

MIESIĘCZNIK
POŁOCKI.

Т о м I
Р о к 1818.

*«Вестник Полоцкого государственного университета»
продолжает традиции первого в Беларуси литературно-
научного журнала «Месячник Полоцкий».*

ВЕСТНИК ПОЛОЦКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
Серия С. Фундаментальные науки

В серии С научно-теоретического журнала публикуются статьи, прошедшие рецензирование, содержащие новые научные результаты в области информатики, вычислительной техники и управления, а также физико-математических наук.

ВЕСНІК ПОЛАЦКАГА ДЗЯРЖАУНАГА УНІВЕРСІТЭТА
Серыя С. Фундаментальныя навукі

У серыі С навукова-тэарэтычнага часопіса друкуюцца артыкулы, якія прайшлі рэцэнзаваанне, змяшчаюць новыя навуковыя вынікі ў галіне інфарматыкі, вылічальнай тэхнікі і кіравання, а таксама фізіка-матэматычных навук.

HERALD OF POLOTSK STATE UNIVERSITY
Series C. Fundamental sciences

Series C includes reviewed articles which contain novelty in research and its results in the field of computer science, computer engineering and management, as well as physical and mathematical sciences.

Журнал входит в Российский индекс научного цитирования.
Электронная версия номера размещена на сайте <https://journals.psu.by/index.php/fundamental/index>.

Адрес редакции:
Полоцкий государственный университет, ул. Блохина, 29, г. Новополоцк, 211440, Беларусь
тел. + 375 (214) 59 95 44, e-mail: vestnik@psu.by

Отв. за выпуск: С.А. Вабищевич.
Редактор С.Е. Рясова.

Подписано к печати 30.11.2021. Бумага офсетная 70 г/м². Формат 60×84¹/₈. Ризография.
Усл. печ. л. 9,76. Уч.-изд. л. 11,77. Тираж 100 экз. Заказ 802.

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

УДК 621.391, 004.056.5

ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКИЙ КАНАЛ ПЕРЕДАЧИ МАСКИРУЮЩЕГО СИГНАЛА

Е. Р. АДАМОВСКИЙ, *д-р техн. наук, проф.* **В. К. ЖЕЛЕЗНЯК**
(Полоцкий государственный университет)
E. Adamovskiy *ORCID* <https://orcid.org/0000-0003-1044-8741>

Произведено количественное сравнение параметров линии связи на основе медного кабеля и оптического волокна с точки зрения надежности канала передачи, скорости, сохранения качества сигнала и его защищенности. Результаты сравнения подтверждают преимущества оптоволоконной связи. Предложена архитектура волоконно-оптического канала передачи сигнала для маскирования объекта информатизации на основе единого источника маскирующего сигнала в виде генератора шума. Приведено описание практической реализации модели, возможные программные и аппаратные решения для передачи аудио и видеосигналов. Дано описание способа синхронизации передаваемых пакетов данных приемным устройством.

Ключевые слова: архитектура системы связи, ВОЛС, защита информации.

Введение. Развитие и распространение средств вычислительной техники (СВТ) и объединяющих их коммуникационных систем сохраняет актуальными вопросы технической защиты информации. Обеспечение защищенности линий передачи и противодействие образованию каналов утечки информации, возникающих в процессе функционирования СВТ, являются основными задачами технических специалистов по безопасности.

Активная защита информации осуществляется путем формирования маскирующего сигнала и его излучения в канал утечки информации (КУИ) для подавления информационных составляющих. Электромагнитное зашумление распределенного в пространстве объекта информатизации (ряд выделенных помещений в пределах здания) может быть выполнено с использованием множества локальных генераторов шума (ГШ). Недостатком такого подхода является необходимость централизованного управления и повышенная сложность обслуживания защитной системы по причине многократного дублирования сложных технических устройств.

Предлагается способ с использованием одного ГШ, который формирует смесь исходного маскирующего сигнала с контрольной суммой и передает результат по внутренней линии связи (локальной сети). Сигнал может быть разветвлен и передан в каждое помещение, где его требуется усилить и излучить в КУИ. Среди преимуществ решения стоит отметить использование меньшего количества обслуживаемой аппаратуры, возможность реализации центрального удаленного управления системой с высокой степенью автоматизации и автономности.

Передача сигнала с помощью «витой пары» на достаточно большое расстояние (свыше 100 метров) выявляет определенные недостатки медного кабеля: рабочая емкость 30–50 нФ/км [1] и индуктивность 250–400 мГн/км [2]; подверженность влиянию внешних факторов (электромагнитных наводок, перепадов температуры, высокой влажности и т.д.); сравнительно большая величина затухания сигнала α (дБ/км), пропорциональная частоте f . Таблица в качестве примера демонстрирует взаимосвязь $\alpha(f)$ для радиочастотного кабеля РК 75-4-12 производства предприятия «Беларускабель» [3], рассчитанной при помощи специализированного онлайн-инструмента [4].

Таблица. – Зависимость $\alpha(f)$ для радиочастотного кабеля РК 75-4-12

Частота, кГц	0,1	0,5	1	5	10	50	100	500
Затухание, дБ/км	0,11	0,26	0,36	0,81	1,15	2,56	3,63	8,12

Из таблицы следует, что высокочастотные колебания сигнала за счет больших погонных потерь при прохождении через медный кабель ослабляются, что приводит к искажению выходного сигнала.

Использование для передачи сигнала волоконно-оптической линии связи (ВОЛС) позволяет устранить недостатки предложенной системы защиты объекта информатизации. Оптоволокно слабо подвержено внешним воздействиям, практически не искажает сигнал, более легкое по сравнению с медным кабелем, а также имеет малое значение затухания α (для лучших промышленных образцов до 0,18–0,19 дБ/км [5; 6]).

Передача данных через ВОЛС реализуется как при помощи аналоговых, так и цифровых сигналов. Цифровая передача подразумевает процедуры дискретизации и квантования исходного электрического сигнала с помощью аналого-цифрового преобразователя (АЦП) и его передачу в оптическую линию связи через модулятор, преобразующий сигнал в световой поток. На приемной стороне производится демодуляция оптического сигнала и его обработка цифро-аналоговым преобразователем (ЦАП).

Преимущество схемы с передачей аналогового сигнала заключается в более простой реализации по причине отсутствия устройств АЦП и ЦАП, но при этом результирующий сигнал может быть искажен и ослаблен даже в оптоволокне. Использование цифрового сигнала обеспечивает полное восстановление формы исходных данных за счет его способности к регенерации. Однако, согласно теореме Котельникова, верхняя частота такого сигнала на практике ограничена половиной частоты дискретизации АЦП и ЦАП (частота Найквиста). Спектральные составляющие выше этого значения при дискретизации фактически оказываются помехой и снижают качество получаемого цифрового сигнала.

Как правило, для передачи информации в стандартном оптическом волокне со ступенчатым профилем используются три окна прозрачности на длинах волн 850 нм, 1310 нм и 1550 нм (соответствующие значения α – 2–2,5 дБ/км, 0,5 дБ/км и 0,22 дБ/км). При этом чем меньше длина волны, тем меньшие дополнительные потери испытывает волокно при макроизгибах [7] из-за нарушения полного внутреннего отражения, что может быть значимым фактором при прокладке ВОЛС внутри коммуникаций объекта информатизации, характеризующихся резкими поворотами в ограниченном пространстве.

Теоретическая модель. Предлагаемая система защиты объекта информатизации основана на использовании ВОЛС в качестве канала передачи маскирующего сигнала в цифровом виде, в том числе как аудио и видеoinформации. В работах [8; 9] обосновано использование хаотической импульсной последовательности (ХИП) и ее адаптивного варианта в качестве маскирующего сигнала для голосовых записей и видеопоследовательностей. Схема передачи маскирующего сигнала через оптический канал связи представлена на рисунке 1.

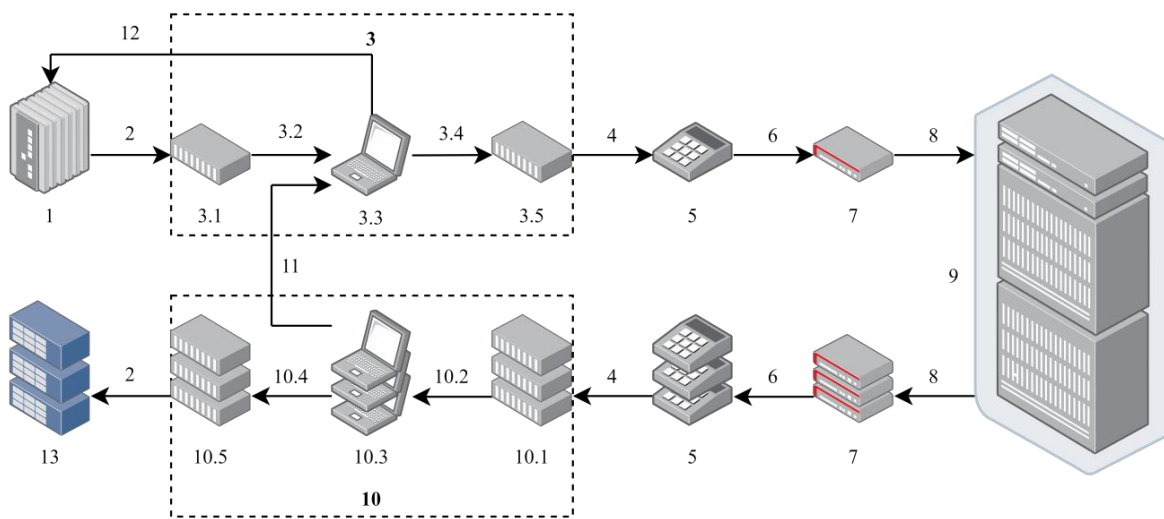


Рисунок 1. – Схема системы передачи маскирующего сигнала с контрольной суммой при использовании ВОЛС на базе локальной сети объекта информатизации

Генератором шума ХИП 1 формируется электрический сигнал $s(t)$ 2, который подается на вход АЦП 3.1, где формируются пакеты двоичных последовательностей символов h 3.2:

$$h = [(h_{11}, h_{12} \dots h_{1M})(h_{21}, h_{22} \dots h_{2M}) \dots (h_{L1}, h_{L2} \dots h_{LM})],$$

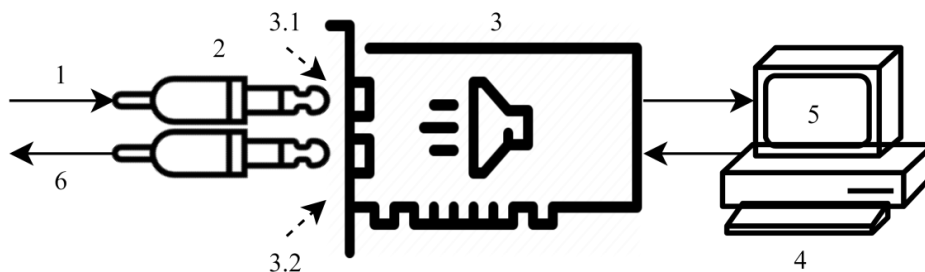
где M – разрядность АЦП (бит), количество его уровней квантования, длина кода на измерение;
 L – число отсчетов, зависит от длительности сигнала и частоты дискретизации АЦП $f_{\text{АЦП}}$.

Цифровой сигнал h поступает в оперативную память СВТ 3.3 – персонального компьютера (ПК), снабженного необходимым для его обработки программным обеспечением (ПО). Последовательность h может быть дополнена сигналом контрольной суммы с целью мониторинга качества передачи и гарантии его безопасности на приемной стороне. На данном этапе существует возможность сохранения сигнала в долговременную память устройства как h' 3.4. После соответствующей обработки с помощью ЦАП 3.5 последовательность h' восстанавливается к аналоговому сигналу с контрольной суммой $s'(t)$ 4.

Сигнал $s'(t)$ подается на телефонный аппарат 5 через разъем для телефонной и интернет связи RJ-11, соединяющий его с голосовой трубкой. Устройство подключается аналогичным способом к модему 7, который выступает в качестве преобразователя непрерывного телефонного сигнала 6 в цифровую форму и модулятора оптического/электрического излучения. Сигнал модема 8 поступает в локальную сеть и перенаправляется управляющими маршрутизирующими устройствами 9 на заданные приемные устройства, определяемые при наборе номера телефона [10].

Прием сигнала реализован способом, обратным способу передачи данных. Оптический модем принимает сигнал, преобразует и передает его на телефонный аппарат, где происходит восстановление исходной формы $s'(t)$. Этот сигнал подается на контрольный ПК 10, где осуществляется проверка контрольной суммы каждого фрагмента сигнала, и принимается решение о продолжении или прерывании сеанса передачи данных при снижении качества приема ниже порогового значения. Данные контрольные сигналы 11 для управляющего ПК 3.3, на основе которых происходит управление 12 ГШ, могут быть переданы любым способом.

Последовательность устройств АЦП – ПК – ЦАП (3, 10 на рисунке 1) в случае обработки и передачи маскирующего аудио-сигнала может быть представлена в виде единого компактного блока способом, показанным на рисунке 2.



1 – источник сигнала; 2 – разъем mini-jack 3,5 мм; 3 – звуковая карта;
3.1 – АЦП; 3.2 – ЦАП; 4 – ПК; 5 – ПО; 6 – приемник сигнала

Рисунок 2. – Реализация обработки маскирующего аудиосигнала с помощью звуковой карты ПК

Верхняя частота сигнала ограничена частотой дискретизации АЦП используемой звуковой карты. Характерные параметры современных устройств: $f_{\text{АЦП}} = 192$ кГц, разрядность 24–32 бит. Для маскирования видеoinформации требуется применение более высокочастотных внешних модулей АЦП и ЦАП с шириной полосы несколько МГц.

Моделирование. Программная обработка сигнала реализована с помощью пакета MatLab R2021a. Проверка работоспособности предложенной модели включала использование маскирующего сигнала в виде биполярной треугольной периодической последовательности с частотой повторения 60 Гц. Прием сигнала смоделирован путем его смещения по оси времени на случайное значение (изменение фазы) и добавления шума небольшого уровня. Последовательность работы модели:

1) подготовка тестового маскирующего сигнала выполняется пакетным способом двумя параллельно работающими процессами. В первом процессе входной сигнал циклично разбивается на небольшие отрезки длительностью до нескольких секунд. Для каждого фрагмента вычисляется среднее значение – контрольная сумма, представление которой вставляется в начало отрезка с длительностью, равной 5–10% от количества его отчетов. Пакеты генерируются заданное количество раз, объединяются и сохраняются для дальнейшей передачи;

2) параллельно работающий скрипт отслеживает появление новых пакетов и, по мере их генерации, воспроизводит в канал передачи. При появлении в указанном каталоге очередного файла происходит его считывание и воспроизведение с помощью звуковой карты;

3) прием сигнала осуществляется в реальном времени процессом, в задачи которого входит определение границы пакетов, выделение и удаление из них сигнала контрольной суммы, принятие решения о продолжении или прерывании передачи на основе сравнения разницы между контрольной суммой и сигналом, а также пороговой величиной.

На практике синхронизация управляющего и приемного ПК может быть затруднена. Для рассматриваемого случая передачи будем считать, что сигнал поступает в приемник непрерывным потоком, для которого требуется автоматизированное определение границы блоков. Пример реализации данного функционала, который основан на вычислении коэффициента корреляции фрагмента сигнала с эталоном особой формы, приведен в листинге.

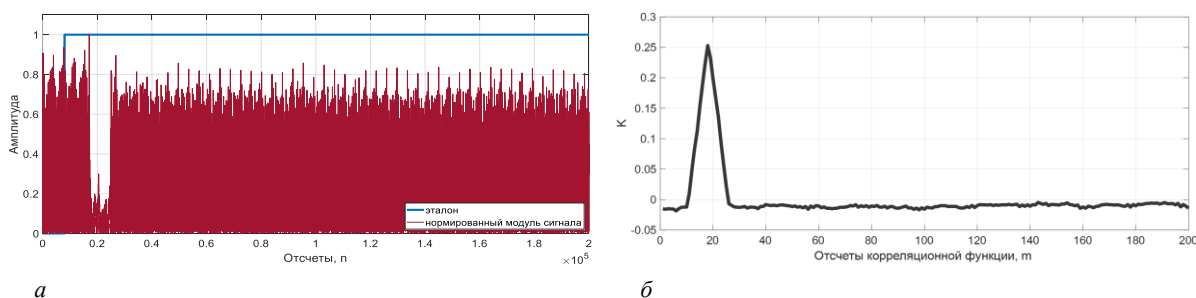
Листинг. – Пример реализации обнаружения границ блока и выделения контрольной суммы

```
// СИГНАЛ N, КОНТРОЛЬНАЯ СУММА M
template = [zeros(1, M) ones(1, N - M)];
part = signal(((j-1)*N)+1*(j-1)*N)+N);
part = part / max(part);
for i = 1:N/100:N
    template_ = circshift(template, i);
    corr = corrcoef(template_, abs(part));
    mass_corr(i) = corr(1, 2);
end
[max_val, max_pos] = max(mass_corr);
part = circshift(part, -max_pos);
control = abs(mean(part(1:M)));
reals = abs(mean(part(M + 1:end)));
dif = abs(control - reals);
```

% генерация эталонного сигнала
% чтение очередного блока данных
% нормировка сигнала
% цикл по сигналу с шагом 1%
% циклическое смещение эталона
% вычисление коэфф. корреляции
% запись в массив результата

% получение валидного смещения
% смещение фрагмента сигнала
% чтение контрольной суммы
% чтение данных
% сравнение данных и суммы

Результаты работы алгоритма для реального сигнала показаны на рисунке 3. Рисунок 3, а демонстрирует вид принятого и нормированного тестового сигнала во временной области, взятого по модулю, а также эталонную последовательность. Рисунок 3, б содержит результат вычисления корреляционной функции в том же масштабе времени. Видно, что максимальное значение функции совпадает с расположением блока контрольной суммы.



а – блок информации и эталон; б – корреляционная функция смещения

Рисунок 3. – Автоматизированное выравнивание блоков сигнала

На рисунке 3 продемонстрирована возможность обнаружения местоположения фрагмента контрольной суммы в случайно сдвинутом сигнале, следовательно, потокового приема сигнала и его обработки в реальном времени.

Закключение. Результатом проведенного исследования является подтверждение возможности реализации архитектуры ВОЛС с целью передачи сигнала для маскирования распределенного объекта информатизации, а также других информационных сигналов для сигнализации, мониторинга и т.д.

Предложенная модель использует в качестве среды распространения оптические линии связи, предназначенные для сетевых локальных соединений Ethernet, задействуется оборудование и протоколы передачи цифровых данных, которые в первую очередь определяют качество и скорость соединения узлов. Использование оборудования и каналов, предназначенных для обработки и передачи широкополосных аналоговых сигналов, способно повысить качество системы.

Дальнейшее развитие модели включает разработку программно-аппаратного комплекса, реализующего передачу исходного маскирующего сигнала с помощью ВОЛС без использования локальных Ethernet-сетей за счет применения специализированных оптико-электрических преобразователей и соответствующего программного комплекса, реализующего собственные протоколы передачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрамов, К. К. Расчет электрических емкостей многожильного кабеля с комбинированной изоляцией / К. К. Абрамов // Кабели и провода. – 2009. – № 3(316). – С. 3–7.
2. Радкевич, В. Н. Определение индуктивных сопротивлений одножильных кабелей с изоляцией из сшитого полиэтилена напряжением до 1 кВ / В. Н. Радкевич, В. В. Сталович, Д. С. Алехнович // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энергет. об-ний СНГ. – 2018. – Т. 61. – № 4. – С. 321–333. – DOI: 10.21122/1029-7448-2018-61-4-321-333.
3. Беларускабель: радиочастотные кабели / РК 754-12 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://belarus-kabel.by/catalog/radiochastotnye_kabeli/rk_754_12/. – Дата доступа: 95.09.2021.
4. Расчет затухания в коаксиальном кабеле [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.ivtechno.ru/raschet_5. – Дата доступа: 95.09.2021.

5. Листвин, А. В. Оптические волокна для линий связи / А. В. Листвин, В. Н. Листвин, Д. В. Швырков. – М. : ЛЕСАРарт, 2003. – 288 с.
6. Шарварко, В. Г. Волоконно-оптические линии связи : учеб. пособие / В. Г. Шарварко. – Таганрог : Изд-во ТРТУ, 2006. – 170 с.
7. Косари, А. Г. Обнаружение каналов утечки информации в оптоволоконных линиях связи на основе маломощных оптических воздействий : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.13.19 / А. Г. Косари ; Белорус. гос. ун-т информатики и радиоэлектроники. – Минск, 2016. – 24 с.
8. Бураченко, И. Б. Обнаружение измерительных сигналов в маскирующих шумах высокого уровня / И. Б. Бураченко, В. К. Железняк, А. Г. Филиппович // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. С, Фундам. науки. – 2018. – № 4. – С. 2–9.
9. Железняк, В. К. Метод адаптивного маскирования видеокadra маскируемым сигналом / В. К. Железняк, Е. Р. Адамовский // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. С, Фундам. науки. – 2019. – № 4. – С. 2–6.
10. Олифер, В. Г. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы : учеб. для вузов / В. Г. Олифер, Н. А. Олифер. – 4-е изд. – СПб. : Питер, 2010. – 943 с.

Поступила 14.09.2021

FIBER OPTICAL CHANNEL FOR MASKING SIGNAL TRANSMISSION

E. ADAMOVSKIY, V. ZHELEZNYAK

A comparison of the parameters of a communication line based on a copper cable and an optical fiber was made in terms of reliability, speed, preservation of signal quality and its security. The comparison results confirm the fiber optic communication advantages. The architecture of a fiber-optic signal transmission channel for masking an informatization object based on a single masking signal source in the form of a noise generator is proposed. A description of the practical implementation of the model, possible software and hardware solutions are given: for the transmission of audio and video signals. The synchronization method description of the transmitted data packets by the receiving device is given.

Keywords: *communication system architecture, FOCL, information protection.*

УДК 535(075)

МАГНИТООПТИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ ФАРАДЕЯ ДЛЯ МОНИТОРИНГА КАНАЛОВ УТЕЧКИ ИНФОРМАЦИИ ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКИХ ЛИНИЙ СВЯЗИ

Е. Р. АДАМОВСКИЙ, д-р техн. наук, проф. В. К. ЖЕЛЕЗНЯК
(Полоцкий государственный университет)
E. Adamovskiy ORCID <https://orcid.org/0000-0003-1044-8741>

Произведен анализ известных способов формирования каналов утечки информации в волоконно-оптических линиях связи и методы их защиты. Предложен новый способ повышения защищенности оптического волокна при передаче данных на основе магнитооптического эффекта Фарадея. Рассмотрен эксперимент, демонстрирующий практическое наблюдение эффекта Фарадея. Предложена и описана модель системы защиты информации в волоконно-оптической линии на основе устройства рефлектометра с использованием эффекта Фарадея и учетом особенностей рэлеевского рассеяния, связанных с поляризационными свойствами света. Произведены первичные расчеты для оценки возможности наблюдения эффекта Фарадея для характерных параметров объектов. Представлены результаты эксперимента, подтверждающие возможность практической реализации предложенной модели.

Ключевые слова: эффект Фарадея, ВОЛС, защита информации, каналы утечки информации.

Введение. В настоящее время для передачи информации широко используются волоконно-оптические линии связи (ВОЛС) по ряду причин: высокая пропускная способность (10 Гбит/с и выше) [1], помехоустойчивость, защищенность, долговечность (номинальный срок работы порядка 25 лет) [2], меньший коэффициент затухания сигнала (до 0,18-0,19 дБ/км на частоте 1550 нм) [2] и малый вес по сравнению с медным кабелем (2200 кг/м³ против 8900 кг/м³). Республика Беларусь является одним из европейских лидеров по распространенности ВОЛС [3], следовательно, актуальными являются вопросы защиты информации, передаваемой с помощью оптических систем связи.

Существующие методы защиты и противодействия перехвату информации в ВОЛС: покрытие или бронирование кабеля, регистрация физических воздействий (вибрационные, акустические и др.), многоканальная передача данных, мониторинг оптической линии с помощью рефлектометра, криптографические методы, в т.ч. квантовые [5; 6]. Для съема информации с волокна необходим физический контакт или воздействие, известные способы формирования технических каналов утечки информации (КУИ) в ВОЛС: создание макро и микро изгибов, деформация кабеля (нарушение полного отражения), создание эффекта туннелирования за счет плотного контакта, нанесение различных покрытий и воздействие электромагнитных полей [7].

В статье предложен метод повышения защищенности ВОЛС за счет использования магнитооптического эффекта Фарадея, позволяющий определить факт наличия несанкционированного устройства на участке линии, локализовать его и идентифицировать параметры.

Эффект Фарадея. Магнитооптический эффект Фарадея – это явление поворота плоскости поляризации линейно поляризованного света, проходящего через прозрачную среду в продольном магнитном поле [8]. Следует отметить, что эффект влияет на поляризацию света косвенно, путем формирования гиротропной среды внутри волокна источником поля [9]. Эффект Фарадея используется в физике полупроводников [10], а также при создании различных датчиков. Схема классического эксперимента, многократно описанного в литературе, позволяющая наблюдать вращение плоскости поляризации света в магнитном поле, представлена на рисунке 1 [11].

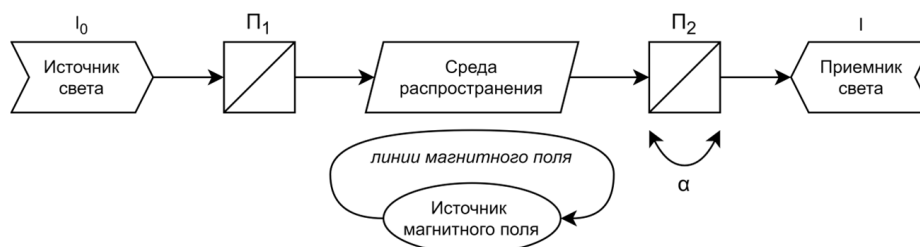


Рисунок 1. – Схема для наблюдения эффекта Фарадея

На пути источника света ставится линейный поляризатор Π_1 – устройство, преобразующее проходящее через него оптическое излучение в линейно-поляризованное [12]. Поляризованный свет проходит через среду распространения в магнитном поле, в результате чего плоскость поляризации изменяется

на угол α . Поляризованный свет проходит через второй поляризатор (анализатор) Π_2 , расположенный под тем же углом, что и Π_1 . Согласно закону Малюса (1) [13], интенсивность света при рассогласовании плоскостей поляризации света и поляризатора уменьшится пропорционально углу разности α :

$$I = I_0 \cos^2(\alpha) . \quad (1)$$

Направление распространения света не влияет на направление изменения угла поляризации, что используется для усиления эффекта Фарадея. Пучок света многократно отражают в магнитном поле, в результате оптический путь кратно увеличивается, а воздействие эффекта накапливается. Величина угла поворота плоскости поляризации α в направлении, параллельном линиям магнитного поля, определяется по формуле

$$\alpha = VHL \quad (2)$$

где V – постоянная Верде [14], зависит от свойств вещества, длины волны и температуры;

H – напряженность магнитного поля, А/м;

L – длина оптического пути.

Постоянная Верде (удельное магнитное вращение) измеряется в рад/А (СИ) [14] и для кварцевого стекла при длине волны $\lambda = 632,8$ нм составляет $V = 1,1 \times 10^{-5}$ рад/А [15], что является малой величиной.

Выполним оценочный расчет величины эффекта Фарадея (угол поворота плоскости поляризации α) в кварцевом стекле:

1) найдем напряженность магнитного поля H проводника, через который протекает постоянный ток $i = 3$ А на расстоянии от точки измерения $d = 0,01$ м:

$$H = \frac{i}{2\pi d} = \frac{3}{6,28 \times 0,1} = 48 \text{ А/м};$$

2) по формуле (2) вычислим α для длины оптического пути $L = 1$ м:

$$\alpha = 1,1 \times 10^{-5} \text{ рад/А} \times 48 \text{ А/м} \times 1 \text{ м} = 5,28 \times 10^{-4} \text{ рад} = 0,031^\circ .$$

Значение угла поворота плоскости поляризации $\alpha = 0,031^\circ$ может быть измерено косвенно через изменение интенсивности света, проходящего через анализатор. Производная зависимости $I(\alpha)$ (1) имеет экстремум при значении $\alpha = 45^\circ$, следовательно, наибольшая чувствительность при измерении может быть достигнута при исходном рассогласовании поляризатора и анализатора на $\pi/4$. Изменение угла $\Delta\alpha = 0,031^\circ$ приведет к падению или увеличению интенсивности света I на величину порядка ΔI , если принять данный участок графика линейным:

$$\Delta I \approx \Delta\alpha / 90^\circ = 3,44 \times 10^{-4} ,$$

что эквивалентно 1/3000 максимальной выходной мощности сигнала. Подобная чувствительность выходит за рамки технических возможностей бытовых фотокамер, глубина цвета которых ограничена 8-битными значениями. Использование профессионального оборудования, позволяющего получать необработанные RAW-снимки, позволяет достигнуть необходимой чувствительности за счет 12–14-битного представления данных, но это относится лишь к оптическому диапазону. Для измерений в ИК- или УФ-областях спектра требуются соответствующие фотодетекторы.

Таким образом, показан способ наблюдения эффекта Фарадея, приведен расчет возможного значения угла поворота плоскости поляризации в магнитном поле, которое наблюдалось бы на практике. Можно заключить, что влияние даже относительно слабого поля в оптическом волокне поддается измерению с помощью высокоточной аппаратуры.

Применение эффекта Фарадея. Описанные способы формирования КУИ не оказывают влияния на плоскость поляризации светового потока, поскольку их действие в первую очередь проявляется в снижении выходной мощности, следовательно, с помощью эффекта Фарадея их невозможно обнаружить.

Для несанкционированного съема информации с оптического волокна требуется применение специальных технических средств, которые являются источниками электромагнитного излучения и, следовательно, формируют вокруг себя магнитное поле. Таким образом, изменение плоскости поляризации света в оптическом волокне (при мониторинге, согласно схеме на рисунке 1) свидетельствует о том, что в линии появился неучтенный источник магнитного поля, который может представлять собой как естественное

явление, так и некое техническое средство. Источник магнитного поля при его воздействии на ВОЛС может быть охарактеризован следующими параметрами:

1) частота f и амплитуда U сигнала. Современные средства вычислительной техники (СВТ) имеют в конструкции тактовые генераторы, которые формируют опорную частоту с высокой точностью и стабильностью до десятков ГГц. При наличии графических средств вывода данных (например, экрана) устройство также способно излучать видеосигнал в полосе до нескольких МГц. Влияние переменного магнитного поля на поляризованный оптический поток согласно рисунку 1 приводит к появлению на выходе колебаний интенсивности с тем же набором частот. Идентификация гармоник может помочь определить тип источника поля;

2) местоположение точки воздействия на оптическую линию при анализе светового потока может быть выражено через координату, соответствующую длине отрезка между местом воздействия магнитного поля и средством измерения сигнала. Предлагается способ локализации на основе принципа работы оптического рефлектометра (OTDR) – измерительного прибора для построения рефлектограмм.

Устройство рефлектометра показано на рисунке 2 [16]. Лазерный пульсирующий источник передает в оптическое волокно импульсы света, а приемник по тому же каналу с помощью разделителя лучей принимает отраженные сигналы с селекцией по времени, после чего прибор усредняет результаты.

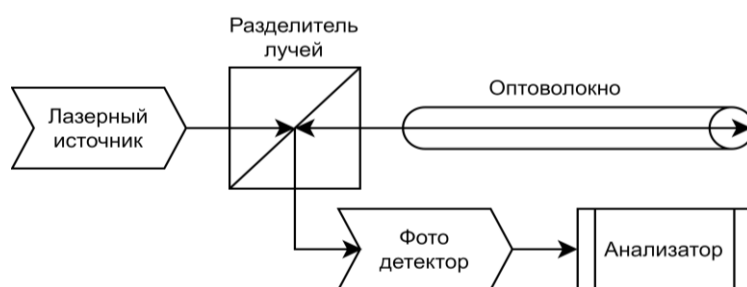


Рисунок 2. – Схема работы рефлектометра

Работа рефлектометра основана на детектировании отраженных сигналов, в т.ч., из-за рэлеевского рассеяния, а регистрируемая разность интенсивностей составляет 0,001 дБ [4]. Рэлеевское рассеяние – это рассеяние света на объектах, размеры которых меньше его длины волны.

Рассматриваемое явление – изменение поляризации света после отражения. Известно, что при рассеянии даже неполяризованный свет приобретает поляризацию в зависимости от угла наблюдения. Рассеяние выражается формулой Рэля [17]

$$I = \frac{9\pi^2 (1 + \cos^2(\theta))}{2r^2 \lambda^4} \left(\frac{n_1^2 - n_0^2}{n_1^2 + 2n_0^2} \right)^2 V^2 I_0,$$

где I_0 – интенсивность падающего света;

r – расстояние до наблюдателя;

n_1, n_0 – показатели преломления дисперсной фазы и дисперсной среды;

V – объем рассеивающей частицы;

θ – угол наблюдения.

Линейно поляризованный свет в таком случае рассеивается неравномерно в различных плоскостях и имеет индикатрису в виде бублика – угловое распределение интенсивности рассеянного излучения в плоскости рассеяния [17]:

$$I(\theta) \sim \cos^2(\theta).$$

Для проверки состояния поляризации рассеянного света в обратном направлении может быть проведен следующий эксперимент (рисунок 3). Источник поляризованного излучения (угол поляризации α) направляется на объект, обладающий рассеивающими свойствами (коллоидная система) и неподвижно закрепленный в центре вращающейся платформы. На краю конструкции устанавливается прибор, способный детектировать излучение с учетом его поляризации: фотодетектор + поляризатор (угол поворота поляризации β). Прибор вращается относительно центра платформы, образуя угол φ с направлением первичного излучения, и фиксирует падение мощности потока относительно состояния $\varphi = 0$ градусов. Вместе с изменением угла поворота детектора также искусственно варьируют углы α и β . В случае, если свет сохраняет поляризацию при рассеянии, сохранение равенства $\alpha = \beta$, согласно закону Малюса (1), должно приводить к наблюдению максимально возможной мощности света при любых значениях α, β и φ .

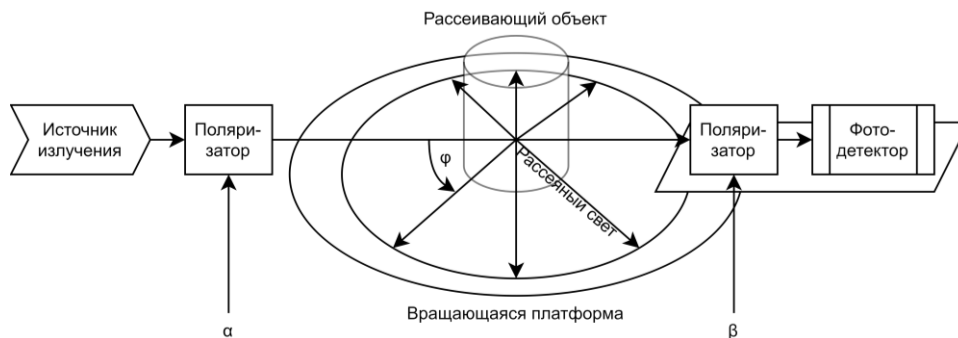
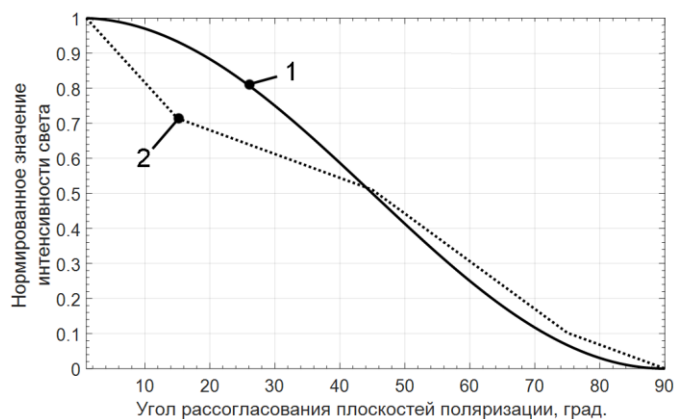


Рисунок 3. – Схема эксперимента по определению поляризации рассеянного света

В качестве источника излучения использовался лазер детектора температуры ($\lambda = 650 - 670 \text{ нм}$), поляризационные свойства которого были подтверждены экспериментом согласно рисунку 1. Рассеивающей средой выступил гидроколлоид с характерными размером частиц от 10 до 300 нм [18], то есть условие рэлеевского рассеяния по объему среды выполнялось.

Поскольку свет лазера находился в оптическом диапазоне (красный цвет), в качестве детектора была использована бытовая камера с поставленной перед ней поляризационной пластинкой. Производился снимок рассеянного света в черно-белом формате (канал яркости), затем все отсчеты изображения усреднялись по яркости и записывалось результирующее значение в диапазоне от 0 до 255. Результаты нормировались по минимальному и максимальному полученному уровню яркости к диапазону $[0; 1]$. Если рассеянный в обратном направлении свет сохранил поляризацию, то следовало бы ожидать распределение значений, близкое к кривой, построенной по закону Малюса, что продемонстрировано на рисунке 4.



1 – кривая по закону Малюса; 2 – измерение рассеянного света под углом 180°

Рисунок 4. – Влияние угла поворота плоскости поляризации на результирующую интенсивность света

Анализ рисунка 4 показывает, что при отражении в обратном направлении поляризованного света с использованием поляризатора и сохранении равенства $\alpha = \beta$ детектор фиксирует более высокий уровень освещенности, чем при условии $\alpha + 90 = \beta$, а значение монотонно убывает по мере увеличения угла, что подтверждает факт сохранения информации об исходном угле поляризации в рассеянном свете. Построенный по результатам измерений график не в точности следует закону Малюса, следовательно, детектированный свет сохранил поляризацию лишь частично.

Данный вывод подтверждается в [19]: свет сохраняет исходную поляризацию, равно как и полностью отразившийся под углом 180° , а под углом 90° градусов свет полностью поляризован:

$$P \equiv \frac{I_{\perp} - I_{\parallel}}{I_{\perp} + I_{\parallel}},$$

где P – степень поляризации рассеянного излучения;
 I_{\perp} – интенсивность света, рассеянного поперек плоскости поляризации;
 I_{\parallel} – интенсивность света, рассеянного вдоль плоскости поляризации.

Таким образом, поскольку рассеянный свет, возвращающийся обратно в рефлектометр, может сохранять поляризацию, использование поляризованного лазера и приемника позволит за счет времени задержки определить участки оптического волокна, на которых произошел поворот плоскости поляризации. Схема устройства на базе рефлектометра, способного регистрировать угол поляризации отраженного света в оптическом волокне, представлена на рисунке 5.

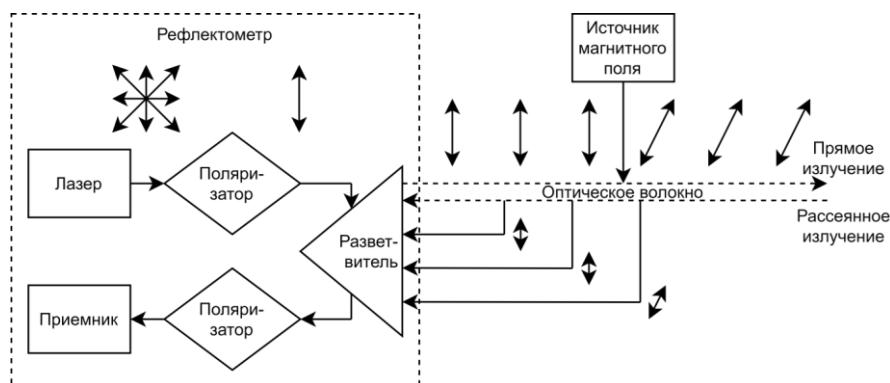


Рисунок 5. – Схема определения локализации источника магнитного поля в ВОЛС

Ключевым отличием предложенной схемы от стандартного рефлектометра является наличие поляризаторов, с помощью которых формируется и анализируется поляризованный свет. Обработка данных заключается в вычислении длины оптического пути d между рефлектометром и точкой поворота плоскости поляризации в линии.

Если известна полная длина линии D , то время, за которое свет пройдет ее до конца, отразится и вернется обратно, составит $t_D = \frac{2D}{c}$, которое следует принять за период повторения зондирующих импульсов. Следовательно, путь до точки, где на свет оказывает влияние магнитное поле, и обратно займет лишь $t_d = \frac{2d}{c}$. Естественным образом количество рассеянного света с увеличением расстояния нелинейно убывает, соответственно, можно построить опорную рефлектограмму для линии, в которой на момент измерения гарантируется отсутствие посторонних источников магнитного поля. Дальнейший мониторинг заключается в сопоставлении исходной и текущей рефлектограмм. Превышение разницы между ними на участке t_d порогового значения сигнализирует о том, что в соответствующей точке линии d на свет оказывает влияние магнитное поле.

При этом оставшийся фрагмент рефлектограммы также будет искажен за счет продолжения распространения света со смещенным углом поляризации дальше. Также следует отметить, что вычисление амплитуды воздействия магнитного поля должно производиться с коэффициентом 0,5, поскольку рассеянный свет подвергается искажающему воздействию дважды.

Таким образом, чувствительность измерительной системы зависит от разрешающей способности детектора рефлектометра и параметров зондирующих импульсов (амплитуды, частоты и ширины).

