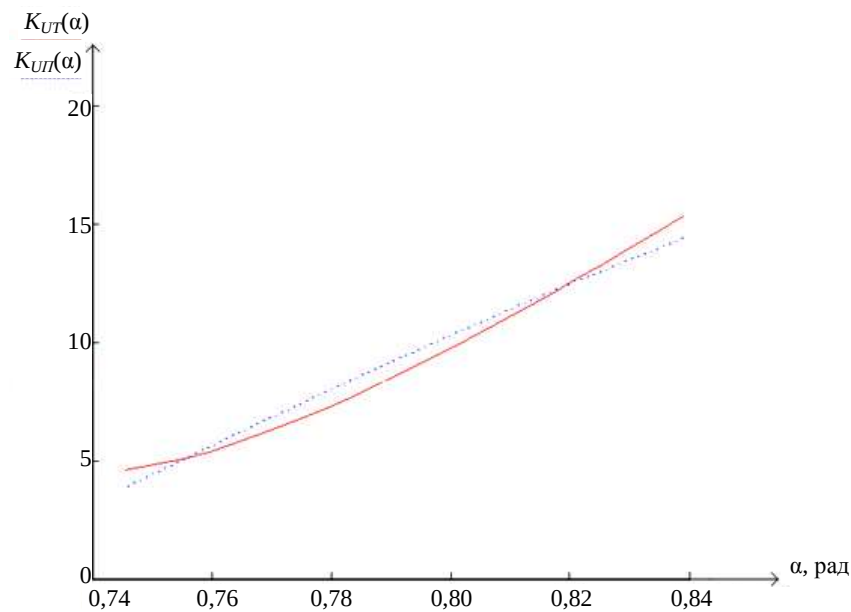


Рис. 3. Зависимости точного $K_{UT}(\alpha)$ и уточненного приближенного $K_{UИ}(\alpha)$ коэффициентов искажения синусоидальности напряжения от параметра α трапецеидальной функции

Зависимость разности точного значения (14) и приближенного значения (16) коэффициента искажения синусоидальности для трапецеидального напряжения при изменении угла α в тех же пределах приведена на рисунке 4.

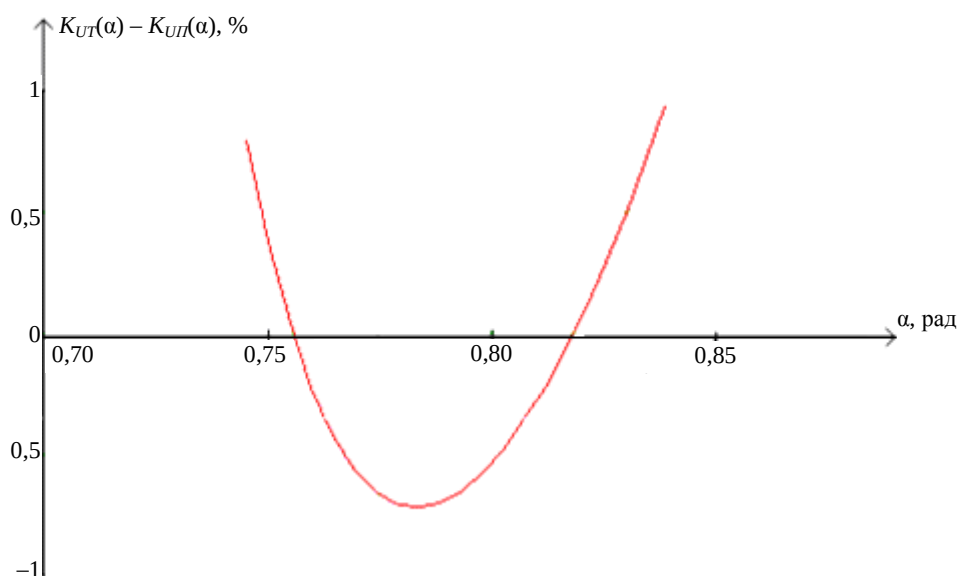


Рис. 4. Зависимость разности точного $K_{UT}(\alpha)$ и уточненного приближенного $K_{UИ}(\alpha)$, значений коэффициентов искажения синусоидальности напряжения от параметра α трапецеидальной функции

Из анализа графика (рис. 4) следует, что при изменении угла α трапецидальной функции в пределах от 40° ($4\pi/18$) до 60° ($\pi/3$) с шагом 1° ($\pi/180$) методическая погрешность определения коэффициента искажения синусоидальности не превышает $\pm 1,3\%$.

С целью дополнительной проверки работоспособности выражения (16) при определении искомого коэффициента искажения синусоидальности в качестве тестового искаженного переменного напряжения возьмем смесь суммы нечетных гармоник до 11-й гармоники включительно:

$$u = U_{1m} \sin(\omega t) + U_{3m} \sin(3\omega t) + U_{5m} \sin(5\omega t) + \dots + U_{11m} \sin(11\omega t). \quad (17)$$

Тогда действующее значение искаженного напряжения получим в виде:

$$U_{II} = \sqrt{\sum_{k=1}^{11} \frac{U_{km}^2}{2}}. \quad (18)$$

Суммарное действующее значение высших гармоник найдем в виде:

$$U_{vg} = \sqrt{\sum_{k=1}^{11} \frac{U_{km}^2}{2}}. \quad (19)$$

Тогда точное значение коэффициента искажения синусоидальности напряжения согласно [1] найдем из следующего выражения:

$$K_{UT} = \frac{\sqrt{2} \cdot U_{vg}}{U_{1m}} \cdot 100\%. \quad (20)$$

Амплитуду искаженного напряжения приближенно будем определять как сумму амплитуд гармоник в виде:

$$U_{II\approx} = \sum_{k=1}^{11} \frac{U_{km}^2}{2}. \quad (21)$$

Приближенное значение коэффициента искажения синусоидальности напряжения будем вычислять по формуле (16).

Задавая различные значения амплитуды одной из высших гармоник в пределах от 0 до 5 % от амплитуды первой гармоники с шагом 0,2 % от амплитуды первой гармоники и накладывая амплитуды других высших гармоник в сумме до 3 % от амплитуды первой гармоники, выполнив вычисления в программной среде Mathcad по выражениям (8) и (12), получим результаты в виде графиков, приведенных на рисунке 5.

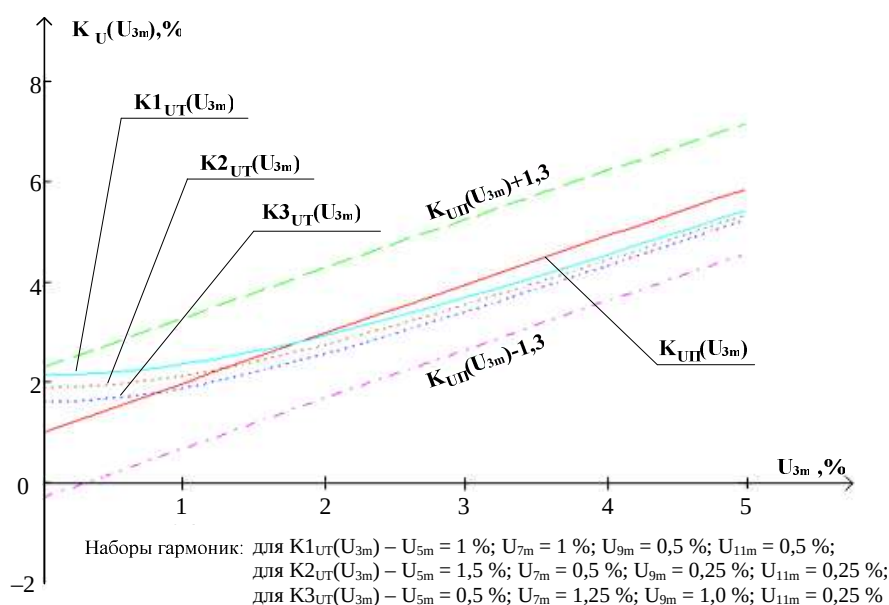


Рис. 5. Точные и приближенные зависимости коэффициентов искажения синусоидальности искаженного напряжения в виде сумм различных смесей гармоник

При указанных выше ограничениях, как следует из анализа рисунка 5, абсолютная погрешность приближенного вычисления коэффициента искажения синусоидальности напряжения по формуле (8) не превышает 1,3 %.

Таким образом, если в искаженном напряжении U_H сумма одновременно действующих амплитуд высших гармоник $A_3 + A_5 + A_7 + A_9 + A_{11}$ меньше или равна 8 % от амплитуды первой гармоники, то коэффициент искажения синусоидальности напряжения не превышает 7 %, а абсолютная погрешность его определения по формуле (8) не более 1,3 %. При коэффициенте искажения синусоидальности напряжения до 7 % предложенная формула определения указанного коэффициента работает и позволяет оценить искажение синусоидальности напряжения с абсолютной погрешностью не более 1,3 %.