Заключение. В статье представлен анализ известных способов формирования каналов утечки информации в волоконно-оптических линиях связи и их защиты. Рассмотрен магнитооптический эффект Фарадея в контексте повышения защищенности передачи оптической информации, а именно – возможность использования эффекта для мониторинга линии связи и определения характеристик воздействующего на участок линии технического устройства. Произведены расчеты, позволяющие судить о возможности наблюдения эффекта Фарадея в оптическом волокне при воздействии на него магнитного поля небольшой амплитуды. Предложен метод локализации источника магнитного поля в оптической линии на основании явления сохранения угла поляризации рассеянного света при его отражении в обратном направлении. Для подтверждения наличия явления произведен эксперимент и представлены его результаты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Барашко, Е. Н. Сравнительный анализ новых технологий и систем проводной и беспроводной связи / Е. Н. Барашко, Н. В. Крепский, А. В. Трибельгон // European Scientific Conference : сб. ст. XV Междунар. науч.-практ. конф., Пенза, 07 мая 2019 г. – Пенза : Наука и Просвещение (ИП Гуляев Г.Ю.), 2019. – С. 52–55.
2. Листвин, А. В. Оптические волокна для линий связи : учеб. пособие / А. В. Листвин, В. Н. Листвин, Д.В. Швырков. – М. : ЛЕСАРпт, 2003. – 106 с.

3. FTTH Council Europe Webinar [Electronic resours] – April 23rd, 2020. – Mode of access: <https://www.telepolis.pl/images/2020/04/swiatlowod-eu-092019.pdf>. – Date of access: 29.08.2021.
4. Шарварко, В. Г. Волоконно-оптические линии связи : учеб. пособие / В. Г. Шарварко. – Таганрог : ТРТУ, 2006. – 170 с.
5. Юмашева, Е. С. Методы защиты волоконно-оптических линий связи / Е. С. Юмашева, В. Н. Ежгуров // Материалы конференций ГНИИ «Нацразвитие» : сб. избранных ст. Междунар. науч. конф., СПб., 23–28 февр. 2018 г. / ГНИИ «НАЦРАЗВИТИЕ». – СПб., 2018. – С. 15–18.
6. Кольцов, А. С. Исследование методов защиты информации, передаваемой по волоконно-оптическим линиям связи / А. С. Кольцов, Н. В. Филатова, А. В. Пальчиков // Актуальные проблемы деятельности подразделений УИС : сб. материалов Всерос. науч.-практ. конф., Воронеж, 25 окт. 2018 г. / отв. за выпуск Д. Г. Зыбин. – Воронеж : Научная книга, 2018. – С. 43–46.
7. Карпика, А. Г. О некоторых способах распространения вредоносных приложений в телекоммуникационных системах / А. Г. Карпика, С. В. Лемайкина // Охрана, безопасность, связь. – 2020. – № 5-2. – С. 247–252.
8. Верхоzin, А. Н. Магнитооптика вчера и сегодня / А. Н. Верхоzin // Вестн. Псков. гос. ун-та. – Псков, 2015. – С. 114–124.
9. Образование, наука и технологии: проблемы и перспективы : сб. науч. тр. по материалам Междунар. науч.-практ. конф., 31 окт. 2019 г. / Под общ. ред. А. В. Туголукова. – М. : ИП Туголуков А.В., 2019. – С. 211–215.
10. Etienne, Du T. de L., Gignoux, D., Schlenker, M. Magnetism Fundamentals / Springer Science & Business Media, 2005. – P. 507.
11. Дейнека, И. Г. Изучение магнитооптического эффекта Фарадея / И. Г. Дейнека, О. А. Шрамко, С. А. Тараканов // Науч.-техн. вестн. информационных технологий, механики и оптики. – СПб., 2008. – С. 84–89.
12. Измерения оптические поляризационные. Термины и определения : ГОСТ 23778-79. – Введ. 01.07.80. – М. : Госком. СССР по стандартам, 1980. – 6 с.
13. Яворский, Б. М. Анализ поляризованного света. Эллиптическая и круговая поляризация света / Б. М. Яворский, А. А. Детлаф // Справочник по физике. – 4-е изд. – М. : Наука, 1968. – 940 с.
14. Верде постоянная // Физическая энциклопедия : в 5 т. / редкол.: А. М. Прохоров (гл. ред.) [и др.]. – М. : Сов. энцикл., 1988–1998. – Т. 1 : Ааронова – Бома эффект – Длинные линии. – 1998. – 707 с. – С. 258.
15. Цуканов, Б. Д. Магнитное вращение плоскости поляризации в прозрачных средах / Б. Д. Цуканов // Современные проблемы физико-математических наук : материалы VI Всерос. науч.-практ. конф. с междунар. участием, Орел, 4–5 дек. 2020 г. / Орловский гос. ун-т им. И. С. Тургенева ; под общ. ред. Т.Н. Можаровой. – Орел, 2020. – С. 570–576.
16. Ландорф, А. В. Оптический рефлектометр как устройство для измерения затухания в оптическом волокне / А. В. Ландорф, Д. В. Соловьев, В. Н. Фролков // Науч.-техн. вестн. информационных технологий, механики и оптики. – СПб., 2006. – С. 208–213.
17. Новикова, В. А. Рассеяние света и его применение в волоконной оптике / В. А. Новикова, С. В. Варжель. – СПб. : С.-петерб. нац. исследоват. ун-т информ. технологий, механики и оптики, 2019. – 39 с.
18. Коллоидная система [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.kazedu.kz/referat/81985/2>. – Дата доступа: 29.08.2021.
19. Русаков, В. С. Оптика [Электронный ресурс] / В. С. Русаков. – Режим доступа: <https://teach-in.ru/file/synopsis/pdf/optics-rusakov-M.pdf>. – Дата доступа: 29.08.2021.

Поступила 14.09.2021

MAGNETO-OPTICAL FARADAY EFFECT FOR INFORMATION LEAKAGE CHANNELS MONITORING IN FIBER-OPTICAL COMMUNICATIONS

E. ADAMOVSKIY, V. ZHELEZNYAK

The search and analysis of known methods of information leakage channels formation in fiber-optic communication lines and methods of their protection is carried out. A new method of increasing the safety during data transmission in optical fiber, based on the magneto-optical Faraday effect, is proposed. An experiment on the practical observation of the Faraday effect is considered. A model of an information protection system in a fiber-optic communication line based on a reflectometer is proposed and described, which uses the Faraday effect and takes into account the features of Rayleigh scattering associated with the polarization properties of light. Primary calculations have been performed to assess the possibility of observing the Faraday effect for characteristic parameters. The results of experiments are presented, confirming the possibility of practical implementation of the proposed model.

Keywords: Faraday effect, fiber-optical communications, information protection, information leakage channels.

УДК 621.396.218:004.94

СОСТАВ И ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ДАННЫХ ДЛЯ МОДЕЛИ КОГНИТИВНОЙ СИСТЕМЫ СВЯЗИ НА БАЗЕ LTE

канд. техн. наук, доц. **Р. П. БОГУШ**, **Е. Р. АДАМОВСКИЙ**, канд. техн. наук **В. М. ЧЕРТКОВ**
(Полоцкий государственный университет)

Статья посвящена проблеме вторичного использования лицензированного частотного спектра путем предоставления доступа пользователям с помощью технологии когнитивного радио в сети беспроводной связи четвертого поколения. Рассматриваются структура и формат передаваемых данных для сети LTE в приложении к задаче построения модели когнитивной системы связи. Представлены роль и принципы формирования карты радиосреды, предложены структура и состав данных для ее реализации. Выполнено моделирование получения и организации данных в программной среде MatLab с использованием пакета LTE Waveform Generator, для представления и записи данных использован формат HDF5. Приводятся результаты моделирования.

Ключевые слова: когнитивное радио, карта радиосреды, вторичные и первичные пользователи, динамический доступ к спектру, LTE Waveform Generator.

Введение. Развитие телекоммуникационных систем, включая современные сети сотовой связи, а также увеличение числа их пользователей приводит к ситуации дефицита частотного ресурса, что усугубляется его нерациональным использованием [1]. Задача снижения нагрузки на системы связи является актуальной на протяжении последних десятилетий и находит решение в виде технологий когнитивного радио (Cognitive Radio) (КР), предложенных в [2; 3], и динамического доступа к спектру (Dynamic Spectrum Access, DSA) [4–6].

Технология КР определяется как радиосистема, которая способна получать сведения об особенностях собственной работы, накапливать их и на основе этого адаптировать параметры связи, включая предыдущий опыт [7]. Технология DSA устанавливает, что с первичными пользователями (Primary Users, PU) лицензированный многочастотный диапазон открыт и вторичным пользователям (Secondary Users, SU) на условиях ограничений создаваемых ими помех [8]. Принципы КР используются в реализациях на базе различных стандартов: IEEE 802.22 WRAN [33], IEEE 802.11af [9], IEEE 802.11ah [10]. Действие КР основано на обнаружении «белых пятен» (white spaces) – частей спектра, доступных для передачи данных по беспроводным интерфейсам связи в текущий момент времени без создания помех службам с более высоким приоритетом [11].

Системы КР используют принцип, который включает в себя наблюдение, анализ, планирование, решение, действие и обучение [12] на основе следующей информации: локализация; тип географической среды; текущее использование спектра PU и SU; передвижение устройств; источник собственного питания; правила распределения спектра, определяемые пользователем или поставщиком услуг; возможности устройств (максимальные мощности передатчиков); намерения пользователей и их приоритеты для возможности прогнозирования трафика [13].

Хранение и обработка информации для когнитивных устройств осуществляется при помощи карты радиосреды (Radio Environment Map, REM) [20], которая представляет собой пространственно-временную базу данных (БД) всех радиоактивностей в сети [21]. Основной целью REM является обеспечение возможности получения информации вторичными пользователями о состоянии радиосреды за счет постоянного взаимного обмена данными с ними, что позволяет более эффективно использовать лицензированный спектр путем заполнения «белых пятен».

Организация и особенности протоколов передачи данных LTE. Технология LTE (Long Term Evolution) или E-UTRAN (Evolved Universal Terrestrial Access Network) представлена консорциумом 3GPP [14] в документах серии Release 8 в 2008 году [15] и является одним из стандартов 4G, который сегодня используется наиболее широко.

В LTE реализованы два режима передачи: FDD (Frequency Division Duplex) и TDD (Time Division Duplex), т.е. частотное и временное разделение сигнала. В восходящей линии связи (uplink) от устройства к базовой станции (БС, eNodeBS) применяется технология SC-FDMA (Single-Carrier Orthogonal Frequency Division Multiple Access) [16], а для нисходящей (downlink) используется технология OFDM (Orthogonal Frequency-Division Multiplexing) [17].

В разных странах лицензируются отдельные частотные полосы (bands), предусмотренные спецификацией LTE TS 36.101 [19]. В Республике Беларусь наиболее широко используются band 3 (1800+) и band 7 (2600) [20; 21]. Каждая полоса характеризуется режимом передачи (FDD/TDD) и нижней и верхней частотой. Сигналы нисходящей или восходящей линии связи могут занимать частотный диапазон шириной от 1,4 до 20 МГц. Границы частотного диапазона, занимаемого сигналом, всегда определяются симметрично относительно несущих частот (carriers). Следует отметить, что наибольшая полоса пропускания (bandwidth) для LTE-

Advanced на данный момент составляет 100 МГц [18], поэтому количество частотных диапазонов в лицензируемых частотных полосах (bands) ограничено пятью. Частотный диапазон, занимаемый нисходящим или восходящим сигналом, является набором поднесущих частот (subcarriers), отстоящих друг от друга на 15 кГц [17]. Ресурсные блоки (РБ) включают 12 поднесущих (180 кГц) и по длительности организованы в виде одного временного слота (slot). Каждый OFDM символ на поднесущей образует ресурсный элемент (РЭ).

В таблице 1 представлены каналы с различной шириной полосы и соответствующее им число РБ и поднесущих [22].

Таблица 1. – Конфигурации каналов различной ширины

Ширина канала, МГц	1,4	3	5	10	15	20
Количество ресурсных блоков	6	15	25	50	75	100
Количество поднесущих частот	72	180	300	600	900	1200

Каждый слот занимает 0,5 мс и состоит из 6 или 7 OFDM-символов. Два соседних слота попарно образуют подкадр (subframe) длительностью 1 мс. Кадр (frame), занимающий по времени 10 мс, состоит из 20 слотов. В случае FDD нисходящий и восходящий каналы передаются на разных частотах, поэтому в каждом кадре выделяется по 10 подкадров для передачи данных (рисунок 1). Таким образом, один РБ может содержать 72 или 84 РЭ.

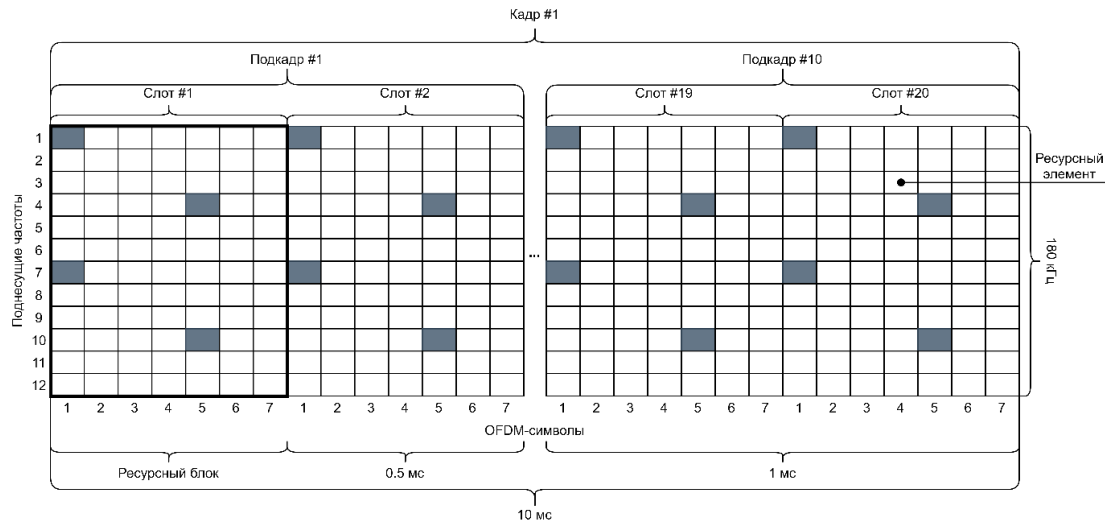


Рисунок 1. – Структура сигнала LTE в частотно-временном представлении

Согласно технической спецификации LTE TS 36.101 в структуру передаваемого радиосигнала включаются опорные (пилотные, синхронизирующие) символы. В downlink-канале опорные сигналы находятся в первом или пятом символе (см. рисунок 1). Для uplink-канала используется 2 вида опорных сигналов: демодулированные (DM-RS) и зондовые (SRS).

Общий вид кадра сигнала downlink-канала LTE (6 РБ, 1 слот), формируемого базовой станцией, показан на рисунке 2. Структура кадра сигнала включает в себя: канал для передачи пользовательских данных (PDSCH); опорные сигналы (Cell RS); первичный и вторичный сигнал синхронизации (PSS и SSS); физический широковещательный канал (PBCH); канал, управляющий индикатором формата (PCFICH); канал для гибридной процедуры повторного запроса (PHICH); канал управления (PDCCH).

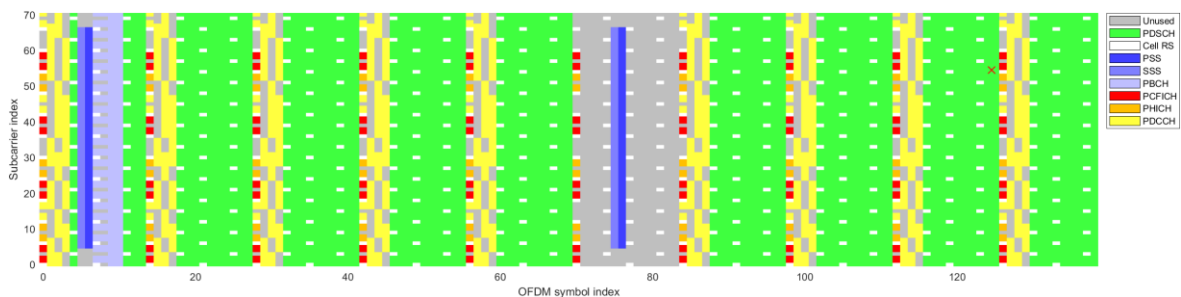


Рисунок 2. – Структура кадра сигнала базовой станции LTE

Общий вид кадра сигнала uplink-канала LTE (6 РБ, 1 слот), формируемый абонентским устройством, показан на рисунке 3. Структура кадра сигнала включает в себя физический канал пользовательского трафика (PUSCH) и опорные сигналы (PUSCH DRS) [23].

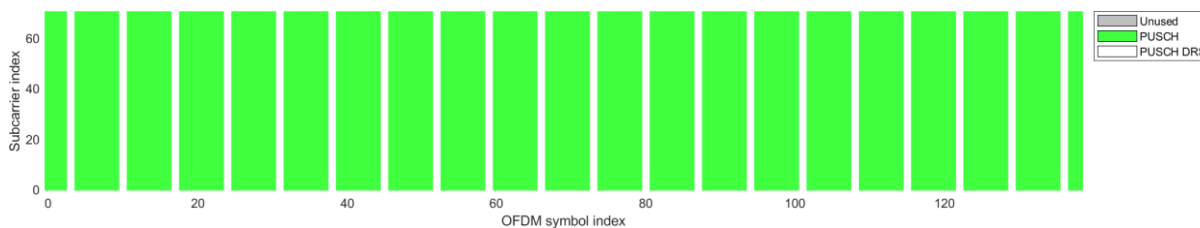


Рисунок 3. – Структура кадра сигнала абонентского устройства LTE

Базовая станция может работать в одной из лицензированных оператором частотных полос. На практике диапазоны между станциями распределяются так, чтобы соседние БС не создавали помех друг другу. Принцип жесткого повторного использования частот (F_1, F_2, F_3) между сотами [24] продемонстрирован на рисунке 4.

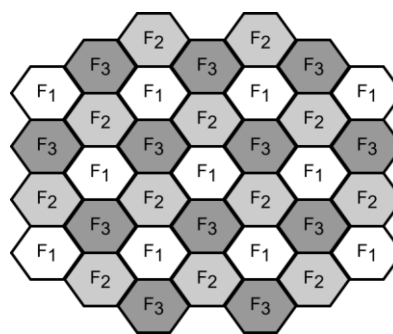


Рисунок 4. – Принцип жесткого повторного использования частот между сотами

Излучение базовых станций ограничено требованиями норм [25]. В качестве типовых значений максимальной выходной мощности приводятся значения 31–43 дБм (1,26–19,95 Вт). Диапазон регулировки мощности в пользовательском канале составляет от –28 дБ (и менее) до –3 дБ (и более). Частота регулировки уровня сигнала равна 1500 Гц [26].

В процессе работы абонентское устройство (АУ) осуществляет поиск канала связи с наилучшим приемом, а после его обнаружения подключается к соответствующей БС, предварительно синхронизировавшись с ней при помощи сигналов PSS и SSS. В восходящем направлении канал PUSCH используется для передачи данных пользователя. Канал PUSCH организован независимо от пользовательских данных и используется для передачи индикатора качества канала CQI, запроса на получение расписания доступных ресурсов и обратной связи. Для его передачи используется один РБ в каждом слоте одного субкадра. Канал произвольного доступа PRACH используется для запроса инициализации связи, при переходе в активный режим и т.д. При этом для его передачи устройству назначается интервал в ресурсной сетке шириной 6 ресурсных блоков [27].

Роль и формирование REM. Роль REM в цикле работы когнитивных радиосистем показана на рисунке 5, из которого следует, что на всех этапах работы, кроме непосредственно результирующего действия, устройствам необходим обмен информацией с базой данных.

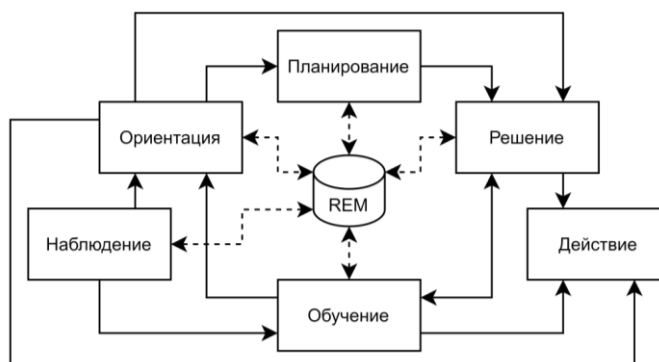


Рисунок 5. – Роль REM в КР

При создании REM решаются следующие задачи: определение структуры и наполнение БД, выбор формы хранения информации, организация упорядочивания данных и осуществления доступа к ним [28]. На практике формирование REM подразумевает работу с большими объемами данных и требует быстрого действия для обеспечения Cognitive Radio System (CRS) актуальной и корректной информацией, которая зачастую может быть получена лишь косвенными методами, например, интерполированием данных. Следовательно, для построения наиболее эффективной CRS требуется установить параметры на основе моделирования, например такие, как взаимосвязь точности модели и плотности датчиков [29].

Сведения о «белых пятнах» в спектре на основе предсказания являются ценной исходной информацией для реализации CRS, поскольку это обеспечивает эффективность ее работы. Предсказание состояния радиосреды должно выполняться на основе данных REM и генерировать информацию для КР, включающую сведения о свободных и ограниченных в пространстве и времени частотных ресурсах.

Построение REM реализуется двумя методами: анализом сигналов из разных точек и попыткой оценки значения в произвольной точке в этой области с помощью интерполяции (прямой метод); оценкой местоположения передатчиков и их параметров, а затем – оценкой уровня сигнала в любом месте области за счет применения модели распространения (косвенный метод) [6].

В работах [1; 30] описаны основные принципы построения карты REM, которая представляется в виде набора таких модулей, как блок хранения и сбора данных (storage and acquisition, REM-SA), менеджер REM, измерительные устройства (Measurement Capable Devices, MCD) и графический пользовательский интерфейс (Graphical User Interface, GUI). REM-SA обменивается инструкциями с MCD и собирает результаты измерений. Менеджер REM выполняет обработку запросов и обмен данными с объектами (рисунок 6) [1]. После обработки измерений формируется интерференционная карта.

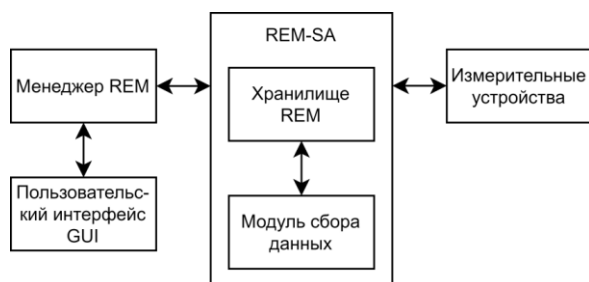


Рисунок 6. – Структура REM

Показатели качества REM можно количественно оценить по среднеквадратической ошибке (RMSE), вычисляемой в каждой точке сетки как разность значений мощности сигнала (received signal strength, RSS) или опорных символов (reference signal received power, RSRP) между вычисленной и истинной картой REM [13]. В работах [6; 31] точность оценки качества REM предлагается определять по ошибке локализации передатчика и мощности передаваемого сигнала, а также метрикам – коэффициенту правильной зоны обнаружения (CDZR) и коэффициенту зоны ложной тревоги (FAZR).

Состав и структура представления данных для REM LTE. На основе информации о принципах функционирования системы связи LTE и решаемых с помощью REM задач, предлагается выделить ключевые параметры для карты REM, которые необходимы для построения имитационной модели. Параметры основных объектов имитационной модели представлены в таблице 2.

Таблица 2. – Объекты модели и их параметры

Объект	Параметр	Размерность	Единица измерения	Описание
1	2	3	4	5
Карта REM	Набор частот	N_{sub}	кГц	Набор моделируемых поднесущих частот, следующих с шагом 15 кГц
	Ослабление сигнала	1	–	Коэффициент затухания сигнала α в формуле потерь при распространении
	Карта распространения сигналов	$T \times (X \times Y) \times (N_{sub} \times 140)$	–	Массив $[X, Y]$ ячеек, каждая из которых содержит T временных слоев, на которых отражено состояние N_{sub} поднесущих частот в течение 1 кадра (140 символов)
	Шаг сетки	1	м	Расстояние между элементами сетки REM
	Временной отсчет	1	frame	Значение времени T_i от момента начала моделирования

Окончание таблицы 2

1	2	3	4	5
Базовая станция eNodeBS	Идентификатор станции	1	–	Уникальный номер базовой станции
	Местоположение станции	2	–	Координаты ячейки, в которой располагается базовая станция
	Рабочий диапазон станции	f_{BS}	Гц	Перечень f_{BS} из N_{sub} частот, на которых работает базовая станция
	Подключенные к станции устройства	N_{UE}	–	Идентификаторы подключенных к базовой станции N_{UE} абонентских устройств в момент времени T
	Занятые downlink-частоты станции	$N_{UE} \times f_{down(i)}$	Гц	Список поднесущих частот, выделенных для передачи данных от базовой станции к каждому абонентскому устройству $f_{down(i)}$
	Занятые uplink-частоты станции	$N_{UE} \times f_{up(i)}$	Гц	Список поднесущих частот, выделенных для передачи данных от каждого абонентского устройства $f_{up(i)}$ к базовой станции
	Мощность передатчика станции	1	дБм	Уровень излучаемого станцией сигнала
Абонентское устройство UE	Идентификатор устройства	1	–	Уникальный номер абонентского устройства
	Местоположение устройства	2	–	Координаты ячейки, в которой располагается абонентское устройство
	Рабочий диапазон устройства	f_{UE}	Гц	Перечень f_{UE} из N_{sub} частот, которые поддерживает абонентское устройство
	Рабочая станция устройства	1	–	Идентификатор базовой станции, к которой подключено абонентское устройство
	Выделенные uplink-частоты устройства	$f_{up(i)}$	Гц	Список поднесущих частот, выделенных для передачи данных от абонентского устройства $f_{up(i)}$ к рабочей базовой станции
	Статус передачи устройства	1	–	Состояние абонентского устройства: осуществляется ли передача в момент времени T или нет
	Мощность передатчика устройства	1	дБм	Уровень излучаемого абонентским устройством сигнала

Раздел REM содержит построенную карту радиосреды и соответствующий ей номер кадра LTE от начала моделирования. Раздел eNodeBS описывает характеристики всех БС, которые реализованы в модели, включая идентификатор, местоположение, рабочий диапазон частот, а также информацию, необходимую для взаимодействия с АУ: их номера и выделенные ресурсы для передачи данных вверх и вниз. Аналогично раздел UE представляет информацию об АУ: идентификатор, текущее местоположение и статус, поддерживаемые частотные диапазоны, мощность передатчика, а также ресурсы для обмена информацией с выбранной БС. Таким образом, помимо состояния радиосреды, требуются данные о самих объектах: их положение в пространстве, рабочие характеристики и текущее состояние, что позволит осуществлять прогнозирование более точно за счет учета большего количества параметров.

Моделирование представления данных. Модель построена в программной среде MatLab с использованием пакета LTE Waveform Generator и включает в себя следующие шаги:

1. Инициализация модели. Создание объектов eNodeBS и UE, назначение их атрибутов, формирование расписания перемещения и сеансов связи каждому абонентскому устройству, выделение памяти под REM, предварительные расчеты для последующих вычислений затухания сигнала.

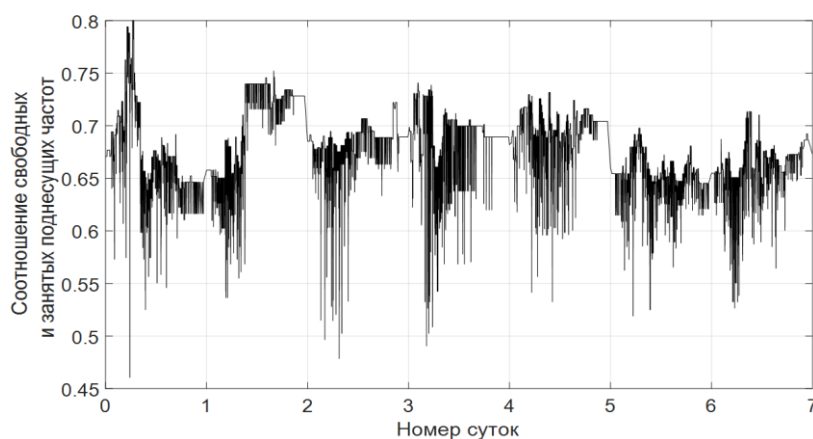
2. Основной цикл. Перемещение АУ согласно расписанию на новые позиции, оценка радиосреды, при необходимости – подключение к другой БС с лучшими условиями приема, формирование кадра для передачи данных. Генерация первичной карты – размещение сигналов объектов в соответствующих им ячейках. Изменение статусов передачи данных для каждого АУ согласно расписанию. Построение полной

карты REM путем вычисления конечных состояний всех ячеек модели с учетом влияния остальных источников сигнала. Кодирование карты с целью экономии ресурсов и устранения избыточности данных, сохранение результата на носитель информации. Следует отметить, что запись информации происходит не каждый кадр, а лишь тогда, когда в модели происходит какое-либо изменение, например, отключение абонента или его перемещение.

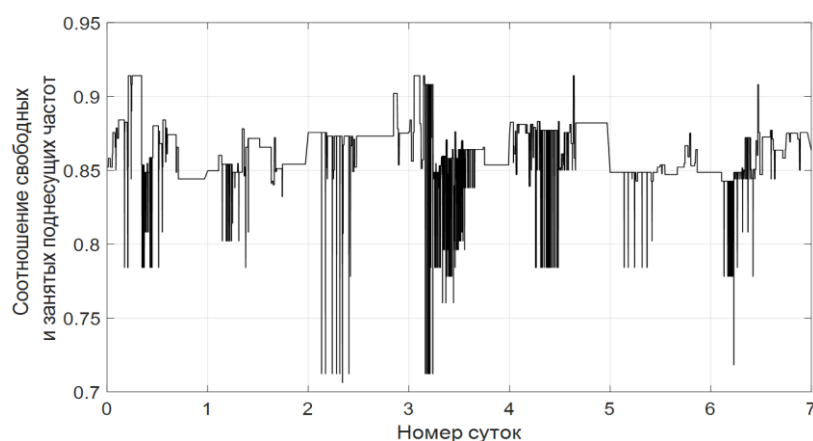
Для записи данных выбран формат HDF5 [32], широко используемый для хранения больших объемов данных в научной среде и поддерживаемый средой MatLab. Файлы HDF5 имеют разрешение «.h5» и дополнительно архивируются в формат «.zip», что позволяет уменьшить их объем в 50 раз.

Полученные данные можно представить различным образом, например, как динамику изменения процентного соотношения свободных поднесущих от их общего числа в определенных ячейках, т.е. в числовом диапазоне [0; 1]. Меньшее значение соотношения означает присутствие в данной точке сигналов от большого количества объектов, занимающих в спектре суммарно более широкую полосу, что с точки зрения вторичного пользователя означает ухудшение радиообстановки. Большее значение свидетельствует о меньшей загруженности спектра и более широких возможностях для установки канала передачи между когнитивными устройствами.

На рисунке 7 продемонстрировано сравнение состояния радиосреды по процентному отношению свободных поднесущих в течение 1 кадра LTE на временном интервале 168 часов (7 суток): вблизи одной из станций в центре моделируемой сетки (рисунок 7, а), на удалении от скопления источников сигнала на краю карты (рисунок 7, б).



а



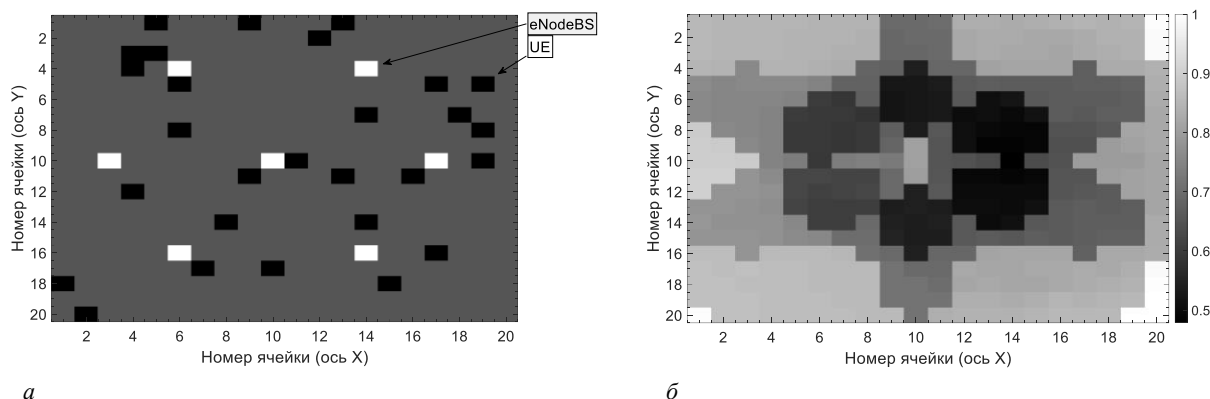
б

а – вблизи станций; **б** – на удалении от станций

Рисунок 7. – Динамика занятости поднесущих частот в течение 7 дней

Рисунок 7 демонстрирует разницу в динамике загруженности спектра в активном регионе и области с наименьшим количеством объектов. В первом случае по результатам моделирования наблюдается среднее отношение свободных поднесущих 0,5–0,6, при этом в течение суток присутствуют нерегулярные

скачки значений. Во втором случае свободными остаются 85–90% частот, девиации уровня менее выражены. Исходное расположение объектов на сетке показано на рисунке 8, а. Соотношение количества свободных частот для одного из кадров представлено на рисунке 8, б.



а – расположение объектов; б – распределение отношения свободных частот 1 кадра LTE

Рисунок 8. – Информационные слои сетки модели

Сопоставление рисунков 8, а и 8, б подтверждает выводы по рисунку 7 о том, что вблизи станций загруженность спектра выше, чем вдали от них. Анализ показывает, что рисунок 8, б имеет практически симметричную форму. Из этого следует, что именно БС, выполняя роль узла связи, обеспечивает вокруг себя зону с наименьшим количеством свободных частот для использования вторичными пользователями. В свою очередь, влияние АУ на результирующее значение отношения свободных поднесущих сравнительно невелико.

Заключение. Одной из быстроразвивающихся в мире информационных систем с применением когнитивных технологий является телекоммуникационная система когнитивной радиосвязи. Основным способом повышения эффективности использования частотного ресурса является механизм динамического управления спектром, согласно которому вторичным пользователям предоставляется возможность использовать диапазоны первичных пользователей на то время, пока они свободны. Для моделирования когнитивной системы на базе технологии LTE одной из первичных задач является определение состава данных для формирования карты радиосреды, которая используется для хранения и обработки информации для обеспечения когнитивных функций пользовательского оборудования. С учетом специфики функционирования основных объектов такой системы определен набор параметров для REM и выполнено моделирование с использованием пакета LTE Waveform Generator, подтверждающее возможность использования полученных результатов для имитационной модели когнитивной системы связи на базе LTE.

ЛИТЕРАТУРА

1. Radio Environment Maps: The Survey of Construction Methods / M. Pesko [et al.] // KSII Transactions on Internet and Information Systems. – Vol. 8. – № 11. – 2014. – DOI: 10.3837/tiis.2014.11.008.
2. Mitola, J. Cognitive Radio for Flexible Mobile Multimedia Communications / J. Mitola // IEEE International Workshop on Mobile Multimedia Communications. – 1999. – P. 3–10.
3. Mitola, J. Cognitive radio: Making software radios more personal / J. Mitola // IEEE Pers. Commun. – 1999. – Vol. 6. – № 4. – P. 13–18.
4. Когнитивные сверхширокополосные радиосистемы как метод повышения эффективности использования радиочастотного спектра / Т. П. Косичкина [и др.] // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. – 2015. – Т. 9. – № 12. – С. 37–43.
5. Dwarakanath, R. C. Modeling of interference maps for Licensed Shared Access in LTE-advanced networks supporting Carrier Aggregation / R. C. Dwarakanath, J. D. Naranjo, A. Ravanshid // 2013 IFIP Wireless Days (WD). – 2013. – P. 1–6. – DOI: 10.1109/WD.2013.6686457.
6. Alfattani, S. Indirect Methods for Constructing Radio Environment Map / S. Alfattani, A. Yonzacoglu // 2018 IEEE Canadian Conference on Electrical & Computer Engineering (CCECE) – 2018. – P. 1–5. – DOI: 10.1109/CCECE.2018.8447654.
7. Мирошникова, Н. Е. Обзор систем когнитивного радио / Н. Е. Мирошникова // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. – 2013. – Т. 7. – № 9. – С. 108–111.
8. Косичкина, Т. П. Исследование моделей помех в системах когнитивного радио / Т. П. Косичкина, Г. Н. Иванов, В. О. Евдокимов // Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения. – 2018. – Т. 18. – № 4. – С. 965–970.
9. Feng, X. Enabling co-channel coexistence of 802.22 and 802.11af systems in TV White Spaces / X. Feng, Q. Zhang, B. Li // 2013 IEEE International Conference on Communications (ICC). – 2013. – P. 6040–6044. – DOI: 10.1109/ICC.2013.6655567.
10. IEEE 802.11AH: the WiFi approach for M2M communications / T. Adame [et al.] // IEEE Wireless Communications Magazine. – IEEE, 2014.

11. Региональное содружество в области связи: справочник по перспективам внедрения систем когнитивного радио в диапазоне УВЧ в странах участников РСС [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.rcc.org.ru/net-cat_files/874/1100/h_f78e12d30f93fa2ce77ae42b7c6b9939. – Дата доступа: 28.06.2021.
12. Технологии построения когнитивного радио и когнитивных сетей и их влияние на рынок радиочастотных ресурсов и качество обслуживания пользователей [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.itu.int/en/ITU-D/ICT-Applications/Documents/StPtDocs/Session_4_Aksenov.pdf. – Дата доступа: 28.06.2021.
13. Radio environment map as enabler for practical cognitive radio networks / H. B. Yilmaz [et al.] // IEEE Communications Magazine. – Vol. 51. – № 12. – 2013. – P. 162–169. – DOI: 10.1109/MCOM.2013.6685772.
14. 3GPP Website [Electronic resours]. – Mode of access: <https://www.3gpp.org/>. – Date of access: 28.06.2021.
15. 3GPP Technologies: Long Term Evolution [Electronic resours]. – Mode of access: <https://www.3gpp.org/technologies/keywords-acronyms/98-lte>. – Date of access: 28.06.2021.
16. Hyung, G. M. Single Carrier FDMA for Uplink Wireless Transmission / G. M. Hyung, L. Junsung, D. J. Goodman // IEEE Vehicular Technology Magazine. – Vol. 1. – № 3. – 2006. – P. 30–38.
17. LTE CA Technology Development [Electronic resours]. – Mode of access: https://www.5gamericas.org/wpcontent/uploads/2019/07/4G_Americas_Carrier_Aggregation_FINALv1_0_3.pdf. – Date of access: 28.06.2021.
18. Hui, L. OFDM-Based Broadband Wireless Networks. Design and Optimization / L. Hui, L. Guoqing. – 2006. – DOI: 10.1002/0471757195.fmatter.
19. Specification 36.101 E-UTRA; UE radio transmission and reception [Electronic resours]. – Mode of access: https://www.3gpp.org/ftp/Specs/archive/36_series/36.101/. – Date of access: 28.06.2021.
20. Какие частоты выделены сотовым операторам в Беларуси [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://mpt.gov.by/ru/faq/kakie-chastoty-vydeleny-sotovym-operatoram-v-belarusi>. – Дата доступа: 28.06.2021.
21. LTE frequency band [Electronic resours]. – Режим доступа: https://www.sqimway.com/lte_band.php. – Дата доступа: 28.06.2021.
22. Описание физического уровня LTE [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://anisimoff.org/lte/phy_description.html. – Дата доступа: 28.06.2021.
23. Организация каналов в LTE [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://anisimoff.org/lte/channels.html>. – Дата доступа: 28.06.2021.
24. Основы сотовой связи стандарта GSM [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://afu.com.ua/gsm>. – Дата доступа: 19.09.2021.
25. Требования к параметрам электромагнитной совместимости оборудования систем базовых станций и ретрансляторов стандарта LTE [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://digital.gov.ru/common/upload/Prilozhenija_k_pravilam_129.pdf. – Дата доступа: 19.09.2021.
26. Технические характеристики радиопередающих устройств базовых станций UMTS для режима FDD [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://1234g.ru/3g/umts/tehnicheskie-kharakteristiki-radiopereadayushchikh-ustrojstv-bazovyx-stantsij-umts-dlya-rezhima-fdd>. – Дата доступа: 19.09.2021.
27. Физический уровень LTE [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://russianelectronics.ru/fizicheskij-uroven-lte/>. – Дата доступа: 19.09.2021.
28. Flexible and Spectrum Aware Radio Access through Measurements and Modelling in CRS [Electronic resours]. – Mode of access: http://www.lopezbenitez.es/tech_reports/FARAMIR_D21.pdf. – Date of access: 28.06.2021.
29. On the construction of Radio Environment Maps for Cognitive Radio Networks / Z. Wei [et al.] // 2013 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC). – 2013. – P. 4504–4509. – DOI: 10.1109/WCNC.2013.6555304.
30. Radio environment maps for military cognitive networks: density of small-scale sensor network vs. map quality / M. Suchański [et al.] // Cognitive Radio-Oriented Wireless Networks. – 2019. – P. 195–207. – DOI: 10.1007/978-3-030-25748-4_15.
31. Yilmaz, H. B. Location estimation-based radio environment map construction in fading channels / H. B. Yilmaz, T. Tugcu // Wirel. Commun. Mob. Comput. – 2015. – P. 421–430.
32. The HDF5 library & file format [Electronic resours]. – Mode of access: <https://www.hdfgroup.org/solutions/hdf5/>. – Date of access: 28.06.2021.

Поступила 23.09.2021

DATA COMPOSITION AND REPRESENTATION FOR COGNITIVE COMMUNICATION SYSTEM MODEL BASED ON LTE

R. BOHUSH, Y. ADAMOVSKIY, V. CHERTKOV

The paper discusses to the problem of secondary use of the licensed frequency spectrum by providing access to users using cognitive radio technology in the fourth generation LTE wireless communication network. The structure and format of transmitted data in such a network are considered as applied to the problem of constructing a model of a cognitive communication system. The role and principles of the formation of a radio environment map are presented. Structure and composition of data for REM construction are proposed. Modeling of the formation and presentation of data in the MatLab environment using the LTE Waveform Generator package has been performed. HDF5 is used for data recording. The simulation results are presented.

Keywords: cognitive radio, radio environment map, dynamic spectrum access, primary users, secondary users, LTE waveform generator.

УДК 004.042

ОБУЧЕНИЕ С ПОДКРЕПЛЕНИЕМ ПРИ НАВИГАЦИИ МОБИЛЬНЫХ РОБОТОВ

д-р техн. наук, проф. А. В. СИДОРЕНКО
(Белорусский государственный университет, Минск)

Предложен новый алгоритм машинного обучения для навигации мобильных роботов, основанный на комбинации методов *Deep-Q-Learning* и *Double Q-Learning*. Предложенная модель рассматривается при перемещении робота в некоторой среде (среда задается программным пакетом *Gazebo*) и известном его местоположении с учетом огибания встречающихся на пути препятствий. В качестве программного обеспечения используются *Mobile Robotics Simulation Toolbox* и *Gazebo*. При тестировании показано, что новый алгоритм более чем в десять раз улучшает временные параметры выполнения задачи по сравнению с традиционными алгоритмами. Представленный алгоритм может быть интегрирован в аппаратуру.

Ключевые слова: алгоритм, робот, управление, движение, машинное обучение.

Введение. При внедрении мобильных роботов в различные сферы деятельности человека одной из актуальных проблем является управление движением группы роботов. При решении подобной задачи такая группа мобильных роботов может рассматриваться как мультиагентная система, состоящая из множества взаимодействующих агентов в сфере искусственного интеллекта [1]. Под агентом понимают устройство, обладающее искусственным интеллектом.

При внедрении мобильных роботов в космическую, производственную сферы проблема управления их движением в некоторой среде сводится к обеспечению безопасного движения робота без столкновения со встречающимися на его пути препятствиями.

При решении подобных задач используются алгоритмы обучения с подкреплением, нейросетевые алгоритмы, алгоритмы глубокого обучения [2; 3]. В основу применения таких алгоритмов положены принципы моделирования, а критерием оптимизации при этом является определение вознаграждения в зависимости от числа производимых при перемещении итераций.

В данной работе представлен алгоритм управления безопасным движением робота, основанный на сочетании *Deep-Q-Learning* и двойного Q-обучения.

1. Методы машинного обучения. Среди алгоритмов управления на основе машинного обучения рассмотрим алгоритм управления Q-Learning, алгоритмы глубокого обучения и двойного Q-обучения.

Алгоритм управления Q-Learning представляет собой метод, используемый при машинном обучении в сфере искусственного интеллекта при мультиагентном подходе. На основе полученного от среды вознаграждения агент формирует функцию полезности Q , что впоследствии дает ему возможность уже случайным образом выбирать стратегию поведения, а также учитывать опыт предыдущего взаимодействия со средой.

Алгоритм управления Q-Learning позволяет агенту получить вознаграждение, совершая в конкретном состоянии наиболее оптимальное действие. Опираясь на таблицу вознаграждений, он позволяет выбрать следующее действие в зависимости от того, насколько оно полезно и дает возможность агенту обновить величину, называемую Q-значением. Q-величины инициализируются случайными величинами, которые обновляются согласно выражению

$$Q(s_t, a_t) \leftarrow Q(s_t, a_t) + \alpha [r_{t+1} + \gamma \max_a Q], \quad (1)$$

где a_t и s_t – соответственно действие и состояние агента в момент времени t ;

α и γ – соответственно скорость обучения и дисконтирующий множитель, параметры которых находятся в области $[0, 1]$;

r – значение вознаграждения.

В результате создается новая таблица, называемая Q-таблицей, в которой хранится информация о состоянии и действии агента.

Глубокое обучение используется при более основательном подходе. В процесс Q-обучения вводится аппроксимация функции. При этом одним из решений в качестве аппроксимации функций является применение нейронной сети [3]. Нейронная сеть может использоваться для аппроксимации функции значения или пары: действие–состояние в значении Q . Мы можем обучить нейронную сеть на выборках из состояния или пространства действия, чтобы научиться прогнозировать, насколько они ценны по отношению к цели обучения с подкреплением. В обучении с подкреплением можно использовать сверточные сети (convolution neural network, CNN). Как правило, используется глубокая сверточная нейронная сеть со слоями мозаичных сверточных фильтров для имитации рецептивных полей. Структура нейронной сети позволяет

эффективно распознавать изображение и состояние агента, когда используется визуальный ввод или робот находится на местности. Точность распознавания таких сетей превосходит обычные нейронные сети на 10–15%. Сверточные нейронные сети являются ключевой технологией глубокого обучения. Однако если для представления значения Q используется нейронная сеть, то обучение с подкреплением может быть нестабильным. Это обусловлено необходимостью постоянного проведения коррекций в последовательности наблюдений и снижением корреляции с целевым значением Q .

Двойное обучение характеризуется тем, что в алгоритмах Q-обучения приближенные значения действия и текущая политика выбора действий разделены и целесообразно использовать две отдельные функции значения ценности Q . В зашумленной среде это может замедлить процесс обучения. Для исключения этого предложен вариант под названием Double-Q-Learning (Двойное Q-обучение), в котором оценка Q используется для выбора последующего действия [4]. Практически с использованием разных опытов симметрично друг другу обучаются две отдельные функции значений ценности Q . Этап обновления двойного Q-обучения выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} Q_{i+1}^A(s_i, a_i) &= Q_i^A(s_i, a_i) + \alpha(s_i, a_i)(r_i + \gamma Q_i^A(s_{i+1}, \arg_a \max Q_i^A(s_{i+1}, a)) - Q_i^A(s_i, a_i)), \\ Q_{i+1}^B(s_i, a_i) &= Q_i^B(s_i, a_i) + \alpha(s_i, a_i)(r_i + \gamma Q_i^B(s_{i+1}, \arg_a \max Q_i^B(s_{i+1}, a)) - Q_i^B(s_i, a_i)). \end{aligned} \quad (3)$$

При таком подходе исключается проблема возможного завышения ценности Q . Модификация алгоритма с глубоким обучением позволила создать новый алгоритм Double DQN (двойного Q-обучения), который превосходит исходный алгоритм DQN.

2. Алгоритм, основанный на сочетании Deep Q-Learning и двойного обучения. В процессе выполнения данной работы нами разработан алгоритм управления, основанный на сочетании Deep Q-Learning и двойного Q-обучения. Для разделения работы по выбору оптимального действия и оценки оптимального действия используются рекуррентные нейронные сети. Архитектура модели алгоритма управления, основанного на сочетании Deep Q-Learning и двойного Q-обучения, приведена на рисунке 1.

В предложенном алгоритме для определения состояния s^1 робота в момент времени $t+1$ входные данные, соответствующие предыдущему состоянию s и действию a в момент времени t при получении вознаграждения r , извлекаются из модуля памяти D . Входные данные отправляются в блок, характеризующий выполнение действия и называемый основной сетью (рисунок 2), а также в блок, характеризующий достижение цели и называемый целевой (рисунок 3).

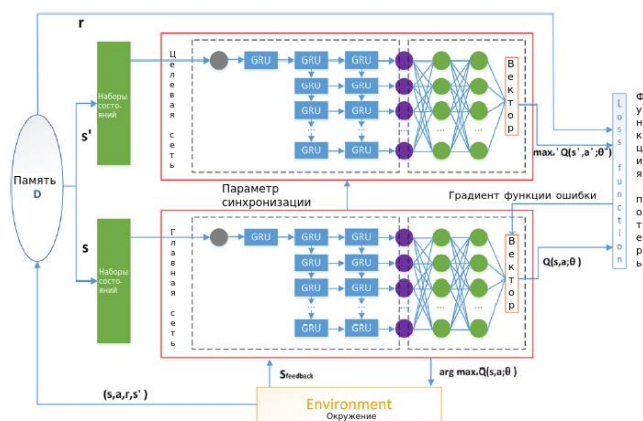


Рисунок 1. – Архитектура модели алгоритма управления, основанного на сочетании Deep Q-Learning и двойного обучения

Основная и целевая сети синхронизируются в реальном времени, а параметры сети остаются такими же.

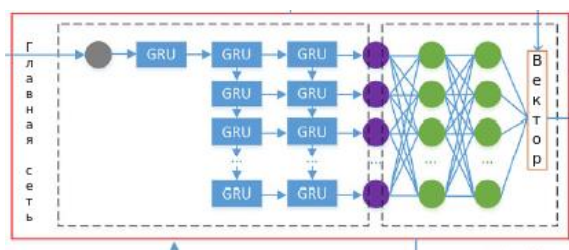


Рисунок 2. – Структура основной сети

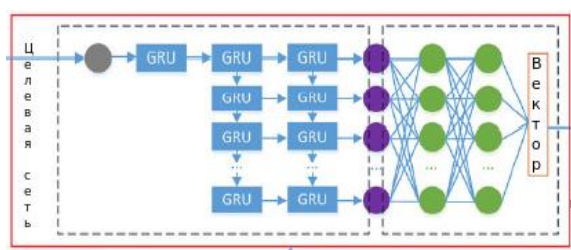


Рисунок 3. – Структура целевой сети

Данные о состоянии на входе должны быть направлены в блок GRU. Указанный блок состоит из восьми ячеек. Это означает, что в наборе поведений есть восемь состояний. Набор поведения А включает перемещения: вперед, назад, влево, вправо, влево вперед, вправо вперед, влево назад, вправо назад. Данные восьми состояний обрабатываются тремя уровнями GRU, а средние значения данных отправляются на уровень FC (fully connected hidden layer). Структура параметров уровня FC представляет собой матрицу, включающую 8, 64, 64, 8 членов соответственно. Функция активации в нейронной сети реализована при помощи линейного блока. Во избежание переобучения при оптимальных параметрах состояния на уровнях GRU и FC соответственно устанавливается структура исключения. Это означает, что если достигнуты оптимальные параметры состояния, то дальнейшее обучение прекращается. Для учета потерь используется двойное глубокое обучение DDQN. Сначала определяется оптимальное действие в основной сети, а затем определяется действие в целевой сети. Дальнейшее обучение для данных производится согласно описанию исходного алгоритма.

3. Проведение вычислительного эксперимента. Программно реализованные алгоритмы обучения, примененные к разработанной нами модели управления системы мобильных роботов, позволили провести вычислительный эксперимент. При моделировании используемая нами модель входит в состав блоков пакета Mobile Robotics Toolbox [5]. В модели, описывающей движение группы роботов, применяется пакет Mobile Robotics Simulation Toolbox на операционной системе Linux при использовании пакета визуализации Gazebo. Взаимодействие агентов обеспечивается через пакет для Matlab ROS Toolbox. Пакет Mobile Robotics Simulation Toolbox поддерживает генерацию кода C++, что позволяет создавать узлы ROS непосредственно из Simulink-моделей в режиме реального времени. Для моделирования среды использовалась библиотека на языке Python, в которой имеется несколько встроенных сред. Каждая из этих сред представляет собой RGB-изображение экрана, в котором реализуется массив формы (210, 160, 3). Каждое действие многократно выполняется в течение продолжительности k кадров, где k равномерно выбирается из (2, 3, 4).

При выполнении работы мультиагентная система проходила оптимальный путь следования при использовании для обучения разработанного нами алгоритма, основанного на сочетании Deep Q-Learning и двойного обучения с применением в качестве критерия обучения значения вознаграждения при разном числе итераций. Для каждого из рассмотренных алгоритмов проведено тестирование, заключающееся в определении положительно проведенных испытаний для системы мобильных роботов, благополучно перешедших из начального состояния в конечное (целевое) без столкновений и с преодолением препятствий. Результаты вычислительного эксперимента приведены на рисунке 4.

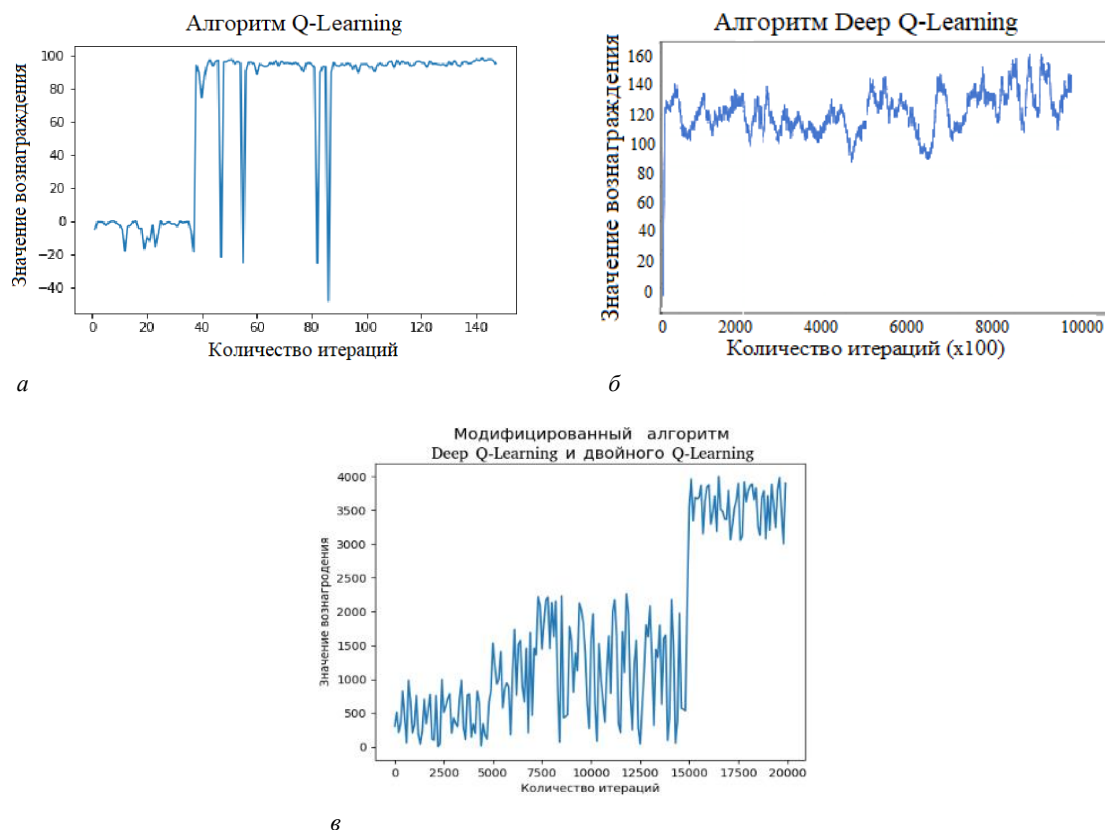


Рисунок 4. – Зависимости значений вознаграждений от количества итераций при реализации алгоритмов: Q-Learning, Deep Q-Learning и алгоритм, основанный на сочетании Deep Q-Learning и двойного обучения

Заключение. Анализ полученных результатов показал, что среднее количество действий, необходимых для достижения целевого состояния, минимально для предложенного нами алгоритма, основанного на сочетании Deep Q-Learning и двойного обучения. Производительность предложенного алгоритма более чем в десять раз превышает результаты других алгоритмов. Алгоритм может быть интегрирован в аппаратуру.

ЛИТЕРАТУРА

1. Назарова, А. В. Методы и алгоритмы мультиагентного управления робототехнической системой / А. В. Назарова, Т. П. Ригва // Вестн. МГТУ им. Н. Э. Баумана. Сер. Приборостроение. – 2012. – С. 93–105.
2. Ростовцев, П. С. Обучение роботизированных систем с помощью нейронных сетей / П. С. Ростовцев, Д. Н. Васильев, М. И. Озерова // Россия молодая: передовые технологии в промышленности. – 2017. – № 2. – С. 123–125.
3. Neural Network-Based Learning from Demonstration of an Autonomous Ground Robot / Y. Fu, [et al.] // Machines. – 2019. – V. 7, № 2. – DOI: <https://doi.org/10.3390/machines7020024>.
4. Thanh, T. Deep Reinforcement Learning for Multiagent Systems: A Review of challenges, Solution and Applications / T. Thanh, N. Nguyen, S. // IEEE Transactions on Cybernetics. – Vol. 50, no. 9. – P. 3826–3839, 2020. – DOI: 10.1109/TCYB.2020.2977374.
5. Описание пакета ROS Toolbox [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.mathworks.com/mathlab-central/filechange/66586-mobile-robotics-simulation-toolbox>. – Дата доступа: 23.11.2020.

Поступила 20.09.2021

MACHINE REINFORCEMENT LEARNING FOR NAVIGATION OF MOBILE ROBOTS

A. SIDORENKO

New algorithm of machine learning for navigation of mobile robot navigation is introduced. It based on combination of Deep-Q-Learning and Double Q-Learning. Model is considered the movement of a mobile robot in some environment (environment is set Gazebo program package), known robot location and prevented obstacle collisions by navigation. Mobile Robotics Stimulation Toolbox and Gazebo visualization packages are used as Software. It is shown that the testing of new algorithm more than 10 times improved time characteristics in comparative with traditional algorithms of machine learning. The present algorithm may be to integrate in the apparatus means.

Keywords: algorithm, robot, controlling, movement, machine learning.

УДК 621.396; 534.41

**ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ И ХАРАКТЕРИСТИК РЕЧЕВОГО СИГНАЛА,
ПРЕДСТАВЛЕННОГО ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬЮ
ИМПУЛЬСОВ ДИСКРЕТИЗАЦИИ**

д-р техн. наук, проф. В. К. ЖЕЛЕЗНЯК, канд. техн. наук И. Б. БУРАЧЕНОК, С. В. ЛАВРОВ
(Полоцкий государственный университет);
А. Г. ФИЛИППОВИЧ, М. М. БАРАНОВСКИЙ
(Оперативно-аналитический центр при Президенте Республики Беларусь)

Приведены результаты исследования параметров и характеристик речевого сигнала, представленного периодической последовательностью импульсов дискретизации. Показан процесс возникновения дополнительных спектральных составляющих, обусловленных дискретным преобразованием аналоговых речевых сигналов, и их зависимость от параметров аналогово-цифрового преобразования. Исследована тонкая структура сигнала на предмет обнаружения гармоник шума квантования в каналах утечки. Исследованы методы повышения точности оценки параметров передаваемого речевого сигнала в диапазоне от 100 до 10 кГц с интервалом дискретизации 5,2 мкс.

Ключевые слова: речевой сигнал, дискретное преобразование, шум квантования, каналы утечки информации.

Введение. Рост объемов информации и последние достижения в области ее передачи по широкополосным каналам связи позволяют непрерывное сообщение заменять цифровым путем квантования исходного сигнала по уровню и времени, обеспечивая тем самым высокое качество и верность ее передачи на большие расстояния. Актуальными для решения являются вопросы оптимизации технической защиты информации при сохранении высокой эффективности основных параметров передачи исходя из того, что сигналы подвергаются помеховым возмущениям в каналах утечки информации, а погрешность их восстановления зависит от ряда параметров: вида исходной функции сигнала; разрядности аналогово-цифрового (АЦП) и цифроаналогового (ЦАП) преобразователей; процесса квантования, связанного с округлением значений непрерывного сигнала; интервала квантования и алгоритма восстановления [1]. При этом наибольший интерес у специалистов вызывают дискретные методы анализа: так как дискретизация сигналов приводит к определенной потере информации о поведении сигналов в промежутках между отсчетами из-за возникновения дополнительных спектральных составляющих, возникает необходимость в дополнительном исследовании тонкой структуры сигнала, представленного периодической последовательностью импульсов дискретизации.

Целью работы является анализ тонкой структуры спектральных составляющих, обусловленных дискретным преобразованием при разложении произвольной функции на элементарные δ -импульсы и анализ информации о совокупном значении численных величин параметров шума квантования при дискретно-квантованном представлении аналоговых речевых сигналов в каналах утечки информации.

Основная задача – исследование методов повышения точности оценки параметров сигналов, которые позволяют при надлежащем выборе формы сигнала найти основные динамические характеристики исследуемой системы.

Исходя из того, что в соответствии с методами линейной теории любую сложную функцию можно аппроксимировать суммой более простых функций, обладающих ортогональностью, каждая из которых несет только свою долю информации, содержащейся в кривой [2], исследуем процесс дискретизации аналогового речевого сигнала при разложении его по системе δ -функций.

Итак, дискретный сигнал по своим значениям в процессе анализа может быть разложен только по системам дискретных базисных функций, у которых отсчеты времени совпадают с отсчетами сигнала, т.е. по сути, он является непрерывной функцией, но определенной только по дискретным значениям аргумента [3]. По множеству своих значений он является конечным и описывается дискретной последовательностью отсчетов $y(n\Delta t)$, где $y_1 \leq y \leq y_2$, Δt – интервал между отсчетами, т.е. дискретный сигнал представляет собой последовательность отсчетов, значения которых в точности равны значениям исходного сигнала по координатам $n\Delta t$. При этом частота дискретизации $f = \frac{1}{\Delta t}$, Δt – является величиной, обратной шагом дискретизации.

Если же рассматривать цифровой сигнал, то он квантован по своим значениям и дискретен по аргументу. Такой сигнал описывается квантованной решетчатой функцией [3] $y_n = Q_k[(n\Delta t)](n\Delta t)$, где Q_k – функция квантования с числом уровней квантования k , при этом интервалы квантования могут быть как

с равномерным распределением, так и с неравномерным. Ранее в работе [4] обоснован выбор равномерного шага квантования.

По сути, цифровой сигнал по своим отсчетам является формализованной разновидностью дискретного сигнала. Процесс преобразования бесконечных по значениям аналоговых отсчетов в конечное число цифровых значений называется квантованием по уровню [5]. Возникающие при квантовании ошибки округления до определенного количества цифр отсчетов и есть шумы, или ошибки квантования, которые зависят в том числе и от частоты дискретизации, порождающей дополнительные спектральные составляющие. В системах цифровой обработки данных и в ЭВМ сигнал всегда представлен с точностью до определенного количества разрядов, а следовательно, всегда является цифровым [6]. С учетом этих факторов при описании цифровых сигналов функция квантования обычно опускается (подразумевается равномерной по умолчанию), а для описания сигналов используются правила описания дискретных сигналов. Причем при дискретизации сетка отсчетов по аргументу может быть произвольной или задаваться по определенному закону.

На современном этапе для аналогово-цифрового преобразования широко применяются методы равномерной дискретизации, так как при их использовании алгоритмы дискретизации и восстановления сигналов и соответствующая аппаратура просты в реализации. Поэтому дальнейшие исследования проведем с применением равномерной дискретизации по времени (с постоянным шагом по аргументу), при $s(t) \Rightarrow s(n\Delta t)$, где значения $s(n\Delta t)$ представляют собой отсчеты функции $s(t)$ в моменты времени $t = n\Delta t$, $n = 0, 1, 2 \dots N$. Примером дискретного сигнала с квантованием по времени является модулированная по амплитуде последовательность идеальных импульсов равной длительности Δ , представленная в виде ступенчатой функции $x_{\Delta}(t)$, имеющей в каждом интервале постоянное значение, равное значению функции $x(t)$ в середине этого интервала, как показано на рисунке 1.

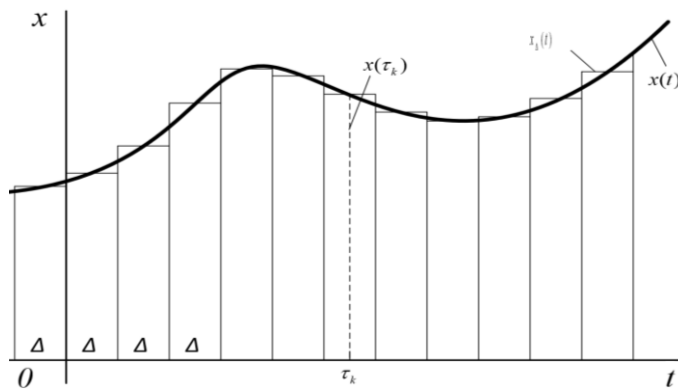


Рисунок 1. – Ступенчатая функция

Середину k -го интервала обозначим через τ_k ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$). Значение функции $x(t)$ в точке τ_k , равно $x(\tau_k)$ (см. рисунок 1).

Далее рассмотрим построенный на k -м интервале ступенчатой функции отдельно взятый прямоугольный импульс высотой $x(\tau_k)$ и длительностью Δ (рисунок 2).

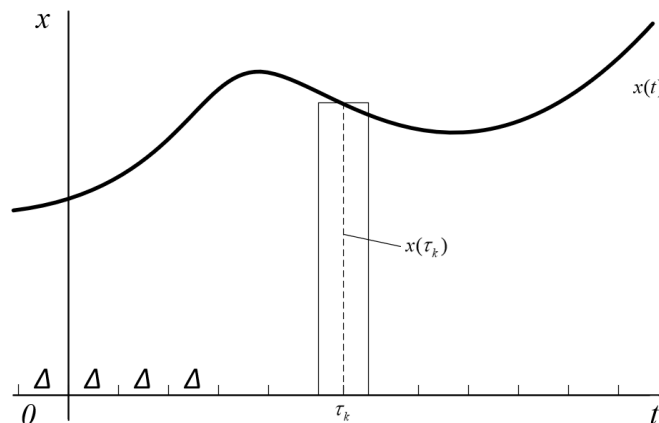


Рисунок 2. – Прямоугольный импульс длительностью Δ , построенный на k -м интервале ступенчатой функции

Если единичный импульс конечной длительности Δ (высота этого импульса равна $\frac{1}{\Delta}$) представить выражением [7]

$$\delta_{\Delta}(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta} & \text{при } |t| < \frac{\Delta}{2}; \\ 0 & \text{при } |t| > \frac{\Delta}{2}, \end{cases}$$

то отдельный прямоугольный импульс, действующий в промежутке времени $\left(\tau_k - \frac{\Delta}{2}, \tau_k + \frac{\Delta}{2}\right)$, можно представить в виде функции $\delta_{\Delta}(t - \tau_k)$.

Чтобы получить импульс высотой $x(\tau_k)$, необходимо функцию $\delta_{\Delta}(t - \tau_k)$ умножить на $x(\tau_k)$ и разделить на $\frac{1}{\Delta}$, в результате получим $\delta_{\Delta}(t - \tau_k)x(\tau_k)\Delta$. Сумма таких импульсов по всем интервалам, на которые разбили ось t , представляет ступенчатую функцию, имеющую в каждом интервале постоянное значение, равное значению функции $x(t)$ в середине этого интервала:

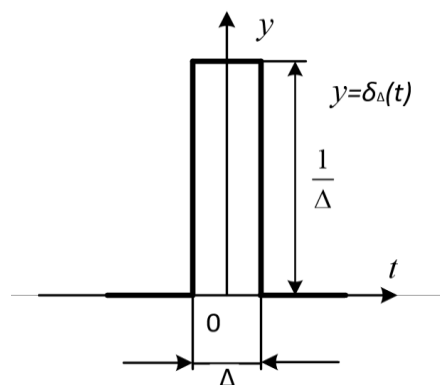
$$x_{\Delta}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta_{\Delta}(t - \tau_k)x(\tau_k)\Delta. \tag{1}$$

Из полученного выражения (1) однозначно следует, что на точность передачи аналогового сигнала значительно влияет длительность импульса дискретизации.

Рассмотрим подробнее идеальный единичный δ -импульс, представленный сигналом в виде так называемой δ -функции [5]. Впервые импульсная δ -функция была введена в науку П. Дираком. Импульсной δ -функцией называется функция, равная нулю всюду, кроме начала координат, принимающая бесконечное значение в начале координат ($\delta(t) = 0$ при $t \neq 0$, $\delta(0) = \infty$), и при том так, что интеграл от нее по любому интервалу, содержащему начало координат, равен единице ($\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \delta(t)dt = 1$ при любом $\varepsilon > 0$).

Данная функция – это функция времени, обладающая следующими свойствами: 1) она имеет бесконечно большое значение в течение определенного бесконечно малого промежутка; 2) она равна нулю вне этого промежутка времени. Интеграл от такой функции конечен и равен мгновенному изменению скорости тела. Функцию, обладающую такими свойствами, можно получить, например, как предел положительного прямоугольного импульса, имеющего единичную площадь, когда длительность этого импульса стремится к нулю. График такой функции можно представить, как показано на рисунке 3.

Рисунок 3. – Положительный прямоугольный импульс единичной площади



Чем уже полоска между левой и правой частью, тем выше она должна быть, для того чтобы ее площадь (т. е. интеграл) сохраняла свое заданное значение, равное 1. При сужении полоски приближаемся к выполнению условия $\delta(t) = 0$ при $t \neq 0$.

Еще удобнее определить δ -функцию как предел при $h \rightarrow \infty$ функции

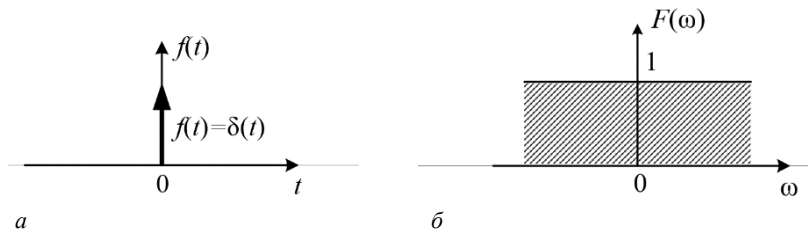
$$\delta_h(t) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 t^2}.$$

Очевидно, что при любом $t \neq 0$ функция $\delta_h(t)$ стремится к нулю при $h \rightarrow \infty$. При $t=0$ эта функция неограниченно возрастает при $h \rightarrow \infty$. Наконец, при любом $\varepsilon > 0$ имеем выражение

$$\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \delta_h(t) dt = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} e^{-h^2 t^2} dt = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-h\varepsilon}^{h\varepsilon} e^{-u^2} du.$$

При $h \rightarrow \infty$ – это выражение стремится к единице. Важно также, чтобы δ -функция была четной.

Преобразование Фурье единичного импульса имеет вид $F[\delta(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) e^{-i\omega t} dt$ и равно единице: $F[\delta(t)] = 1$ [7], как показано на рисунке 4.



a – единичный импульс; **b** – спектр единичного импульса

Рисунок 4. – Преобразование Фурье, включающее единичный импульс

Из рисунка 4 видно, что единичный импульс имеет равномерную спектральную плотность во всей бесконечной области частот, т. е. единичный импульс содержит составляющие всех возможных частот ω с одинаковыми относительными амплитудами. Преобразование Фурье δ -функции показало, что ее площадь не убывает с ростом частоты и остается неизменной, т. е. равной единице.

Следующим этапом рассмотрим периодическую последовательность единичных импульсов. Если задать время повторения импульсов $T_{сек}$, то такую последовательность можно представить следующим выражением [7]:

$$\begin{aligned} \delta_T(t) &= \delta(t) + \delta(t-T) + \delta(t-2T) + \dots + \delta(t-nT) + \dots \\ &+ \delta(t+T) + \delta(t+2T) + \dots + \delta(t+nT) + \dots = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT). \end{aligned}$$

Осуществим преобразование Фурье от периодической последовательности единичных импульсов и получим $\delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{in\omega_0 t}$, где $F_n = \int_{-T/2}^{T/2} \delta_T(t) e^{-in\omega_0 t} dt$. На интервале $\left(-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right)$ функция $\delta_T(t)$ есть единичный импульс $\delta(t)$. Следовательно,

$$F_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \delta(t) e^{-in\omega_0 t} dt.$$

В силу фильтрующего свойства единичного импульса [7] полученное соотношение оказывается равным $F_n = \frac{1}{T}$, т.е. постоянной величине. Это означает, что периодическая последовательность единичных импульсов с периодом T содержит составляющие с частотами $\omega=0, \pm\omega_0, \pm2\omega_0, \dots, \pm n\omega_0, \dots$ ($\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$) и одинаковой амплитудой $\delta_T(t) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\omega_0 t}$.

Далее осуществим преобразование Фурье периодической функции из единичных импульсов $\delta_T(t)$, расположенных на частотах гармоник сигнала, с интенсивностями в 2π раз больше соответствующих коэффициентов экспоненциального ряда Фурье $F[f(t)] = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n \delta(\omega - n\omega_0)$. Так как в нашем случае $F_n = \frac{1}{T}$, то имеем

$$F[\delta_T(t)] = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T} \delta(\omega - n\omega_0) = \frac{2\pi}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_0) = \omega_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_0) = \omega_0 \delta_{\omega_0}(\omega). \quad (2)$$

Полученное соотношение (2) устанавливает, что преобразование Фурье периодической последовательности единичных импульсов с периодом T есть последовательность единичных импульсов с одинаковыми амплитудами, разделенными интервалами ω_0 , рад $\left(\omega_0 = \frac{2\pi}{T}\right)$.

Полученные периодические последовательности единичных импульсов с периодами и их соответствующие преобразования Фурье показаны на рисунке 5.

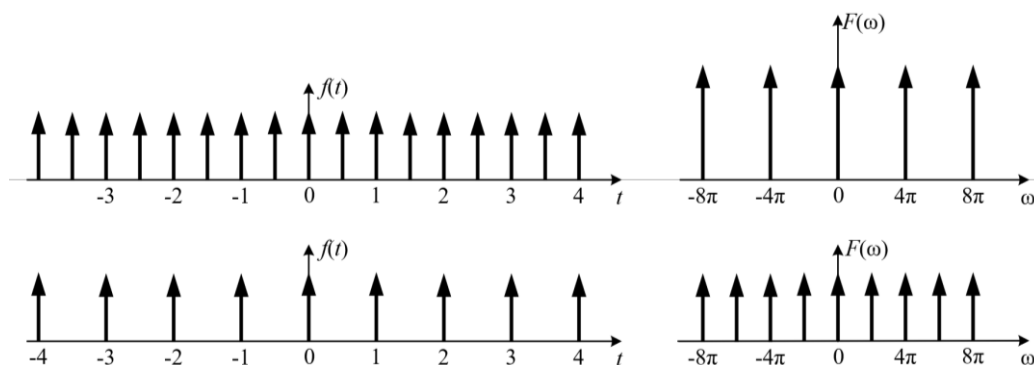


Рисунок 5. – Периодические последовательности единичных функций и их преобразование Фурье

Очевидно, что при увеличении периода частотный спектр становится плотнее, увеличивается частота дискретизации и снижаются ошибки квантования.

Таким образом, анализ тонкой структуры спектральных составляющих, обусловленных дискретным преобразованием аналоговых речевых сигналов показывает возникновение дополнительных каналов утечки информации, а также пути повышения точности оценки параметров сигналов при передаче.

Погрешность дискретизации можно оценить следующим образом:

$$\varepsilon(t) = x(t) - V(t), \tag{3}$$

где $x(t)$ – истинное значение сигнала;

$V(t)$ – полученное после восстановления.

Для оценки отклонений воспроизводимой функции $V(t)$ от сигнала $x(t)$ на интервале дискретизации чаще других используются следующие критерии [8]:

1) критерий наибольшего отклонения

$$\varepsilon_m = \max_{t \in \Delta T_i} |\varepsilon(t)| = \max_{t \in \Delta T_i} |x(t) - V(t)|,$$

где $\varepsilon(t)$ – текущая погрешность, определяемая выражением (3);

2) среднеквадратический критерий, определяемый выражением

$$\bar{\varepsilon}^2 = \sqrt{\frac{1}{\Delta T_i} \int_{\Delta T_i} \varepsilon^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{\Delta T_i} \int_{\Delta T_i} |x(t) - V(t)|^2 dt},$$

3) интегральный критерий как мера отклонения $x(t)$ от $V(t)$, определяемый выражением

$$\bar{\varepsilon} = \int_{\Delta T_i} \varepsilon(t) dt.$$

4) вероятностный критерий, определяемый соотношением

$$p = \{ \varepsilon(t) < \varepsilon_0 \} = p_0,$$

где ε_0 – допустимое значение погрешности;

p_0 – допустимая вероятность того, что погрешность не превысит значения ε_0 .

В приведенных определениях критериев отклонений не приводится весовая функция. Введение весовой функции позволяет заменить истинную погрешность взвешенной. Для множества реализаций

критерий наибольшего отклонения может быть записан в виде $E_m = \sup\{\varepsilon_m\}$, где верхняя грань отыскивается по всем реализациям $x(t)$ и $V(t)$.

Заключение. Показано, что при преобразовании аналогового сигнала в цифровой и обратно операции АЦП и ЦАП не являются взаимно обратными с абсолютной точностью. Ошибки, обусловленные дискретным преобразованием аналоговых речевых сигналов, имеют собственное спектральное распределение, которое зависит от параметров АЦП, частоты и формы исходного сигнала.

Исследование тонкой структуры спектральных составляющих, обусловленных дискретным преобразованием аналоговых речевых сигналов, позволяет обнаруживать гармоники шума квантования в каналах утечки информации и судить о характеристиках передаваемого речевого сигнала. Наиболее значимые результаты получены с использованием разложения непрерывной функции на δ -функции.

Показано, что ограничение ошибок квантования требует повышения частоты дискретизации. При выборе равномерной частоты дискретизации большую роль играет выбор частоты отсчетов (шага дискретизации). В нашем случае при оценке каналов утечки информации в диапазоне речевого сигнала от 100 до 10 кГц для снижения погрешности квантования принято решение использовать частоту дискретизации 192 кГц (интервал дискретизации 5,2 мкс), что значительно повышает точность оценки параметров сложных сигналов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Повышение точности оценки параметров сложных сигналов при высокой частоте дискретизации. / В. К. Железняк [и др.] // Комплексная защита информации : материалы XXVI науч.-практ. конф., 25–27 мая 2021 г. – Минск. – 2021. – С. 89–93.
2. Достоверность оценки параметров сложных сигналов при дискретном преобразовании. / В. К. Железняк [и др.] // Комплексная защита информации : материалы XXVI науч.-практ. конф., 25–27 мая 2021 г. – Минск. – 2021. – С. 48–52.
3. Бессонов, Л. А. Линейные электрические цепи : учеб. пособие / Л. А. Бессонов. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – М. : Высш. шк., 1974. – 320 с.
4. Некоторые проблемы оценки защищенности шума квантования / В.К. Железняк [и др.] // ВГАС «Проблемы инфокоммуникаций». – Минск. – 2020. – № 2(12). – С. 60–65.
5. Солодов, А. В. Теория информации и ее применение к задачам автоматического управления и контроля. / А. В. Солодов. – М. : Наука, 1967. – 432 с.
6. Давыдов, А. В. Сигналы и линейные системы. Тематические лекции / А. В. Давыдов – Екатеринбург : УГГУ : ИГиГ, 2005. – 262 с.
7. Основы автоматического управления / Под ред. В. С. Пугачева. – М. : Наука, 1974. – 720 с.
8. Темников, Ф. Е. Теоретические основы информационной техники : учеб. пособие для вузов / Ф. Е. Темников, В. А. Афомин, В. И. Дмитриев. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Энергия, 1979. – 512 с.
9. Лахтин, Б. П. Системы передачи информации : пер. с англ. / Б. П. Лахтин ; под общ. ред. Б. И. Кувшинова. – М. : Связь, 1971. – 324 с.
10. Анцыферов, С. С. Общая теория измерений : учеб. пособие / С. С. Анцыферов, Б. И. Голубь Э; под ред. акад. РАН Н. Н. Евтихиева. – М. : Горячая линия – Телеком, 2007. – 176 с.
11. Цыпкин, Я. З. Основы теории автоматических систем : учеб. пособие. / Я. З. Цыпкин. – М. : Наука, 1977. – 560 с.

Поступила 16.11.2021

EVALUATION OF THE PARAMETERS AND CHARACTERISTICS OF THE SPEECH SIGNAL REPRESENTED BY A PERIODIC SEQUENCE OF DISCRETISATION PULSES

I. BURACHONAK, V. ZHELEZNYAK, S. LAVROV, A. FILIPOVICH, M. BARANOUSKI

The results of the research on the parameters and characteristics of a speech signal represented by a periodic sequence of discretisation pulses are presented. Shows how additional spectral components arise due to the discrete transformation of analogue speech signals and their dependence on analogue-to-digital conversion parameters. The fine structure of the signal is investigated for the detection of quantisation noise harmonics in the leakage channels. Methods to improve the evaluation quality of the transmitted speech signal parameters in the 100 to 10 kHz range with a sampling interval of 5.2 μ s are investigated.

Keywords: *speech signal, discrete conversion, quantisation noise, information leakage channels.*

УДК 699.844:004.94

УВЕЛИЧЕНИЕ ЗАЩИЩЕННОСТИ РЕЧЕВОЙ ИНФОРМАЦИИ УСТАНОВКОЙ РЕБЕР ЖЕСТКОСТИ И АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ ОЦЕНКА РЕЗОНАНСОВ ОКОННОГО ОГРАЖДЕНИЯ

*д-р техн. наук, проф. В. К. ЖЕЛЕЗНЯК, канд. тех. наук К. Я. РАХАНОВ, А. В. КАЗЮТИН
(Полоцкий государственный университет)*

Приводится исследование по снижению уровней резонансов оконного ограждения для увеличения защищенности речевой информации путем крепления стеклянных трубок (ребер жесткости). Для реализации эксперимента разработаны методика исследования резонансов и программно-аппаратный комплекс. На собранной лабораторной установке проведен автоматизированный эксперимент, в котором применялся вибропреобразователь, позволяющий разложить измерительный сигнал на три пространственные компоненты (X , Y , Z). Рассчитаны статистические и энергетические критерии оценки уровней резонансов оконного ограждения. Выполнено сравнение числовых значений параметров резонансов оконного ограждения при креплении ребер жесткости для двух схем их размещения. Показан эффект снижения резонансов и энергии отражаемого сигнала, а также эффект перераспределения энергии между тремя пространственными компонентами вибропреобразования при креплении стеклянных трубок (ребер жесткости).