Это проверено и на трапецеидальной форме кривой напряжения в диапазоне изменения угла от 40 до 60°, и на напряжении в виде произвольной смеси гармоник до $k = 11$ включительно.

Влияние погрешностей вольтметров. При использовании выражения (16) для вычисления коэффициента искажения синусоидальности напряжения погрешности измерения действующего значения U_H и амплитуды U_{Hm} искаженного напряжения вносят дополнительную погрешность в конечный результат.

Погрешность измерения амплитудного значения U_{Hm} искаженного напряжения δ_A вносит дополнительную абсолютную погрешность ΔK_{UA} :

$$\Delta K_{UA} = \frac{\partial K_{U_i}}{\partial U_{Hm}} \cdot \delta_A = \frac{U_{Amp} \delta_A}{\sqrt{2} \cdot U_H}, \% \quad (22)$$

где U_{Amp} – предел измерения вольтметра, измеряющего амплитуду искаженного напряжения; δ_A – приведенная относительная погрешность того же вольтметра.

Погрешность измерения действующего значения U_H искаженного напряжения δ_D вносит дополнительную абсолютную погрешность ΔK_{UD} :

$$\Delta K_{UD} = \frac{\partial K_{U_i}}{\partial U_H} \cdot \delta_D = \frac{U_{Hm} U_{Dmp} \delta_D}{\sqrt{2} \cdot U_H^2}, \% \quad (23)$$

где U_{Dmp} – предел измерения вольтметра, измеряющего действующее значение искаженного напряжения; δ_D – приведенная относительная погрешность того же вольтметра.

Считая эти погрешности независимыми, полную дополнительную погрешность определения коэффициента искажения синусоидальности ΔK_U , вносимую вольтметрами, можно оценить как

$$\Delta K_U = \sqrt{(\Delta K_{UA})^2 + (\Delta K_{UD})^2}. \quad (24)$$

Из анализа выражений (22) и (23) следует, что вносимые погрешности превышают погрешности самих приборов, так как пределы измерений вольтметров превышают измеряемые величины. Поэтому к метрологическим характеристикам вольтметров следует предъявлять достаточно жесткие требования. Учитывая значительную величину методической погрешности при использовании выражения (16) порядка 1,3 %, класс точности вольтметров должен быть не ниже 0,2. Тогда дополнительная погрешность, вносимая вольтметрами, будет меньше методической примерно на порядок.

В заключение проведенного исследования можно сделать следующие **выводы**:

1) выражение (16) может быть использовано для приближенной оценки коэффициента искажения синусоидальности K_{U_i} периодического напряжения по измеренным значениям действующего значения напряжения U_H и его амплитудного значения U_{Hm} с абсолютной методической погрешностью не более 1,3 %, если реальный коэффициент искажения синусоидальности напряжения не превышает ± 7 %. За пределами этого диапазона погрешность больше;

2) класс точности вольтметров (приведенная относительная погрешность), измеряющих амплитудное значение U_{Hm} и действующее значение U_H искаженного синусоидального напряжения, должен быть не ниже 0,2.

ЛИТЕРАТУРА

1. Электрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения: ГОСТ 13109-97. – Минск: Изд-во Межгосстандарт, 1997. – 30 с.

2. Железко, Ю.С. Влияние качества электроэнергии на экономические показатели работы промышленных предприятий / Ю.С. Железко. – М.: ВНИИЦ, 1987. – 93 с.
3. Жежеленко, И.В. Показатели качества электроэнергии на промышленных предприятиях / И.В. Жежеленко. – М.: Энергия, 1977. – 127 с.
4. Суднова, В.В. Качество электрической энергии / В.В. Суднова. – М.: ЗАО «Энергосервис», 2000. – 80 с.
5. Electromagnetic compatibility (EMC). – Part 4-30: Testing and measurement techniques – Power quality measurement methods (MOD): IEC 61000-4-30: 2008.
6. Железко, Ю.С. Определение симметричных составляющих напряжений с помощью вольтметра / Ю.С. Железко, А.В. Артемьев. – Изв. вузов. Энергетика. – 1985. – № 2. – С. 10–15.
7. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи / Л.А. Бессонов. Ч. 1. – М.: Высш. шк., 1978. – 528 с.
8. Бронштейн, И.Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. – 13-е изд., испр. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит, 1986. – 544 с.

Поступила 13.12.2013

AN APPROXIMATE METHOD OF EVALUATION OF THE DEFORMATION RATIO OF THE STRAIN HARMONICITY ACCORDING TO VOLTMETER READINGS

A. VERSHINYN, V. AVDEYKO, V. BAZEFSKY

The simple method of evaluation of the deformation ratio of the strain harmonicity according to the working value of the deformed sinusoidal voltage and crest value of this strain (measured with the help of a voltmeter) is suggested. An analytical expression for calculation of the deformation ratio of harmonicity strain is obtained. Survey results of the systematic error of the calculation of the deformation ratio of the strain harmonicity with the use of the found expression are presented. The research is carried out with a numeric procedure in MathCad for two kinds of the deformed sinusoidal voltage with previously known harmonic composition and previously known value of the deformation ratio of the harmonicity strain. According to the findings conclusions are drawn and limitations in the application of the suggested expression for the estimation of the deformation ratio of strain harmonicity as well as the requirements to metrological performance of the used voltmeters are formulated.

МАТЕМАТИКА

УДК 517.983

РЕШЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФУНКЦИЕЙ ГАУССА В ЯДРАХ В $L_{v,r}$ -ПРОСТРАНСТВАХ

канд. физ.-мат. наук, доц. О.В. СКОРОМНИК, Ю.В. ЖАВОРОНОК
(Полоцкий государственный университет)

Исследуются четыре интегральных уравнения первого рода на положительной полуоси, содержащие гипергеометрическую функцию Гаусса в ядрах. С использованием представлений интегральных операторов левых частей рассматриваемых уравнений в виде композиции двух операторов дробного интегрирования со степенными весами доказываются условия их ограниченности из одних весовых пространств суммируемых функций в другие. Эти результаты применяются для вывода явных формул решений изучаемых интегральных уравнений в рассматриваемых пространствах.

Предварительные сведения

Рассмотрим четыре интегральных уравнения:

$${}_1I_{\sigma,\omega;\delta}^c(a,b)\varphi(x) \equiv x^\sigma \int_0^x \frac{(x^\delta - t^\delta)^{c-1}}{\Gamma(c)} {}_2F_1\left(a,b;c;1 - \frac{x^\delta}{t^\delta}\right) t^\omega \varphi(t) dt = f(x) \quad (x > 0); \quad (1)$$

$${}_2I_{\sigma,\omega;\delta}^c(a,b)\varphi(x) \equiv x^\sigma \int_0^x \frac{(x^\delta - t^\delta)^{c-1}}{\Gamma(c)} {}_2F_1\left(a,b;c;1 - \frac{t^\delta}{x^\delta}\right) t^\omega \varphi(t) dt = f(x) \quad (x > 0); \quad (2)$$

$${}_3I_{\sigma,\omega;\delta}^c(a,b)\varphi(x) \equiv x^\sigma \int_x^\infty \frac{(t^\delta - x^\delta)^{c-1}}{\Gamma(c)} {}_2F_1\left(a,b;c;1 - \frac{x^\delta}{t^\delta}\right) t^\omega \varphi(t) dt = f(x) \quad (x > 0); \quad (3)$$

$${}_4I_{\sigma,\omega;\delta}^c(a,b)\varphi(x) \equiv x^\sigma \int_x^\infty \frac{(t^\delta - x^\delta)^{c-1}}{\Gamma(c)} {}_2F_1\left(a,b;c;1 - \frac{t^\delta}{x^\delta}\right) t^\omega \varphi(t) dt = f(x) \quad (x > 0), \quad (4)$$

$\sigma, \omega \in \mathbb{R}$, $\delta > 0$, содержащих в ядре гипергеометрическую функцию Гаусса ${}_2F_1(a,b;c;z)$, которая определяется при комплексных a, b, c и $|z| < 1$ как сумма гипергеометрического ряда [1]:

$${}_2F_1(a,b;c;z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(a)_k (b)_k}{(c)_k} \cdot \frac{z^k}{k!}, \quad c \neq 0, -1, -2, \dots, \quad (5)$$

а $(a)_k = a(a+1)(a+2)\dots(a+k-1)$, $k = 1, 2, 3, \dots$, $(a)_0 \equiv 1$ – символ Похгаммера.

Интегралы

$$\left(I_{0+}^\alpha \varphi\right)(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^x \frac{\varphi(t)}{(x-t)^{1-\alpha}} dt, \quad \left(I_-^\alpha \varphi\right)(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_x^\infty \frac{\varphi(t)}{(t-x)^{1-\alpha}} dt \quad (x > 0),$$

где $\alpha \in \mathbb{C}$, $\operatorname{Re}(\alpha) > 0$, называются интегралами Римана – Лиувилля дробного порядка α [2].