Ключевые слова: защищенность речевой информации, исследование резонанса, оконное ограждение, методика исследования, гармонический сигнал, программно-аппаратный комплекс.

Введение. Конфиденциальность информации обеспечивается организацией системы защиты [1] и включает в себя техническую защиту речевой информации [2]. Изоляция воздушного шума помещения является важнейшей его характеристикой с точки зрения защиты от утечки речевой информации. Из всех элементов ограждающих конструкций оконные ограждения наиболее уязвимы к ослаблению звуковых частот.

В работе [3] приводится оценка звукоизоляции воздушного шума оконными ограждениями за счет изменения расчета толщины стекол и увеличения воздушного промежутка между ними, обосновывается применение стекол с различной толщиной и промежутки между ними для наибольшей защищенности речевой информации. В качестве более рациональной альтернативы изменению толщины стекол и расстояний между ними предлагается установка стеклянных трубок (ребер жесткости) на оконное ограждение, что изменяет форму сечения оконного ограждения и является практическим средством увеличения жесткости конструкции [4].

Ребра жесткости представляют собой прозрачные стеклянные трубки, изготовленные из кварцевого песка и некоторых других материалов, которые не нарушают интерьер и экстерьер. На рисунке 1 представлен поперечный разрез ребра жесткости для оконного ограждения с установленной стеклянной трубкой. Крепление ребер жесткости обеспечивается плотным прилеганием к стеклу оконного ограждения и нанесением клеящего состава вдоль места прилегания ребра к оконному ограждению.

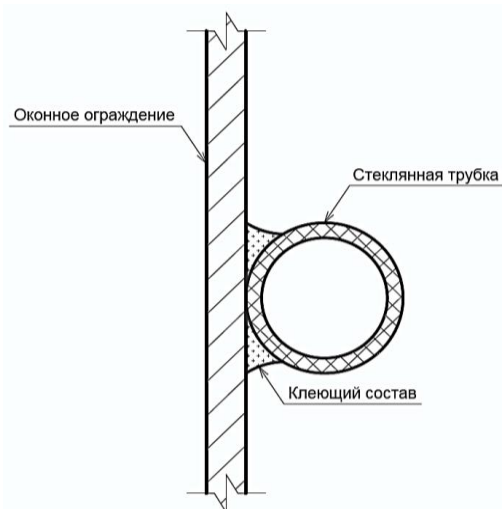
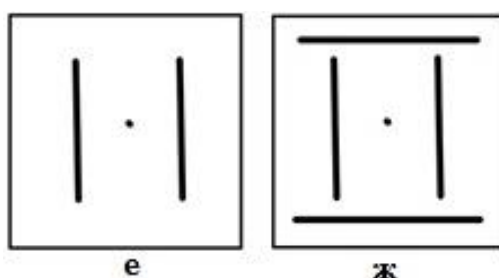


Рисунок 1. – Поперечный разрез ребра жесткости, установленного на оконном ограждении

Размещение стеклянных трубок на оконном ограждении может выполняться различными способами (схемами ребер жесткости). Схема ребер жесткости – это способ расположения стеклянных трубок на стекле оконного ограждения. В зависимости от используемой схемы ребер жесткости, изменяется резонанс оконного ограждения. Однако для оценки эффективности установки ребер жесткости требуется оценить количественные показатели речевого сигнала.

Целью работы является разработка методики количественной оценки резонансов оконного ограждения, реализация автоматизированного программно-аппаратного комплекса и исследование оконного ограждения без установленных ребер жесткости и с установленными ребрами жесткости.

В работе [4] приведено исследование ослабления уровней максимального резонанса оконного ограждения. Исследование проводилось для ряда схем, среди которых больше других выделялись схемы Е и Ж (рисунок 2). В схеме Е максимальный резонанс увеличился на 0,138 дБ, а в схеме Ж максимальный резонанс уменьшился больше остальных схем (-1,142 дБ).



Е – параллельные вертикальные; Ж – две вертикальные и две горизонтальные

Рисунок 2. – Схемы ребер жесткости

На рисунке 2 оконное ограждение схематично изображено квадратом, внутри которого прямыми линиями изображена одна из схем ребер жесткости, вибропреобразователь изображен точкой в центре квадрата.

Для более детального анализа резонансов колебания оконного ограждения предлагается разложить измерительный гармонический сигнал на три пространственные компоненты X , Y , Z . Разложение колебания на пространственные компоненты осуществляется специализированным вибропреобразователем, который имеет три взаимноперпендикулярные измерительные оси. Направления пространственных компонент X , Y , Z при установке вибропреобразователя на исследуемое оконное ограждение представлены на рисунке 3.



Рисунок 3. – Направление осей вибропреобразователя на оконном ограждении

Оценка изменения численных показателей резонанса выполнялась на лабораторной установке с помощью методики, представленной ниже.

Методика исследования резонансов. Исследование резонансов основано на измерении уровня гармонического сигнала, который оценивается с помощью вычисления взаимной корреляции отраженного и излучаемого сигналов. Оценка уровней сигналов взаимной корреляцией обоснована в работах [5; 6] и позволяет с высокой вычислительной эффективностью и точностью рассчитать их численные значения.

Однако в данной работе вместо сигнала линейной частотной модуляции использовался гармонический сигнал, излучаемый последовательно во всей измерительной полосе с заданным шагом изменения частоты. Шаг изменения частоты определялся требуемой точностью исследования. Измерение уровней (резонансов) отраженного сигнала выполнено автоматизированным способом, который был реализован программно-аппаратным комплексом.

Методика исследования включает в себя девять этапов.

1. Определяются номер измерения сигнала $i \in [0; N)$, шаг $\Delta f = \frac{f_1 - f_0}{N}$ (Гц) (равномерный), длительность излучаемого сигнала T (с), количество измерений N , уровень сигнала U (В), диапазон измерений – от 50 Гц до 10000 Гц.
2. Производится расчет частоты измерительного сигнала $f(i)$ в зависимости от номера измерения i .
3. Генерируется гармонический сигнал $s(k)$ с частотой $f(i)$ и длительностью T , здесь $k \in [0; K)$, где K – количество точек дискретизации измерительного сигнала ($K = T \cdot Fd$, где Fd – частота дискретизации сигнала).
4. Сигнал $s(k)$ излучается через акустическую систему на оконное ограждение, параллельно производится измерение принятого сигнала $S'(k)$, захваченного с помощью вибропреобразователя, закрепленного в точке измерения.
5. Производится оценка уровней принятого трехкомпонентного сигнала: $U'_x; U'_y; U'_z$.
6. Результаты измерений ($U, f(i), U'_x(k), U'_y(k), U'_z(k)$) сохраняются в память вычислительной машины.
7. Производится увеличение номера измерения i на единицу.
8. Если количество частот измерений i больше конечного количества частот измерений N , то цикл завершается, если i меньше N , то цикл продолжает работу.
9. Расчет статистических показателей, которые позволяют оценить однородность резонансных явлений оконного ограждения:

9.1. Математические ожидания уровня резонансов каждой компоненты в исследуемой полосе:

$$M_x = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K U'_x(k);$$

$$M_y = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K U'_y(k);$$

$$M_z = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K U'_z(k).$$

9.2. Дисперсии резонансных явлений каждой компоненты в исследуемой полосе:

$$D_x = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (U'_x(k) - M_x)^2;$$

$$D_y = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (U'_y(k) - M_y)^2;$$

$$D_z = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (U'_z(k) - M_z)^2.$$

9.3. Коэффициенты вариации резонансных явлений каждой компоненты в исследуемой полосе:

$$V_x = \frac{\sqrt{D_x}}{M_x}; \quad V_y = \frac{\sqrt{D_y}}{M_y};$$

$$V_z = \frac{\sqrt{D_z}}{M_z}.$$

9.4. Расчет энергетических составляющих отраженного сигнала каждой компоненты, которые показывают количество энергии отраженного сигнала во всей исследуемой полосе:

$$E_X = \int_0^f \int_0^t U_X^2 dt df = \sum_{i=0}^N \sum_{k=0}^K U_X^2 \cdot \Delta t \cdot \Delta f;$$

$$E_Y = \int_0^f \int_0^t U_Y^2 dt df = \sum_{i=0}^N \sum_{k=0}^K U_Y^2 \cdot \Delta t \cdot \Delta f;$$

$$E_Z = \int_0^f \int_0^t U_Z^2 dt df = \sum_{i=0}^N \sum_{k=0}^K U_Z^2 \cdot \Delta t \cdot \Delta f.$$

Наглядное представление алгоритма автоматизированной оценки, реализуемое программно-аппаратным комплексом, представлено на рисунке 4.

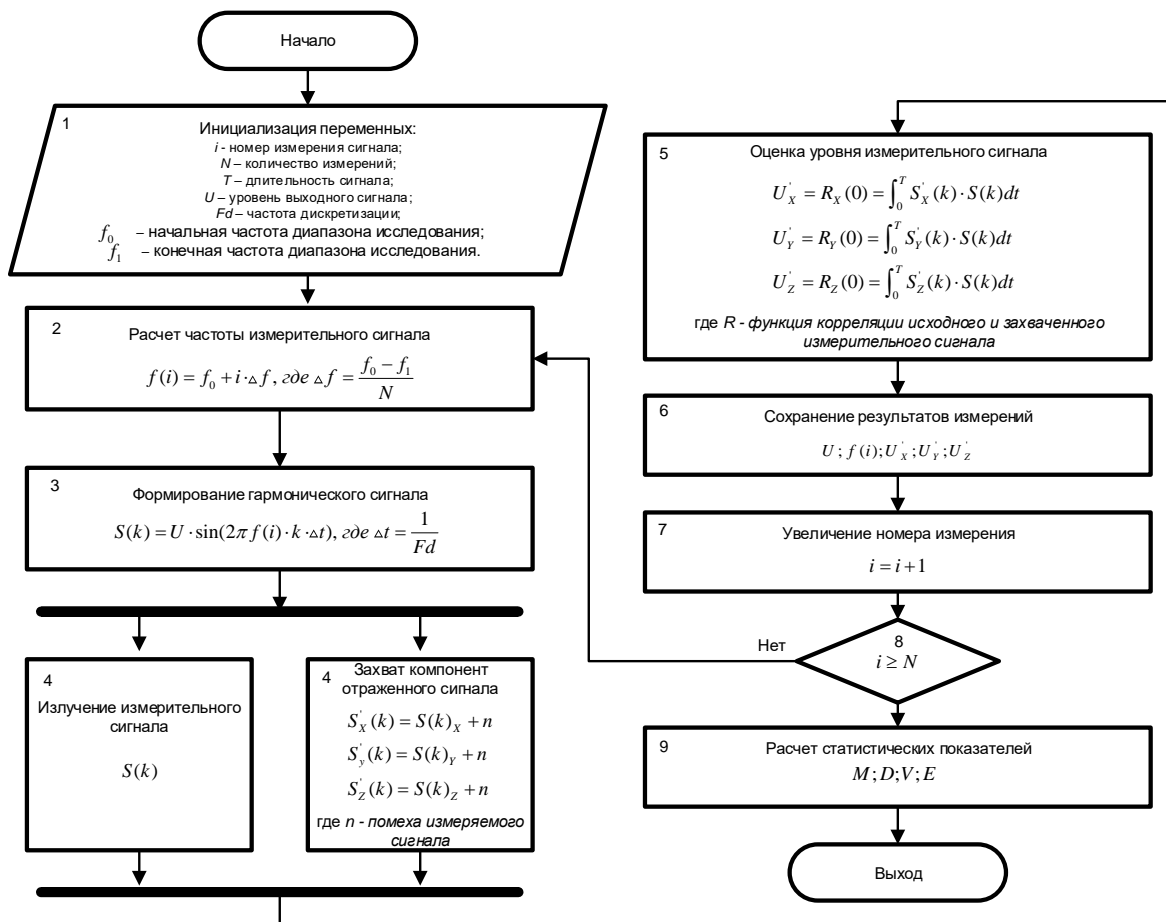
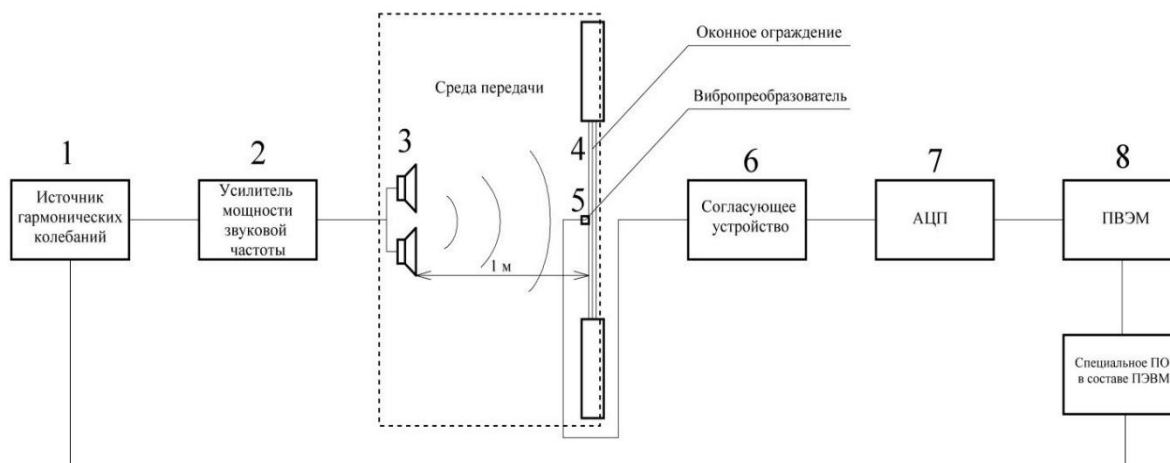


Рисунок 4. – Алгоритм автоматизированной оценки исследования резонансов оконного ограждения

Далее на основании собранных данных программно-аппаратным комплексом выполняется:

- 1) расчет гистограммы частот уровней резонансов, которая рассматривается как аналог плотности распределения резонансов;
- 2) построение графика зависимостей накопленной частоты уровней резонансов, полученных при расчете гистограммы, в зависимости от интервала уровня резонансов.

Лабораторная установка. Лабораторная установка представляет собой совокупность приборов и устройств, а также оконное ограждение (стеклопакет). Блок схема установки представлена на рисунке 5.



1 – источник гармонических колебаний; 2 – усилитель мощности звуковой частоты; 3 – акустическая система из 2-х динамиков; 4 – оконное ограждение (стеклопакет); 5 – вибропреобразователь; 6 – согласующее устройство; 7 – аналогово-цифровой преобразователь; 8 – персональная электронно-вычислительная машина типа ноутбук

Рисунок 5. – Блок схема установки

Специальное ПО, находящиеся в составе ПЭВМ, через акустический выход ПЭВМ 1 подает сигналы с различными частотами, имеющими напряжение $U = 1,1$ В. Сигналы усиливаются с помощью усилителя мощности звуковых частот 2 до $U = 9,5$ В и излучаются через акустическую систему. Акустическая система 3 располагается на расстоянии 1 м от оконного ограждения. Она оснащена двумя электродинамическими головками с плоскими сотовыми диафрагмами 25ГДШ-2М. Каждая электродинамическая головка и ящик экранированы.

Каждое отдельное стекло оконного ограждения 4, на которое падают звуковые волны, следует рассматривать как тонкую пластину, получающую под внешним воздействием деформации изгиба. Защемление оконного ограждения выполнено по периметру и обеспечивает максимальное ослабление звукового сигнала. Толщина каждого стекла 3 мм, расстояние между стеклами 10 мм, размер стеклопакета оконного ограждения 1500×2000 мм.

Уровень звукового давления на оконное ограждение внутри выделенного помещения регистрирует вибропреобразователь AP2038-1000 5, подключенный через согласующее устройство AG01 6 к АЦП E14-440 7. АЦП в свою очередь передает оцифрованные сигналы на ПЭВМ 8, на которой установлено ПО для регистрации полученных значений, в пределах каждой из 20 полос равной разборчивости речи для всех конфигураций ребер жесткости. Частота дискретизации измерительного сигнала составляет $Fd = 200$ КГц, длительность измерительного сигнала $T = 1$ с, количество измерений $N = 996$.

Согласующее устройство AG01 6 обеспечивает разделение постоянной составляющей источника питания и переменной составляющей измеряемого сигнала вибропреобразователей со встроенным преусилителем. Основные характеристики вибропреобразователя представлены в таблице 1.

Таблица 1. – Основные характеристики вибропреобразователя AP2038P-1000

Наименование характеристики	Размерность	AP2038-1000
Коэффициенты преобразования (X, Y, Z)	мВ/мс ⁻²	105, 104, 101
Амплитудный диапазон	м/с ²	±50
Рабочий диапазон температур	°С	-40 ... +125
Рабочий диапазон частот (неравномерность ±1дБ)	Гц	0,5 ... 12000
Частота установочного резонанса в осевом направлении	кГц	60
Уровень шума, СКЗ (1 Гц – 10 кГц)	м/с ²	≤ 0,002

На рисунке 6 представлен внешний вид программно-аппаратного комплекса для проведения исследования.

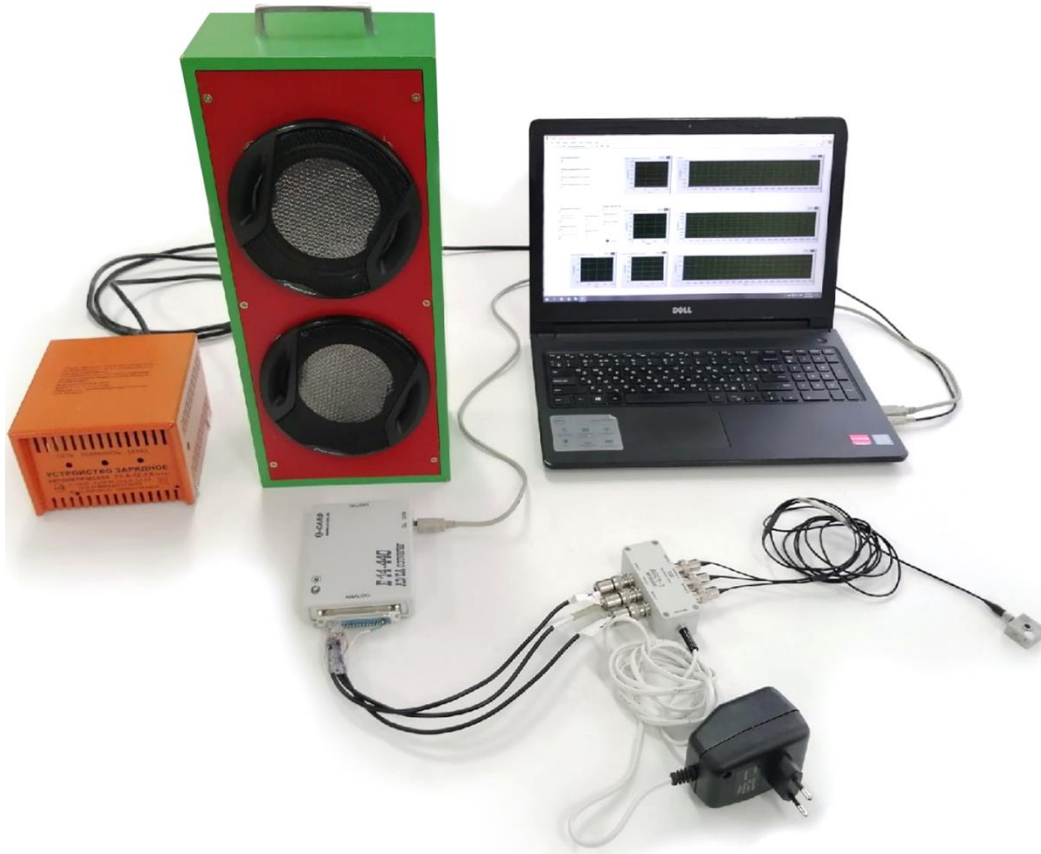


Рисунок 6. – Внешний вид программно-аппаратного комплекса для проведения исследования

На рисунке 7 представлен один из блоков схемы расчетной части программы в среде LabVIEW.

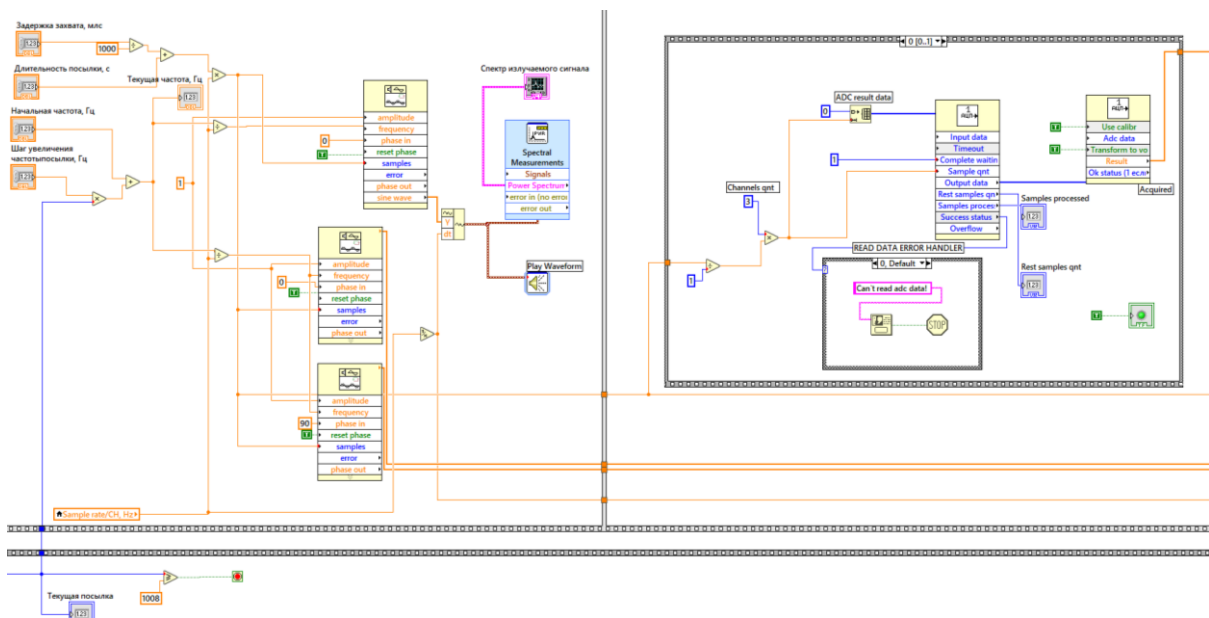


Рисунок 7. – Схема расчетной части программы в среде LabVIEW

Полученные результаты. Эксперимент выполнялся в лаборатории при температуре окружающего воздуха +18 С°. Измерения проводились в диапазоне частот от 50 до 10 000 Гц. На рисунке 8 показан фрагмент результатов измерений для оконного ограждения с ребрами жесткости (схема Е и Ж) и без ребер жесткости.

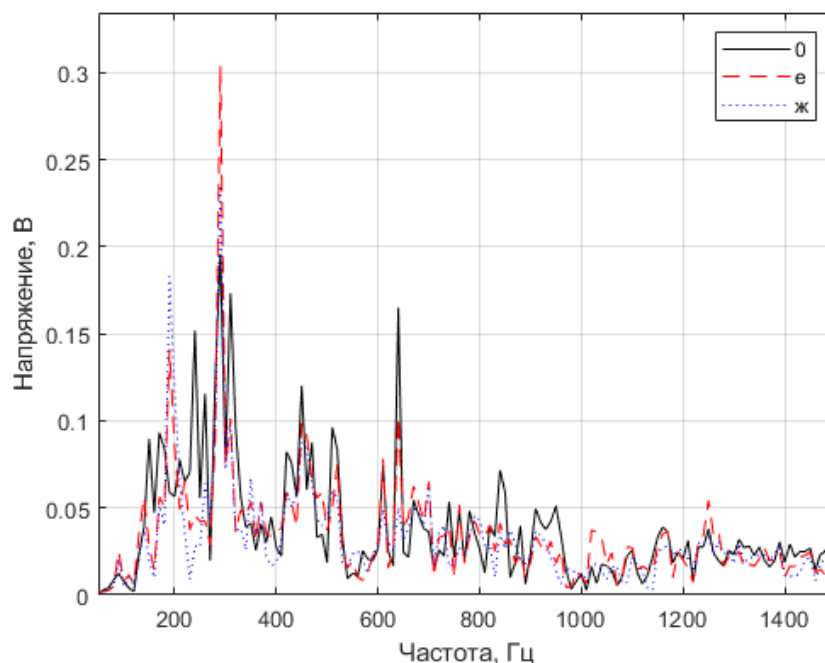


Рисунок 8. – Фрагмент амплитудно-частотной характеристики для оконного ограждения с установленными ребрами жесткости и без них

Рассчитанные значения коэффициентов вариации представлены в таблице 2. Коэффициенты вариации демонстрируют однородность резонансных явлений, то есть чем ниже коэффициент вариации – тем ниже суммарный уровень максимальных резонансов.

Таблица 2. – Коэффициенты вариации отраженного сигнала в исследуемой полосе

	X	Y	Z	Вектор
Без трубок	116,08	67,00	91,02	89,02
Схема Е	106,77	64,84	81,46	82,16
Схема Ж	102,83	70,52	80,06	78,69

Из таблицы 2 видно, что снижение вектора уровней резонансов наблюдается при креплении на оконное ограждение трубок (ребер жесткости) для обеих схем. Для схемы Е также снижаются коэффициенты вариации для всех трех составляющих компонент (X, Y, Z), а для схемы Ж снижение наблюдается только для компонент X и Z, для компоненты Y коэффициент вариации вырос.

Процентное изменение коэффициентов вариации схем Е и Ж относительно оконного ограждения без установленных трубок приводится в таблице 3.

Таблица 3. – Изменение коэффициентов вариации отраженного сигнала в исследуемой полосе

	X	Y	Z	Вектор
Схема Е	-8,0 %	-3,2 %	-10,5 %	-7,7 %
Схема Ж	-11,4%	+5,3 %	-12,0 %	-11,6 %

Из таблицы 3 видно следующее:

- схема Ж обладает наибольшим снижением суммарного уровня резонанса (коэффициента вариации) отраженного сигнала во всей полосе (-11,6%) по отношению к схеме Е (-7,7%);
- в схеме Ж коэффициент вариации имеет наибольшее снижение для компоненты Z (-12,0%) и X (-11,4%), а для компоненты Y коэффициент вариации вырос на 5,3%.
- в схеме Е коэффициент вариации снизился для всех компонент X (-8,0%), Y (-3,2%), Z (-10,5%).

В таблице 4 приводятся полученные значения энергии отраженного сигнала в исследуемой полосе. Значения в таблице приводятся для компонент X , Y , Z и суммарного векторного значения компонент в зависимости от исследуемой схемы крепления трубок (без установленных трубок, схема Е, схема Ж).

Таблица 4. Энергия отраженного сигнала в исследуемой полосе

	X	Y	Z	Вектор
Без трубок	5,3921	0,7181	0,9433	7,0535
Схема Е	5,1849	0,7322	0,9078	6,8248
Схема Ж	4,7913	0,7484	1,0115	6,5512

Из таблицы 4 видно, что суммарная энергия отраженного сигнала снижается при креплении трубок для обеих схем. Однако энергия компонент в зависимости от используемой схемы может и уменьшаться, и увеличиваться. Так, для обеих схем энергия компоненты X снизилась, а энергия компоненты Y выросла; энергия компоненты Z для схемы Е выросла, а для схемы Ж – снизилась.

Процентное изменение энергии компонент во всей полосе приведена в таблице 5.

Таблица 5. – Изменение энергии отраженного сигнала в исследуемой полосе

	X	Y	Z	Вектор
Схема Е	-3,8%	+1,7 %	-3,6 %	-3,2 %
Схема Ж	-11,1%	+4,2 %	+7,2 %	-7,1 %

Из таблицы 5 видно следующее:

- схема Ж обладает наибольшим снижением суммарной энергии отраженного сигнала во всей полосе (-7,1%) по отношению к схеме Е (-3,2%);
- в схеме Ж энергия из компоненты X (-11,1%) перераспределяется в компоненты Y (+4,2%) и Z (+7,2%);
- в схеме Е энергия из компонент X (-3,8%) и Z (-3,6%) перераспределяется в компоненту Y (+1,7%).

На рисунке 9 приведена гистограмма частот уровней резонансов, которая отражает плотность распределения резонансов, где по оси X – интервалы уровней резонансов, а по оси Y – количество попаданий уровня резонанса в интервал.

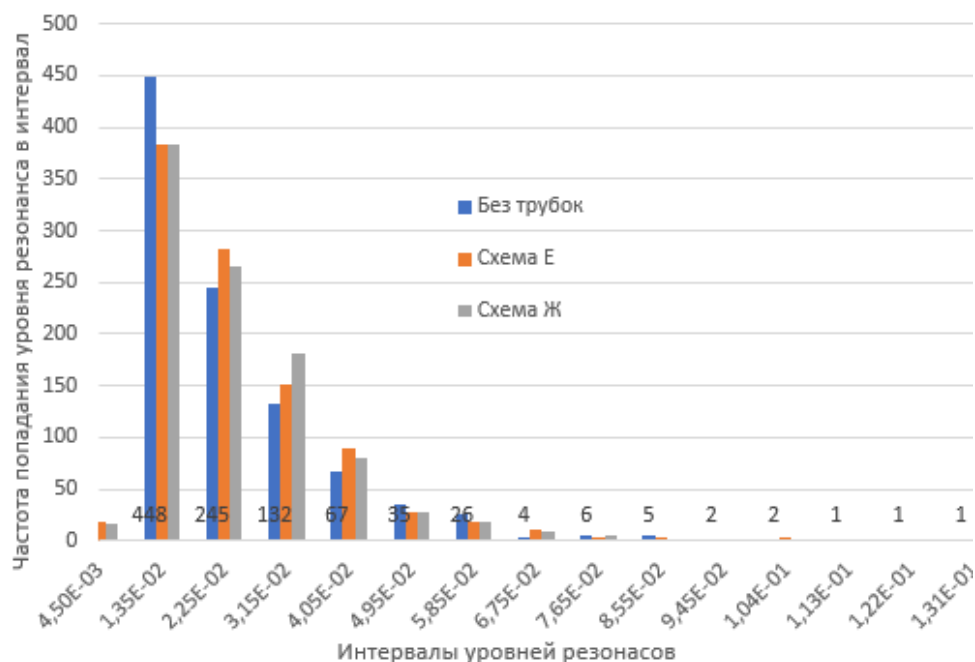


Рисунок 9. – Гистограмма частот уровней резонансов

Для большей наглядности на основании полученной гистограммы построим график зависимости накопленной частоты попадания уровня резонанса в интервал от интервала уровней (рисунок 10). Накопленная частота попадания уровня резонанса в интервал рассчитывается как сумма частот предыдущих интервалов. Полученные суммы частот приводятся к относительному представлению, выраженному в процентах по отношению к общему количеству частот.

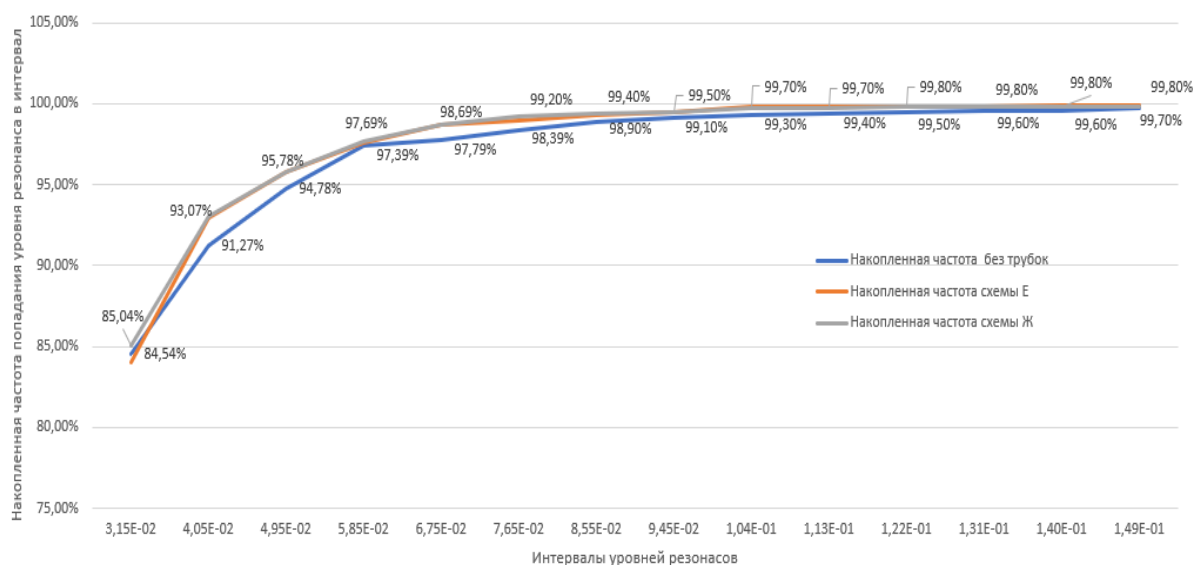


Рисунок 10. – Накопленная частота уровней сигнала

Таким образом, представленный график позволяет сравнить количество уровней резонансов в исследуемых схемах крепления трубок: чем медленнее растет график зависимости, тем больше уровней резонансов в отраженном сигнале. Из приведенных графиков медленнее всего растет график зависимости, полученный при исследовании оконного ограждения без установленных трубок. Графики зависимости с установленными трубками (схема Е и Ж) демонстрируют более резкий рост (например, для уровня 4,95E-02 разница составила 2,2%), а значит установленные трубки позволяют оконному ограждению лучше справиться с максимальными резонансами.

Заключение. В работе приводится исследование по снижению уровней резонансов оконного ограждения для увеличения защищенности речевой информации путем крепления стеклянных трубок (ребер жесткости). Для проведения исследования разработаны методика исследования резонансов и программно-аппаратный комплекс, проведен эксперимент на собранной лабораторной установке.

Полученные в ходе эксперимента данные позволяют сделать следующие выводы:

- при закреплении на оконное ограждение трубок (ребер жесткости) наблюдается снижение коэффициентов вариации суммарного вектора компонент для обеих схем, а следовательно, увеличивается однородность явления и снижается уровень резонансов. Для схемы Е коэффициент вариации снижается на 7,7%, для схемы Ж – на 11,6%;
- суммарная энергия отраженного сигнала в исследуемой полосе снижается при креплении трубок для обеих схем крепления (Е и Ж);
- энергия компоненты X снижается быстрее, чем суммарная энергия вектора всех компонент за счет перераспределения энергии на оставшиеся компоненты Y и Z.

ЛИТЕРАТУРА

1. Раханов К. Я. Обеспечение конфиденциальности информации в сети Интернет : пособие / К. Я. Раханов, Н. А. Раханова. – Новополюк : Полоц. гос. ун-т, 2021. – 192 с.
2. Железняк В. К. Защита информации от утечки по техническим каналам: учеб. пособие / В. К. Железняк. – СПб. : ГУАП, 2006. – 188 с.
3. Железняк В. К. Математическая модель формирования параметров звукоослабления оконным ограждением помещений / В. К. Железняк, К. Я. Раханов // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. С, Фундам. науки. – 2008. – № 9. – С. 141–146.

4. Железняк, В. К. Применение стеклянных трубок на оконных ограждениях для увеличения защищенности речевой информации // В. К. Железняк, К. Я. Раханов, А. В. Казютин // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. С, Фундам. науки. – 2019. – № 4. – С. 32–39.
5. Железняк, В. К. Оценка разборчивости речи взаимной корреляцией сигнала линейной частотной модуляции в каналах утечки информации / В. К. Железняк, К. Я. Раханов, И. Б. Бураченко // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. С, Фундам. науки. – 2015. – № 12. – С. 22–27.
6. Железняк, В. К. Представление параметров широкополосного линейно-частотно-модулированного сигнала для оценки разборчивости речи в технических каналах утечки информации / В. К. Железняк, К. Я. Раханов, И. Б. Бураченко // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. С, Фундам. науки. – 2014. – № 12. – С. 2–12.

Поступила 17.11.2021

INCREASING THE PROTECTION OF SPEECH INFORMATION BY INSTALLING RIGID EDGES AND AUTOMATED ESTIMATION OF RESONANCES OF THE WINDOW ENCLOSURE

V. ZHELEZNYAK, K. RAHANOV, A. KAZUTIN

The paper presents a study to reduce the levels of resonances of a window enclosure to increase the security of speech information by attaching glass tubes (stiffeners). To carry out the study, a technique for studying resonances was developed, a software and hardware complex was developed, an automated experiment was carried out on an assembled laboratory setup. During the research, a vibration transducer is used, which allows the measurement signal to be decomposed into three spatial components (X, Y, Z). Statistical and energy criteria for evaluating the levels of resonances of a window enclosure are calculated. Comparison of the numerical values of the parameters of the resonances of the window railing is carried out when the stiffeners are attached for the two schemes of their placement. The effect of reducing resonances and the energy of the reflected signal, as well as the effect of redistribution of energy between the three spatial components of vibration transformation when attaching glass tubes (stiffeners) is shown.

Keywords: security of speech information, resonance research, window fencing, research technique, harmonic signal, hardware and software complex.

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ (ФИЗИКА)

УДК 691.175

**МОДИФИКАЦИЯ ПЛЕНОК ДИАЗОХИНОН-НОВОЛАЧНОГО ФОТОРЕЗИСТА
ИМПЛАНТАЦИЕЙ ИОНОВ БОРА И ФОСФОРА
ПРИ ПОВЫШЕННОЙ ПЛОТНОСТИ ИОННОГО ТОКА**

Д. В. ШЕСТОВСКИЙ, канд. физ.-мат. наук *Д. И. БРИНКЕВИЧ*,
канд. физ.-мат. наук, доц. *В. С. ПРОСОЛОВИЧ*, канд. физ.-мат. наук *Ю. Н. ЯНКОВСКИЙ*
(Белорусский государственный университет, Минск);
канд. физ.-мат. наук, доц. *С. А. ВАБИЩЕВИЧ*, *Н. В. ВАБИЩЕВИЧ*
(Полоцкий государственный университет)

Методами атомно-силовой микроскопии, измерения удельного сопротивления и спектров отражения показано, что ионная имплантация P^+ и B^+ с энергией 60 кэВ при плотности ионного тока 10 мкА/см² приводит к изменению шероховатости пленок фоторезиста ФП9120 на кремниевой подложке с 0,24 нм для исходного образца до 0,14 нм и 0,16 нм для образцов, имплантированных ионами P^+ и B^+ соответственно при дозе имплантации $6 \cdot 10^{14}$ см⁻². Это обусловлено релаксацией напряжений вследствие разогрева приповерхностного слоя резиста. Установлено, что при имплантации ионами B^+ и P^+ имеет место уменьшение показателя преломления фоторезиста, обусловленное радиационным сшиванием и газовой выделением. Наблюдалось увеличение электропроводности приповерхностного слоя фоторезиста вследствие его карбонизации и образования мощной системы сопряженных кратных связей.

Ключевые слова: полимер, имплантация, показатель преломления, электропроводность, атомно-силовая микроскопия.

Введение. Ионизирующее излучение является одним из наиболее эффективных способов модифицирования полимерных материалов, поскольку вследствие высокой молекулярной массы полимера даже сравнительно небольшие дозы могут вызвать существенное изменение его свойств [1]. Радиационное облучение широко используется как для сшивки полимеров при производстве изоляторов, термоусаживающихся материалов и других полимерных изделий, так и для расщепления цепей с целью улучшения процесса переработки полимеров [2].

Кроме того, ионная имплантация (ИИ) широко применяется в современной электронике, позволяет с высокой точностью управлять концентрацией легирующей примеси, характеризуется универсальностью и гибкостью процесса. В качестве масок при формировании приборов в процессах субмикронной и нанолитографии важную роль играют диазохинонноволачные (ДХН) резисты, представляющие собой композит из светочувствительного О-нафтохинондиазида и фенолформальдегидной смолы [3; 4]. Ранее [4–14] была исследована модификация электрических, оптических, прочностных и структурных свойств пленок ДХН-резиста в процессе ионной имплантации при стандартной ($j = 4$ мкА/см²) плотности ионного тока. Показано, что радиационно-индуцированные процессы, протекающие при ионной имплантации, приводят к радиационному упрочнению резиста [4; 5], уменьшению его показателя преломления [10; 14] и изменению адгезионного взаимодействия ДХН-резиста с кремнием [6]. Методом электронного парамагнитного резонанса в имплантированных ионами бора и фосфора пленках ДХН-резиста обнаружено формирование свободных радикалов, обусловленных мощной системой сопряженных кратных связей [8; 11]. Следует отметить, что радиационно-индуцированные процессы в полимерах зависят не только от дозы, вида и энергии ионов, но и существенным образом определяются интенсивностью облучения, т.е. плотностью ионного тока [3; 15].

Целью данной работы было установление закономерностей модификации электрических, структурных и оптических свойств пленок фоторезиста ФП9120 в процессе имплантации ионами P^+ и B^+ при повышенной $j = 10$ мкА/см² плотности ионного тока.

Методика эксперимента. Пленка фоторезиста толщиной 1,8 мкм наносилась на поверхность пластин кремния методом центрифугирования [5]. Имплантация ионами P^+ и B^+ с энергией 60 кэВ в интервале доз от $6 \cdot 10^{14}$ см⁻² до $1,2 \cdot 10^{16}$ см⁻² производилась на установке «Везувий-6» при комнатной температуре в режиме постоянного ионного тока при его плотности 10 мкА/см². Расчет пробегов ионов производился с помощью программы SRIM-2012 [15]. Профили распределения ионов P^+ и B^+ в пленках фоторезиста показаны на рисунке 1. Практически все ионы бора находятся на расстоянии от поверхности 0,15 – 0,40 мкм, а фосфора – 0,02–0,20 мкм, что составляет менее 25% от толщины пленки фоторезиста.

Для проведения электрических измерений вырезались образцы размером 4×4 мм. На поверхность каждого образца наносились два электрических контакта серебряной электропроводящей пастой на оксидной основе, в которую до полимеризации вставлялись медные проволочки. Удельное сопротивление модифицированного слоя определялось квазичетырёхзондовым методом.

Исследование морфологии поверхности фоторезиста проводилось методом атомно-силовой микроскопии (АСМ) при комнатной температуре на приборе Solver P47 PRO. Значения средних арифметических шероховатостей определялись по результатам не менее трех измерений в различных точках одного образца размером 4×4 мм. Спектры отражения в интервале длин волн 250–2500 нм регистрировались при минимальном значении угла падения (8°) на спектрофотометре Photon RT. Спектральное разрешение составляло не менее 1 нм, а относительная погрешность определения коэффициента отражения не превышала 1%.

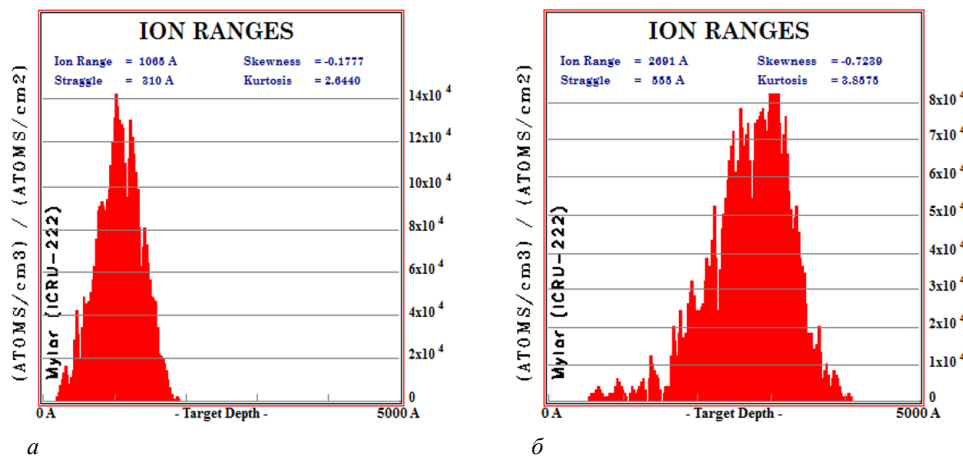


Рисунок 1. – Распределение ионов B^+ (а) и P^+ (б) в пленках фоторезиста по глубине

Результаты эксперимента и обсуждение. Дозовая зависимость удельного сопротивления модифицированного слоя фоторезиста, имплантированного ионами P^+ и B^+ , показана на рисунке 2. Наиболее резкое уменьшение сопротивления наблюдалось при дозах имплантации $6 \cdot 10^{14}$ – $1,2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-2}$. Дальнейшее увеличение дозы практически не оказывало влияния на величину удельного сопротивления имплантированного слоя. Так, при имплантации P^+ удельное сопротивление уменьшилось примерно в 30 раз, а при имплантации B^+ – в 7 раз.

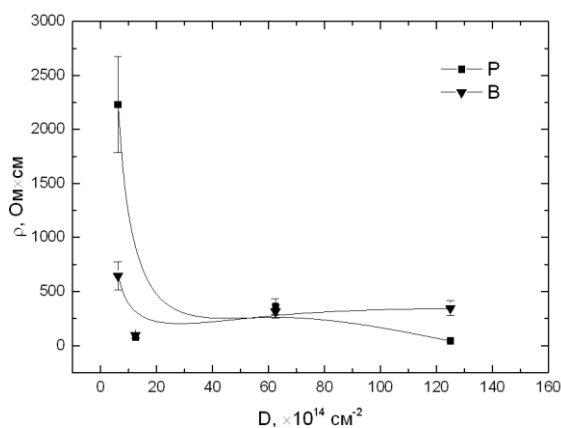


Рисунок 2. – Дозовая зависимость удельного сопротивления приповерхностного модифицированного слоя фоторезиста ФП9120, имплантированного ионами P^+ и B^+

Следует отметить, что условия имплантации слабо влияют на изменение проводимости фоторезистивной пленки. Так, схожие результаты были получены в работе [8] для имплантации ионов B^+ при плотности ионного тока $j = 4 \text{ мкА/см}^2$: удельная проводимость возрастала почти на порядок при дозе $6 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-2}$. Ранее [8; 11] отмечалось, что возникновение электронной проводимости в имплантированных ионами P^+ пленках фоторезиста ФП9120 обусловлено карбонизацией приповерхностного слоя вследствие разрыва химических связей и образования графитоподобных кластеров, а также образованием мощной системы сопряженных кратных связей за слоем внедрения ионов.

Слабая зависимость удельного сопротивления модифицированных слоев при дозах больше $6 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-2}$ может свидетельствовать о том, что основным механизмом увеличения электропроводности при имплантации P^+ и B^+ является формирование карбонизированной фазы. Причем уже при дозе $12 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-2}$ процесс

карбонизации полностью завершается, что и приводит к насыщению дозовой зависимости удельного сопротивления. Более интенсивное снижение удельного сопротивления пленки при имплантации ионов бора обусловлено тем, что их пробег в два раза выше, чем у ионов фосфора, и, соответственно, выше толщина модифицированного слоя.

Типичные трехмерные изображения поверхностей фоторезистивных пленок представлены на рисунке 3. На поверхности исходного образца (см. рисунок 3, а) можно наблюдать каверны (впадины), средняя арифметическая величина шероховатости $R_a \sim 0,24$ нм, высота отдельных конусообразных структур не превышает 2,3 нм. При имплантации пленок фоторезиста ионами P^+ и B^+ (см. рисунок 3, б) дозой $6 \cdot 10^{14}$ см⁻² наблюдалось снижение величины R_a до $\sim 0,16$ нм, высота конусообразных структур уменьшилась для P^+ до 1,4 нм и для B^+ – до 1,8 нм. При последующем увеличении дозы среднеарифметическая шероховатость изменялась незначительно (рисунок 4).

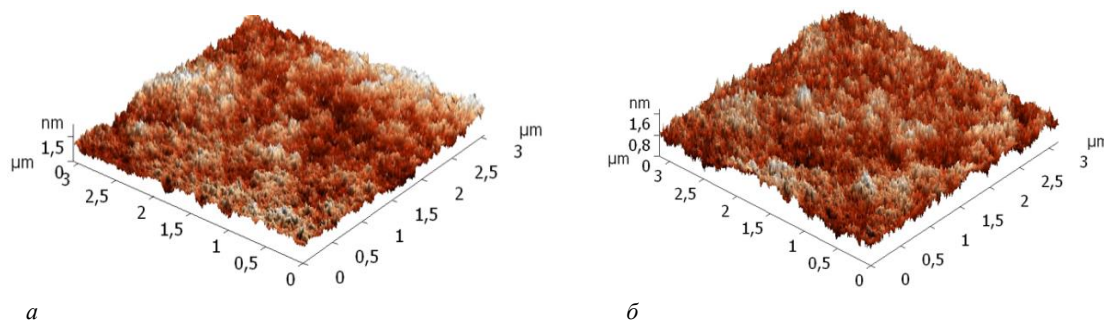
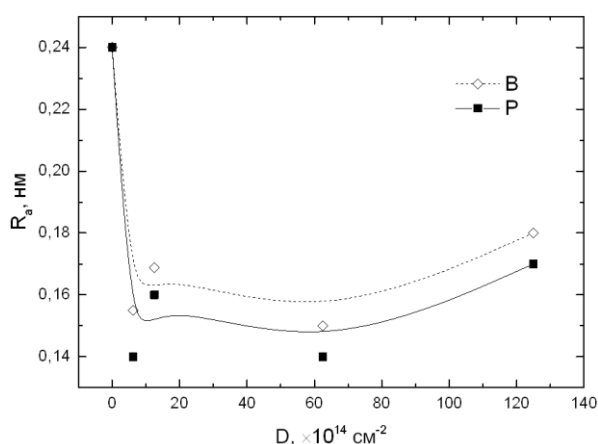


Рисунок 3. –Трехмерные АСМ-изображения поверхности исходных (а) и имплантированных ионами В⁺ (б) дозой $6 \cdot 10^{14}$ см⁻² пленок фоторезиста ФП9120

Схожие изменения морфологии поверхности полимерных материалов наблюдались ранее при имплантации B^+ в полиимидные [16] и фоторезистивные [17] пленки и обусловлены релаксацией упругих напряжений, образовавшихся при изготовлении полимерной пленки, и радиационно-химическими процессами в приповерхностном слое полимера [7]. При ионной имплантации молекулы полимера становятся подвижными, поверхностная энергия минимизируется за счет уменьшения площади поверхности, что стимулирует снижение величины R_a .

В отличие от имплантации при плотности ионного тока $j = 4$ мкА/см² в наших исследованиях снижение среднеарифметической шероховатости наблюдалось при более низких дозах имплантации. Вероятнее всего, это обусловлено более интенсивным разогревом приповерхностного слоя мишени при более высокой плотности ионного тока.

Рисунок 4. – Зависимость среднеарифметической шероховатости R_a поверхности имплантированных ионами P^+ и B^+ образцов фоторезиста от дозы имплантации



В спектрах отражения необлученных полимерных пленок в области прозрачности $\lambda > 290$ нм наблюдались интерференционные полосы, обусловленные отражением от границ раздела фоторезист – кремний и фоторезист – воздух (рисунок 5, а). При увеличении длины волны наблюдался быстрый рост интенсивности полос интерференции, что обусловлено ростом вклада отраженного от границы раздела фоторезист – кремний света вследствие уменьшения поглощения в фоторезисте.

Во всех имплантированных образцах наблюдалось снижение интенсивности интерференционных полос вблизи края поглощения – в диапазоне длин волн $\lambda = 300 - 700$ нм. Указанный эффект возрастал

при увеличении дозы облучения и был более выражен при внедрении ионов B^+ , чем P^+ (рисунок 5, б, в). Отметим, что процессы, протекающие при имплантации ионов бора и фосфора, качественно схожи. Наблюдались лишь небольшие количественные различия. Так, при дозе имплантации $1 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-2}$ полосы интерференции проявлялись только при λ свыше 350 нм, а на длине волны ~ 450 нм интенсивность полос интерференции снижалась примерно в 5 раз для имплантации B^+ , и примерно в 4 раза – для имплантации P^+ . В спектральной области $\lambda > 800$ нм существенной зависимости интенсивности полос интерференции от дозы имплантации не наблюдалось.

Вероятнее всего, основной причиной снижения интенсивности интерференционных полос при ионной имплантации является рост коэффициента поглощения вблизи края фундаментального поглощения, наблюдающийся в различных стеклообразных полимерах при высокоэнергетичном воздействии. Так, указанный эффект наблюдался при имплантации полиимида [15] и был обусловлен карбонизацией поверхностного слоя в результате ионного облучения и формированием слоя аморфного углерода.

Расчеты интегрального коэффициента отражения показали, что он находится в пределах погрешности измерения и не зависит от дозы имплантации как ионами фосфора, так и бора. У исходных образцов наблюдается максимум величины коэффициента отражения при $\lambda = 320$ нм. Имплантация приводит к исчезновению указанного максимума (см. рисунок 5).

Ионная имплантация приводила также к смещению интерференционных максимумов и изменению расстояния между ними (см. рисунок 5), обусловленному изменением оптической длины в фоторезистивной пленке при облучении. Существенной усадки фоторезиста в процессе имплантации не наблюдалось. При измерении механическим способом на профилометре «Dectak» толщина пленки изменялась в пределах погрешности измерений, составлявшей ~ 10 нм, при дозах имплантации вплоть до $5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-2}$. Эти экспериментальные результаты коррелируют с данными работы [18].

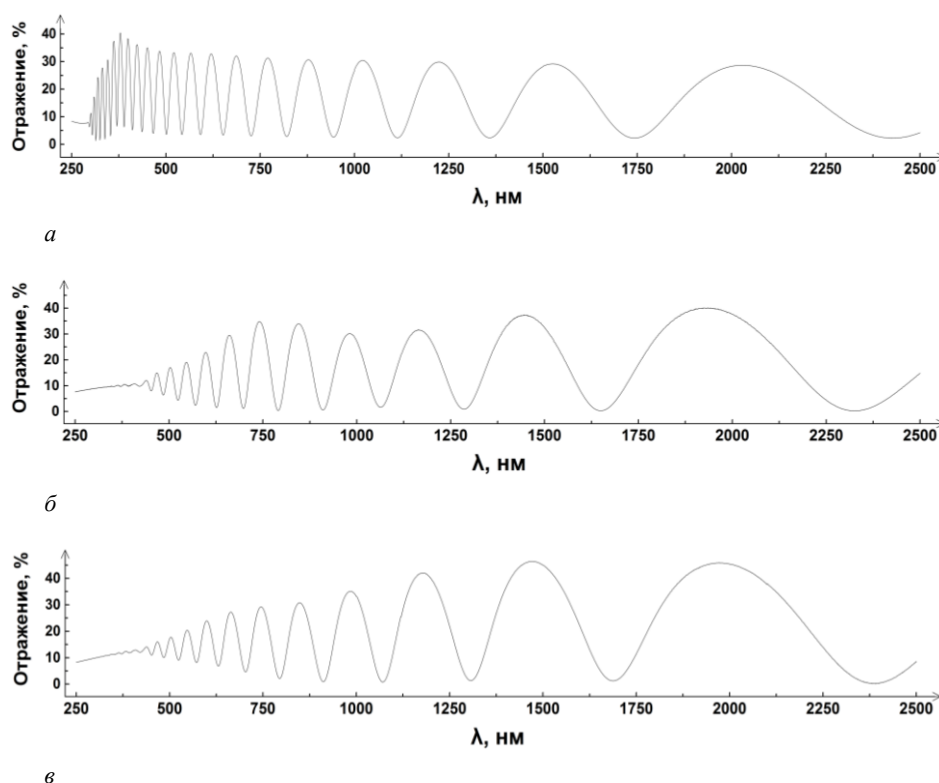


Рисунок 5. – Спектральные зависимости коэффициента отражения исходных (а) и имплантированных ионами P^+ (в) и B^+ (б) дозой $1 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-2}$ пленок фоторезиста ФП 9120

На основании спектров отражения по номеру и положению максимумов интерференционных линий согласно выражению

$$2dn = m\lambda_m, \quad (1)$$

где n – показатель преломления фоторезистивной пленки;
 d – геометрическая толщина фоторезистивной пленки;
 m – номер максимума в спектрах отражения;
 λ_m – длина волны, соответствующая m -максимуму,

была определена оптическая длина $2dn$ и, соответственно, показатель преломления фоторезистивной пленки. Оценка эффективного показателя преломления фоторезистивных пленок при неизменной геометрической толщине фоторезиста показывает, что в процессе ионной имплантации значение n при $\lambda \sim 1500$ нм снижается с 1,59 в исходной пленке до 1,54 для имплантированной P^+ и 1,56 – для B^+ . Таким образом, максимальное снижение показателя преломления n для этой длины волны составляет $\sim 3,2\%$ для имплантации фосфора.

Полученные экспериментальные данные достаточно хорошо согласуются с результатами работы [14], в которой максимальное снижение величины n в процессе ионной имплантации при плотности ионного пучка 4 мА/см^2 составляло от 4,7% (при $\lambda \sim 1000$ нм) до 3,3% (при $\lambda \sim 500$ нм).

Согласно [10; 14] уменьшение показателя преломления n фоторезиста при имплантации может быть обусловлено следующими факторами. Показатель преломления n полимеров с молярной массой M , плотностью вещества ρ и молекулярной рефракцией R_M можно определить из выражения [19]

$$n^2 = \frac{M + 2R_M\rho}{M - R_M\rho}. \quad (2)$$

Молекулярная рефракция R_M является аддитивной величиной и складывается из рефракций R_i отдельных атомов и инкрементов для типов химических связей (двойная, тройная). При облучении фоторезиста ФП9120 реакции сшивания доминируют над деструкцией в силу особенностей строения полимера [3–5; 12]. Это должно приводить к увеличению M и, соответственно, к снижению показателя преломления фоторезиста. Кроме того, при облучении имеет место газовыделение (преимущественно водорода и его соединений), что обуславливает снижение плотности вещества ρ , поскольку, как нами установлено, толщина пленки фоторезиста существенно не изменяется. Также газовыделение приводит к снижению молекулярной рефракции R_M из-за уменьшения вклада рефракций R_i атомов водорода. В соответствии с выражением (2) снижение величин ρ и R_M должно приводить к уменьшению значения n . Указанные факторы и приводят к уменьшению показателя преломления n фоторезиста при имплантации.

Заключение. Таким образом, проведенные исследования показали, что ионная имплантация P^+ и B^+ с энергией 60 кэВ при плотности ионного тока 10 мкА/см^2 приводит к изменению шероховатости пленок фоторезиста ФП9120 на кремниевой подложке с 0,24 нм для исходного образца до 0,14 нм и 0,16 нм для образцов, имплантированных ионами P^+ и B^+ соответственно при дозе имплантации $6 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-2}$. Это обусловлено релаксацией напряжений вследствие разогрева приповерхностного слоя резиста ионной имплантацией. Установлено, что при имплантации ионами B^+ и P^+ наблюдается уменьшение показателя преломления фоторезиста, обусловленное радиационным сшиванием и газовыделением (преимущественно водорода и его соединений). Наблюдалось увеличение электропроводности приповерхностного слоя фоторезиста, обусловленное его карбонизацией и образованием мощной системы сопряженных кратных связей за слоем внедрения ионов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Экспериментальные методы химии высоких энергий / Под общ. ред. М. Я. Мельникова. – М. : МГУ, 2009. – С. 172.
2. Радиационная химия полимеров / В. Я. Кабанов [и др.] // Химия высоких энергий. – 2009. – Т. 43, № 1. – С. 5–21.
3. Моро, У. Микролитография. Принципы, методы, материалы : в 2-х ч. / У. Моро. – М. : Мир, 1990. – Ч. 2. – 632 с.
4. Ионная имплантация позитивных фоторезистов / Д. И. Бринкевич [и др.] // Микроэлектроника. – 2014. – Т. 43, № 3. – С. 193–199.
5. Прочностные свойства структур фоторезист – кремний, γ -облученных и имплантированных ионами B^+ и P^+ / С. А. Вабищевич [и др.] // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. С, Фундам. науки. – 2016. – № 12. – С. 30–36.
6. Адгезия к монокристаллическому кремнию пленок диазохинон-новолачного фоторезиста, имплантированных ионами бора и фосфора / С. А. Вабищевич [и др.] // Химия высоких энергий. – 2020. – Т. 54, № 1. – С. 54–59.
7. Модификация поверхности позитивного фоторезиста при ионной имплантации / Д. И. Бринкевич [и др.] // Микроэлектроника. – 2015. – Т. 44, № 6. – С. 448–452.
8. Электронная проводимость в имплантированном ионами P^+ позитивном фоторезисте / А. Н. Олешкевич [и др.] // Микроэлектроника. – 2020. – Т. 49, № 1. – С. 58–65.
9. Трещиностойкость пленок диазохинон-новолачного фоторезиста на пластинах монокристаллического кремния / С. А. Вабищевич [и др.] // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. С, Фундам. науки. – 2021. – № 4. – С. 64–69.
10. Радиационно-стимулированная трансформация спектров отражения пленок диазохинон-новолачного фоторезиста при имплантации ионов сурьмы / А. А. Харченко [и др.] // Поверхность. Рентген., синхротр. и нейтрон. исслед. – 2020. – № 6. – С. 14–18.
11. ЭПР спектроскопия имплантированных ионами P^+ и B^+ пленок диазохинон-новолачного фоторезиста / Д. И. Бринкевич [и др.] // Химия высоких энергий. – 2020. – Т. 54, № 2. – С. 126–134.
12. Модификация пленок диазохинон-новолачного фоторезиста за областью внедрения ионов B^+ / С. Д. Бринкевич [и др.] // Химия высоких энергий. – 2020. – Т. 54, № 5. – С. 377–386.
13. Механизм адгезионного взаимодействия пленок диазохинон-новолачного фоторезиста с монокристаллическим кремнием / С. Д. Бринкевич [и др.] // Журн. прикладной спектроскопии. – 2020. – Т. 87, № 4. – С. 588–593.

14. Модификация спектров отражения пленок диазохинон-новолачного фоторезиста при имплантации ионами бора и фосфора / Д. И. Бринкевич [и др.] // Микроэлектроника. – 2019. – Т. 48, № 3. – С. 235–239.
15. Модификация приповерхностной области пленки полиимида имплантацией ионов бора / А. А. Харченко [и др.] // Поверхность. Рентген., синхротр. и нейтрон. исслед. – 2015. – № 1. – С. 94–99.
16. Радиационная модификация поверхности полимеров / А. А. Харченко [и др.] // Поверхность. Рентген., синхротр. и нейтрон. исслед. – 2015. – № 4. – С. 60–65.
17. Атомно-силовая микроскопия пленок позитивного диазохинонноволачного фоторезиста, имплантированных ионами бора / С. А. Вабищевич [и др.] // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. С, Фундам. науки. – 2018. – № 12. – С. 37–41.
18. Радиационно-стимулированная модификация спектров отражения за областью пробега ионов в пленках полиимида / Д. И. Бринкевич [и др.] // Поверхность. Рентген., синхротр. и нейтрон. исслед. – 2017. – № 8. – С. 25–30.
19. Аскадский, А. А. Компьютерное материаловедение полимеров / А. А. Аскадский, В. И. Кондрашенко. – М. : Научный мир, 1999. – Т. 1 : Атомно-молекулярный уровень. – 544 с.

Поступила 28.09.2021

**MODIFICATION OF DIAZOQUINONE-NOVOLACH PHOTORESIST FILMS
BY IMPLANTATION OF BORON AND PHOSPHORUS IONS
AT INCREASED IONIC CURRENT DENSITY**

**D. SHESTOVSKY, D. BRINKEVICH, V. PROSOLOVICH, U. YANKOVSKY
S. VABISHCHEVICH, N. VABISHCHEVICH**

Modification of diazoquinone-novolach photoresist by P^+ and B^+ implantation with an energy of 60 keV at an ion current density of $10 \mu A/cm^2$ were investigated by atomic force microscopy, resistivity and reflection spectra measurements. It was shown that ion implantation leads to a change in the roughness of FP9120 photoresist films on a silicon substrate from 0,24 nm for the initial sample to 0,14 nm and 0,16 nm for samples implanted with P^+ and B^+ ions, respectively, at an implantation dose of $6 \cdot 10^{14} cm^{-2}$. This is due to stress relaxation at heating of the resist's surface layer. It has been established that a decrease in the refractive index of the photoresist occurs at P^+ and B^+ ions implantation due to radiation crosslinking and gas release. An increase in the electrical conductivity of the near-surface layer of the photoresist was observed as a result of carbonization of the near-surface layer and the formation of a powerful system of conjugated multiple bonds.

Keywords: polymer, implantation, refractive index, electrical conductivity, atomic force microscopy.

УДК 621.371: 550.837.6

**ВЛИЯНИЕ РЕЖИМА РАДИОИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ
НА ХАРАКТЕРИСТИКИ АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЫ НАД УГЛЕВОДОРОДАМИ****канд. техн. наук, доц. В. Ф. ЯНУШКЕВИЧ, С. П. АЛИЕВА, С. В. КАЛИНЦЕВ
(Полоцкий государственный университет)**

Проведено исследование особенностей изменения характеристик анизотропной среды над углеводородами при воздействии радиоимпульсных сигналов. Про моделированы характеристики анизотропной среды над углеводородными залежами для радиоимпульсных сигналов от несущей частоты и длительности радиоимпульса. Исследованы зависимости вещественных, фазовых составляющих комбинационных элементов, абсолютных, мнимых и фазовых характеристик поверхностного импеданса анизотропной среды над углеводородами. Установлено, что над залежью существует изменение геомагнитного поля и поток электронов, приводящий к появлению геомагнитной аномалии в среде, что влияет на физико-химическую обстановку над углеводородами, отраженную в изменении компонент поверхностного импеданса. Даны рекомендации по совершенствованию методов электроразведки и аппаратуры для их реализации на основе применения радиоимпульсных сигналов с целью повышения точности определения границ залежей нефти и газа. Показаны способы повышения информативности рассмотренных электромагнитных методов электроразведки. Результаты исследований могут быть применены для поисковой геофизики в системах обнаружения нефти и газа.

Ключевые слова: углеводородная залежь, электромагнитные методы, радиоимпульсный сигнал.

Введение. Актуальность рассматриваемых в настоящей работе задач определяется необходимостью усовершенствования имеющихся и разработке новых методов поиска углеводородных залежей (УВЗ) на основе использования высокоэффективных технологий обнаружения полезных ископаемых [1–3]. Накопленный в поисковой геофизике опыт проведения геологоразведочных работ и отработанные методики полевых исследований содействуют дальнейшему развитию данного направления [4–6] путем модернизации имеющихся электромагнитных методов (ЭММ) георазведки с повышением точности определения границ углеводородов (нефти и газа), чувствительности и информативности методов поиска и выделения месторождений и с возможностью их использования в сложной геологической обстановке.

Дифференциация исследуемых сред при освоении площадей с наличием углеводородных ресурсов может осуществляться на основе исследования образцов пород над УВЗ, свидетельствующих о хлоридно-натриевой составляющей в рассолах и повышенном количестве щелочных и щелочноземельных металлов, а также изотопных элементов. Установлено, что электродинамический отклик анизотропной среды над углеводородами определяют электрохимические и электрофизические процессы в среде над залежью, происходящие под влиянием высоких температур и пластового давления. В результате их воздействия на границе с воздушным пространством образуется промежуточная область с избытком свободных электронов, оказывающих воздействие на происходящие в среде процессы. Это приводит к образованию в зоне над УВЗ сложных ионных соединений полупроводникового характера с повышенной термоэлектронной эмиссией [7; 8].

Решение задач поиска и идентификации УВЗ осуществляется за счет применения различных воздействующих электромагнитных волн (ЭМВ) и оценки проявлений различных аномальных эффектов, расширяющих функциональные зависимости компонент диэлектрической проницаемости среды над залежами [9]. Электроразведка ориентируется на активное внедрение различных способов и аппаратуры для поиска углеводородов [10]. Проявления откликов подстилающей поверхности над месторождениями нефти и газа с применением квазигидродинамического подхода приводят к улучшению точности выделения границ и уровня идентификации месторождений углеводородов. Данные исследования свидетельствуют о том, что залежь углеводородов отличается по физическим свойствам от пород-коллекторов, где она располагается, по понижению скорости сейсмических продольных волн, увеличению их поглощения (ослабления), повышению суммарного электрического сопротивления данного участка, уменьшению плотности залежи по сравнению с законтурной областью и других факторов [11].

Реализация различных модифицированных способов и средств при разведке углеводородов определяет выбор соответствующих электродинамических моделей сред, образующихся над скоплениями нефти и газа, и дает возможность исследовать не только контраст сопротивления пород, но и характеристики ЭМВ: амплитуды различных составляющих, их фазовые компоненты, поляризацию и т.д., по которым осуществляется обнаружение УВЗ [12; 13]. Решение данных задач с применением хорошо отработанных методов позволяет повысить производительность геологоразведочных работ, точность определения границ углеводородов [14]. Возможность освоения углеводородных ресурсов на значительных площадях реализуется на базе использования спутниковых технологий поиска местоположений нефти, газа и других полезных ископаемых [15].

Поисковая геофизика на современном этапе развития может использовать результаты исследований с учетом сейсмических ограничений на базе совместного применения гравиметрических и морских магнитотеллурических данных измерений [16]. С учетом влияния на самый верхний слой всех ниже расположенных слоев могут быть определены с повышенной точностью характеристики поверхностного импеданса анизотропной среды над УВЗ [17]. Различные режимы зондирования повышают информативность поиска [18; 19] и расширяют их возможности при использовании в сложной геологической и помеховой обстановке.

Особенности изменения характеристик среды над углеводородами при воздействии радиоимпульсных сигналов. Поиск инновационных подходов на основе исследования процесса воздействия радиоимпульсных ЭМВ на анизотропную среду над УВЗ для определения границ углеводородов представляет теоретический и практический интерес за счет применения различных режимов ЭМВ и оценки проявлений различных аномальных эффектов, расширяющих функциональные зависимости компонент диэлектрической проницаемости среды над залежами.

Рассмотрим воздействие ЭМВ на УВЗ радиоимпульсным сигналом вида

$$A(f) = \frac{U \cdot \tau}{2} \cdot \frac{\sin \frac{(2 \cdot \pi \cdot f - 2 \cdot \pi \cdot F_2) \cdot \tau}{2}}{(2 \cdot \pi \cdot f - 2 \cdot \pi \cdot F_2) \cdot \tau} + \frac{\sin \frac{(2 \cdot \pi \cdot f + 2 \cdot \pi \cdot F_2) \cdot \tau}{2}}{(2 \cdot \pi \cdot f + 2 \cdot \pi \cdot F_2) \cdot \tau}, \quad (1)$$

где $\frac{U \cdot \tau}{2} = 1$ – амплитуда радиоимпульса (для удобства исследований введена нормировка);

f – частота сигнала;

F_2 – частота несущего сигнала;

τ – длительность импульса.

Компоненты тензора диэлектрической проницаемости над УВЗ $\dot{\epsilon}_1, \dot{\epsilon}_2, \dot{\epsilon}_3$ для такого режима взаимодействия имеют следующий вид [8]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\epsilon}_1 = \epsilon_r \cdot F \left(1 + \frac{n\Omega_1}{\omega} \right) + \sum_{i=1}^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{F \cdot \omega_{ni}^2}{\omega} \cdot \frac{(\omega + n\Omega_1) \cdot [\omega_{\Gamma i}^2 - (\omega + n\Omega_1)^2 - v_i^2]}{[v_i^2 + \omega_{\Gamma i}^2 - (\omega + n\Omega_1)^2]^2 + 4(\omega + n\Omega_1)^2 \cdot v_i^2} - \\ - jF \left[\frac{\omega_{ni}^2}{\omega} \cdot v_i \cdot \frac{(\omega + n\Omega_1)^2 + v_i^2 + \omega_{\Gamma i}^2}{[v_i^2 + \omega_{\Gamma i}^2 - (\omega + n\Omega_1)^2]^2 + 4(\omega + n\Omega_1)^2 \cdot v_i^2} + \frac{\delta_r F}{\omega \epsilon_0} \right] \end{array} \right\}, \\ \dot{\epsilon}_2 = \sum_{i=1}^2 \left\{ \begin{array}{l} \frac{\omega_{ni}^2}{\omega} \cdot F \cdot \omega_{\Gamma i} \cdot \frac{v_i^2 + \omega_{\Gamma i}^2 - (\omega + n\Omega_1)^2}{[v_i^2 + \omega_{\Gamma i}^2 - (\omega + n\Omega_1)^2]^2 + 4(\omega + n\Omega_1)^2 \cdot v_i^2} - \\ - 2j \frac{\omega_{ni}^2}{\omega} \cdot F \cdot \omega_{\Gamma i} \cdot v_i \cdot \frac{\omega + n\Omega_1}{[v_i^2 + \omega_{\Gamma i}^2 - (\omega + n\Omega_1)^2]^2 + 4(\omega + n\Omega_1)^2 \cdot v_i^2} \end{array} \right\}, \\ \dot{\epsilon}_3 = \sum_{i=1}^2 \left\{ F \left(1 + \frac{n\Omega_1}{\omega} \right) \cdot \left[\epsilon_r - \frac{\omega_{ni}^2}{\omega} \cdot \frac{1}{(\omega + n\Omega_1)^2 + v_i^2} \right] - j \left[\frac{\omega_{ni}^2}{\omega} \cdot F \cdot v_i \cdot \frac{1}{(\omega + n\Omega_1)^2 + v_i^2} + \frac{\delta_r F}{\omega \epsilon_0} \right] \right\}, \end{array} \right. \quad (2)$$

где ω_{ni} – плазменная частота;

$\omega_{\Gamma i}$ – гиротропная частота;

v_i – частота столкновения частиц;

ϵ_r – относительная диэлектрическая проницаемость среды;

σ_r – проводимость среды;

ϵ_0 – диэлектрическая постоянная;

Ω_1 – круговая частота следования импульсов;

$$F = \frac{\tau}{T} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin(\pi \cdot n \cdot F_1 \cdot \tau)}{\pi \cdot n \cdot F_1 \cdot \tau}.$$

где T – период;

F_1 – частота следования импульсов;

n – количество гармоник спектра радиоимпульсного сигнала.

Методика исследований основана на определении компонент комбинационных составляющих тензоров диэлектрической проницаемости среды над углеводородами по формулам

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon}_R &= \dot{\epsilon}_1 + \dot{\epsilon}_2 = \text{Re} \epsilon_R + j \text{Im} \epsilon_R, \\ \dot{\epsilon}_L &= \dot{\epsilon}_1 - \dot{\epsilon}_2 = \text{Re} \epsilon_L + j \text{Im} \epsilon_L.\end{aligned}\tag{3}$$

Также проведен расчет компонент матрицы поверхностного импеданса анизотропной среды над УВЗ

$$\dot{Z} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{11} & \dot{Z}_{12} \\ \dot{Z}_{21} & \dot{Z}_{22} \end{bmatrix}.\tag{4}$$

Компоненты матрицы (4) определяются по формулам

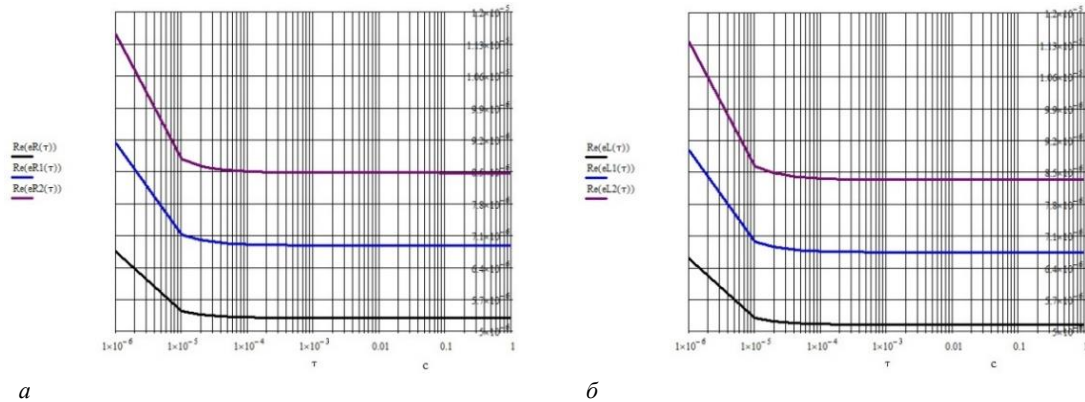
$$\begin{aligned}\dot{Z}_{11} = \dot{Z}_{22} &= -\frac{1}{2j\sqrt{\dot{\epsilon}_R \dot{\epsilon}_L}} (\sqrt{\dot{\epsilon}_R} - \sqrt{\dot{\epsilon}_L}), \\ \dot{Z}_{12} = \dot{Z}_{21} &= \frac{1}{2\sqrt{\dot{\epsilon}_R \dot{\epsilon}_L}} (\sqrt{\dot{\epsilon}_R} + \sqrt{\dot{\epsilon}_L}).\end{aligned}$$

Проведено моделирование для параметров среды над залежами углеводородов [2]: значения диэлектрической проницаемости вмещающих пород $\epsilon_r = 1 - 30$ и электрической проводимости $\sigma_r = (1 \cdot 10^{-5} - 1)$ См/м; частота столкновения частиц $\nu = (0,6 \cdot \pi \cdot 10^9 - 3 \cdot \pi \cdot 10^9)$ рад/с, концентрации частиц $N_e = N_n = (10^{16} - 10^{18} \text{ м}^{-3})$.

Проведено исследование влияния режимов зондирующих сигналов на характеристики анизотропной среды над залежами. Полученные результаты основаны на изучении характеристик верхнего слоя над углеводородами и направлены на повышение степени идентификации УВЗ до требуемого уровня, обеспечивающего порог принятия решения о наличии именно искомой среды. За счет влияния углеводородов на данный слой возможно определение глубины залегания УВЗ. Ее зависимость может быть изучена по проявлению контраста напряженности электрического поля ЭМВ по исследуемому геологическому профилю местности. На данном этапе задача исследований заключается в определении характеристик анизотропной среды над углеводородами на основании полученного отраженного сигнала от верхнего слоя при воздействии радиоимпульсного сигнала вида (1). Это обуславливает изменение поверхностного импеданса вмещающих пород над УВЗ подобно плазменным и плазмоподобным образованиям, а также свидетельствует об анизотропном характере среды над залежами.

Установлено, что над залежью существует изменение геомагнитного поля и поток электронов, приводящий к появлению геомагнитной аномалии из-за проявления диамагнитных свойств перемещающихся частиц в среде, что влияет на физико-химическую обстановку над УВЗ, отраженную в изменении компонент поверхностного импеданса.

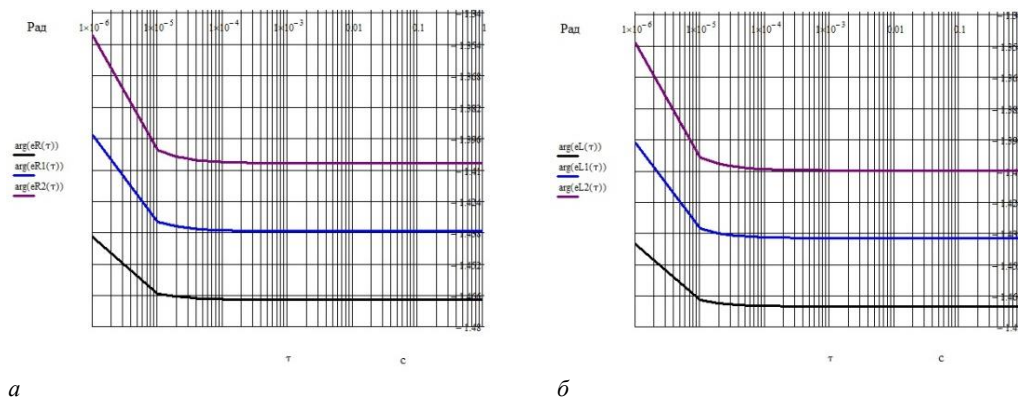
Результаты исследований. Проведен анализ выражений (3) для компонент диэлектрической проницаемости анизотропной среды над УВЗ. Зависимости вещественной составляющей комбинационного элемента от длительности радиоимпульса для частоты несущего сигнала $F_2 = 10^6$ Гц приведены на рисунке 1. Правая поляризация ЭМВ соответствует суммарной составляющей комбинационного элемента, левая поляризация ЭМВ соответствует разностной составляющей комбинационного элемента. Характеристики анизотропной среды над залежами зависят от физико-геологических свойств пород-коллекторов, минералогического и гранулометрического состава пород, структурно-текстурного строения скелетов вмещающих пород. На электрические свойства вмещающих пород и сред над УВЗ влияют физико-химические процессы в самой залежи и условия залегания (значения давлений и температур), что определяет значения составляющих поверхностного импеданса анизотропной среды над углеводородами. Установлено, что на вещественные составляющие компонент диэлектрической проницаемости анизотропной среды над УВЗ (как для ЭМВ с правой поляризацией, так и для ЭМВ с левой поляризацией) оказывают наибольшее влияние значения длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-6} - 1 \cdot 10^{-5}$) с, когда происходит более контрастное уменьшение компонент диэлектрической проницаемости анизотропной среды над УВЗ. Вещественные составляющие компонент диэлектрической проницаемости анизотропной среды над УВЗ для ЭМВ с правой поляризацией и для ЭМВ с левой поляризацией отличаются незначительно. Значения длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-5} - 1 \cdot 10^{-4}$) с приводят к незначительному уменьшению вещественных составляющих комбинационных элементов. Оставшийся отрезок значений длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-4} - 1$) с не влияет на характеристики анизотропной среды над залежами. Большим значениям диэлектрической проницаемости анизотропной среды соответствуют большие значения вещественных составляющих комбинационных элементов.



а – для ЭМВ с правой поляризацией; **б** – для ЭМВ с левой поляризацией;
 $\text{Re}(eR(\tau))$, $\text{Re}(eL(\tau))$ для $n = 5$, $\sigma_r = 10^{-3}$ См/м, $\varepsilon_r = 10$; $\text{Re}(eR1(\tau))$, $\text{Re}(eL1(\tau))$ для $n = 5$, $\sigma_r = 10^{-3}$ См/м, $\varepsilon_r = 15$;
 $\text{Re}(eR2(\tau))$, $\text{Re}(eL2(\tau))$ для $n = 5$, $\sigma_r = 10^{-3}$ См/м, $\varepsilon_r = 20$

Рисунок 1. – Зависимости вещественной составляющей комбинационного элемента от длительности радиоимпульса

Зависимости фазовой составляющей комбинационного элемента от длительности радиоимпульса для частоты несущего сигнала $F_2 = 10^6$ Гц приведены на рисунке 2. Как видно из рисунка, на фазовые составляющие компонент диэлектрической проницаемости анизотропной среды над УВЗ (как для ЭМВ с правой поляризацией, так и для ЭМВ с левой поляризацией) также оказывают наибольшее влияние значения длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-6} - 1 \cdot 10^{-5}$) с, когда происходит более контрастное уменьшение компонент диэлектрической проницаемости анизотропной среды над УВЗ. Фазовые составляющие компонент диэлектрической проницаемости анизотропной среды над УВЗ для ЭМВ с правой поляризацией и для ЭМВ с левой поляризацией отличаются незначительно. Значения длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-5} - 1 \cdot 10^{-4}$) с приводят к незначительному уменьшению фазовых составляющих комбинационных элементов. На отрезке значений длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-4} - 1$) с характеристики анизотропной среды над залежами постоянны. Большим значениям диэлектрической проницаемости анизотропной среды соответствуют большие значения фазовых составляющих комбинационных элементов.