Первый из них называют левосторонним, а второй – правосторонним.

Операторы I_{0+}^α , I_-^α называют операторами дробного интегрирования.

Для функции $f(x)$, заданной на полуоси $(0, \infty)$, каждое из выражений

$$\left(D_{0+}^{\alpha} f\right)(x) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^n}{dx^n} \int_0^x \frac{f(t) dt}{(x-t)^{\alpha-n+1}}, \quad n = [\operatorname{Re}(\alpha)] + 1,$$

$$\left(D_{-}^{\alpha} f\right)(x) = \frac{(-1)^n}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^n}{dx^n} \int_x^{\infty} \frac{f(t) dt}{(x-t)^{\alpha-n+1}}, \quad n = [\operatorname{Re}(\alpha)] + 1$$

называется дробной производной порядка $\alpha \in \mathbb{C}$, $\operatorname{Re}(\alpha) \geq 0$ на полуоси соответственно левосторонней и правосторонней [2].

Для степенной функции $\varphi(x) = x^{\beta-1}$, $\operatorname{Re}(\beta) > 0$, имеем [2, (2.44)]:

$$I_{0+}^{\alpha} \varphi = \frac{\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)} x^{\alpha+\beta-1}, \quad \operatorname{Re}(\alpha) > 0, \quad (6)$$

$$D_{0+}^{\alpha} \varphi = \frac{\Gamma(\beta)}{\Gamma(\beta-\alpha)} x^{\beta-\alpha-1}, \quad \operatorname{Re}(\alpha) \geq 0. \quad (7)$$

Для степенной функции $\varphi(x) = x^{\beta-1}$ [2, табл. 9.3, формула (1)]

$$I_{-}^{\alpha} \varphi = \frac{\Gamma(1-\alpha-\beta)}{\Gamma(1-\beta)} x^{\alpha+\beta-1}, \quad \operatorname{Re}(\alpha+\beta) < 1, \quad (8)$$

$$D_{-}^{\alpha} \varphi = \frac{\Gamma(1+\alpha-\beta)}{\Gamma(1-\beta)} x^{\beta-\alpha-1}, \quad \operatorname{Re}(n-\alpha+\beta) < 1, \quad n = [\operatorname{Re} \alpha] + 1. \quad (9)$$

Будем использовать следующие обозначения:

$$I_{0+}^{\alpha} f = \begin{cases} I_{0+}^{\alpha} f, & \operatorname{Re}(\alpha) > 0, \\ D_{0+}^{-\alpha} f, & \operatorname{Re}(\alpha) \leq 0; \end{cases} \quad I_{-}^{\alpha} f = \begin{cases} I_{-}^{\alpha} f, & \operatorname{Re}(\alpha) > 0, \\ D_{-}^{-\alpha} f, & \operatorname{Re}(\alpha) \leq 0. \end{cases}$$

Нам потребуется обобщенное неравенство Минковского [2, формула (1.33)]:

$$\left(\int_{\Omega_1} dx \left| \int_{\Omega_2} f(x, y) dy \right|^p \right)^{\frac{1}{p}} \leq \int_{\Omega_2} dy \left(\int_{\Omega_1} |f(x, y)|^p \right)^{\frac{1}{p}}. \quad (10)$$

Введем пространство $L_{v,r}$, измеримых по Лебегу, вообще говоря, комплекснозначных функций f на $R_+ = (0, \infty)$, для которых $\|f\|_{v,r} < \infty$, где

$$\|f\|_{v,r} = \left(\int_0^{\infty} \left| t^v f(t) \right|^r \frac{dt}{t} \right)^{\frac{1}{r}} \quad (1 \leq r < \infty, v \in \mathbb{R}), \quad \|f\|_{v,\infty} = \operatorname{ess\,sup}_{t>0} \left[t^v |f(x)| \right] \quad (r = \infty). \quad (11)$$

Для функции f определим почти всюду в R_+ элементарные операторы M_{ξ} , N_a :

$$(M_{\xi} f)(x) = x^{\xi} f(x) \quad (\xi \in \mathbb{C}), \quad (N_a f)(x) = f(x^a) \quad (a \in \mathbb{R}, a \neq 0). \quad (12)$$

Эти операторы обладают следующими свойствами.

Лемма 1 [3]. Для $v \in \mathbb{R}$ и $1 \leq r < \infty$ верны следующие утверждения:

(а) M_{ξ} является изометрическим изоморфизмом $L_{v,r}$ на $L_{v-\operatorname{Re}(\xi),r}$;

M_{ξ}^{-1} является изометрическим изоморфизмом $L_{v,r}$ на $L_{v+\operatorname{Re}(\xi),r}$, и $M_{\xi}^{-1} = M_{-\xi}$;

(b) N_a является ограниченным изоморфизмом $L_{v,r}$ на $L_{av,r}$;

N_a^{-1} является ограниченным изоморфизмом $L_{v,r}$ на $L_{v/a,r}$, и $N_a^{-1} = N_{1/a}$.

Пусть комплексные числа $\alpha_1, \dots, \alpha_n, \alpha_{n+1}$ такие, что существует одно α_j , для которого $\operatorname{Re} \alpha_j = \min(\operatorname{Re} \alpha_1, \dots, \operatorname{Re} \alpha_n, \operatorname{Re} \alpha_{n+1})$. Тогда положим $\alpha_{n+1} = 0$ и введем функцию [2, § 10]:

$$m(\alpha_1, \dots, \alpha_n) = \begin{cases} 0, & \operatorname{Re} \alpha_j > 0, i=1, 2, \dots, n. \\ -\alpha_j, & \text{если существует } \alpha_j, \text{ для которого} \\ \operatorname{Re} \alpha_j < \min(0, \operatorname{Re} \alpha_1, \dots, \operatorname{Re} \alpha_{j-1}, \operatorname{Re} \alpha_{j+1}, \dots, \operatorname{Re} \alpha_n) \end{cases} \quad (13)$$

(если существуют α_j, α_k такие, что $\alpha_j \neq \alpha_k$, но $\operatorname{Re} \alpha_j = \operatorname{Re} \alpha_k = \min(0, \operatorname{Re} \alpha_1, \dots, \operatorname{Re} \alpha_n)$, то функция $m(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ не определяется);

$$I_{0+}^{m(\alpha)}(L_{v,r}) = \begin{cases} L_{v,r}, & \operatorname{Re} \alpha > 0, \\ I_{0+}^{-\alpha}(L_{v,r}), & \operatorname{Re} \alpha < 0, \end{cases}; \quad I_{-}^{m(\alpha)}(L_{v,r}) = \begin{cases} L_{v,r}, & \operatorname{Re} \alpha > 0, \\ I_{0-}^{-\alpha}(L_{v,r}), & \operatorname{Re} \alpha < 0, \end{cases} \quad (1 < r < \infty). \quad (14)$$

Справедливы следующие утверждения.

Лемма 2 [2, теорема 5.4]. Пусть $1 \leq p < \infty$, $0 < \alpha < m + \frac{1}{p}$, $0 \leq m \leq \alpha$, $q = \frac{p}{1 - (\alpha - m)p}$ и $m \neq 0$ при $p = 1$, тогда операторы I_{0+}^{α} , I_{-}^{α} ограничены из $L_{\frac{\mu+1}{p}, p}$ в $L_{\frac{v+1}{q}, q}$, $v = (\mu/p - m)q$:

$$\left(\int_0^{\infty} x^v |I_{0+}^{\alpha} \varphi(x)|^q dx \right)^{1/q} \leq \kappa_1 \left(\int_0^{\infty} x^{\mu} |\varphi(x)|^p dx \right)^{1/p}, \quad \mu < p-1; \quad (15)$$

$$\left(\int_0^{\infty} x^v |I_{-}^{\alpha} \varphi(x)|^q dx \right)^{1/q} \leq \kappa_2 \left(\int_0^{\infty} x^{\mu} |\varphi(x)|^p dx \right)^{1/p}, \quad \mu > \alpha p - 1, \quad (16)$$

где $\kappa_1 > 0$ и $\kappa_2 > 0$ – некоторые постоянные.

Лемма 3 [5, лемма 4]. Пусть $\psi(x) \in L_{v,r}$, $1 < r < \infty$, $v < 1 + \min(\mu, \operatorname{Re}(\alpha), 0)$, $\alpha \neq 0, 1, 2, 3 \dots$ и $I_{0+}^{m(\alpha)}(L_{v,r})$ дается (14). Тогда для того чтобы $\psi(x)$ была представима в виде $\psi(x) = I_{0+}^{\alpha} x^{\mu} f(x)$, где $f(x) \in I_{0+}^{m(\alpha)}(L_{v,r})$, необходимо и достаточно, чтобы $\psi(x)$ была представима в виде $\psi(x) = x^{\mu} I_{0+}^{\alpha} g(x)$, где $g(x) \in I_{0+}^{m(\alpha)}(L_{v,r})$, или в виде $\psi(x) = x^{\mu-\varepsilon} I_{0+}^{\alpha} x^{\varepsilon} g_1(x)$, где $g_1(x) \in I_{0+}^{m(\alpha)}(L_{v,r})$.