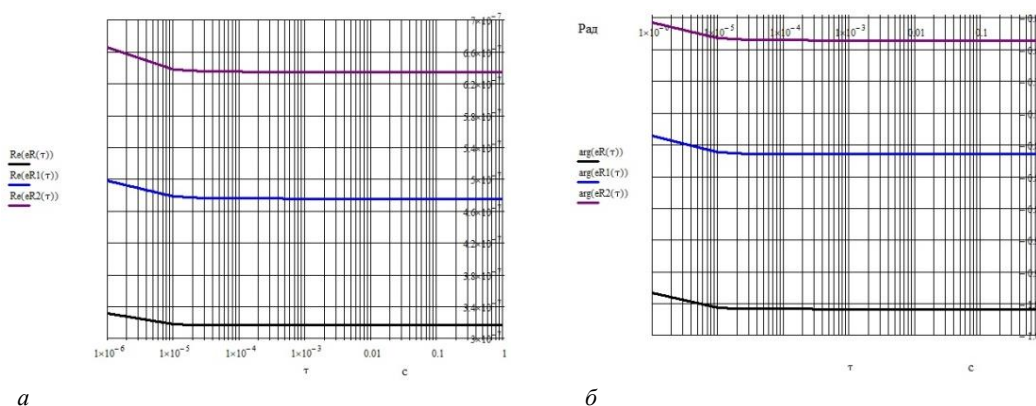


а – для ЭМВ с правой поляризацией; **б** – для ЭМВ с левой поляризацией;
 $\text{arg}(eR(\tau))$, $\text{arg}(eL(\tau))$ для $n = 5$, $\sigma_r = 10^{-3}$ См/м, $\varepsilon_r = 10$; $\text{arg}(eR1(\tau))$, $\text{arg}(eL1(\tau))$ для $n = 5$, $\sigma_r = 10^{-3}$ См/м, $\varepsilon_r = 15$;
 $\text{arg}(eR2(\tau))$, $\text{arg}(eL2(\tau))$ для $n = 5$, $\sigma_r = 10^{-3}$ См/м, $\varepsilon_r = 20$

Рисунок 2. – Зависимости фазовой составляющей комбинационного элемента от длительности радиоимпульса

Зависимости вещественной и фазовой составляющих комбинационного элемента от длительности радиоимпульса для частоты несущего сигнала $F_2 = 10^7$ Гц приведены на рисунке 3. Вещественные составляющие компонент диэлектрической проницаемости анизотропной среды над УВЗ для ЭМВ с правой поляризацией и для ЭМВ с левой поляризацией на данной частоте равны. Установлено, что на вещественные составляющие компонент диэлектрической проницаемости анизотропной среды над УВЗ (как для ЭМВ с правой поляризацией, так и для ЭМВ с левой поляризацией) оказывают наибольшее влияние значения длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-6} - 1 \cdot 10^{-5}$) с, когда происходит уменьшение компонент диэлектрической проницаемости анизотропной среды над УВЗ, причем не так контрастно, как для частоты

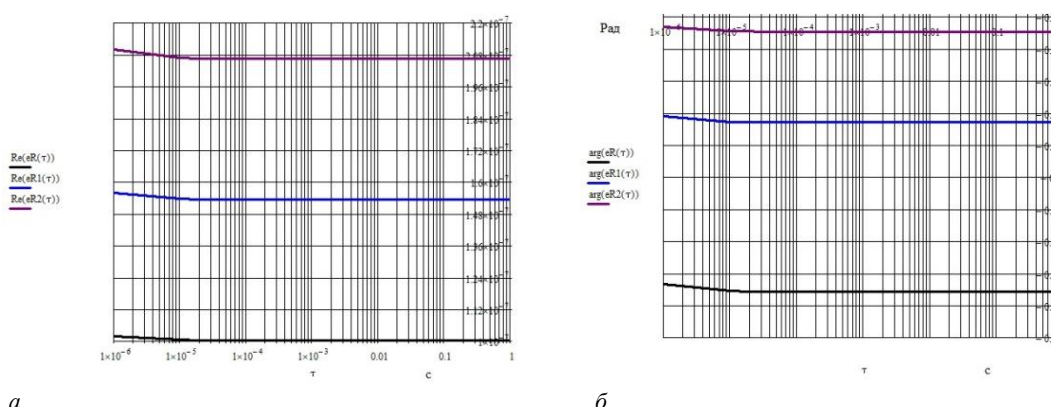
несущего сигнала $F_2 = 10^6$ Гц. Значения длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-5} - 1$) с не влияют на характеристики анизотропной среды над залежами. Большим значениям диэлектрической проницаемости анизотропной среды соответствуют большие значения вещественных составляющих комбинационных элементов. Фазовые составляющие компонент диэлектрической проницаемости анизотропной среды над УВЗ для ЭМВ с правой поляризацией и для ЭМВ с левой поляризацией для частоты несущего сигнала $F_2 = 10^7$ Гц равны. На фазовые составляющие компонент диэлектрической проницаемости анизотропной среды над УВЗ (как для ЭМВ с правой поляризацией, так и для ЭМВ с левой поляризацией) также оказывают наибольшее влияние значения длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-6} - 1 \cdot 10^{-5}$) с, когда происходит уменьшение компонент диэлектрической проницаемости анизотропной среды над УВЗ. На отрезке значений длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-5} - 1$) с характеристики анизотропной среды над залежами постоянны. Большим значениям диэлектрической проницаемости анизотропной среды соответствуют большие значения фазовых составляющих комбинационных элементов.



а – вещественная составляющая комбинационного элемента для ЭМВ с правой поляризацией;
б – фазовая составляющая комбинационного элемента для ЭМВ с правой поляризацией;
 $Re(eR(\tau)), arg(eR(\tau))$ для $n = 5, \sigma_r = 10^{-3}$ См/м, $\epsilon_r = 10$; $Re(eR1(\tau)), arg(eR1(\tau))$ для $n = 5, \sigma_r = 10^{-3}$ См/м, $\epsilon_r = 15$;
 $Re(eR2(\tau)), arg(eR2(\tau))$ для $n = 5, \sigma_r = 10^{-3}$ См/м, $\epsilon_r = 20$

Рисунок 3. – Зависимости вещественной и фазовой составляющих комбинационного элемента от длительности радиоимпульса

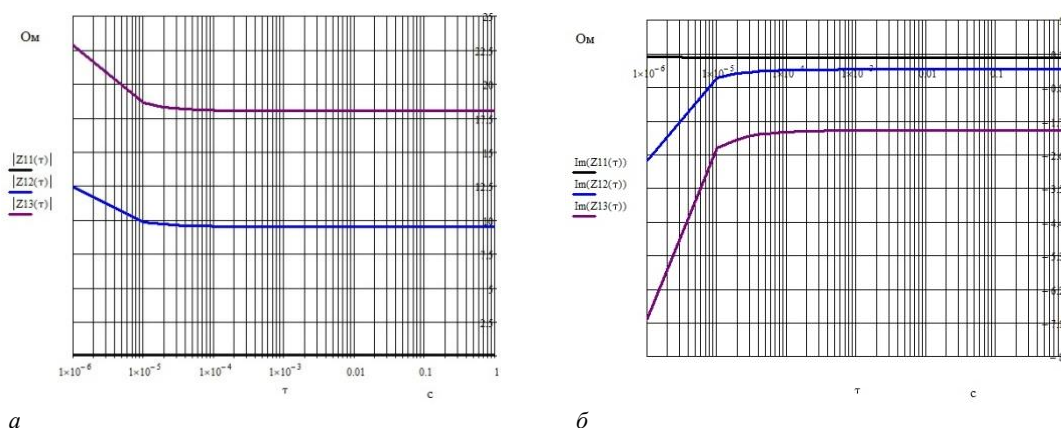
Зависимости вещественной и фазовой составляющих комбинационного элемента от длительности радиоимпульса для частоты несущего сигнала $F_2 = 3 \cdot 10^7$ Гц приведены на рисунке 4. Здесь проявляются такие же закономерности, что и для частоты несущего сигнала $F_2 = 10^7$ Гц. При этом следует отметить, что на данной частоте вариация вещественных и фазовых составляющих комбинационных элементов от длительности радиоимпульса незначительна.



а – вещественная составляющая комбинационного элемента для ЭМВ с правой поляризацией;
б – фазовая составляющая комбинационного элемента для ЭМВ с правой поляризацией;
 $Re(eR(\tau)), arg(eR(\tau))$ для $n = 5, \sigma_r = 10^{-3}$ См/м, $\epsilon_r = 10$; $Re(eR1(\tau)), arg(eR1(\tau))$ для $n = 5, \sigma_r = 10^{-3}$ См/м, $\epsilon_r = 15$;
 $Re(eR2(\tau)), arg(eR2(\tau))$ для $n = 5, \sigma_r = 10^{-3}$ См/м, $\epsilon_r = 20$

Рисунок 4. – Зависимости вещественной и фазовой составляющих комбинационного элемента от длительности радиоимпульса

Проведено моделирование зависимостей компонент поверхностного импеданса от длительности радиоимпульса для частоты несущего сигнала $F_2 = 10^6$ Гц, которые представлены на рисунке 5. Модуль составляющей поверхностного импеданса Z_{11} при низких значениях диэлектрической проницаемости наполнителя вмещающих пород ($\epsilon_r = 10$) равен нулю. При больших значениях диэлектрической проницаемости среды над УВЗ на модуль составляющей поверхностного импеданса Z_{11} анизотропной среды над УВЗ оказывают наибольшее влияние значения длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-6} - 1 \cdot 10^{-5}$) с, когда происходит уменьшение данной компоненты. Значения длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-5} - 1 \cdot 10^{-4}$) с приводят к незначительному уменьшению абсолютной составляющей поверхностного импеданса Z_{11} . Оставшийся отрезок значений длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-4} - 1$) с не влияет на характеристики поверхностного импеданса анизотропной среды над залежами. Мнимая составляющая поверхностного импеданса Z_{11} при низких значениях диэлектрической проницаемости наполнителя вмещающих пород ($\epsilon_r = 10$) обращается в нуль. При других значениях диэлектрической проницаемости анизотропной среды над залежами мнимая составляющая отрицательна. При больших значениях диэлектрической проницаемости среды над УВЗ на мнимую составляющую поверхностного импеданса Z_{11} анизотропной среды над УВЗ оказывают наибольшее влияние значения длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-6} - 1 \cdot 10^{-5}$) с, когда происходит рост данной компоненты. Значения длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-5} - 1 \cdot 10^{-4}$) с приводят к незначительному увеличению мнимой составляющей поверхностного импеданса Z_{11} . Оставшийся отрезок значений длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-4} - 1$) с не влияет на характеристики мнимой составляющей поверхностного импеданса среды над залежами.

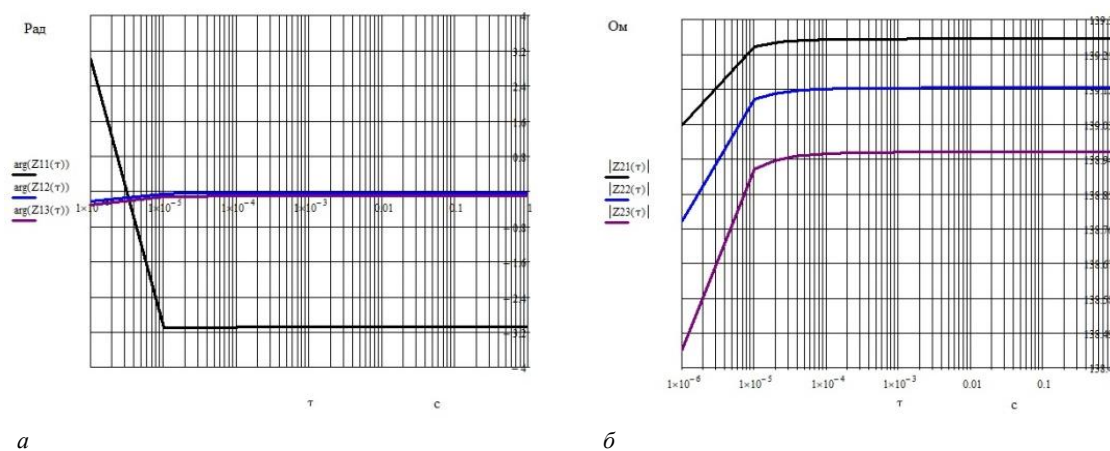


а – модуль составляющей поверхностного импеданса Z_{11} ;
б – мнимая составляющая поверхностного импеданса Z_{11} ;
 $|Z_{11}(\tau)$, $\text{Im}(Z_{11}(\tau))$ для $n = 5$, $\sigma_r = 10^{-3}$ См/м, $\epsilon_r = 10$; $|Z_{12}(\tau)$, $\text{Im}(Z_{12}(\tau))$ для $n = 5$, $\sigma_r = 10^{-3}$ См/м, $\epsilon_r = 15$;
 $|Z_{13}(\tau)$, $\text{Im}(Z_{13}(\tau))$ для $n = 5$, $\sigma_r = 10^{-3}$ См/м, $\epsilon_r = 20$

Рисунок 5. – Зависимости компонент поверхностного импеданса от длительности радиоимпульса

Проведено исследование зависимостей компонент поверхностного импеданса от длительности радиоимпульса для частоты несущего сигнала $F_2 = 10^6$ Гц (рисунок 6). Как видно из рисунка 6, фазовая характеристика данной составляющей поверхностного импеданса скачкообразно уменьшается в диапазоне длительностей радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-6} - 1 \cdot 10^{-5}$) с при низких значениях диэлектрической проницаемости вмещающих пород над месторождением нефти и газа. Оставшийся отрезок значений длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-5} - 1$) с не влияет на характеристики поверхностного импеданса анизотропной среды над залежами. При больших значениях диэлектрической проницаемости вмещающих пород над месторождением углеводородов наблюдается незначительное увеличение фазовой составляющей поверхностного импеданса в диапазоне длительностей радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-6} - 1 \cdot 10^{-5}$) с. При дальнейшем росте длительности радиоимпульса фаза постоянна. Модуль составляющей поверхностного импеданса Z_{21} при низких значениях диэлектрической проницаемости наполнителя вмещающих пород принимает большие значения. На модуль составляющей поверхностного импеданса Z_{21} анизотропной среды над УВЗ оказывают наибольшее влияние значения длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-6} - 1 \cdot 10^{-5}$) с, когда происходит рост данной компоненты. Значения длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-5} - 1 \cdot 10^{-4}$) с приводят к незначительному увеличению абсолютной составляющей поверхностного импеданса Z_{21} и при значениях длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-4} - 1$) с данная характеристика поверхностного импеданса анизотропной среды над залежами неизменна. Следует отметить, что значения составляющих компонент диэлектрической проницаемости и поверхностного импеданса анизотропной среды над углеводородами зависят от концентрации

частиц, которая в свою очередь определяется физико-химическими процессами в самой залежи, и условий залегания (значения давления и температуры), влияющих на электрические свойства вмещающих пород и сред над УВЗ.



а – фазовая составляющая поверхностного импеданса Z_{11} ;
б – модуль составляющей поверхностного импеданса Z_{21} ;
 $\arg(Z_{11}(\tau), |Z_{21}(\tau)|$ для $n = 5, \sigma_r = 10^{-3}$ См/м, $\epsilon_r = 10$; $\arg(Z_{12}(\tau), |Z_{22}(\tau)|$ для $n = 5, \sigma_r = 10^{-3}$ См/м, $\epsilon_r = 15$;
 $\arg(Z_{13}(\tau), |Z_{23}(\tau)|$ для $n = 5, \sigma_r = 10^{-3}$ См/м, $\epsilon_r = 20$

Рисунок 6. – Зависимости компонент поверхностного импеданса от длительности радиоимпульса

Установлено, что в зависимости от изменения расстояния между приемником и передатчиком может быть повышена информативность ЭММ поиска углеводородов за счет получения дополнительных данных по исследуемому геологическому профилю местности.

Закключение. Проведенный анализ режимов радиоимпульсных сигналов при распространении ЭМВ в среде над углеводородами показал следующее:

- на составляющие компонент диэлектрической проницаемости (как для ЭМВ с правой поляризацией, так и для ЭМВ с левой поляризацией) и поверхностного импеданса анизотропной среды над УВЗ оказывают наибольшее влияние значения длительности радиоимпульса $1 \cdot 10^{-6} - 1 \cdot 10^{-5}$ с, когда происходит более контрастное изменение указанных характеристик;
- для частоты несущего сигнала $F_2 = 10^6$ Гц характерно более контрастное изменение компонент диэлектрической проницаемости анизотропной среды над УВЗ;
- фазовая характеристика составляющей поверхностного импеданса Z_{11} скачкообразно уменьшается в диапазоне длительностей радиоимпульса $1 \cdot 10^{-6} - 1 \cdot 10^{-5}$ с при низких значениях диэлектрической проницаемости вмещающих пород над месторождением нефти и газа;
- на модуль составляющей поверхностного импеданса Z_{21} анизотропной среды над УВЗ оказывают наибольшее влияние значения длительности радиоимпульса $1 \cdot 10^{-6} - 1 \cdot 10^{-5}$ с, когда происходит рост данной компоненты;
- на основе применения исследованных режимов радиоимпульсных сигналов могут быть даны рекомендации по совершенствованию методов электроразведки и аппаратуры для их реализации с целью повышения точности определения границ залежей углеводородов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Anderson, C. An integrated approach to marine electromagnetic surveying using a towed streamer and source / C. Anderson, J. Mattsson // First Break. – 2010. – Vol. 28, iss. 5. – P. 71–75.
2. Moskvichew, V. N. Interaction of electromagnetic waves (EMW) with anisotropic inclusion in communication line / V. N. Moskvichew // 9th Microw. Conf. NICON – 91, Rydzyna, May 20–22, 1991. – Vol. 1. – P. 240–244.
3. Helwig, S. L. Vertical-vertical controlled-source electromagnetic instrumentation and acquisition / S. L. Helwig, W. Wood, B. Gloux // Geophysical Prospecting. – 2019. – Vol. 67. – № 6. – P. 1582–1594.
4. Subsalt imaging in Northern Germany using multi-physics (magnetotellurics, gravity, and seismic) / C. H. Henke [et al.] // Interpretatio. – 2020. – Vol. 8. – № 4. – P. 15–24.
5. Geldmacher, I. A Fit-for-purpose electromagnetic System for Reservoir Monitoring and Geothermal Exploration / I. Geldmacher, K. Strack // GRC Transactions. – 2017. – Vol. 41. – P. 1649–1658.
6. Time lapse CSEM reservoir monitoring of the Norne field with vertical dipoles / T. Holten [et al.] // SEG Technical Program Expanded Abstracts. – 2016. – Vol. 35. – P. 971–975.

7. Гололобов, Д. В. Взаимодействие электромагнитных волн и углеводородных залежей / Д. В. Гололобов. – Минск : Бестпринт, 2009. – 185 с.
8. Янушкевич, В. Ф. Электромагнитные методы поиска и идентификации углеводородных залежей / В. Ф. Янушкевич. – Новополоцк, ПГУ, 2017. – 232 с.
9. Effect of a powerful low-frequency signal on an anisotropic medium over hydrocarbon [Electronic resours] / V. F. Yanushkevich [et al] // J. of Physics : Conference Series. – 2021. – Vol. 1889. – Mode of access: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1889/2/022059/pdf>. – Date of access: 05.09.2021. – DOI:10.1088/1742-6596/1889/2/022059.
10. Способ для определения характера подземных резервуаров и способ поиска углеводородсодержащих подземных ресурсов : пат. RU 2277251 / С. Эллингсруд, Т. Эйдесмо, Х. М. Педерсен, Т. Скёуг-Петерсен. – Опубл. 27.05.2006.
11. Гололобов, Д. В. Ослабление поверхностной волны анизотропной средой / Д. В. Гололобов, В. Н. Москвичёв // Радиотехника и электроника. – Минск : Выш. шк., 1990. – Вып. 19. – С. 191–195.
12. Способ электромагнитной разведки коллекторов углеводородов : пат. DE 2395563 / L. M. Maegregor, M. C. Sinha, R. Weaner. – Опубл. 01.12.2004.
13. Frasher, A. Self-potential anomalies as possible indicators in search for oil and gas reservoirs / A. Frasher // 57th EAGE Conf. and Tech. Exhib., Glasgow, 29 May – 2 June 1995. – Glasgow, UK. – P. 8.
14. Российская инфразвуковая технология АНЧАР : уникальная практика разведки и освоения нефтяных и газовых ресурсов / О. Л. Кузнецов [и др.] // Геологической службе России 300 лет : тез. докл. междунар. геофиз. конф., СПб., 2–6 окт. 2000 г. / ВИРГ – Рудгеофизика ; А. А. Петров [и др.]. – СПб., 2000. – С. 193.
15. Райлян, И. Г. Новая российская спутниковая технология поиска местоположений нефти, газа и других полезных ископаемых / И. Г. Райлян // Нефть, газ и бизнес. – 2002. – № 6. – С. 20.
16. Совместная инверсия морских магнитотеллурических и гравиметрических данных с учетом сейсмических ограничений – предварительные результаты построения изображений суббазальтов у Фарерского шельфа / М. Джеген [и др.] // Планета Земля Sci Lett. – 2009. – С. 47–55.
17. Adamovskiy, E. Simulation of electromagnetic waves interaction with hydrocarbon deposits / E. Adamovskiy, V. Yanushkevich // 8 Junior researchers conference European and national dimension in research : in 3 p. / PSU. – Novopolotsk : PSU, 2016. – P. 3 : Technology. – P. 179–183.
18. Степуленок, С. В. Взаимодействие амплитудно-частотно-модулированных сигналов со средой над углеводородными залежами / С. В. Степуленок, В. Ф. Янушкевич // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. С, Фундам. науки. – 2009. – № 9. – С. 103–108.
19. Гололобов, Д. В. Импедансные граничные условия анизотропной среды для амплитудно-модулированного сигнала. // Д. В. Гололобов, В. Ф. Янушкевич, С. В. Калинин / Доклады БГУИР. – Минск, 2010. – № 6 (52). – С. 13–17.

Поступила 14.09.2021

INFLUENCE OF THE RADIO PULSE SIGNAL MODE ON THE CHARACTERISTICS OF ANIZOTROPIC MEDIUM OVER HYDROCARBONS

V. YANUSHKEVICH, S. ALIEVA, S. KALINTSEV

The article studies the peculiarities of changes in the characteristics of an anisotropic medium over hydrocarbons under the influence of radio pulse signals. The characteristics of an anisotropic medium over hydrocarbon deposits are modeled for radio pulse signals from the carrier frequency and radio pulse duration. The dependences of the real, phase components of combination elements, absolute, imaginary and phase characteristics of the surface impedance of an anisotropic medium over hydrocarbons have been investigated. It was found that there is a change in the geomagnetic field and an electron flux over the reservoir, leading to the appearance of a geomagnetic anomaly in the medium, which affects the physicochemical situation over hydrocarbons, reflected in the change in the components of the surface impedance. Recommendations are given for improving the methods of electrical prospecting and equipment for their implementation based on the use of radio pulse signals in order to improve the accuracy of determining the boundaries of oil and gas deposits. The ways of increasing the information content of the considered electromagnetic methods of electrical prospecting are shown. The research results can be applied to prospecting geophysics in oil and gas detection systems.

Keywords: hydrocarbon reservoir, electromagnetic methods, radio pulse signal.

УДК 621.371: 550.837.6

МЕТОДЫ РАДИОКОМПЛЕКСИРОВАНИЯ ПРИ ПОИСКЕ УГЛЕВОДОРОДОВ

канд. техн. наук, доц. В. Ф. ЯНУШКЕВИЧ, С. П. АЛИЕВА, С. В. КАЛИНЦЕВ
(Полоцкий государственный университет)

Исследованы характеристики анизотропной среды над углеводородами при воздействии мощного низкочастотного сигнала, мощного высокочастотного сигнала и радиоимпульсных сигналов. Проведено моделирование компонент тензоров диэлектрической проницаемости и поверхностного импеданса среды над углеводородными залежами. Исследованы зависимости вещественной составляющей диэлектрической проницаемости от частоты для режимов мощного низкочастотного сигнала, мощного высокочастотного сигнала. Промоделированы характеристики анизотропной среды над углеводородными залежами для радиоимпульсных сигналов от несущей частоты и длительности радиоимпульса. Исследованы зависимости абсолютных, мнимых и фазовых характеристик поверхностного импеданса анизотропной среды над углеводородами. Могут быть даны рекомендации по совершенствованию методов электроразведки и аппаратуры для их реализации на основе применения радиокомплексирования электромагнитных методов георазведки с целью повышения точности определения границ залежей нефти и газа и информативности рассмотренных электромагнитных методов электроразведки. Результаты исследований могут быть применены в поисковой геофизике.

Ключевые слова: углеводородная залежь, электромагнитные методы, методы радиокомплексирования.

Введение. Актуальность рассматриваемых в настоящей работе задач определяется активным внедрением электромагнитных методов (ЭММ) и технических средств для повышения точности и производительности выделения углеводородов [1–3]. Эффективность данных методов определяется проявлением широкого спектра аномальных эффектов, за счет которых расширяются функциональные зависимости компонент диэлектрической проницаемости среды над углеводородными залежами (УВЗ) от режимов воздействующих сигналов [4–6]. Усовершенствование имеющихся и разработка новых методов поиска на основе использования высокоэффективных технологий обнаружения полезных ископаемых основаны на большом опыте проведения геологоразведочных работ в поисковой геофизике [7; 8]. Отработанные методики полевых исследований содействуют дальнейшему развитию работ в этом направлении путем модернизации имеющихся ЭММ с повышением точности определения границ нефти и газа [9]. Современные возможности науки и техники дают оценку возможностей использования дистанционных технологий поиска полезных ископаемых при освоении углеводородных ресурсов на шельфах [10] и улучшают чувствительность и информативность методов поиска и выделения месторождений углеводородов наряду с возможностью их использования в сложной геологической обстановке.

Тенденции развития поисковой геофизики направлены на решение задач внедрения эффективных методов георазведки с высоким уровнем точности и достоверности обнаружения месторождений УВЗ с использованием сейсмических методов [11]. Активное внедрение различных методов и аппаратуры для поиска углеводородов основано на решении данных задач с достаточно хорошими характеристиками [12]. Применение квазигидродинамического подхода для изучения откликов подстилающей поверхности над месторождениями нефти и газа приводит к улучшению точности выделения границ и уровня идентификации месторождений углеводородов [13]. Современные высокоэффективные технологии поиска полезных ископаемых используются при освоении углеводородных ресурсов на морских территориях [14]. На базе использования спутниковых технологий поиска местоположений нефти, газа и других полезных ископаемых возможна реализация методик освоения углеводородных ресурсов на значительных площадях [15].

Установлено, что окружающее углеводороды пространство находится в физическом и химическом равновесии с окружающей средой и содержит твердый кристаллический скелет, пронизанный электролитом и проводящими включениями за счет минералов с электронной проводимостью [16]. С учетом влияния на самый верхний слой всех ниже расположенных слоев может быть осуществлена дифференциация исследуемых сред по определению характеристик поверхностного импеданса анизотропной среды над УВЗ [17]. Использование амплитудно-частотно-модулированных сигналов и модификации способов поиска УВЗ построены на обнаружении месторождений углеводородов по регистрации амплитудных и фазовых компонент поверхностного импеданса геологического участка местности [18; 19].

Выбор методов ЭММ основывается на построении электродинамических моделей сред, образующихся над скоплениями нефти и газа, и нахождении откликов на воздействие зондирующего сигнала по анализу электрохимических и электрофизических процессов над образующимися над УВЗ анизотропными средами и определяет методику проведения экспериментальных испытаний [8].

Методы радиокомплексирования при поиске углеводородов. Достижение высоких показателей точности и идентификации возможно при поиске, оконтуривании залежей нефти и газа с помощью радиокомплексирования ЭММ георазведки, где применены аналогия исследуемой среды над залежью нефти и газа с плазмоподобным образованием и сочетание высокоэффективных методов поиска и выделения месторождений углеводородов. Это позволяет использовать для изучения взаимодействия электромагнитных волн (ЭМВ) с УВЗ существующие решения при изучении плазмы и плазмоподобных сред [5].

Использование функциональных зависимостей компонент тензоров диэлектрической проницаемости среды над углеводородами при применении двухчастотных ЭМВ для определения свойств анизотропных сред над УВЗ [8] позволяет повысить точность и достоверность обнаружения залежей. Для формирования ЭМВ для исследования свойств среды над УВЗ выберем двухчастотный сигнал вида

$$\vec{s}(t) = \vec{s}_1(t) + \vec{s}_2(t) = A_1 \cos \omega_1 t + A_2 \cos \omega_2 t, \quad (1)$$

где $A_1, A_2, \omega_1, \omega_2$ – соответственно амплитуды и частоты воздействующих на анизотропную среду над углеводородами ЭМВ.

Процесс распространения двухчастотного сигнала (1) над средой с наличием углеводородов, определяющей электродинамический отклик, представляет интерес с точки зрения анализа взаимодействия ЭМВ с анизотропными средами, образующимися над залежами и скоплениями углеводородов в зависимости от режимов измерений, которые определяются коэффициентами соотношения амплитуд двух волн и их частот

$$k_E = \frac{A_2}{A_1}, \quad k_\omega = \frac{\omega_1}{\omega_2}.$$

Для решения задач поиска, оконтуривании залежей нефти и газа с помощью радиокомплексирования ЭММ проведено исследование электродинамических характеристик среды в режиме мощного низкочастотного сигнала с коэффициентами

$$\begin{cases} k_E \ll 1, \\ k_\omega \ll 1 \end{cases}$$

на основе тензора диэлектрической проницаемости среды [8]

$$\begin{cases} \dot{\epsilon}_1 = \epsilon_r \frac{\tilde{\omega}_1}{\omega_2} + \sum_{i=1}^2 \left\{ \frac{\omega_{\Gamma i}^2 \tilde{\omega}_1}{\omega_2} \frac{\omega_{\Gamma i}^2 - \tilde{\omega}_1^2 - v_i^2}{(v_i^2 + \omega_{\Gamma i}^2 - \tilde{\omega}_1^2)^2 + 4\tilde{\omega}_1^2 v_i^2} - \right. \\ \left. - j \left[\frac{-\epsilon_r k_E (1 - k_\omega) \sin \alpha t}{1 + k_E \cos \alpha t} + \frac{\sigma_r}{\omega_2 \epsilon_0} + \frac{\omega_{\Gamma i}^2 v_i}{\omega_2} \frac{\tilde{\omega}_1^2 + v_i^2 + \omega_{\Gamma i}^2}{(v_i^2 + \omega_{\Gamma i}^2 - \tilde{\omega}_1^2)^2 + 4\tilde{\omega}_1^2 v_i^2} \right] \right\}, \\ \dot{\epsilon}_2 = \sum_{i=1}^2 \left\{ \frac{\omega_{\Gamma i}^2 \omega_{\Gamma i}}{\omega_2} \frac{\omega_{\Gamma i}^2 - \tilde{\omega}_1^2 + v_i^2}{(v_i^2 + \omega_{\Gamma i}^2 - \tilde{\omega}_1^2)^2 + 4\tilde{\omega}_1^2 v_i^2} - \frac{2j\tilde{\omega}_1 v_i \omega_{\Gamma i}^2 \omega_{\Gamma i}}{[(v_i^2 + \omega_{\Gamma i}^2 - \tilde{\omega}_1^2)^2 + 4\tilde{\omega}_1^2 v_i^2] \omega_2} \right\}, \\ \dot{\epsilon}_3 = \epsilon_r \frac{\tilde{\omega}_1}{\omega_2} + \sum_{i=1}^2 \left\{ \frac{\omega_{\Gamma i}^2 \tilde{\omega}_1}{\omega_2} \frac{1}{v_i^2 + \tilde{\omega}_1^2} - j \left[\frac{-\epsilon_r k_E (1 - k_\omega) \sin \alpha t}{1 + k_E \cos \alpha t} + \frac{\sigma_r}{\omega_2 \epsilon_0} + \frac{\omega_{\Gamma i}^2 v_i}{\omega_2} \frac{1}{\tilde{\omega}_1^2 + v_i^2} \right] \right\}, \end{cases} \quad (2)$$

где $\dot{\epsilon}_1, \dot{\epsilon}_2, \dot{\epsilon}_3$ – компоненты тензора;

$\omega_{\Gamma i}$ – плазменная частота;

$\omega_{\Gamma i}$ – гиротропная частота;

v_i – частота столкновения частиц;

ϵ_r – относительная диэлектрическая проницаемость среды;

σ_r – удельная проводимость среды;

ϵ_0 – диэлектрическая постоянная;

$\alpha = \omega_2 - \omega_1 = \omega_2 (1 - k_\omega)$ – разность частот двух ЭМВ;

$\tilde{\omega}_1 = \omega_2 [k_\omega + k_E^2 + k_E (1 - k_\omega) \cos \alpha t]$ – частотная составляющая, характеризующая данный режим зондирования.

Вместе с тем для реализации новых методов георазведки представляет интерес анализ процесса взаимодействия двухчастотных ЭМВ с анизотропными средами в режиме мощного высокочастотного сигнала с коэффициентами

$$\begin{cases} k_E \gg 1, \\ k_\omega \ll 1. \end{cases}$$

Компоненты тензора диэлектрической проницаемости среды в данном режиме имеют вид [8]

$$\begin{cases} \dot{\epsilon}_1 = \epsilon_r \frac{\tilde{\omega}_2}{\omega_2} + \sum_{i=1}^2 \left\{ \frac{\omega_{\Gamma i}^2 \tilde{\omega}_2}{\omega_2} \frac{\omega_{\Gamma i}^2 - \tilde{\omega}_2^2 - v_i^2}{(v_i^2 + \omega_{\Gamma i}^2 - \tilde{\omega}_2^2)^2 + 4\tilde{\omega}_2^2 v_i^2} - j \left[\frac{\sigma_r}{\omega_2 \epsilon_0} + \frac{\omega_{\Gamma i}^2 v_i}{\omega_2} \frac{\tilde{\omega}_2^2 + v_i^2 + \omega_{\Gamma i}^2}{(v_i^2 + \omega_{\Gamma i}^2 - \tilde{\omega}_2^2)^2 + 4\tilde{\omega}_2^2 v_i^2} \right] \right\}, \\ \dot{\epsilon}_2 = \sum_{i=1}^2 \left\{ \frac{\omega_{\Gamma i}^2 \omega_{\Gamma i}}{\omega_2} \frac{\omega_{\Gamma i}^2 - \tilde{\omega}_2^2 + v_i^2}{(v_i^2 + \omega_{\Gamma i}^2 - \tilde{\omega}_2^2)^2 + 4\tilde{\omega}_2^2 v_i^2} - \frac{2j\tilde{\omega}_2 v_i \omega_{\Gamma i}^2 \omega_{\Gamma i}}{[(v_i^2 + \omega_{\Gamma i}^2 - \tilde{\omega}_2^2)^2 + 4\tilde{\omega}_2^2 v_i^2] \omega_2} \right\}, \\ \dot{\epsilon}_3 = \epsilon_r \frac{\tilde{\omega}_2}{\omega_2} - \sum_{i=1}^2 \left\{ \frac{\omega_{\Gamma i}^2 \tilde{\omega}_2}{\omega_2} \frac{1}{v_i^2 + \tilde{\omega}_2^2} - j \left[\frac{\sigma_r}{\omega_2 \epsilon_0} + \frac{\omega_{\Gamma i}^2 v_i}{\omega_2} \frac{1}{\tilde{\omega}_2^2 + v_i^2} \right] \right\}. \end{cases}$$

Частотная составляющая, характеризующая режим ВЧ зондирования

$$\tilde{\omega}_2 = \omega_2 \left[k_\omega + 1 + \frac{1 - k_\omega}{k_E} \cos \alpha t \right].$$

Для решения поставленных задач с помощью радиокомплексирования ЭММ георазведки рассмотрим воздействие ЭМВ на УВЗ радиоимпульсным сигналом со следующими параметрами: f – частота сигнала; F_2 – частота несущего сигнала; τ – длительность импульса.

Методика исследований основана на определении компонент поверхностного импеданса среды над углеводородами по формулам

$$\begin{aligned} \dot{Z}_{11} = \dot{Z}_{22} &= -\frac{1}{2j\sqrt{\dot{\epsilon}_R \dot{\epsilon}_L}} (\sqrt{\dot{\epsilon}_R} - \sqrt{\dot{\epsilon}_L}), \\ \dot{Z}_{12} = \dot{Z}_{21} &= \frac{1}{2\sqrt{\dot{\epsilon}_R \dot{\epsilon}_L}} (\sqrt{\dot{\epsilon}_R} + \sqrt{\dot{\epsilon}_L}), \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_R &= \dot{\epsilon}_1 + \dot{\epsilon}_2 = \text{Re} \epsilon_R + j \text{Im} \epsilon_R, \\ \dot{\epsilon}_L &= \dot{\epsilon}_1 - \dot{\epsilon}_2 = \text{Re} \epsilon_L + j \text{Im} \epsilon_L. \end{aligned}$$

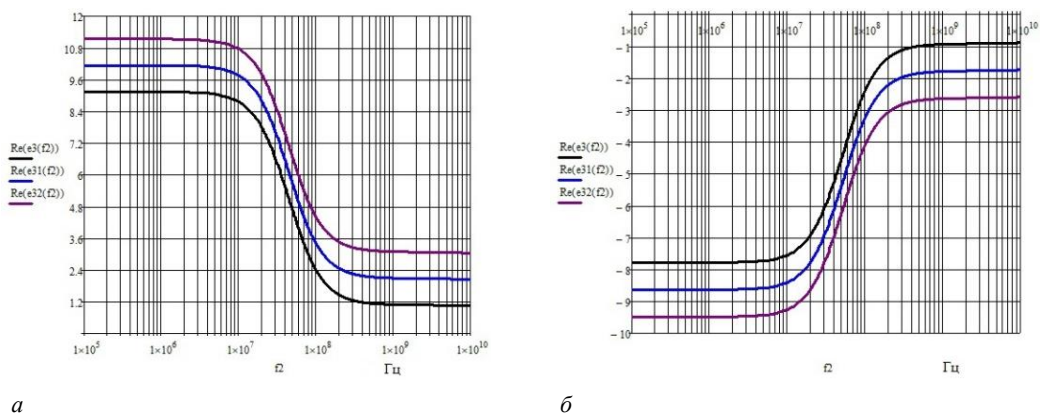
Проведено моделирование для параметров среды над залежами углеводородов [5]: значения диэлектрической проницаемости вмещающих пород $\epsilon_r = 1 - 30$ и электрической проводимости $\sigma_r = 1 \cdot 10^{-5} - 1 \text{ См/м}$; частоты столкновения частиц $\nu = (0,6 \cdot \pi \cdot 10^9 - 3 \cdot \pi \cdot 10^9) \text{ рад/с}$, концентрации частиц $N_c = N_n = (10^{16} - 10^{18}) \text{ м}^{-3}$.

Выполнено исследование влияния режимов зондирующих сигналов на характеристики анизотропной среды над залежами с учетом того, что над залежью существует изменение геомагнитного поля, приводящее к появлению геомагнитной аномалии, изменение физико-химической обстановки над УВЗ и изменение компонент поверхностного импеданса.

Полученные результаты базируются на изучении характеристик анизотропной среды над углеводородами на основании полученного отраженного сигнала от верхнего слоя при воздействии радиоимпульсного сигнала, по которым возможно определение глубины залегания УВЗ.

Результаты исследований. Проведен анализ выражений (2) для компоненты тензора диэлектрической проницаемости анизотропной среды над УВЗ $\dot{\epsilon}_3$ в режиме мощного низкочастотного сигнала для осуществления радиокомплексирования ЭММ георазведки. Зависимости вещественной составляющей диэлектрической проницаемости от частоты f_2 приведены на рисунке 1. Концентрации частиц равны $N_1 = 10^{16} \text{ м}^{-3}$, $N_2 = 10^{18} \text{ м}^{-3}$.

Характеристики анизотропной среды над залежами зависят от физико-геологических свойств пород-коллекторов и физико-химических процессов в самой залежи и условий залегания (значения давлений и температур), что определяет значения составляющих компонент тензора диэлектрической проницаемости анизотропной среды над УВЗ. Установлено, что на вещественные составляющие компонент диэлектрической проницаемости анизотропной среды над УВЗ коэффициенты соотношения амплитуд двух волн и их частот влияют по-разному. Так при несущественном отличии частот сигналов ($k_0 = 10^{-1}$) величины вещественной составляющей диэлектрической проницаемости ϵ_3 имеют положительный характер. Для высокочастотной составляющей $f_2 = (1 \cdot 10^7 - 1 \cdot 10^8)$ Гц характерно скачкообразное уменьшение анализируемой компоненты. В остальном диапазоне частот характеристики постоянны. Большим значениям диэлектрической проницаемости анизотропной среды соответствуют большие значения вещественных составляющих компоненты тензора диэлектрической проницаемости анизотропной среды над УВЗ ϵ_3 . Для большего диапазона отличия частот сигналов ($k_0 = 10^{-6}$) величины вещественной составляющей диэлектрической проницаемости ϵ_3 имеют отрицательный характер. Для высокочастотной составляющей $f_2 = (1 \cdot 10^7 - 1 \cdot 10^8)$ Гц характерно скачкообразное увеличение анализируемой компоненты. В остальном диапазоне частот характеристики постоянны. Большим значениям диэлектрической проницаемости анизотропной среды соответствуют меньшие значения вещественных составляющих компоненты тензора диэлектрической проницаемости анизотропной среды над УВЗ ϵ_3 .