Из указанных классов функций операторы $I_{0+}^{\alpha} x^{\mu}$, $x^{\mu} I_{0+}^{\alpha}$ и $x^{\mu-\varepsilon} I_{0+}^{\alpha} x^{\varepsilon}$ при $1 < r < \infty$, $v < 1 + \min(\mu, \operatorname{Re}(\alpha), 0)$, $\operatorname{Re}(\alpha) > 0$, $\alpha \neq 1, 2, 3 \dots$, ограничено действуют на пространство $L_{v-\mu-\alpha, r}$.

Лемма 4 [5, лемма 5]. Пусть $\psi(x) \in L_{1-v-\alpha, r}$, $1 < r < \infty$, $v < 1 + \min(\mu, \operatorname{Re}(\alpha), 0)$, $\alpha \neq 0, 1, 2, 3 \dots$ и $I_{-}^{m(\alpha)}(L_{v,r})$ дается (14). Тогда для того чтобы $\psi(x)$ была представима в виде $\psi(x) = I_{-}^{\alpha} x^{-\mu} f(x)$, где $f(x) \in I_{-}^{m(\alpha)}(L_{1-v+\tilde{\alpha}, r})$, $\tilde{\alpha} = \operatorname{sign} \operatorname{Re}(\alpha) \cdot \alpha$, необходимо и достаточно, чтобы $\psi(x)$ была представима в виде $\psi(x) = x^{-\mu} I_{-}^{\alpha} g(x)$, где $g(x) \in I_{-}^{m(\alpha)}(L_{1-v+\tilde{\alpha}, r})$, или в виде $\psi(x) = x^{\varepsilon-\mu} I_{-}^{\alpha} x^{-\varepsilon} g_1(x)$, где $g_1(x) \in I_{-}^{m(\alpha)}(L_{1-v+\tilde{\alpha}, r})$.

ТЕОРЕМЫ о действии операторов ${}_jI_{0+}^c(a,b)$ ($j=1,2$), ${}_jI_{-}^c(a,b)$ ($j=3,4$) в $L_{v,r}$ -пространствах

Рассмотрим интегральные уравнения с гипергеометрической функцией Гаусса (5) в ядре [2, § 35], являющиеся частными случаями уравнений (1)–(4) соответственно:

$${}_1I_{0+}^c(a,b)\varphi(x) \equiv {}_1I_{0,0;1}^c(a,b)\varphi(x) = \int_0^x \frac{(x-t)^{c-1}}{\Gamma(c)} {}_2F_1\left(a,b;c;1-\frac{x}{t}\right)\varphi(t)dt = f(x); \quad (17)$$

$${}_2I_{0+}^c(a,b)\varphi(x) \equiv {}_2I_{0,0;1}^c(a,b)\varphi(x) = \int_0^x \frac{(x-t)^{c-1}}{\Gamma(c)} {}_2F_1\left(a,b;c;1-\frac{t}{x}\right)\varphi(t)dt = f(x); \quad (18)$$

$${}_3I_{-}^c(a,b)\varphi(x) \equiv {}_3I_{0,0;1}^c(a,b)\varphi(x) = \int_x^\infty \frac{(t-x)^{c-1}}{\Gamma(c)} {}_2F_1\left(a,b;c;1-\frac{x}{t}\right)\varphi(t)dt = f(x); \quad (19)$$

$${}_4I_{-}^c(a,b)\varphi(x) \equiv {}_4I_{0,0;1}^c(a,b)\varphi(x) = \int_x^\infty \frac{(t-x)^{c-1}}{\Gamma(c)} {}_2F_1\left(a,b;c;1-\frac{t}{x}\right)\varphi(t)dt = f(x). \quad (20)$$

В [4] были получены следующие композиционные разложения для операторов левых частей этих уравнений в пространствах $L_{v,r}$, $1 < r < +\infty$:

$${}_1I_{0+}^c(a,b)\varphi(x) = I_{0+}^{c-b}x^{-a}I_{0+}^b x^a\varphi(x); \quad {}_1I_{0+}^c(a,b)\varphi(x) = x^{c-a-b}I_{0+}^b x^{a-c}I_{0+}^{c-b}x^b\varphi(x); \quad (21)$$

$${}_2I_{0+}^c(a,b)\varphi(x) = x^aI_{0+}^b x^{-a}I_{0+}^{c-b}\varphi(x); \quad {}_2I_{0+}^c(a,b)\varphi(x) = x^bI_{0+}^{c-b}x^{a-c}I_{0+}^b x^{c-a-b}\varphi(x); \quad (22)$$

$${}_3I_{-}^c(a,b)\varphi(x) = x^{c-a-b}I_{-}^b x^{a-c}I_{-}^{c-b}x^b\varphi(x); \quad {}_3I_{-}^c(a,b)\varphi(x) = I_{-}^{c-b}x^{-a}I_{-}^b x^a\varphi(x); \quad (23)$$

$${}_4I_{-}^c(a,b)\varphi(x) = x^aI_{-}^b x^{-a}I_{-}^{c-b}\varphi(x); \quad {}_4I_{-}^c(a,b)\varphi(x) = x^bI_{-}^{c-b}x^{a-c}I_{-}^b x^{c-a-b}\varphi(x). \quad (24)$$

Имеет место следующее утверждение, устанавливающее ограниченность оператора ${}_1I_{0+}^c(a,b)$, стоящего в левой части (17), и справедливость представлений (21) в весовом пространстве $L_{v,r}$, $1 < r < +\infty$.

ТЕОРЕМА 1. Пусть $c, a, b, v \in \mathbb{R}$, $1 < r < +\infty$, $c > b > 0$, $a-b \notin \mathbb{Z}$, $c, b \notin \mathbb{N}$ и $v < \min(0, a, b, c-b)+1$. Тогда оператор ${}_1I_{0+}^c(a,b)$ определен на множестве $L_{v,r}$ и ограниченно отображает $L_{v,r}$ на множество $L_{v-c,r}$, причем, имеют место равенства (21).

Доказательство. Покажем, что ${}_1I_{0+}^c$ ограниченно действует из $L_{v,r}$ в $L_{v-c,r}$, т.е. выполняется следующее неравенство:

$$\|{}_1I_{0+}^c\varphi\|_{L_{v-c,r}} \leq k\|\varphi\|_{L_{v,r}},$$

где $k > 0$ – некоторая постоянная.

$$\text{Положим } K(x,t) = \begin{cases} \frac{(x-t)^{c-1}}{\Gamma(c)} {}_2F_1\left(a,b;c;1-\frac{x}{t}\right), & x > t \\ 0, & x < t \end{cases}, \quad K(x,t) \text{ – однородное ядро степени } (c-1),$$

т.е. выполняется условие $K(\lambda x, \lambda t) = \lambda^{c-1}K(x,t)$, $(\lambda > 0)$.

Осуществляя замену $t = x\tau$ и используя однородность ядра, имеем

$$({}_1I_{0+}^c\varphi)(x) \equiv \int_0^\infty K(x,t)\varphi(t)dt = \int_0^\infty K(x,x\tau)\varphi(x\tau)x d\tau = x^c \int_0^1 K(1,t)\varphi(xt)dt.$$

Применяя обобщенное неравенство Минковского (10), находим

$$\begin{aligned} \|K\varphi\|_{L_{v-c,r}} &= \left(\int_0^\infty x^{vr-cr-1} \left| \int_0^1 K(1,t) \varphi(xt) x^c dt \right|^r dx \right)^{\frac{1}{r}} \leq \int_0^1 |K(1,t)| dt \left(\int_0^\infty x^{vr-cr-1} x^{cr} |\varphi(xt)|^r dx \right)^{\frac{1}{r}} = \\ &= \int_0^1 |K(1,t)| t^{-v} dt \left(\int_0^\infty \tau^{vr-1} |\varphi(\tau)|^r d\tau \right)^{\frac{1}{r}} = k \|\varphi\|_{L_{v,r}}, \end{aligned}$$

где
$$k = \int_0^1 |K(1,t)| t^{-v} dt. \quad (25)$$

Непосредственно проверяется, что несобственный интеграл (25) сходится при $c > b > 0$, $a - b \notin \mathbb{Z}$, $v < \min(a, b) + 1$.

Таким образом, неравенство

$$\|{}_1I_{0+}^c(a, b)\varphi\|_{L_{v-c,r}} \leq k \|\varphi\|_{L_{v,r}}$$

выполняется при условиях, что $a - b \notin \mathbb{Z}$, $c > b > 0$, $v < \min(a, b) + 1$.

Рассмотрим далее преобразование $I_{0+}^{c-b} x^{-a} I_{0+}^b x^a \varphi$, $\varphi \in L_{v,r}$.