$a - k_0 = 10^{-1}, k_E = 10^{-6}; \delta - k_0 = 10^{-6}, k_E = 10^{-6};$
Re($\epsilon_3(f_2)$) для $\sigma_r = 10^{-3}$ См/м, $\epsilon_r = 10$; Re($\epsilon_{31}(f_2)$) для $\sigma_r = 10^{-3}$ См/м, $\epsilon_r = 20$;
Re($\epsilon_{32}(f_2)$) для $\sigma_r = 10^{-3}$ См/м, $\epsilon_r = 30$

Рисунок 1. – Зависимости вещественной составляющей диэлектрической проницаемости от частоты f_2

Зависимости вещественной составляющей диэлектрической проницаемости от частоты f_2 в режиме мощного высокочастотного сигнала приведены на рисунке 2. В данном режиме на вещественные составляющие компонент диэлектрической проницаемости анизотропной среды над УВЗ вариация коэффициентов соотношения амплитуд двух волн и их частот влияет не так существенно. Установлено, что при изменении данных коэффициентов величины вещественной составляющей диэлектрической проницаемости ϵ_3 изменяются незначительно. Характер их поведения меняется с отрицательного на положительный при концентрациях частиц $N_1 = 10^{16}$ м³, $N_2 = 10^{18}$ м³ для высокочастотной составляющей $f_2 = 6 - 7$ МГц со скачкообразным увеличением анализируемой компоненты. Для высокочастотной составляющей $f_2 = 1 \cdot 10^6 - 3 \cdot 10^7$ Гц характерно изменение величины вещественной составляющей диэлектрической проницаемости ϵ_3 . В остальном диапазоне частот характеристики постоянны. Большим значениям диэлектрической проницаемости анизотропной среды соответствуют большие значения вещественных составляющих компоненты тензора диэлектрической проницаемости анизотропной среды над УВЗ. При концентрациях частиц $N_1 = 10^{16}$ м³, $N_2 = 10^{17}$ м³ характер поведения анализируемых характеристик положительный и скачкообразно увеличивается для высокочастотной составляющей $f_2 = 1 \cdot 10^6 - 3 \cdot 10^7$ Гц. В остальном диапазоне частот характеристики постоянны. Большие значения вещественных составляющих компоненты тензора диэлектрической проницаемости анизотропной среды над УВЗ соответствуют большим значениям диэлектрической проницаемости анизотропной среды.

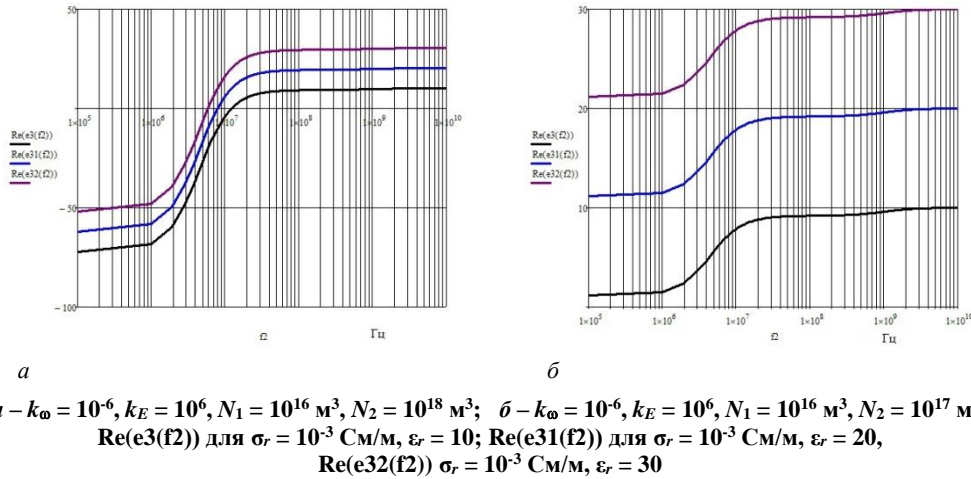


Рисунок 2. – Зависимости вещественной составляющей диэлектрической проницаемости от частоты f_2

Проведено моделирование зависимостей компонент поверхностного импеданса от длительности радиоимпульса для частоты несущего сигнала $F_2 = 10^6$ Гц (рисунок 3). На мнимую составляющую поверхностного импеданса Z_{21} анизотропной среды над УВЗ оказывают наибольшее влияние значения длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-6} - 1 \cdot 10^{-5}$ с, когда происходит увеличение данной компоненты). Значения длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-5} - 1 \cdot 10^{-4}$ с приводят к незначительному увеличению мнимой составляющей поверхностного импеданса Z_{21} . Оставшийся отрезок значений длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-4} - 1$ с не влияет на характеристики поверхностного импеданса анизотропной среды над залежами. При больших значениях диэлектрической проницаемости среды над УВЗ мнимая составляющая поверхностного импеданса Z_{21} анизотропной среды над УВЗ имеет меньшие значения. Фазовые составляющие поверхностного импеданса Z_{21} изменяются по аналогичным закономерностям, также при больших значениях диэлектрической проницаемости среды над УВЗ фазовая составляющая поверхностного импеданса Z_{21} анизотропной среды над УВЗ имеет меньшие значения.

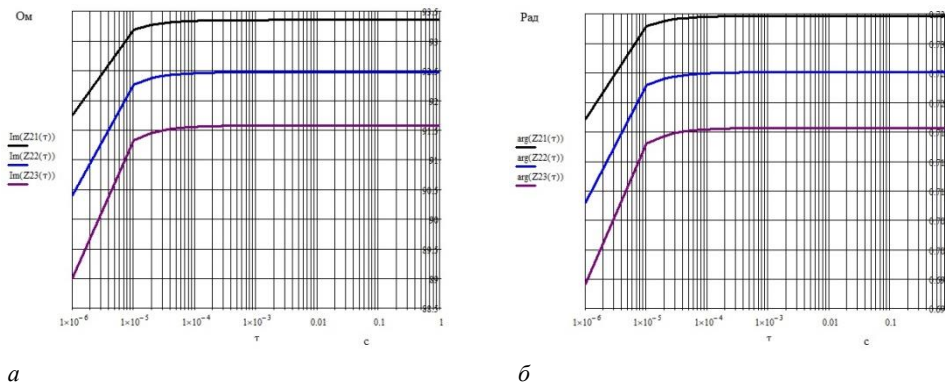
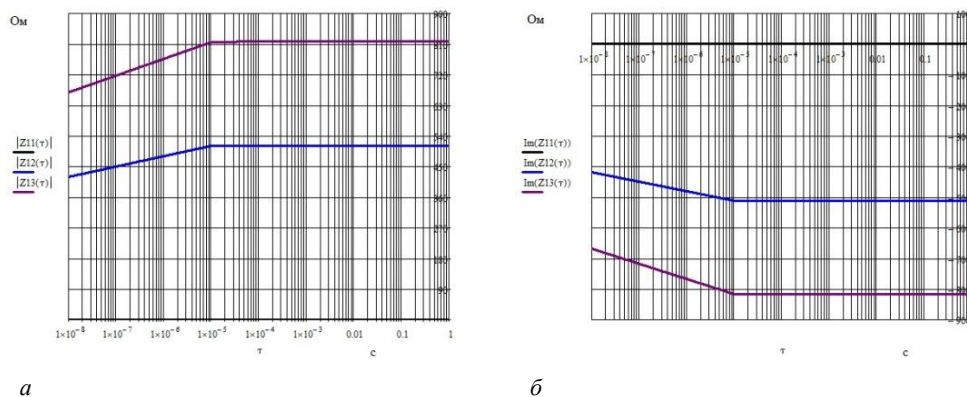


Рисунок 3. – Зависимости компонент поверхностного импеданса от длительности радиоимпульса для частоты несущего сигнала $F_2 = 10^6$ Гц

Зависимости компонент поверхностного импеданса от длительности радиоимпульса для частоты несущего сигнала $F_2 = 1 \cdot 10^8$ Гц приведены на рисунке 4. Модуль составляющей поверхностного импеданса Z_{21} при низких значениях диэлектрической проницаемости наполнителя вмещающих пород ($\epsilon_r = 10$) равен нулю. При больших значениях диэлектрической проницаемости среды над УВЗ на модуль составляющей поверхностного импеданса Z_{21} анизотропной среды над УВЗ оказывают наибольшее влияние значения длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-8} - 1 \cdot 10^{-5}$ с, когда происходит увеличение данной компоненты). Оставшийся отрезок значений длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-5} - 1$ с не влияет на характеристики поверхностного импеданса анизотропной среды над залежами. Мнимая составляющая поверхностного импеданса

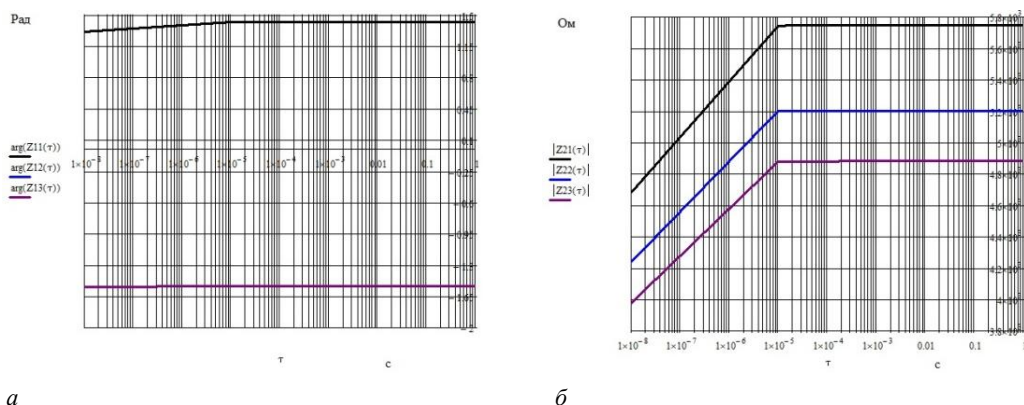
Z_{11} при низких значениях диэлектрической проницаемости наполнителя вмещающих пород ($\epsilon_r = 10$) равна нулю. На мнимую составляющую поверхностного импеданса Z_{11} анизотропной среды над УВЗ оказывают наибольшее влияние значения длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-8} - 1 \cdot 10^{-5}$ с), когда происходит уменьшение данной компоненты. Значения длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-5} - 1$ с) не влияют на характеристики поверхностного импеданса анизотропной среды над залежами. При больших значениях диэлектрической проницаемости среды над УВЗ мнимая составляющая поверхностного импеданса Z_{11} анизотропной среды над УВЗ имеет меньшие значения.



**a – модуль составляющей поверхностного импеданса Z_{11} ;
 b – мнимая составляющая поверхностного импеданса Z_{11} ;
 $|Z_{11}(\tau)|$, $\text{Im}(Z_{11}(\tau))$ для $n = 5$, $\sigma_r = 10^{-3}$ См/м, $\epsilon_r = 10$, $|Z_{12}(\tau)|$, $\text{Im}(Z_{12}(\tau))$ для $n = 5$, $\sigma_r = 10^{-3}$ См/м, $\epsilon_r = 15$, $|Z_{13}(\tau)|$,
 $\text{Im}(Z_{13}(\tau))$ для $n = 5$, $\sigma_r = 10^{-3}$ См/м, $\epsilon_r = 20$**

Рисунок 4. – Зависимости компонент поверхностного импеданса от длительности радиоимпульса

Проведено моделирование зависимостей компонент поверхностного импеданса от длительности радиоимпульса для частоты несущего сигнала $F_2 = 1 \cdot 10^8$ Гц (рисунок 5). Фазовая составляющая поверхностного импеданса только при низких значениях диэлектрической проницаемости наполнителя вмещающих пород ($\epsilon_r = 10$) имеет несущественные изменения при длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-8} - 1 \cdot 10^{-5}$ с). Оставшийся отрезок значений длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-5} - 1$ с) не влияет на характеристики поверхностного импеданса анизотропной среды над залежами. Модуль составляющей поверхностного импеданса Z_{21} увеличивается при всех значениях диэлектрической проницаемости наполнителя вмещающих пород при длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-8} - 1 \cdot 10^{-5}$ с) и далее постоянен.

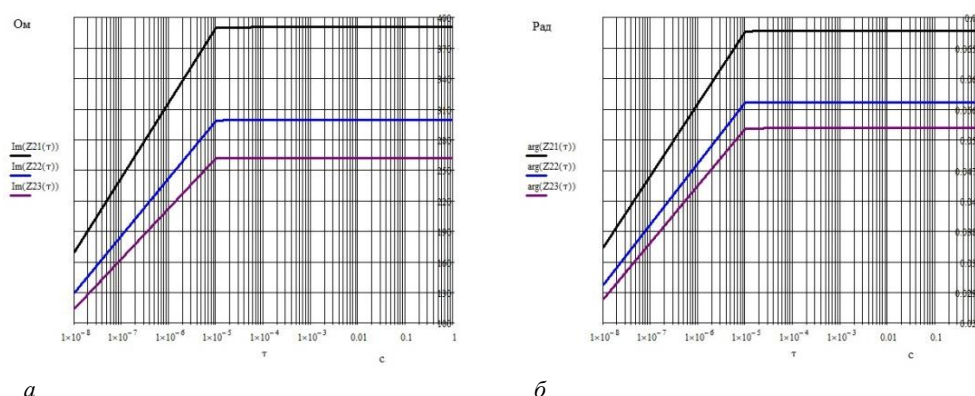


**a – фазовая составляющая поверхностного импеданса Z_{11} ;
 b – модуль составляющей поверхностного импеданса Z_{21} ;
 $\arg(Z_{11}(\tau))$, $|Z_{21}(\tau)|$ для $n = 5$, $\sigma_r = 10^{-3}$ См/м, $\epsilon_r = 10$; $\arg(Z_{12}(\tau))$, $|Z_{22}(\tau)|$ для $n = 5$, $\sigma_r = 10^{-3}$ См/м, $\epsilon_r = 15$;
 $\arg(Z_{13}(\tau))$, $|Z_{23}(\tau)|$ для $n = 5$, $\sigma_r = 10^{-3}$ См/м, $\epsilon_r = 20$**

Рисунок 5. – Зависимости компонент поверхностного импеданса от длительности радиоимпульса для частоты несущего сигнала $F_2 = 10^8$ Гц

Проведено исследование зависимостей компонент поверхностного импеданса от длительности радиоимпульса для частоты несущего сигнала $F_2 = 1 \cdot 10^8$ Гц (рисунок 6). Как видно из рисунков, и мнимая

составляющая поверхностного импеданса Z_{21} и фазовая характеристика данной составляющей поверхностного импеданса увеличиваются в диапазоне длительностей радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-8} - 1 \cdot 10^{-5}$) с и на оставшемся отрезке значений длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-5} - 1$) с не изменяются.



а – мнимая составляющая поверхностного импеданса Z_{21} ;
б – фазовая составляющая поверхностного импеданса Z_{21} ;
 $\text{Im}(Z_{21}(\tau))$, $\text{arg}(Z_{21}(\tau))$ для $n = 5$, $\sigma\tau = 10^{-3}$ См/м, $\epsilon_r = 10$;
 $\text{Im}(Z_{22}(\tau))$, $\text{arg}(Z_{22}(\tau))$ для $n = 5$, $\sigma\tau = 10^{-3}$ См/м, $\epsilon_r = 15$;
 $\text{Im}(Z_{23}(\tau))$, $\text{arg}(Z_{23}(\tau))$ для $n = 5$, $\sigma\tau = 10^{-3}$ См/м, $\epsilon_r = 20$

Рисунок 6. – Зависимости компонент поверхностного импеданса от длительности радиоимпульса для частоты несущего сигнала $F_2 = 10^8$ Гц

Зондирование анизотропных сред двухчастотными ЭМВ в режимах мощного низкочастотного сигнала, мощного высокочастотного сигнала и радиоимпульсного сигнала позволяет повысить производительность и информативность методов электроразведки за счет получения дополнительных данных по исследуемому геологическому профилю местности и расширения функциональных зависимостей компонент тензоров диэлектрической проницаемости, зависящих от параметров сигналов.

Заключение. Проведенный анализ указанных режимов сигналов при распространении ЭМВ в среде над углеводородами показал следующее:

- вещественные составляющие компонент диэлектрической проницаемости анизотропной среды над УВЗ в режиме мощного низкочастотного сигнала при коэффициентах соотношения частот двух волн $k_\omega = 10^{-1}$ и $k_\omega = 10^{-6}$ имеют противоположный характер изменения параметров;
- характер поведения вещественных составляющие компонент диэлектрической проницаемости анизотропной среды над УВЗ в режиме мощного высокочастотного сигнала меняется с отрицательного на положительный при концентрациях частиц $N_1 = 10^{16}$ м³, $N_2 = 10^{18}$ м³ для высокочастотной составляющей $f_2 = 6 - 7$ МГц со скачкообразным увеличением анализируемой компоненты;
- компоненты поверхностного импеданса для частоты несущего сигнала $F_2 = 10^6$ Гц изменяются при значениях длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-6} - 1 \cdot 10^{-5}$) с;
- компоненты поверхностного импеданса для частоты несущего сигнала $F_2 = 10^8$ Гц изменяются при значениях длительности радиоимпульса ($1 \cdot 10^{-8} - 1 \cdot 10^{-5}$) с;
- на основе применения исследованных режимов мощного низкочастотного сигнала, мощного высокочастотного сигнала и радиоимпульсных сигналов могут быть даны рекомендации по совершенствованию методов электроразведки и аппаратуры для их реализации с целью повышения точности определения границ залежей углеводородов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Moskvichew, V. N. Interaction of electromagnetic waves (EMW) with anisotropic inclusion in communication line / V. N. Moskvichew // 9th Microw. Conf. NICON – 91, Rydzyna, May 20–22, 1991. – Vol. 1. – P. 240–244.
2. Frasheri, A. Self-potential anomalies as possible indicators in search for oil and gas reservoirs / A. Frasheri // 57th EAGE Conf. and Tech. Exhib., Glasgow, 29 May – 2 June 1995. – Glasgow, UK. – P. 8.
3. Anderson, C. An integrated approach to marine electromagnetic surveying using a towed streamer and source / C. Anderson, J. Mattsson // First Break. – 2010. – Vol. 28, iss. 5. – P. 71–75.
4. Helwig, S. L. Vertical-vertical controlled-source electromagnetic instrumentation and acquisition / S. L. Helwig, W. Wood, B. Gloux // Geophysical Prospecting. – 2019. – Vol. 67. – № 6. – P. 1582–1594.

5. Гололобов, Д. В. Взаимодействие электромагнитных волн и углеводородных залежей / Д. В. Гололобов. – Минск : Бестпринт, 2009. – 185 с.
6. Subsalt imaging in Northern Germany using multi-physics (magnetotellurics, gravity, and seismic) / С. Н. Henke [et al.] // Interpretatio. – 2020. – Vol. 8. – № 4. – P. 15–24.
7. Geldmacher, I. A Fit-for-purpose electromagnetic System for Reservoir Monitoring and Geothermal Exploration / I. Geldmacher, K. Strack // GRC Transactions. – 2017. – Vol. 41. – P. 1649–1658.
8. Янушкевич, В. Ф. Электромагнитные методы поиска и идентификации углеводородных залежей / В. Ф. Янушкевич. – Новополоцк, ПГУ, 2017. – 232 с.
9. Time lapse CSEM reservoir monitoring of the Norne field with vertical dipoles / Т. Holten [et al.] // SEG Technical Program Expanded Abstracts. – 2016. – Vol. 35. – P. 971–975.
10. Оценка возможностей использования дистанционных технологий поиска полезных ископаемых при освоении углеводородных ресурсов на шельфах. Оптика атмосферы и океана / Н. И. Ковалев [и др.] // Добыча, подготовка, транспортировка нефти и газа : материалы III Всерос. конф., Томск, 20–24 сент. 2004 г. / Ин-т оптики атмосферы СО РАН. – Томск, 2004. – С. 67–70.
11. Сейсмические методы при разведке полезных ископаемых и планировании горных работ – Введение / А. Малехмир [и др.] // Геофизика. – 2012 г. – DOI: 10.1190 / 2012-0724-SPSEIN.1.
12. Бурцев, М. И. Поиски и разведка месторождений нефти и газа / М. И. Бурцев – М. : Рос. ун-т дружбы народов. – 2006. – 264 с.
13. Effect of a powerful low-frequency signal on an anisotropic medium over hydrocarbon [Electronic resours] / V. F. Yanushkevich [et al] // J. of Physics : Conference Series. – 2021. – Vol. 1889. – Mode of access: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1889/2/022059/pdf/>. – Date of access: 05.09.2021. – DOI:10.1088/1742-6596/1889/2/022059.
14. Констебл, С. Десять лет морской CSEM для разведки углеводородов / С. Констебл // Геофизика. – 2010. – Т. 75, № 5.
15. Райлян, И. Г. Новая российская спутниковая технология поиска местоположений нефти, газа и других полезных ископаемых / И. Г. Райлян // Нефть, газ и бизнес. – 2002. – № 6. – С. 20.
16. Гололобов, Д. В. Поиски, разведка и мониторинг залежей нефти, газа и угля радиоволновым методом / Д. В. Гололобов, А. А. Кураев, Ю. Н. Стадник // Геологической службе России 300 лет : тез. докл. междунар. геофиз. конф. / ВИРГ – Рудгеофизика ; А. А. Петров [и др.]. – СПб., 2005 г. – С. 171.
17. Adamovskiy, E. Simulation of electromagnetic waves interaction with hydrocarbon deposits / E. Adamovskiy, V. Yanushkevich // 8 Junior researchers conference European and national dimension in research : in 3 p. / PSU. – Novopolotsk : PSU, 2016. – P. 3 : Technology. – P. 179–183.
18. Степуленок, С. В. Взаимодействие амплитудно-частотно-модулированных сигналов со средой над углеводородными залежами / С. В. Степуленок, В. Ф. Янушкевич // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. С, Фундам. науки. – 2009. – № 9. – С. 103–108.
19. Гололобов, Д. В. Импедансные граничные условия анизотропной среды для амплитудно-модулированного сигнала. // Д. В. Гололобов, В. Ф. Янушкевич, С. В. Калинин // Доклады БГУИР. – Минск, 2010. – № 6 (52). – С. 13–17.

Поступила 14.09.2021

METHODS OF RADIO COMPLEXING IN SEARCHING FOR HYDROCARBONS

V. YANUSHKEVICH, S. ALIEVA, S. KALINTSEV

The article studies the characteristics of an anisotropic medium over hydrocarbons under the influence of a powerful low-frequency signal, a powerful high-frequency signal and radio pulse signals. The modeling of the components of the tensors of the dielectric constant and the surface impedance of the medium over hydrocarbon deposits has been carried out. The dependences of the real component of the dielectric constant on frequency are investigated for the modes of a powerful low-frequency signal, a powerful high-frequency signal. The characteristics of an anisotropic medium over hydrocarbon deposits for radio pulse signals from the carrier frequency and radio pulse duration are modeled. The dependences of the absolute, imaginary and phase characteristics of the surface impedance of an anisotropic medium over hydrocarbons are investigated. Recommendations are given for improving the methods of electrical prospecting and equipment for their implementation based on the use of radiocomplexing of electromagnetic methods of geological prospecting in order to increase the accuracy of determining the boundaries of oil and gas deposits and the information content of the considered electromagnetic methods of electrical prospecting. The research results can be applied for exploration geophysics.

Keywords: hydrocarbon reservoir, electromagnetic methods, radiocomplexing methods.

УДК 621.31

**ТЕХНОЛОГИЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СВЕРТОЧНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ
ПРИ ДИАГНОСТИКЕ СОСТОЯНИЯ ТРАНСФОРМАТОРОВ**

канд. техн. наук, доц. А. Н. ПЕХОТА, канд. техн. наук, доц. В. Н. ГАЛУШКО, И. Л. ГРОМЫКО
(Белорусский государственный университет транспорта, Гомель)
V. Galushko ORCID <https://orcid.org/0000-0003-4833-8820>;
I. Gromyko ORCID <https://orcid.org/0000-0001-9339-6363>

Обосновано применение сверточных нейронных сетей с целью контроля состояния трансформаторов. Проанализированы возможные повреждения трансформаторов: межвитковые замыкания, междуфазные короткие замыкания, дефекты межлистовой изоляции магнитопровода, местное замыкание пластин стали и «пожар» в стали. Разработаны сверточные нейронные сети для диагностики состояния трансформаторов в режиме реального времени с целью анализа поступающей информации, классифицирования различных отклонений и диагностирования дефектов. Полученные результаты позволяют снизить количество unplanned отказов путем заблаговременного информирования о развитии повреждения.

Ключевые слова: *сверточная нейронная сеть, диагностика, классификация, трансформатор, unplanned отказ, короткое замыкание обмоток, магнитопровод, пожар в стали, моделирование.*

Введение. Одним из самых сложных и одновременно перспективных направлений в информационных технологиях является распознавание и анализ объектов или процессов на изображениях. Анализ методов распознавания объектов или процессов на изображениях предполагает использование искусственных нейронных сетей в связи с тем, что они слабочувствительны к искажениям, а также дают возможность классифицировать результаты, обеспечивая скорость и точность решения по сравнению с остальными методами [1].

Наиболее часто в задачах распознавания и идентификации изображений используются классические нейросетевые архитектуры (многослойный перцептрон, сети с радиально-базисной функцией и др.) [2; 3]. Результаты анализа данных работ указывают на то, что применение классических нейросетевых архитектур в данной задаче неэффективно по следующим причинам:

- изображения имеют большую размерность, что значительно увеличивает размер нейронной сети;
- большое количество параметров увеличивает вместимость сложной системы и требует большей обучающей выборки, увеличивает время и программную сложность процесса обучения;
- для повышения эффективности работы системы необходимо задействовать несколько нейронных сетей, что увеличивает вычислительную сложность решения задачи и время выполнения;
- отсутствует инвариантность к изменениям масштаба изображения и других геометрических искажений входного сигнала.

Следовательно, для решения задачи выделения области расположения исследуемых графических процессов *актуально* использовать сверточные нейронные сети, т. к. они обеспечивают частичную устойчивость к изменениям масштаба, смещениям и прочим искажениям.

Применение нейромоделирования в диагностике систем обеспечения энергоснабжения позволит контролировать состояние трансформаторов, не выводя их из работы. Это предоставляет дополнительные возможности в обеспечении низкого уровня аварийности и соблюдения режимов бесперебойного электроснабжения, минимизируя тем самым экономические и экологические издержки, а также реальный ущерб для потребителей. При этом затраты на внедрение технологии нейромоделирования относительно невелики (например, применение одноплатных компьютеров), а эффект от применения будет существенным.

Диагностика трансформаторов сегодня – довольно долгое и затратное мероприятие. Часто необходимо провести целый ряд непростых испытаний, так как современные методы диагностики не всегда однозначно указывают на место и вид дефекта. Надежность электрической машины в значительной степени определяется надежностью обмоток, которая в свою очередь зависит от состояния изоляции. Изоляция работает в сложных, часто весьма неблагоприятных условиях. В процессе эксплуатации электрических машин, а также во время их хранения и транспортировки, они подвергаются разнообразным внешним воздействиям, приводящим с течением времени к прогрессирующему ухудшению свойств изоляции.

Описание методов диагностики электрооборудования приведено в [4]: рассмотрены основные методы неразрушающего контроля электротехнического оборудования (тепловой, магнитный, электрический и т.д.).

В масле содержится около 70% информации о состоянии маслонаполненного оборудования. Результаты анализа масла трансформатора позволяют судить о состоянии изоляции обмоток. Выявить их неисправность можно по таким показателям качества масла, как содержание водорастворимых кислот и температура вспышки в закрытом тигле [5].

Одним из основных факторов, определяющих срок службы изоляции электрических машин, является старение изоляции под действием температуры [6, с. 19]. К электрическому методу неразрушающего контроля для диагностирования электрооборудования можно отнести метод измерения частичных разрядов (ЧР). Внешним проявлением процессов развития ЧР является нагрев изоляции.

Основная задача исследования – диагностирование и классификация неисправности, анализ предаварийного состояния с указанием причины с применением сверточных нейронных сетей.

Одним из наиболее распространенных следствий ухудшения свойств изоляции являются межвитковые замыкания. При межвитковом замыкании изоляция обмотки нарушается и происходит ее пробой между витками, что впоследствии может привести к выходу из строя трансформатора.

Основная часть. Кратко проанализируем наиболее распространенные повреждения силовых трансформаторов, возможные причины их возникновения, традиционные способы выявления, а также приведем результаты экспериментальных исследований по выбору диагностируемых параметров для обучения и дальнейшей работы нейронной сети.

Условно сгруппируем повреждения следующим образом:

1. Межвитковые замыкания, междуфазные короткие замыкания.
2. Дефекты межлистовой изоляции магнитопровода, местное замыкание пластин и «пожар» в стали.

1. Одним из наиболее распространенных следствий ухудшения свойств изоляции являются *межвитковые замыкания*. При межвитковом замыкании изоляция обмотки нарушается и происходит ее пробой между витками, что впоследствии может привести к выходу из строя трансформатора.

Механизм повреждения предполагает, что повреждение изоляции образует контур, сцепленный с основным магнитным потоком и потоком рассеяния. Результирующий циркулирующий ток вызывает увеличение активного и индуктивного компонентов тока намагничивания, дополнительный рост потерь в опыте холостого хода и короткого замыкания. Также данный вид повреждения приводит к изменению сопротивления отдельных фаз трехфазных трансформаторов. Также изменяются сопротивления изоляции между обмотками и корпусом, хромотографический анализ масла, результаты анализа трансформаторного масла на электрическую прочность, пофазные измерения потери холостого хода. Внешний осмотр на наличие подгаров изоляции витков при вынутой активной части также актуален при анализе данного повреждения.

Основными факторами, влияющими на возникновение межвитковых замыканий в трансформаторах, являются старение изоляции (механическое, тепловое, электрическое, механическое, химическое), перенапряжения (атмосферные, внутренние, дуговые) и организация производства и эксплуатации (заводские дефекты в виде заусенцев, внутренних раковин, эксплуатационные дефекты, дефекты при капитальном ремонте). В качестве основных причин межвиткового короткого замыкания (МКЗ) выделяют: разрушение витковой изоляции из-за длительных перегрузок и недостаточного охлаждения, понижение уровня масла, попадание влаги или грязи внутрь, перенапряжения и деформации обмоток при МКЗ.

Признаками появления межвитковых замыканий в трансформаторе могут быть срабатывание газовой защиты на отключение, аномальный нагрев трансформаторного масла, небольшое увеличение первичного тока, различное сопротивление фаз постоянному току, срабатывание дифференциальной или максимальной токовой защиты.

Межвитковые замыкания в трансформаторах в большинстве случаев протекают по времени медленно, поэтому для предотвращения серьезных поломок важно уметь выявлять замыкания на ранних стадиях, а в идеале еще и прогнозировать остаточный срок службы изоляции. Подобный метод диагностики позволит повысить надежность электроснабжения и сэкономить средства на ремонте оборудования.

2. Повреждения магнитопровода обусловлены следующими причинами: перегревы вихревыми токами или токами в короткозамкнутых контурах из-за повреждения изоляции, соприкосновения со стальными крепежными болтами и шпильками, нарушения схемы заземления; влага в виде водомасляной эмульсии между пластинами, вызывающая коррозию стали; наличие посторонних токопроводящих частиц, замыкающих пластины; повреждение изоляции крепежных пластин и шпилек.

Признаками повреждения являются ухудшение состояния масла (уменьшение температуры вспышки, повышение кислотности); увеличение потерь холостого хода; появление газа в газовом реле; потемнение масла вследствие крекинга-процесса; появление резкого запаха.

В качестве способов выявления повреждения магнитопровода используют внешний осмотр при вынутой активной части; увеличение потерь в опыте холостого хода; измерение напряжений между крайними пластинами возбужденного магнитопровода; хромотографический анализ масла; проверку изоляции стяжных болтов, шпилек или бандажей мегаомметром.

Изменение тока намагничивания, коэффициента мощности и потерь холостого хода, дополнительные потери короткого замыкания или отличие сопротивлений обмоток трансформатора свидетельствуют о возможном появлении межвиткового замыкания. Измерение этих величин предполагает отключение нагрузки трансформатора, что нежелательно с экономической точки зрения.

Наличие короткозамкнутых витков можно определить индукционным методом. Этот метод основан на определении наличия электромагнитного поля вокруг короткозамкнутого витка, которое создается в нем индуктированным током короткого замыкания. На ряде электроремонтных предприятий применяют комплект приборов системы Порозова. Прибор обнаруживает короткозамкнутые витки в обмотках любого диаметра и позволяет точно установить наличие и место замыкания. Однако для выполнения данного вида диагностики требуется отключение и разборка трансформатора.

Таким образом, диагностика дефектов требует отключения трансформаторов, что представляется более затратным и менее оперативным, поэтому применение датчиков, соответствующих параметрам трансформатора для нейромодели, позволит проанализировать данные без отключения и выявить повреждения на ранней стадии.

В силовых трансформаторах с масляным охлаждением МКЗ обнаруживается по выделению горючего газа в газовом реле и работе реле на сигнал или отключение. В сухих трансформаторах вопрос определения замыкания между витками обмоток актуален и может привести к неплановому выходу из строя трансформатора. Данное повреждение может быть вызвано недостаточной изоляцией переходных соединений, продавливанием изоляции витков при опрессовке или из-за заусенцев на меди витка, механическими повреждениями изоляции, естественным износом, перенапряжениями, электродинамическими усилиями при коротких замыканиях и т.д.

По замкнутым накоротко виткам проходит ток большей силы, причем ток в фазе может лишь незначительно возрасти; изоляция витков быстро сгорает, могут выгорать сами витки, причем возможно разрушение и соседних витков. При развитии замыкания между витками обмоток может перейти в междуфазное короткое замыкание (КЗ).

Если число замкнутых витков значительно, то в короткий промежуток времени обмотки и магнитопровод сильно нагреваются. Замыкание между витками также сопровождается уменьшением сопротивления фазы, где возникло замыкание.

В качестве объекта исследования использовались однофазные трансформаторы малой мощности с воздушным охлаждением. В ходе экспериментов при изменяющейся нагрузке трансформатора выполнялось межвитковое замыкание различного числа витков на одной фазе первичной и вторичной обмоток. Для измерения напряжений, токов и мощностей на первичную и вторичную обмотки были подключены энергометры, которые через интерфейс USB-UART соединялись с компьютером.

Отслеживая в режиме реального времени возможные текущие сбои, можно снизить количество неплановых ремонтов и отказов указанного оборудования.

Условия проведения экспериментов:

- МКЗ осуществлялись в режиме реального времени на первичной и вторичной обмотках однофазного трансформатора с воздушным охлаждением;
- МКЗ выполнялись на двух, пяти и десяти витках;
- полученные данные регистрировались с помощью приборов и датчиков.

В ходе экспериментов были пранализированы следующие параметры:

- напряжения и токи первичной и вторичной обмоток;
- активные, реактивные и полные мощности по высокой и низкой стороне трансформатора;
- состав окружающего воздуха на наличие частиц задымления от лака и бумажной изоляции с помощью устройства «электронный нос»;
- температура, измеренная в зоне КЗ и на удалении 5 см от обмоток.

Кроме того, проводилось осциллографирование и разложение по гармоникам кривых тока и напряжения; было выполнено более 500 измерений при нормальном режиме работы и при межвитковом замыкании с интервалом в 1 секунду при 7 различных активных и активно-индуктивных нагрузках; с помощью RLC-метра определялись параметры обмоток трансформатора.

Получаемые результаты приборного учета через аналогово-цифровой преобразователь поступали на вход в программу MATLAB в качестве исходных данных для нейромодели с целью ее обучения и анализа информации.

Более подробно полученные результаты представлены в [7; 8].

Рассмотрим более подробно технологию использования сверточных нейронных сетей и анализ данных на примере идентификации межвитковых коротких замыканий в трансформаторе. Подготовка изображений основана на реализации алгоритма, блок-схема которого представлена на рисунке 1.

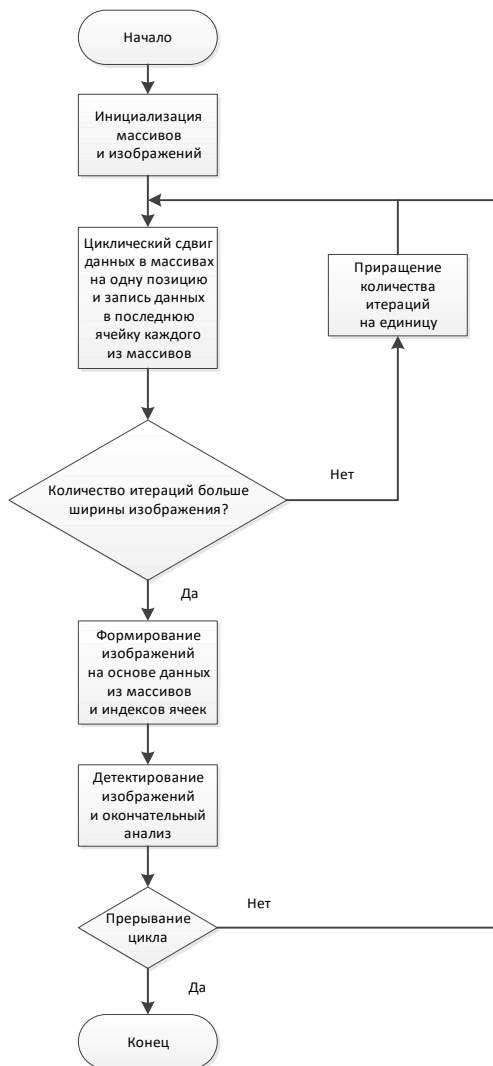
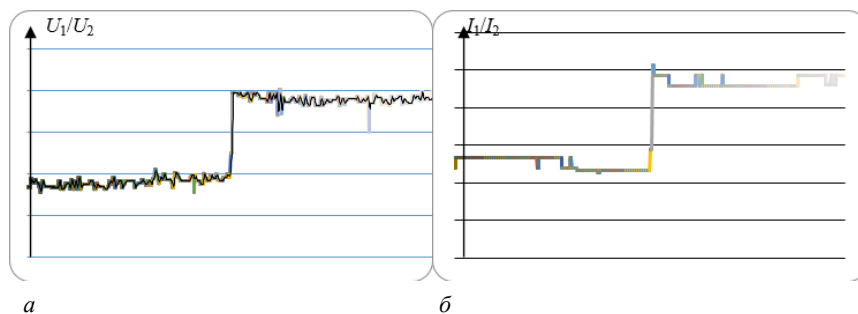


Рисунок 1. – Блок-схема алгоритма

Данные датчиков используются в качестве исходных данных для сверточных нейронных сетей. Самый популярный вариант их использования – это обработка и анализ изображений. В нашем случае они позволяют на основе информации, представленной в виде множества изменяющихся в реальном времени графиков анализировать данные. Такой вид использования данных позволяет установить множественные взаимосвязи между отдельными факторами и, применяя нормированные данные, использовать их для быстрой настройки других силовых трансформаторов.

Цели данного алгоритма заключаются в следующем:

- 1) сформировать изображения, представляющие собой зависимости отношений напряжений, токов и мощностей от времени (рисунок 2);
- 2) направить изображения на сверточные нейронные сети;
- 3) обработать данные сетей и сформировать заключение.



а

б

а – напряжений; б – токов

Рисунок 2. – Зависимости отношений от времени

Рассмотрим более подробно основные этапы блок-схемы.

1. Поступившие от датчиков результаты измерений напряжений, активных мощностей и токов первичной и вторичной обмоток делятся друг на друга. Далее полученные отношения записываются в специальные инициализированные массивы, размер которых равен ширине изображения. Производится циклический сдвиг каждого из массивов на одну позицию влево, а затем производится запись отношения в последнюю ячейку массива. Эта операция повторяется до тех пор, пока массивы не будут заполнены исходными данными полностью.

2. После того как массивы заполнятся исходными данными, необходимо в каждом из них найти максимальное и минимальное значения для определения границ графиков зависимостей. Далее значения каждой ячейки массивов переводятся в координаты пикселей по оси абсцисс pix .

Координатами пикселей по оси ординат являются индексы ячеек каждого из массивов. По получившимся координатам производится изменение цвета пикселей на изображении с белого на черный.

После изменения цвета пикселей необходимо выполнить прорисовку вертикальных линий между соседними пикселями. В результате получаются изображения, которые передаются на входы сверточных нейронных сетей. Примеры изображений, передаваемых на первую сверточную нейронную сеть, отвечающую за идентификацию по отношению напряжений, приведены на рисунке 3.