На основании леммы 3 оператор $I_{0+}^b x^a$ ограниченно действует из пространства $L_{v,r}$ на $L_{v-a-b,r}$:

$$\|I_{0+}^b x^a \varphi\|_{L_{v-a-b,r}} = \left(\int_0^\infty x^{vr-ar-br-1} \left| \left(I_{0+}^b x^a \varphi(x) \right)^r dx \right|^r \right)^{\frac{1}{r}} \leq k_1 \left(\int_0^\infty x^{vr-ar-1} |x^a \varphi(x)|^r dx \right)^{\frac{1}{r}} = k_1 \|\varphi\|_{L_{v,r}}, \quad (26)$$

при выполнении условий $v < 1 + \min(a, b, 0)$, $b > 0$, $b \neq 1, 2, 3, \dots$, $1 < r < \infty$ и имеет место равенство

$$I_{0+}^b x^a \varphi = x^a I_{0+}^b \varphi_1, \varphi_1 \in L_{v,r}.$$

Отсюда получаем

$$I_{0+}^{c-b} x^{-a} I_{0+}^b x^a \varphi = I_{0+}^{c-b} x^{-a} x^a I_{0+}^b \varphi_1 = I_{0+}^{c-b} x^{-a} \varphi_2, \varphi_2 \in L_{v-a-b,r}.$$

По лемме 3 оператор $I_{0+}^{c-b} x^{-a}$ ограниченно действует из $L_{v-a-b,r}$ на $L_{v-c,r}$:

$$\|I_{0+}^{c-b} x^{-a} I_{0+}^b x^a \varphi\|_{L_{v-c,r}} \leq k_2 \|x^{-a} I_{0+}^b x^a \varphi\|_{L_{v-b,r}} \quad (27)$$

при выполнении условий $v < 1 + \min(b, a + c, a + b)$, $c - b > 0$, $c - b \neq 1, 2, 3, \dots$, $1 < r < \infty$.

Следовательно, из (26), (27) следует, что оператор $I_{0+}^{c-b} x^{-a} I_{0+}^b x^a \varphi$ ограниченно действует из пространства $L_{v,r}$ на пространство $L_{v-c,r}$ при выполнении условий $v < \min(0, a, b, c - b) + 1$, $c > b > 0$, $1 < r < \infty$, $c, b \notin \mathbb{N}$.

Аналогично показывается, что оператор $x^{c-a-b} I_{0+}^b x^{a-c} I_{0+}^{c-b} x^b$ ограниченно действует из пространства $L_{v,r}$ на пространство $L_{v-c,r}$ при выполнении условий $v < \min(0, a, b, c - b) + 1$, $c > b > 0$, $1 < r < \infty$, $c, b \notin \mathbb{N}$. Это завершает доказательство теоремы.

Аналогично доказывается следующее утверждение, устанавливающее ограниченность оператора ${}_2I_{0+}^c(a, b)$, стоящего в левой части (18), и справедливость представлений (22) в весовом пространстве $L_{v,r}$, $1 < r < +\infty$.

ТЕОРЕМА 2. Пусть $c, a, b, v \in \mathbb{R}$, $1 < r < +\infty$, $c > b > 0$, $a - b \notin \mathbb{Z}$, $c, b \notin \mathbb{N}$ и $v < \min(0, b, c - b, c - a - b) + 1$. Тогда оператор ${}_2I_{0+}^c(a, b)$ определен на множестве $L_{v, r}$ и ограниченно отображает $L_{v, r}$ на множество $L_{v-c, r}$, причем имеют место равенства (22).

Аналогично доказательству теоремы 1 на основании леммы 4 доказываются следующие утверждения, устанавливающие ограниченность операторов ${}_jI_-^c(a, b)$ ($j = 3, 4$), стоящих в левых частях (19), (20) и справедливость представлений (23), (24) в весовых пространствах $L_{v, r}$, $1 < r < +\infty$.

ТЕОРЕМА 3. Пусть $c, a, b, v \in \mathbb{R}$, $1 < r < +\infty$, $c > b > 0$, $a - b \notin \mathbb{Z}$, $c, b \notin \mathbb{N}$ и $v > \max(c, c - b, b, a + b)$. Тогда оператор ${}_3I_-^c(a, b)$ определен на множестве $L_{v, r}$ и ограниченно отображает $L_{v, r}$ на множество $L_{v-c, r}$, причем имеют место равенства (23).

ТЕОРЕМА 4. Пусть $c, a, b, v \in \mathbb{R}$, $1 < r < +\infty$, $c > b > 0$, $a - b \notin \mathbb{Z}$, $c, b \notin \mathbb{N}$ и $v > \max(c, c - a, c - b, b)$. Тогда оператор ${}_4I_-^c(a, b)$ определен на множестве $L_{v, r}$ и ограниченно отображает $L_{v, r}$ на множество $L_{v-c, r}$, причем имеют место равенства (24).

ТЕОРЕМЫ о действии операторов ${}_jI_{\sigma, \omega; \delta}^c(a, b)$ ($j = 1, 2, 3, 4$) в $L_{v, r}$ -пространствах

Операторы преобразований ${}_1I_{\sigma, \omega; \delta}^c(a, b)$, ${}_2I_{\sigma, \omega; \delta}^c(a, b)$, ${}_3I_{\sigma, \omega; \delta}^c(a, b)$, ${}_4I_{\sigma, \omega; \delta}^c(a, b)$ могут быть представлены как композиции операторов ${}_1I_{0+}^c(a, b)$, ${}_2I_{0+}^c(a, b)$, ${}_3I_-^c(a, b)$, ${}_4I_-^c(a, b)$ соответственно и элементарных операторов M_ξ и N_a , определенных в (12).

Действительно,

$$\begin{aligned} {}_1I_{\sigma, \omega; \delta}^c(a, b)\varphi(x) &= x^\sigma \int_0^x \frac{(x^\delta - t^\delta)^{c-1}}{\Gamma(c)} {}_2F_1\left(a, b; c; 1 - \frac{x^\delta}{t^\delta}\right) t^\omega \varphi(t) dt = \left[t^\delta = \tau, t = \tau^{\frac{1}{\delta}}, dt = \frac{1}{\delta} \tau^{\frac{1}{\delta}-1} d\tau \right] = \\ &= \frac{1}{\delta} x^\sigma \int_0^{x^\delta} \frac{(x^\delta - \tau)^{c-1}}{\Gamma(c)} {}_2F_1\left(a, b; c; 1 - \frac{x^\delta}{\tau}\right) \tau^{\frac{\omega+1}{\delta}-1} \varphi(\tau^{\frac{1}{\delta}}) d\tau = \\ &= x^\sigma \left({}_1I_{0+}^c(a, b) \left(\frac{1}{\delta} M_{\frac{\omega+1}{\delta}-1} N_{\frac{1}{\delta}} \varphi \right) (t) \right) (x^\delta) = \frac{1}{\delta} M_\sigma N_{\delta} {}_1I_{0+}^c(a, b) M_{\frac{\omega+1}{\delta}-1} N_{\frac{1}{\delta}} \varphi. \end{aligned}$$

Таким образом, имеем

$${}_1I_{\sigma, \omega; \delta}^c(a, b)\varphi(x) = \frac{1}{\delta} M_\sigma N_{\delta} {}_1I_{0+}^c(a, b) M_{\frac{\omega+1}{\delta}-1} N_{\frac{1}{\delta}} \varphi. \quad (28)$$

Аналогично получаем

$${}_2I_{\sigma, \omega; \delta}^c(a, b)\varphi(x) = \frac{1}{\delta} M_\sigma N_{\delta} {}_2I_{0+}^c(a, b) M_{\frac{\omega+1}{\delta}-1} N_{\frac{1}{\delta}} \varphi; \quad (29)$$

$${}_3I_{\sigma, \omega; \delta}^c(a, b)\varphi(x) = \frac{1}{\delta} M_\sigma N_{\delta} {}_3I_-^c(a, b) M_{\frac{\omega+1}{\delta}-1} N_{\frac{1}{\delta}} \varphi; \quad (30)$$

$${}_4I_{\sigma, \omega; \delta}^c(a, b)\varphi(x) = \frac{1}{\delta} M_\sigma N_{\delta} {}_4I_-^c(a, b) M_{\frac{\omega+1}{\delta}-1} N_{\frac{1}{\delta}} \varphi. \quad (31)$$

Ограниченность операторов ${}_1I_{\sigma,\omega;\delta}^c(a,b)$, ${}_2I_{\sigma,\omega;\delta}^c(a,b)$, ${}_3I_{\sigma,\omega;\delta}^c(a,b)$, ${}_4I_{\sigma,\omega;\delta}^c(a,b)$, стоящих в левых частях (1)–(4), и справедливость представлений (28)–(31) в весовом пространстве $L_{v,r}$, $1 < r < +\infty$, устанавливают следующие теоремы.

ТЕОРЕМА 5. Пусть $c, a, b, v, \omega, \sigma \in \mathbb{R}$, $\delta > 0, 1 < r < \infty$, $c > b > 0$, $c, b \notin \mathbb{N}$, $a - b \notin \mathbb{Z}$, $v < \delta \min(0, a, b, c - b) + \omega + 1$. Тогда оператор ${}_1I_{\sigma,\omega;\delta}^c(a,b)$ определен на множестве $L_{v,r}$ и ограниченно отображает $L_{v,r}$ на множество $L_{v-\delta(c-1)-\omega-\sigma-1,r}$, причем имеет место равенство (28).

Доказательство. Аналогично доказательству теоремы 1 на основании обобщенного неравенства Минковского (10) доказываем, что оператор ${}_1I_{\sigma,\omega;\delta}^c(a,b)$ ограниченно действует из пространства $L_{v,r}$ на пространство $L_{v-\delta(c-1)-\omega-\sigma-1,r}$ при выполнении условий $a - b \notin \mathbb{Z}$, $v < \delta \min(a, b) + \omega + 1, \delta > 0$, $c > b > 0$.

Рассмотрим оператор $\frac{1}{\delta} M_{\sigma} N_{\delta} {}_1I_{0+}^c(a,b) M_{\frac{\omega+1}{\delta}-1} N_{\frac{1}{\delta}} I$, где I – тождественный оператор.

Так как $\varphi \in L_{v,r}$, тогда на основании леммы 1 оператор $N_{\frac{1}{\delta}} I$ ограниченно действует из пространства $L_{v,r}$ на пространство $L_{\frac{v}{\delta},r}$.

Согласно лемме 1 оператор $M_{\frac{\omega+1}{\delta}-1} N_{\frac{1}{\delta}} I$ ограниченно действует из пространства $L_{\frac{v}{\delta},r}$ на пространство $L_{\frac{v-\omega-1}{\delta}+1,r}$.

По теореме 1 оператор ${}_1I_{0+}^c(a,b) M_{\frac{\omega+1}{\delta}-1} N_{\frac{1}{\delta}} I$ ограниченно действует из пространства $L_{\frac{v-\omega-1}{\delta}+1,r}$ на пространство $L_{\frac{v-\omega-1}{\delta}-c+1,r}$ при выполнении условий $v < \delta \min(0, a, b, c - b) + \omega + 1$, $c > b > 0$, $c, b \notin \mathbb{N}$, $1 < r < \infty$.

На основании леммы 1 оператор $N_{\delta} {}_1I_{0+}^c(a,b) M_{\frac{\omega+1}{\delta}-1} N_{\frac{1}{\delta}} I$ ограниченно действует из пространства $L_{\frac{v-\omega-1}{\delta}-c+1,r}$ на пространство $L_{v-\omega-\delta(c-1)-1,r}$.

В силу леммы 1 оператор $\frac{1}{\delta} M_{\sigma} N_{\delta} {}_1I_{0+}^c(a,b) M_{\frac{\omega+1}{\delta}-1} N_{\frac{1}{\delta}} I$ ограниченно действует из пространства $L_{v-\omega-\delta(c-1)-1,r}$ на пространство $L_{v-\omega-\sigma-\delta(c-1)-1,r}$.

Следовательно, оператор $\frac{1}{\delta} M_{\sigma} N_{\delta} {}_1I_{0+}^c(a,b) M_{\frac{\omega+1}{\delta}-1} N_{\frac{1}{\delta}} I$ ограниченно действует из пространства $L_{v,r}$ на пространство $L_{v-\omega-\sigma-\delta(c-1)-1,r}$ при выполнении условий: $c > b > 0$, $c, b \notin \mathbb{N}$, $v < \delta \min(0, a, b, c - b) + \omega + 1$, $1 < r < \infty$.

Теорема доказана.

ТЕОРЕМА 6. Пусть $c, a, b, v, \omega, \sigma \in \mathbb{R}$, $\delta > 0, 1 < r < \infty$, $c > b > 0, c, b \notin \mathbb{N}$, $a - b \notin \mathbb{Z}$, $v < \delta \min(0, b, c - b, c - a - b) + \omega + 1$. Тогда оператор ${}_2I_{\sigma,\omega;\delta}^c(a,b)$ определен на множестве $L_{v,r}$ и ограниченно отображает $L_{v,r}$ на множество $L_{v-\delta(c-1)-\omega-\sigma-1,r}$, причем имеет место равенство (29).

Доказательство проводится аналогично доказательству теоремы 5, с использованием леммы 1 и результатов теоремы 2.

ТЕОРЕМА 7. Пусть $c, a, b, v, \omega, \sigma \in R$, $\delta > 0, 1 < r < \infty$, $c > b > 0$, $c, b \notin N$, $a - b \notin Z$, $v > \delta \max(c, c - b, b, a + b) - \omega$. Тогда оператор ${}_3I_{\sigma, \omega, \delta}^c(a, b)$ определен на множестве $L_{v, r}$ и ограниченно отображает $L_{v, r}$ на множество $L_{v - \delta(c-1) - \omega - \sigma - 1, r}$, причем имеет место равенство (30).

Доказательство проводится аналогично доказательству теоремы 5 с использованием леммы 1 и результатов теоремы 3.

ТЕОРЕМА 8. Пусть $c, a, b, v, \omega, \sigma \in R$, $\delta > 0, 1 < r < \infty$, $c > b > 0$, $c, b \notin N$, $a - b \notin Z$, $v > \delta \max(c, c - a, c - b, b) - \omega$. Тогда оператор ${}_4I_{\sigma, \omega, \delta}^c(a, b)$ определен на множестве $L_{v, r}$ и ограниченно отображает $L_{v, r}$ на множество $L_{v - \delta(c-1) - \omega - \sigma - 1, r}$, причем имеет место равенство (31).

Доказательство проводится аналогично доказательству теоремы 5 с использованием леммы 1 и результатов теоремы 4.

РЕШЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ${}_jI_{0+}^c(a, b)\varphi = f$ ($j = 1, 2$),

${}_jI_{-}^c(a, b)\varphi = f$ ($j = 3, 4$) в $L_{v, r}$ -пространствах

В [4] из формул (21)–(24) были получены следующие представления решений уравнений (17)–(20) в пространствах $L_{v, r}$:

$$\varphi(x) = x^{-a} I_{0+}^{-b} x^a I_{0+}^{b-c} f(x); \quad \varphi(x) = x^{-b} I_{0+}^{b-c} x^{c-a} I_{0+}^{-b} x^{a+b-c} f(x); \quad (32)$$

$$\varphi(x) = I_{0+}^{b-c} x^a I_{0+}^{-b} x^{-a} f(x); \quad \varphi(x) = x^{a+b-c} I_{0+}^{-b} x^{c-a} I_{0+}^{b-c} x^{-b} f(x); \quad (33)$$

$$\varphi(x) = x^{-b} I_{-}^{b-c} x^{c-a} I_{-}^{-b} x^{a+b-c} f(x); \quad \varphi(x) = x^{-a} I_{-}^{-b} x^a I_{-}^{b-c} f(x); \quad (34)$$

$$\varphi(x) = I_{-}^{b-c} x^a I_{-}^{-b} x^{-a} f(x); \quad \varphi(x) = x^{a+b-c} I_{-}^{-b} x^{c-a} I_{-}^{b-c} x^{-b} f(x). \quad (35)$$

Тогда из теоремы 1, теоремы 2, теоремы 3 и теоремы 4 вытекают следующие утверждения.

ТЕОРЕМА 9 [5, теорема 5]. Пусть $c, a, b, v \in R$, $c > b > 0$, $c, b \notin N$, $a - b \notin Z$, $v < \min(0, a, b, c - b) + 1$, $1 < r < \infty$, $f(x) \in L_{v-c, r}$. Уравнение (17) имеет единственное решение $\varphi \in L_{v, r}$, выражаемое формулами (32).

ТЕОРЕМА 10. Пусть $c, a, b, v \in R$, $c > b > 0$, $1 < r < \infty$, $v < \min(0, b, c - b, c - a - b) + 1$, $c, b \notin N$, $a - b \notin Z$, $f(x) \in L_{v-c, r}$. Уравнение (18) имеет единственное решение $\varphi \in L_{v, r}$, выражаемое формулами (33).

ТЕОРЕМА 11. Пусть $c, a, b, v \in R$, $c > b > 0$, $1 < r < \infty$, $v > \max(c, c - b, b, a + b)$, $c, b \notin N$, $f(x) \in L_{v-c, r}$. Уравнение (19) имеет единственное решение $\varphi \in L_{v, r}$, выражаемое формулами (34).

ТЕОРЕМА 12 [5, теорема 6]. Пусть $c, a, b, v \in R$, $c > b > 0$, $c, b \notin N$, $a - b \notin Z$, $v > \max(c, c - a, c - b, b)$, $1 < r < \infty$, $f(x) \in L_{v-c, r}$. Уравнение (20) имеет единственное решение $\varphi \in L_{v, r}$, выражаемое формулами (35).

РЕШЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ${}_jI_{\sigma, \omega, \delta}^c(a, b)\varphi = f$ ($j = 1, 2, 3, 4$)

в $L_{v, r}$ -пространствах

На основании леммы 1, теоремы 5, теоремы 6, теоремы 7, теоремы 8 и представлений (32)–(35) получаем следующие представления решений уравнений (1)–(4):

$$\varphi(x) = \delta N_{\delta} M_{1 - \frac{\omega+1}{\delta}} M_{-a} I_{0+}^{-b} M_a I_{0+}^{b-c} N_1 M_{-\sigma} f(x); \quad (36)$$

$$\varphi(x) = \delta N_{\delta} M_{1-\frac{\omega+1}{\delta}} M_{-b} I_{0+}^{b-c} M_{c-a} I_{0+}^{-b} M_{a+b-c} N_{\frac{1}{\delta}} M_{-\sigma} f(x); \quad (37)$$

$$\varphi(x) = \delta N_{\delta} M_{1-\frac{\omega+1}{\delta}} I_{0+}^{b-c} M_a I_{0+}^{-b} M_{-a} N_{\frac{1}{\delta}} M_{-\sigma} f(x); \quad (38)$$

$$\varphi(x) = \delta N_{\delta} M_{1-\frac{\omega+1}{\delta}} M_{a+b-c} I_{0+}^{-b} M_{c-a} I_{0+}^{b-c} M_{-b} N_{\frac{1}{\delta}} M_{-\sigma} f(x); \quad (39)$$

$$\varphi(x) = \delta N_{\delta} M_{1-\frac{\omega+1}{\delta}} M_{-b} I_{-}^{b-c} M_{c-a} I_{-}^{-b} M_{a+b-c} N_{\frac{1}{\delta}} M_{-\sigma} f(x); \quad (40)$$

$$\varphi(x) = \delta N_{\delta} M_{1-\frac{\omega+1}{\delta}} M_{-a} I_{-}^{-b} M_a I_{-}^{b-c} N_{\frac{1}{\delta}} M_{-\sigma} f(x); \quad (41)$$

$$\varphi(x) = \delta N_{\delta} M_{1-\frac{\omega+1}{\delta}} I_{-}^{b-c} M_a I_{-}^{-b} M_{-a} N_{\frac{1}{\delta}} M_{-\sigma} f(x); \quad (42)$$

$$\varphi(x) = \delta N_{\delta} M_{1-\frac{\omega+1}{\delta}} M_{a+b-c} I_{-}^{-b} M_{c-a} I_{-}^{b-c} M_{-b} N_{\frac{1}{\delta}} M_{-\sigma} f(x). \quad (43)$$

ТЕОРЕМА 13. Пусть $c, a, b, \omega, \nu, \sigma \in R, \delta > 0, c > b > 0, c, b \notin N, a - b \notin Z, 1 < r < \infty, \nu < \delta \min(0, a, b, c - b) + \omega + 1, f(x) \in L_{\nu - \omega - \sigma - \delta(c-1) - 1, r}$. Уравнение (1) имеет единственное решение $\varphi \in L_{\nu, r}$, выражаемое формулами (36) или (37).

ТЕОРЕМА 14. Пусть $c, a, b, \omega, \nu, \sigma \in R, \delta > 0, c > b > 0, c, b \notin N, a - b \notin Z, 1 < r < \infty, \nu < \delta \min(0, b, c - b, c - a - b) + \omega + 1, f(x) \in L_{\nu - \omega - \sigma - \delta(c-1) - 1, r}$. Уравнение (2) имеет единственное решение $\varphi \in L_{\nu, r}$, выражаемое формулами (38) или (39).

ТЕОРЕМА 15. Пусть $c, a, b, \omega, \nu, \sigma \in R, \delta > 0, c > b > 0, c, b \notin N, a - b \notin Z, 1 < r < \infty, \nu > \delta \max(c, c - b, b, a + b) - \omega, f(x) \in L_{\nu - \omega - \sigma - \delta(c-1) - 1, r}$. Уравнение (3) имеет единственное решение $\varphi \in L_{\nu, r}$, выражаемое формулами (40) или (41).

ТЕОРЕМА 16. Пусть $c, a, b, \omega, \nu, \sigma \in R, \delta > 0, c > b > 0, c, b \notin N, a - b \notin Z, 1 < r < \infty, \nu > \delta \max(c, c - a, c - b, b) - \omega, f(x) \in L_{\nu - \omega - \sigma - \delta(c-1) - 1, r}$. Уравнение (4) имеет единственное решение $\varphi \in L_{\nu, r}$, выражаемое формулами (42) или (43).

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ ${}_j I_{\sigma, \omega; \delta}^c(a, b)\varphi = f (j = 1, 2, 3, 4)$

Пусть $c, a, b, \omega, \nu, \sigma \in R, \delta > 0, c > b > 0, c, b \notin N, a - b \notin Z, d > 0$. Пусть $\theta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x < 0; \end{cases}$
 $f(x) = Ax^{\beta-1}\theta(d-x) \in L_{\nu - \omega - \sigma - \delta(c-1) - 1, r} (A \in R, \beta > 0), 1 < r < \infty, \nu > \delta(c-1) + \sigma + \omega - \beta + 2$. Согласно теореме 13, теореме 14, теореме 15 и теореме 16 интегральные уравнения:

$${}_1 I_{\sigma, \omega; \delta}^c \varphi(x) \equiv x^{\sigma} \int_0^x \frac{(x^{\delta} - t^{\delta})^{c-1}}{\Gamma(c)} {}_2 F_1 \left(a, b; c; 1 - \frac{x^{\delta}}{t^{\delta}} \right) t^{\omega} \varphi(t) dt = Ax^{\beta-1} \theta(d-x), x > 0, \quad (44)$$

при $\nu < \delta \min(0, a, b, c - b) + \omega + 1$;

$${}_2 I_{\sigma, \omega; \delta}^c \varphi(x) \equiv x^{\sigma} \int_0^x \frac{(x^{\delta} - t^{\delta})^{c-1}}{\Gamma(c)} {}_2 F_1 \left(a, b; c; 1 - \frac{t^{\delta}}{x^{\delta}} \right) t^{\omega} \varphi(t) dt = Ax^{\beta-1} \theta(d-x), x > 0, \quad (45)$$

при $\nu < \delta \min(0, b, c - b, c - a - b) + \omega + 1$;

$${}_3I_{\sigma, \omega; \delta}^c \varphi(x) \equiv x^\sigma \int_x^\infty \frac{(t^\delta - x^\delta)^{c-1}}{\Gamma(c)} {}_2F_1\left(a, b; c; 1 - \frac{x^\delta}{t^\delta}\right) t^\omega \varphi(t) dt = Ax^{\beta-1} \theta(d-x), \quad x > 0, \quad (46)$$

при $\nu > \delta \max(c, c-b, b, a+b) - \omega$;

$${}_4I_{\sigma, \omega; \delta}^c \varphi(x) \equiv x^\sigma \int_x^\infty \frac{(t^\delta - x^\delta)^{c-1}}{\Gamma(c)} {}_2F_1\left(a, b; c; 1 - \frac{t^\delta}{x^\delta}\right) t^\omega \varphi(t) dt = Ax^{\beta-1} \theta(d-x), \quad x > 0, \quad (47)$$

при $\nu > \delta \max(c, c-a, c-b, b) - \omega$ – имеют единственные решения $\varphi \in L_{\nu, r}$, выражаемые соответственно формулами:

$$\varphi(x) = \delta N_\delta M_{1-\frac{\omega+1}{\delta}} M_{-a} I_{0+}^{-b} M_a I_{0+}^{b-c} N_{\frac{1}{\delta}} M_{-\sigma} Ax^{\beta-1} \theta(d-x); \quad (48)$$

$$\varphi(x) = \delta N_\delta M_{1-\frac{\omega+1}{\delta}} M_{-b} I_{0+}^{b-c} M_{c-a} I_{0+}^{-b} M_{a+b-c} N_{\frac{1}{\delta}} M_{-\sigma} Ax^{\beta-1} \theta(d-x);$$

$$\varphi(x) = \delta N_\delta M_{1-\frac{\omega+1}{\delta}} I_{0+}^{b-c} M_a I_{0+}^{-b} M_{-a} N_{\frac{1}{\delta}} M_{-\sigma} Ax^{\beta-1} \theta(d-x); \quad (49)$$

$$\varphi(x) = \delta N_\delta M_{1-\frac{\omega+1}{\delta}} M_{a+b-c} I_{0+}^{-b} M_{c-a} I_{0+}^{b-c} M_{-b} N_{\frac{1}{\delta}} M_{-\sigma} Ax^{\beta-1} \theta(d-x);$$

$$\varphi(x) = \delta N_\delta M_{1-\frac{\omega+1}{\delta}} M_{-b} I_{-}^{b-c} M_{c-a} I_{-}^{-b} M_{a+b-c} N_{\frac{1}{\delta}} M_{-\sigma} Ax^{\beta-1} \theta(d-x); \quad (50)$$

$$\varphi(x) = \delta N_\delta M_{1-\frac{\omega+1}{\delta}} M_{-a} I_{-}^{-b} M_a I_{-}^{b-c} N_{\frac{1}{\delta}} M_{-\sigma} Ax^{\beta-1} \theta(d-x);$$

$$\varphi(x) = \delta N_\delta M_{1-\frac{\omega+1}{\delta}} I_{-}^{b-c} M_a I_{-}^{-b} M_{-a} N_{\frac{1}{\delta}} M_{-\sigma} Ax^{\beta-1} \theta(d-x); \quad (51)$$

$$\varphi(x) = \delta N_\delta M_{1-\frac{\omega+1}{\delta}} M_{a+b-c} I_{-}^{-b} M_{c-a} I_{-}^{b-c} M_{-b} N_{\frac{1}{\delta}} M_{-\sigma} Ax^{\beta-1} \theta(d-x).$$

Применяя формулы (6)–(7) и (8)–(9), из представлений (48)–(51) окончательно получаем:

$$\varphi(x) = A\delta \frac{\Gamma\left(1 - \frac{\sigma - \beta + 1}{\delta}\right) \Gamma\left(1 - \frac{\sigma - \beta + 1}{\delta} + a + b - c\right)}{\Gamma\left(1 - \frac{\sigma - \beta + 1}{\delta} + a - c\right) \Gamma\left(1 - \frac{\sigma - \beta + 1}{\delta} + b - c\right)} x^{(1-c)\delta - \sigma + \beta - \omega - 2} \theta(d-x), \quad (52)$$

$\beta > \delta(\max(0, c-a, c-b, c-a-b) - 1) + \sigma + 1$;

$$\varphi(x) = A\delta \frac{\Gamma\left(1 - \frac{\sigma - \beta + 1}{\delta} - a\right) \Gamma\left(1 - \frac{\sigma - \beta + 1}{\delta} - b\right)}{\Gamma\left(1 - \frac{\sigma - \beta + 1}{\delta} - a - b\right) \Gamma\left(1 - \frac{\sigma - \beta + 1}{\delta} - c\right)} x^{(1-c)\delta - \sigma + \beta - \omega - 2} \theta(d-x), \quad (53)$$

$\beta > \delta(\max(a, b, c, a+b) - 1) + \sigma + 1$;

$$\varphi(x) = A\delta \frac{\Gamma\left(c-a+\frac{\sigma-\beta+1}{\delta}\right)\Gamma\left(c-b+\frac{\sigma-\beta+1}{\delta}\right)}{\Gamma\left(\frac{\sigma-\beta+1}{\delta}\right)\Gamma\left(c-a-b+\frac{\sigma-\beta+1}{\delta}\right)} x^{(1-c)\delta-\sigma+\beta-\omega-2} \theta(d-x), \quad (54)$$

$$\beta < \delta \min(0, c-a, c-b, c-a-b) + \sigma + 1;$$

$$\varphi(x) = A\delta \frac{\Gamma\left(c+\frac{\sigma-\beta+1}{\delta}\right)\Gamma\left(a+b+\frac{\sigma-\beta+1}{\delta}\right)}{\Gamma\left(a+\frac{\sigma-\beta+1}{\delta}\right)\Gamma\left(b+\frac{\sigma-\beta+1}{\delta}\right)} x^{(1-c)\delta-\sigma+\beta-\omega-2} \theta(d-x), \quad (55)$$

$$\beta < \delta \min(a, b, c, a+b) + \sigma + 1;$$

соответственно для уравнений (44)–(47).

ЛИТЕРАТУРА

1. Бейтмен, Г. Высшие трансцендентные функции / Г. Бейтмен, А. Эрдейи. – М.: Наука, 1965. – Т. 1: Гипергеометрическая функция. Функция Лежандра.
2. Самко, С.Г. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения / С.Г. Самко, А.А. Килбас, О.И. Маричев. – Минск, 1987.
3. Килбас, А.А. Обобщенное Н-преобразование в весовых пространствах суммируемых функций / А.А. Килбас, Е.К. Щетникович // Весці НАН Беларусі, Серыя фіз.-мат. навук. – 2004. – № 2. – С. 14 – 20.
4. Килбас, А.А. О решении интегральных уравнений с гипергеометрической функцией Гаусса в ядрах / А.А. Килбас, О.В. Скоромник // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Серия С. Фундаментальные науки. – 2006. – № 10. – С. 35 – 38.
5. Килбас, А.А. Решение интегральных уравнений первого рода с гипергеометрической функцией Гаусса в ядрах в весовом пространстве суммируемых функций / А.А. Килбас, О.В. Скоромник // Докл. НАН Беларусі. – 2009. – Т. 53, № 3 – С. 10 – 15.

Поступила 27.02.2014

THE SOLUTION OF INTEGRAL EQUATIONS WITH THE GAUSS HYPERGEOMETRIC FUNCTION IN KERNELS IN $L_{\mathbf{v},r}$ - SPACES

O. SKOROMNIK, Y. ZHAVORONOK

Four integral equations of the first kind on the positive half axis involving the Gauss hypergeometric function in the kernels are studied. Using the representations of the integral operators in the left – hand sides of considering equations as compositions of fractional integral operators with power weights, the conditions for their boundedness from one weight spaces of summable functions into another spaces are proved. These results are applied to deduce explicit solutions of studied integral equations in considered spaces.

СОДЕРЖАНИЕ

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Соловьев В.И., Рыбальский О.В., Железняк В.К. Спектральный анализ и современные речевые технологии.....	2
Кундас С.П., Лемзиков А.В., Иванов Д.Г., Мельников С.Н., Медведев С.В. Методика моделирования напряженно-деформированного состояния стальных деталей в составе сборочных единиц с учетом их предварительной закалки	7
Железняк В.К., Барков А.В. Экспериментальное исследование метода адаптивного маскирования видеосигнала от утечки по техническим каналам.....	18
Деканова М.В. Методика применения декомпозиции при решении многокритериальной задачи составления расписания	24
Бойкачев П.В. Увеличение равномерности фазочастотных характеристик широкополосных согласующих устройств и фильтров модифицированными аппроксимирующими функциями	27
Хмарский П.А., Солонар А.С. Оценка влияния условий наблюдения на точность измерения дискретных фильтров Калмана при наблюдении прямоугольных координат методом Монте-Карло	32
Дворников С.В., Пшеничников А.В., Бурыкин Д.А., Железняк А.В., Дворников С.С., Рябенко Д.С. Методика трансформации сигнальных созвездий сигналов КАМ	39
Габец С.А., Седышев С.Ю. Адаптивное когерентное накопление отраженных сигналов	45
Кузьмич А.И., Краснопрошин В.В. Архитектура системы мониторинга мобильных гетерогенных объектов.....	50
Деканова М.В. Конкретизация постановочных принципов проблемы многокритериальной оптимизации расписания занятий в университете	56
Железняк В.К., Рябенко Д.С. Формирование хаотических импульсных последовательностей для маскирования информационных сигналов	67
Храменков А.С., Ярмолик С.Н. Сопоставительный анализ процедур радиолокационного распознавания, основанных на байесовском и последовательном критериях	72
Янушкевич В.Ф., Кремня К.И., Чертков В.М. Идентификационные характеристики углеводородных залежей.....	78
Дмитренко А.А., Седышев С.Ю. Минимизация сектора обзора по разности времен запаздывания в корреляционно-базовых системах обнаружения источников радиоизлучения с псевдообзором по азимуту	85
Железняк В.К., Рябенко Д.С. Оценка защищенности от утечки битовых символов при передаче речевых сигналов в цифровой форме	89
Солонар А.С., Михалковский А.А. Особенности применения алгоритма аукциона для решения задачи отождествления на этапе вторичной обработки радиолокационной информации	95

ФИЗИКА

Груздев В.А., Залесский В.Г. О механизме возникновения электрического поля в плазме при эмиссии электронов	103
Барченко В.Т., Бабинов Н.А. Плазменный источник быстрых нейтронов с пониженным рабочим давлением	108
Харченко А.А., Вабищевич С.А., Бринкевич Д.И., Лукашевич М.Г., Оджаев В.Б. Пленки полиимида, имплантированные ионами бора	113
Антонович Д.А., Груздев В.А., Залесский В.Г. Электронно-ионный источник для реализации комбинированного воздействия на поверхность	119
Вершинин А.С., Авдейко В.П., Базегский В.В. Приближенный метод оценки коэффициента искажения синусоидальности напряжения по показаниям вольтметров	125

МАТЕМАТИКА

Скормоник О.В., Жаворонок Ю.В. Решение интегральных уравнений с гипергеометрической функцией Гаусса в ядрах в $\mathcal{L}_{\nu,r}$ -пространствах	133
---	-----