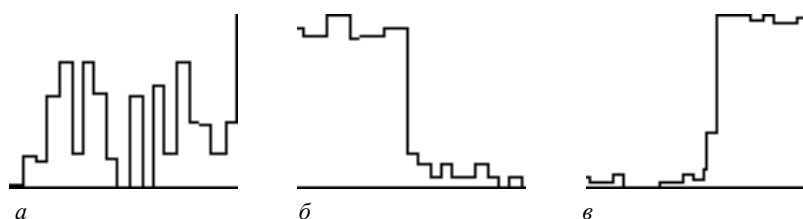


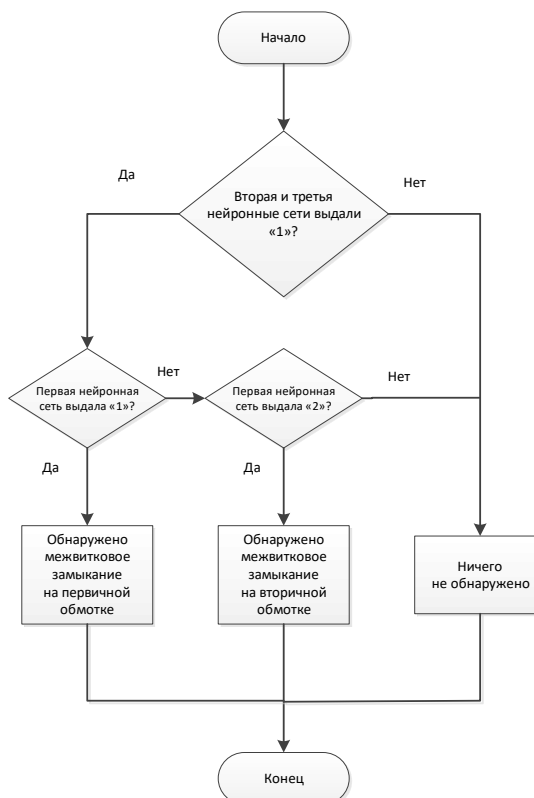
Рисунок 3. – Изображения, подаваемые на вход первой нейронной сети при нормальной работе трансформатора (а), при МКЗ на первичной обмотке (б), при МКЗ на вторичной обмотке (в)

Аналогично работают сверточные нейронные сети, отвечающие за идентификацию по отношению токов и активных мощностей.

Каждая нейронная сеть на выходе выдает номер класса, к которому относится неисправность трансформатора.

После детектирования изображений тремя нейронными сетями производится окончательный анализ, алгоритм которого приведен на рисунке 4.

Рисунок 4 – Алгоритм анализа результатов с нейронных сетей



С помощью видеокamеры в режиме реального времени отслеживалась ситуация в трансформаторной подстанции на наличие посторонних: сигнал отправлялся при обнаружении на территории ТП и РП людей, грызунов и птиц (рисунки 5 и 6).



Рисунок 5. – Пример фотофиксации посторонних объектов (птиц и грызунов) в трансформаторной подстанции

Training on single CPU.

Initializing input data normalization.

Epoch	Iteration	Time Elapsed (hh:mm:ss)	Mini-batch Accuracy	Mini-batch Loss	Base Learning Rate
1	1	00:00:00	38.28%	1.0837	0.0100
9	50	00:00:19	100.00%	0.0054	0.0100
17	100	00:00:38	100.00%	0.0027	0.0100
25	150	00:00:58	100.00%	0.0009	0.0100
30	180	00:01:09	100.00%	0.0008	0.0100

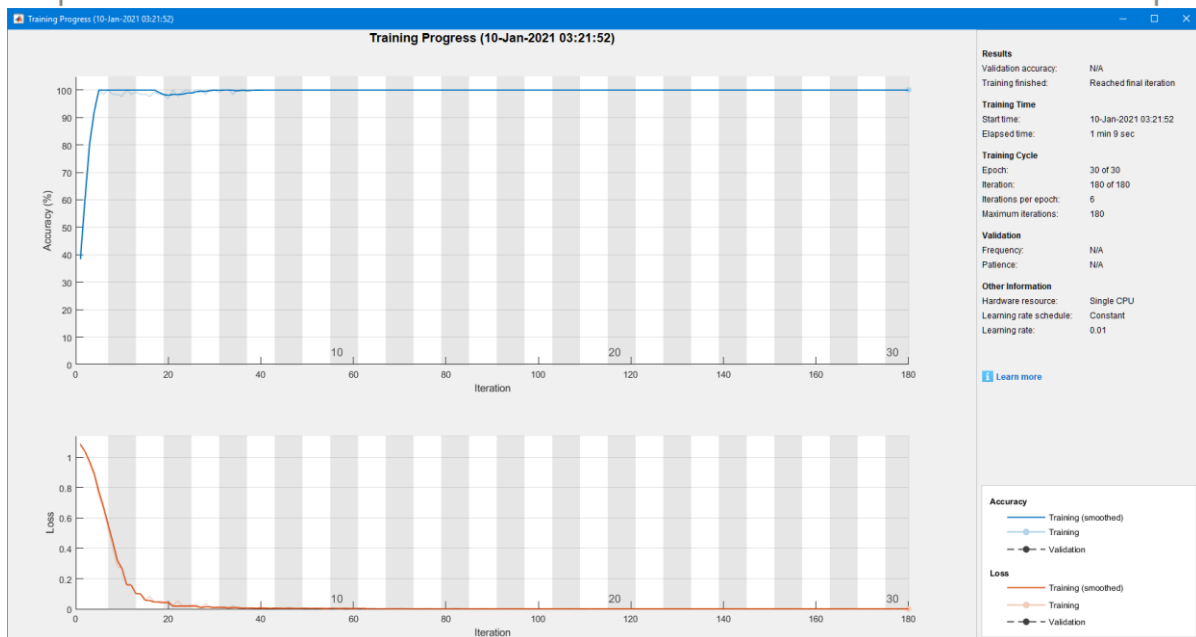


Рисунок 6. – Результаты применения сверточных нейронных сетей

Заключение. Научная новизна статьи заключается в практическом применении сверточных нейронных сетей, которые в режиме реального времени анализируют информацию, классифицируют различные отклонения и диагностируют определенный вид дефекта трансформатора. Практическая значимость состоит в снижении неплановых отказов, заблаговременном предупреждении о развитии повреждения. В работе приведен анализ информации для классификации таких повреждений, как межвитковые замыкания, междуфазные короткие замыкания, дефекты межлистовой изоляции магнитопровода, местное замыкание пластин стали и «пожар» в стали.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гонсалес, Р. Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс. – М. : Техносфера, 2005. – 1072 с.
2. Bundzel, M. Object identification in dynamic images based on the memory-prediction theory of brain function / M. Bundzel, S. Hashimoto // J. of Intelligent Learning Systems and Applications. – 2010. – V. 2. – № 4. – P. 212–220.
3. Буй Тхи Тху Чанг. Алгоритмическое и программное обеспечение для классификации цифровых изображений с помощью вейвлет-преобразования Хаара и нейронных сетей / Буй Тхи Тху Чанг, Фан Нгок Хоанг, В. Г. Спицын // Известия Томского политехнического университета. – 2011. – Т. 319. – № 5. – С. 103–106.
4. Диагностика электрооборудования электрических станций и подстанций : учеб. пособие / А. И. Хальясмаа [и др.]. – Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2015. – 64 с.
5. Паздников, И. Л. Определение короткозамкнутых витков в обмотках трансформаторов и дроселей / И. Л. Паздников // Радио – 1990. – № 7. – С. 68–69.
6. Воробьев, В. Е. Прогнозирование срока службы электрических машин : письменные лекции / В. Е. Воробьев, В. Я. Кучер. – СПб. : СЗТУ, 2004. – 56 с.
7. Пехота, А. Н. Диагностирование межвитковых коротких замыканий трансформаторов с помощью комплексного анализа данных приборного учета / А. Н. Пехота, В. Н. Галушко, И. Л. Громыко // Энергоэффективность. – 2020. – № 2. – С. 24–28.
8. Пехота, А. Н. Диагностика трансформаторов с помощью сверточных нейронных сетей / А. Н. Пехота, В. Н. Галушко, И. Л. Громыко // Энергоэффективность. – 2021. – № 2. – С. 30–36.

Поступила 09.11.2021

TECHNOLOGY FOR THE USE OF CONVOLUTIONAL NEURAL NETWORKS IN DIAGNOSING TRANSFORMER STATUS

A. PEHOTA, V. GALUSHKO, I. GROMYKO

The use of convolutional neural networks for the purpose of monitoring the state of transformers is justified. Possible damage to transformers is analyzed: inter-turn short circuits, phase-to-phase short circuits, defects in the interlayer insulation of the magnetic circuit, local closure of steel plates and "fire" in steel. Convolutional neural networks have been developed to diagnose the state of transformers in real time in order to analyze incoming information, classify various deviations and diagnose defects. The results obtained make it possible to reduce the number of unscheduled failures by informing in advance about the development of damage.

Keywords: coupling neural network, diagnostics, classification, transformer, non-planning failure, short closure of windings, magnetic circuit, fire in steel, modeling.

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ (МАТЕМАТИКА)

УДК 517.44

ОДНО ОБОБЩЕННОЕ Н-ПРЕОБРАЗОВАНИЕ В ВЕСОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ ИНТЕГРИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ НА ПОЛУОСИ

д-р физ.-мат. наук, доц. С. М. СИТНИК

(Белгородский государственный национальный исследовательский университет);

канд. физ.-мат. наук, доц. О. В. СКОРОМНИК, Е. Н. АРХИПОВЕЦ

(Полоцкий государственный университет)

Изучены свойства одного класса обобщенных Н-преобразований в весовых пространствах интегрируемых функций на полуоси. Получены условия ограниченности и взаимной однозначности операторов таких преобразования из одних пространств $L_{\nu,r}$ в другие, доказаны аналоги формулы интегрирования по частям, получены различные интегральные представления для изучаемых преобразований, даны описания образов и выведены формулы их обращения.

Ключевые слова: *Н-преобразование, Н-функция, пространство интегрируемых функций, дробные интегралы и производные.*

Введение. Изучается интегральное преобразование

$$(H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f)(x) = x^\eta \int_0^\infty H_{p,q}^{m,n} \left[\frac{\lambda x^\gamma}{t^\delta} \right] t^\mu f(t) dt \quad (x > 0), \quad (1.1)$$

где η, μ – комплексные, а $\gamma > 0, \delta > \lambda > 0$ – действительные постоянные.

H -функция $H_{p,q}^{m,n} [z]$ определяется интегралом Меллина – Барнса при целых неотрицательных m, n, p, q ($0 \leq m \leq q, 0 \leq n \leq p$), комплексных $a_i, b_j \in \mathbb{C}$ и положительных α_i, β_j ($1 \leq i \leq p, 1 \leq n \leq p$):

$$H_{p,q}^{m,n} [z] \equiv H_{p,q}^{m,n} \left[z \left| \begin{matrix} (a_i, \alpha_i)_{1,p} \\ (b_j, \beta_j)_{1,q} \end{matrix} \right. \right] = \frac{1}{2\pi i} \int_L \mathcal{H}_{p,q}^{m,n}(s) z^{-s} ds, \quad z \neq 0, \quad (1.2)$$

где

$$\mathcal{H}_{p,q}^{m,n}(s) \equiv \mathcal{H}_{p,q}^{m,n} \left[\begin{matrix} (a_i, \alpha_i)_{1,p} \\ (b_j, \beta_j)_{1,q} \end{matrix} \middle| s \right] = \frac{\prod_{j=1}^m \Gamma(b_j + \beta_j s) \prod_{i=1}^n \Gamma(1 - a_i - \alpha_i s)}{\prod_{i=n+1}^p \Gamma(a_i + \alpha_i s) \prod_{j=m+1}^q \Gamma(1 - b_j - \beta_j s)}, \quad (1.3)$$

здесь L – бесконечный контур, выбранный специально, пустые произведения считаются равными единице. Теория H -функции подробно изложена в [1, гл. 1–2].

В работе преобразование (1.1) изучается в пространствах $L_{\nu,r}$ измеримых по Лебегу комплекснозначных функций f на действительной полуоси $R_+ = (0, \infty)$, для которых

$$\|f\|_{\nu,r} < \infty, \text{ где } \|f\|_{\nu,r} = \left(\int_0^\infty |t^\nu f(t)|^r \frac{dt}{t} \right)^{\frac{1}{r}} \quad (1 \leq r < \infty, \nu \in \mathbb{R}). \quad (1.4)$$

$$\|f\|_{\nu,\infty} = \operatorname{ess\,sup}_{t>0} [t^\nu |f(t)|] \quad (r = \infty).$$

В частности, все полученные результаты верны для пространств r -суммируемых функций $L_r(R_+) = \mathcal{L}_{1/r,r}$ ($1 \leq r < \infty$).

В работе [2] было изучено в пространствах $L_{v,r}$ интегральное преобразование вида

$$(H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda} f)(x) = x^\eta \int_0^\infty H_{p,q}^{m,n} [\lambda x^\gamma t^\delta] t^\mu f(t) dt \quad (x > 0), \quad (1.5)$$

где $\eta, \mu \in \mathbb{C}, \gamma > 0, \delta > \lambda > 0$.

При $\gamma = \delta = \lambda = 1$ функциональные свойства конструкций вида (1.1) и (1.5) в весовых пространствах $L_{v,r}$ хорошо изучены [1, гл. 5]. Настоящая работа продолжает эти исследования. Получены условия ограниченности и взаимной однозначности оператора преобразования вида (1.1), выведены различные интегральные представления для него и даны описания образов этих операторов, а также установлены формулы обращения.

Отметим, что конструкции вида (1.1) и (1.5) обобщают многие интегральные преобразования: G- и H-преобразования, преобразование Ханкеля, преобразование Лапласа, дробные интегралы Римана – Лиувилля, дробные интегралы Бушмана – Эрдейи, дробные интегралы с гипергеометрической функцией Гаусса и функцией Лежандра и др. [1; 3].

2. Предварительные сведения. Для функции $f \in L_{v,r}$ ($1 \leq r \leq 2$) преобразование Меллина $\mathcal{M}f$ определяется равенством (см., например, [1; 2])

$$(\mathcal{M}f)(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(e^\tau) e^{s\tau} d\tau \quad (s = v + it; v, t \in \mathbb{R}). \quad (2.1)$$

Если $f \in L_{v,r} \cap L_{v,1}$ и $\text{Re}(s) = v$, то (2.1) совпадает с обычным преобразованием Меллина

$$(\mathcal{M}f)(s) = \int_0^\infty f(t) t^{s-1} dt. \quad (2.2)$$

Для функции f определим почти всюду \mathbb{R}_+ элементарные операторы M_ξ, W_ω, N_a [1; 2]:

$$(M_\xi f)(x) = x^\xi f(x) \quad (\xi \in \mathbb{C}), \quad (2.3)$$

$$(W_\omega f)(x) = f(x/\omega) \quad (\omega \in \mathbb{R}_+), \quad (2.4)$$

$$(N_a f)(x) = f(x^a) \quad (a \in \mathbb{R}, a \neq 0). \quad (2.5)$$

Эти операторы обладают следующими свойствами [1; 2, лемма 1].

Лемма 1. Для $v \in \mathbb{R}$ и $1 \leq r < \infty$ верны следующие утверждения:

A. M_ξ является изометрическим изоморфизмом $L_{v,r}$ на $L_{v-\text{Re}(\xi),r}$, и если $f \in L_{v,r}$ ($1 \leq r \leq 2$), то

$$(\mathcal{M}M_\xi f)(s) = (\mathcal{M}f)(s + \xi) \quad (\text{Re}(s) = v - \text{Re}(\xi)). \quad (2.6)$$

M_ξ^{-1} является изометрическим изоморфизмом $L_{v,r}$ на $L_{v-\text{Re}(\xi),r}$, и

$$M_\xi^{-1} = M_{-\xi}. \quad (2.7)$$

B. W_ω является ограниченным изоморфизмом $L_{v,r}$ на себя, и если $f \in L_{v,r}$ ($1 \leq r \leq 2$), то

$$(\mathcal{M}W_\omega f)(s) = \omega^s (\mathcal{M}f)(s) \quad (\text{Re}(s) = v). \quad (2.8)$$

W_ω^{-1} является ограниченным изоморфизмом $L_{v,r}$ на себя, и

$$W_\omega^{-1} = W_{1/\omega}. \quad (2.9)$$

C. N_a является ограниченным изоморфизмом $L_{v,r}$ на $L_{a v,r}$, и если $f \in L_{v,r}$ ($1 \leq r \leq 2$), то

$$(\mathcal{M}N_a f)(s) = |a|^{-1} (\mathcal{M}f)(s/a) \quad (\text{Re}(s) = a v). \quad (2.10)$$

N_a^{-1} является ограниченным изоморфизмом $L_{v,r}$ на $L_{v/a,r}$, и

$$N_a^{-1} = N_{1/a}. \quad (2.11)$$

Нам понадобятся также некоторые вспомогательные сведения.
 \mathbf{H} -преобразованием называют интегральное преобразование [1]

$$(\mathbf{H}f)(x) = \int_0^{\infty} H_{p,q}^{m,n} \left[xt \begin{matrix} (a_i, \alpha_i)_{1,p} \\ (b_j, \beta_j)_{1,q} \end{matrix} \right] f(t) dt, \quad (2.12)$$

содержащее H -функцию (1.2) в ядре.

Для описания образа изучаемого преобразования (1.1) необходимы дробные интегралы типа Эрдейи – Кобера $I_{0+;\sigma,\eta}^{\alpha}$ и $I_{-\sigma,\eta}^{\alpha}$, определяемые при $x \in \mathbb{R}_+$ следующими формулами [2; 3, 18.1]:

$$(I_{0+;\sigma,\eta}^{\alpha} f)(x) = \frac{\sigma x^{-\sigma(\alpha+\eta)}}{\Gamma(\alpha)} \int_0^x (x^{\sigma} - t^{\sigma})^{\alpha-1} t^{\sigma\eta+\sigma-1} f(t) dt, \quad (2.13)$$

$$(I_{-\sigma,\eta}^{\alpha} f)(x) = \frac{\sigma x^{\sigma\eta}}{\Gamma(\alpha)} \int_x^{\infty} (t^{\sigma} - x^{\sigma})^{\alpha-1} t^{\sigma(1-\alpha-\eta)-1} f(t) dt, \quad (2.14)$$

где $\operatorname{Re}(\alpha) > 0$; $\sigma > 0$, $\eta \in \mathbb{C}$, а также модифицированное преобразование Ханкеля

$$(\mathbf{H}_{k,\eta} f)(x) = \int_x^{\infty} (xt)^{1/k-1/2} J_{\eta}(|k|(xt)^{1/k}) f(t) dt \quad (k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, \operatorname{Re}(\eta) > -3/2). \quad (2.15)$$

Приведем некоторые определения и обозначения, необходимые для исследования свойств преобразования (1.1) [1; 2].

Для двух банаховых пространств X и Y будем обозначать через $[X, Y]$ множество всех линейных ограниченных операторов, действующих из X в Y .

Для H -функции $H_{p,q}^{m,n}[z]$ в равенстве (1.2) определим следующие числа:

$$\alpha = \begin{cases} -\min_{1 \leq i \leq m} [\beta_i^{-1} \operatorname{Re}(b_i)], & m > 0, \\ -\infty, & m = 0; \end{cases} \quad \beta = \begin{cases} \min_{1 \leq j \leq n} [\alpha_j^{-1} (1 - \operatorname{Re}(a_j))], & n > 0, \\ \infty, & n = 0; \end{cases} \quad (2.16)$$

$$a^* = \sum_{i=1}^n \alpha_i - \sum_{i=n+1}^p \alpha_i + \sum_{j=1}^m \beta_j - \sum_{j=m+1}^q \beta_j; \quad (2.17)$$

$$\Delta = \sum_{j=1}^q \beta_j - \sum_{i=1}^p \alpha_i; \quad (2.18)$$

$$\Theta = \sum_{j=1}^q b_j - \sum_{i=1}^p a_i + \frac{p-q}{2}. \quad (2.19)$$

Пустые суммы в (2.17)–(2.19) считаются равными нулю.

Кроме этого, для $1 \leq r \leq \infty$ обозначим через

$$\psi(r) = \max[r^{-1}, r^{r-1}] \quad (r^{-1} + r^{r-1} = 1). \quad (2.20)$$

Исключительным множеством ε_{η} для функции $\mathcal{H}(s)$, определенной в (1.3), называют множество вещественных чисел ν таких, что $\alpha < 1 - \nu < \beta$ и $\mathcal{H}(s)$ имеет нули на прямой $\operatorname{Re}(s) = 1 - \nu$ [1; 2].

3. $\mathcal{L}_{\nu,r}$ -теория преобразования $\mathbf{H}_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f$. Обобщенное $\mathbf{H}_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1$ -преобразование (1.1) может быть представлено как композиция \mathbf{H} -преобразования (2.12) и элементарных операторов $M_{\varepsilon}, W_{\omega}, N_a$ (2.3)–(2.5).

Заменяя в (1.1) x на $x^{1/\gamma}$ и осуществляя замену переменных $\tau = \frac{\lambda}{t^{\delta}}$, имеем

$$\begin{aligned} (\mathbf{H}_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f)(x^{1/\gamma}) &= x^{\eta/\gamma} \int_0^{\infty} H_{p,q}^{m,n} \left[\frac{\lambda x}{t^{\delta}} \right] t^{\mu} f(t) dt = \frac{1}{\delta} \lambda^{(\mu+1)/\delta} x^{\eta/\gamma} \int_0^{\infty} H_{p,q}^{m,n} [x\tau] \tau^{-(\mu+1)/\delta-1} f((\lambda/\tau)^{1/\delta}) d\tau = \\ &= \frac{1}{\delta} \lambda^{(\mu+1)/\delta} (M_{\eta/\gamma} \mathbf{H} M_{-(\mu+1)/\delta-1} W_{1/\lambda} N_{-1/\delta} f)(x^{1/\gamma}). \end{aligned}$$

Применяем к последнему равенству оператор N_γ , получаем следующее представление для обобщенного $H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1$ -преобразования (1.1):

$$(H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f)(x) = \frac{1}{\delta} \lambda^{(\mu+1)/\delta} (N_\gamma M_{\eta/\gamma} H M_{-(\mu+1)/\delta-1} W_{1/\lambda} N_{-1/\delta} f)(x). \quad (3.1)$$

Учитывая операторное соотношение [2, формула (28)] $N_a M_\xi = M_{a\xi} N_a$, получаем

$$(H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f)(x) = \frac{1}{\delta} \lambda^{(\mu+1)/\delta} (M_\eta N_\gamma H M_{-(\mu+1)/\delta-1} W_{1/\lambda} N_{-1/\delta} f)(x). \quad (3.2)$$

Применим преобразование Меллина (2.2) к (1.1). Учитывая равенство (3.2), лемму 1, получаем

$$\begin{aligned} (\mathcal{M} H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f)(s) &= \left(\mathcal{M} \left(\frac{1}{\delta} \lambda^{(\mu+1)/\delta} M_\eta N_\gamma H M_{-(\mu+1)/\delta-1} W_{1/\lambda} N_{-1/\delta} f \right) \right)(s) = \\ &= \frac{1}{\delta} \lambda^{(\mu+1)/\delta} \left(\mathcal{M} (N_\gamma H M_{-(\mu+1)/\delta-1} W_{1/\lambda} N_{-1/\delta} f) \right)(s+\eta) = \\ &= \frac{1}{\delta \gamma} \lambda^{(\mu+1)/\delta} \left(\mathcal{M} (H M_{-(\mu+1)/\delta-1} W_{1/\lambda} N_{-1/\delta} f) \right) \left(\frac{s+\eta}{\gamma} \right) = \\ &= \frac{1}{\delta \gamma} \lambda^{(\mu+1)/\delta} \mathcal{H}_{p,q}^{m,n} \left(\frac{s+\eta}{\gamma} \right) \left(\mathcal{M} (M_{-(\mu+1)/\delta-1} W_{1/\lambda} N_{-1/\delta} f) \right) \left(1 - \frac{s+\eta}{\gamma} \right) = \\ &= \frac{1}{\delta \gamma} \lambda^{(\mu+1)/\delta} \mathcal{H}_{p,q}^{m,n} \left(\frac{s+\eta}{\gamma} \right) \left(\mathcal{M} (W_{1/\lambda} N_{-1/\delta} f) \right) \left(1 - \frac{s+\eta}{\gamma} - \frac{(\mu+1)}{\delta} - 1 \right) = \\ &= \frac{1}{\delta \gamma} \lambda^{2(\mu+1)/\delta + (s+\eta)/\gamma} \mathcal{H}_{p,q}^{m,n} \left(\frac{s+\eta}{\gamma} \right) \left(\mathcal{M} (N_{-1/\delta} f) \right) \left(-\frac{s+\eta}{\gamma} - \frac{(\mu+1)}{\delta} \right) = \\ &= \frac{1}{\gamma} \lambda^{2(\mu+1)/\delta + (s+\eta)/\gamma} \mathcal{H}_{p,q}^{m,n} \left(\frac{s+\eta}{\gamma} \right) (\mathcal{M} f) \left(\frac{\delta}{\gamma} (s+\eta) + \mu + 1 \right). \end{aligned}$$

Таким образом, получили, что преобразование Меллина от конструкции (1.1) имеет вид

$$(\mathcal{M} H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f)(s) = \frac{1}{\gamma} \lambda^{2(\mu+1)/\delta + (s+\eta)/\gamma} \mathcal{H}_{p,q}^{m,n} \left(\frac{s+\eta}{\gamma} \right) (\mathcal{M} f) \left(\frac{\delta}{\gamma} (s+\eta) + \mu + 1 \right). \quad (3.3)$$

$\mathcal{L}_{v,r}$ -теория преобразования (1.1) будет следовать из соответствующих утверждений для H -преобразования (2.12) [1, гл. 3], формул (3.1)–(3.3), леммы 1.

Для удобства изложения введем обозначения:

$$\theta = \delta^{-1} [-v + \operatorname{Re}(\mu) + 1] + 1; \quad \kappa = \gamma \delta^{-1} [v - \operatorname{Re}(\mu) - 1] - \operatorname{Re}(\eta).$$

Следующая теорема дает $\mathcal{L}_{v,2}$ -теорию $H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1$ -преобразования (1.1).

Теорема 1. Пусть а) $\alpha < 1 - \theta < \beta$ и выполнено одно из условий:

б) $a^* > 0$ или в) $a^* = 0, \Delta(1 - \theta) + \operatorname{Re}(\vartheta) \leq 0$.

Верны следующие утверждения.

А. Преобразование $H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f$ является инъективным элементом $[\mathcal{L}_{v,2}, \mathcal{L}_{\kappa,2}]$, и при $\operatorname{Re}(s) = \kappa$ его преобразование Меллина имеет вид (3.3). Если $a^* = 0, \Delta(1 - \theta) + \operatorname{Re}(\vartheta) = 0$ и $\theta \notin \varepsilon_{\mathcal{M}}$, то преобразование $H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f$ взаимно однозначно отображает $\mathcal{L}_{v,2}$ на $\mathcal{L}_{\kappa,2}$.

В. Для двух функций $f \in \mathcal{L}_{v,2}$ и $g \in \mathcal{L}_{\kappa^*,2}$, где $\kappa^* = \delta\gamma^{-1}[1 - v + \operatorname{Re}(\eta)] + \operatorname{Re}(\mu) + 1$, верно равенство

$$\int_0^{\infty} f(x)(H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 g)(x)dx = \int_0^{\infty} (H_{\mu,\eta;\delta,\gamma,\lambda}^2 f)(x)g(x)dx, \quad (3.4)$$

где $(H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^2 g)(x) = x^\mu \int_0^{\infty} H_{p,q}^{m,n} \left[\frac{\lambda t^\gamma}{x^\delta} \right] t^\eta f(t) dt$.

С. Пусть $\zeta \in \mathbb{C}$, $h > 0$ и $f \in \mathcal{L}_{v,2}$. Если $\operatorname{Re}(\zeta) > (1 - \theta)h - 1$, то почти для всех $x > 0$ справедливо представление

$$(H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f)(x) = \frac{1}{\gamma} h x^{\eta+1-\gamma(\zeta+1)/h} \frac{d}{dx} x^{\gamma(\zeta+1)/h} \int_0^{\infty} H_{p+1,q+1}^{m,n+1} \left[\frac{\lambda x^\gamma}{t^\delta} \middle| \begin{matrix} (-\zeta, h), (a_i, \alpha_i)_{1,p} \\ (b_j, \beta_j)_{1,q}, (-\zeta - 1, h) \end{matrix} \right] t^\mu f(t) dt. \quad (3.5)$$

Если $\operatorname{Re}(\zeta) < (1 - \theta)h - 1$, то

$$(H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f)(x) = -\frac{1}{\gamma} h x^{\eta+1-\gamma(\zeta+1)/h} \frac{d}{dx} x^{\gamma(\zeta+1)/h} \int_0^{\infty} H_{p+1,q+1}^{m,n+1} \left[\frac{\lambda x^\gamma}{t^\delta} \middle| \begin{matrix} (a_i, \alpha_i)_{1,p}, (-\zeta, h) \\ (-\zeta - 1, h), (b_j, \beta_j)_{1,q} \end{matrix} \right] t^\mu f(t) dt. \quad (3.6)$$

Д. Преобразование $H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f$ не зависит от v в том смысле, что если v и \tilde{v} удовлетворяют условию а) и одному из условий б) или в) и если преобразования $H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f$ и $\tilde{H}_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f$ определены в $\mathcal{L}_{v,2}$ и $\mathcal{L}_{\tilde{v},2}$ соответственно равенством (3.3), то $H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f = \tilde{H}_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f$ для $f \in \mathcal{L}_{v,2} \cap \mathcal{L}_{\tilde{v},2}$.

Е. Если $a^* > 0$ или $a^* = 0$, $\Delta(1 - \theta) + \operatorname{Re}(\vartheta) < -1$, то для $f \in \mathcal{L}_{v,2}$ преобразование $H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f$ задается равенством (1.1).

Теоремы 2–4 содержат $\mathcal{L}_{v,r}$ -теорию преобразования $H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f$ в случае $a^* = 0$.

Теорема 2. Пусть $a^* = \Delta = 0$, $\operatorname{Re}(\vartheta) = 0$, $\alpha < 1 - \theta < \beta$ и $1 < r < \infty$.

А. Преобразование $H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f$, определенное в пространстве $\mathcal{L}_{v,2}$, может быть продолжено на $\mathcal{L}_{v,r}$ как элемент $[\mathcal{L}_{v,r}, \mathcal{L}_{\kappa,r}]$.

В. Если $1 < r \leq 2$, то преобразование $H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f$ является биективным на $\mathcal{L}_{v,r}$ и его преобразование Меллина задается формулой (3.3) для $f \in \mathcal{L}_{v,r}$ и $\operatorname{Re}(s) = \kappa$.

С. Для двух функций $f \in \mathcal{L}_{v,r}$ и $g \in \mathcal{L}_{\kappa^*,r}$, где $\kappa^* = \delta\gamma^{-1}[1 - v + \operatorname{Re}(\eta)] + \operatorname{Re}(\mu) + 1$ и $r' = r/(r - 1)$, верно равенство (3.4).

Д. Если $\theta \notin \varepsilon_{\eta}$, то преобразование $H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f$ взаимно однозначно отображает $\mathcal{L}_{v,r}$ на $\mathcal{L}_{\kappa,r}$, т.е. $H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1(\mathcal{L}_{v,r}) = \mathcal{L}_{\kappa,r}$.

Е. Если $f \in \mathcal{L}_{v,r}$, $\zeta \in \mathbb{C}$ и $h > 0$, то при $\operatorname{Re}(\zeta) > (1 - \theta)h - 1$ представление $H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f$ дается в равенстве (3.5), а также в (3.6) при $\operatorname{Re}(\zeta) < (1 - \theta)h - 1$.

Теорема 3. Пусть $a^* = \Delta = 0$, $\operatorname{Re}(\vartheta) < 0$, $\alpha < 1 - \theta < \beta$ и $m > 0$ или $n > 0$. Пусть также $1 < r < \infty$.

А. Преобразование $H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f$, определенное в $\mathcal{L}_{v,2}$, может быть продолжено на $\mathcal{L}_{v,r}$ как элемент $[\mathcal{L}_{v,r}, \mathcal{L}_{\kappa,s}]$ для всех $s \geq r$ таких, что $1/s > 1/r + \operatorname{Re}(\vartheta)$.

В. Если $1 < r \leq 2$, то преобразование $H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f$ является биективным на $\mathcal{L}_{v,r}$ и его преобразование Меллина задается формулой (3.3) для $f \in \mathcal{L}_{v,r}$ и $\operatorname{Re}(s) = \kappa$.

С. Для двух функций $f \in \mathcal{L}_{v,r}$ и $g \in \mathcal{L}_{\kappa^*,s}$, где $\kappa^* = \delta\gamma^{-1}[1 - v + \operatorname{Re}(\eta)] + \operatorname{Re}(\mu) + 1$, $1 < s < \infty$ и $1 \leq 1/r + 1/s < 1 - \operatorname{Re}(\vartheta)$, верно равенство (3.4).

Д. Если $\theta \notin \varepsilon_{\eta}$, то преобразование $H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f$ взаимно однозначно на $\mathcal{L}_{v,r}$ и

$$H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1(\mathcal{L}_{v,r}) = I_{-\gamma k, (\eta/\gamma - \alpha)/k}^{-\vartheta}(\mathcal{L}_{\kappa,r}) \quad (3.7)$$

для $k \geq 1$ и $m > 0$, и

$$H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1(\mathcal{L}_{v,r}) = I_{0+;\gamma k, (\beta-\eta/\gamma)/k-1}^{-\vartheta}(\mathcal{L}_{\kappa,r}) \tag{3.8}$$

для $0 < k \leq 1$ и $n > 0$. Если $\theta \in \varepsilon_{\mathcal{H}}$, то $H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1(\mathcal{L}_{v,r})$ является подмножеством правых частей (3.7) и (3.8) в соответствующих случаях.

Е. Если $f \in \mathcal{L}_{v,r}$, $\zeta \in \mathbb{C}$ и $h > 0$, то при $\operatorname{Re}(\vartheta) > (1-\theta)h - 1$ преобразование $H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f$ дается формулой (3.5) и формулой (3.6) при $\operatorname{Re}(\zeta) < (1-\theta)h - 1$. Если $\operatorname{Re}(\vartheta) < -1$, то преобразование $H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f$ дается равенством (1.1).

Теорема 4. Пусть $a^* = 0$, $\Delta \neq 0$, $\alpha < 1 - \theta < \beta$, $1 < r < \infty$ и $\Delta(1-\theta) + \operatorname{Re}(\vartheta) \leq 1/2 - \gamma(r)$, где $\psi(r)$ задается равенством (2.20). Предположим также, что $m > 0$, если $\Delta > 0$, и $n > 0$, если $\Delta < 0$.

А. Преобразование $H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f$, определенное в $\mathcal{L}_{v,2}$, может быть продолжено на $\mathcal{L}_{v,r}$ как элемент $[\mathcal{L}_{v,r}, \mathcal{L}_{\kappa,s}]$ для всех $s \geq r$ таких, что $s' \geq [1/2 - \Delta(1-\theta) - \operatorname{Re}(\vartheta)]^{-1}$ и $1/s + 1/s' = 1$.

В. Если $1 < r \leq 2$, то преобразование $H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f$ является биективным на $\mathcal{L}_{v,r}$ и его преобразование Меллина задается формулой (3.3) для $f \in \mathcal{L}_{v,r}$ и $\operatorname{Re}(s) = \kappa$.

С. Для двух функций $f \in \mathcal{L}_{v,r}$ и $g \in \mathcal{L}_{\kappa^*,s}$, где $\kappa^* = \delta\gamma^{-1}[1 - v + \operatorname{Re}(\eta)] + \operatorname{Re}(\mu) + 1$, $1 < s < \infty$, $1/r + 1/s \geq 1$ и $\Delta(1-\theta) + \operatorname{Re}(\vartheta) \leq 1/2 - \max[\psi(r), \psi(s)]$, верно равенство (3.4).

Д. Если $\theta \notin \varepsilon_{\mathcal{H}}$, то преобразование $H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f$ биективно на $\mathcal{L}_{v,r}$. Если положить $\omega = -\Delta\alpha - \vartheta - 1$ для $\Delta > 0$ и $\omega = -\Delta\beta - \vartheta - 1$ для $\Delta < 0$, то $\operatorname{Re}(\omega) > -1$ и

$$H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1(\mathcal{L}_{v,r}) = (N_{\gamma} M_{\eta/\gamma + \vartheta/\Delta + 1/2} \mathbf{H}_{\Delta,\omega})(\mathcal{L}_{\theta - \operatorname{Re}(\vartheta)/\Delta - 1/2,r}). \tag{3.9}$$

Если $\theta \in \varepsilon_{\mathcal{H}}$, то $H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1(\mathcal{L}_{v,r})$ является подмножеством правой части (3.9).

Е. Если $f \in \mathcal{L}_{v,r}$, $\zeta \in \mathbb{C}$, $h > 0$, то при $\Delta(1-\theta) + \operatorname{Re}(\vartheta) \leq 1/2 - \psi(r)$ интегральное представление $H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f$ дается в равенстве (3.5) при $\operatorname{Re}(\zeta) > (1-\theta)h - 1$, а также в (3.6) при $\operatorname{Re}(\zeta) < (1-\theta)h - 1$. Если $\Delta(1-\theta) + \operatorname{Re}(\vartheta) < -1$, то $H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f$ дается равенством (1.1).

Из формул (3.1) и (3.2), формул обращения для H-преобразования [1] получаем следующие утверждения об обратимости оператора преобразования (1.1) в $\mathcal{L}_{v,r}$.

Теорема 5. Пусть $a^* = 0$, $\alpha < 1 - \theta < \beta$, $\alpha_0 < \theta < \beta_0$, где

$$\alpha_0 = \begin{cases} 1 + \max[\beta_{m+1}^{-1}(\operatorname{Re}(b_{m+1}) - 1), \dots, \beta_q^{-1}(\operatorname{Re}(b_q) - 1)], & q > m, \\ -\infty, & q = m; \end{cases}$$

$$\beta_0 = \begin{cases} 1 + \min[\alpha_{n+1}^{-1} \operatorname{Re}(a_{n+1}), \dots, \alpha_p^{-1} \operatorname{Re}(a_p)], & p > n, \\ \infty, & p = n. \end{cases}$$

Пусть также $\zeta \in \mathbb{C}$, $h > 0$.

А. Если $\Delta(1-\theta) + \operatorname{Re}(\vartheta) = 0$ и $f \in \mathcal{L}_{v,2}$, то при $\operatorname{Re}(\zeta) > \theta h - 1$ верно равенство

$$f(x) = -\gamma h \lambda x^{\delta - \mu + \delta(\zeta+1)/h} \frac{d}{dx} x^{-\delta(\zeta+1)/h} \times \int_0^{\infty} H_{p+1,q+1}^{q-m,p-n+1} \left[\frac{\lambda t^\gamma}{x^\delta} \left| \begin{matrix} (-\zeta, h), (1-a_i - \alpha_i, \alpha_i)_{n+1,p}, (1-a_i - \alpha_i, \alpha_i)_{1,n} \\ (1-b_j - \beta_j, \beta_j)_{m+1,q}, (1-b_j - \beta_j, \beta_j)_{1,m}, (-\zeta - 1, h) \end{matrix} \right. \right] \times \times t^{\gamma-n-1} (H_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}^1 f)(t) dt. \tag{3.10}$$

Если $\operatorname{Re}(\zeta) < \theta h - 1$, то

$$f(x) = \gamma h \lambda x^{\delta - \mu + \delta(\zeta+1)/h} \frac{d}{dx} x^{-\delta(\zeta+1)/h} \times \\ \int_0^\infty H_{p+1, q+1}^{q-m+1, p-n} \left[\frac{\lambda t^\gamma}{x^\delta} \middle| \begin{matrix} (1-a_i - \alpha_i, \alpha_i)_{n+1, p}, (1-a_i - \alpha_i, \alpha_i)_{1, n}, (-\zeta, h) \\ (-\zeta - 1, h), (1-b_j - \beta_j, \beta_j)_{m+1, q}, (1-b_j - \beta_j, \beta_j)_{1, m} \end{matrix} \right] \times \\ \times t^{\gamma-n-1} (\mathbf{H}_{\eta; \mu; \gamma, \delta, \lambda}^1 f)(t) dt. \quad (3.11)$$

В. Если $\Delta = \operatorname{Re}(\vartheta) = 0$ и $f \in \mathcal{L}_{\nu, r}$ ($1 < r < \infty$), то формула обращения (3.10) имеет место при $\operatorname{Re}(\zeta) > \theta h - 1$, а формула (3.11) – при $\operatorname{Re}(\zeta) < \theta h - 1$.

Теорема 6. Пусть $a^* = 0$, $\alpha < 1 - \theta < \beta$, $1 < r < \infty$ и $\Delta(1 - \theta) + \operatorname{Re}(\vartheta) \leq 1/2 - \psi(r)$ и пусть $\zeta \in \mathbb{C}$, $h > 0$.

А. Если $\Delta > 0$, $m > 0$, $\alpha_0 < \theta < \min[\beta_0, \{\operatorname{Re}(\vartheta + 1/2) / \Delta\} + 1]$ и если $f \in \mathcal{L}_{\nu, r}$, то формулы обращения (3.10) и (3.11) выполнены при $\operatorname{Re}(\zeta) > \theta h - 1$ и $\operatorname{Re}(\zeta) < \theta h - 1$ соответственно.

В. Если $\Delta < 0$, $n > 0$, $\max[\alpha_0, \{\operatorname{Re}(\vartheta + 1/2) / \Delta\} + 1] < \theta < \beta_0$ и если $f \in \mathcal{L}_{\nu, r}$, то формулы обращения (3.10) и (3.11) выполнены при $\operatorname{Re}(\zeta) > \theta h - 1$ и $\operatorname{Re}(\zeta) < \theta h - 1$ соответственно.

Благодарности. Работа выполнена в рамках задания 1.2.01 ГПНИ «Конвергенция–2025» (подпрограмма «Математические модели и методы»).

ЛИТЕРАТУРА

1. Kilbas, A. A. H-Transforms. Theory and Applications / A. A. Kilbas, M. H. Saigo. – London : Chapman and Hall. CRC Press, 2004. – 401 p.
2. Килбас, А. А. Обобщенное H-преобразование в весовых пространствах суммируемых функций / А. А. Килбас, Е. К. Щетникович // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2004. – № 2. – С. 14–19.
3. Самко, С. Г. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения / С. Г. Самко, А. А. Килбас, О. И. Маричев. – Минск : Наука и техника, 1987. – 688 с.

Поступила 02.11.2021

ONE GENERALIZED H-TRANSFORMATION IN WEIGHT SPACES OF INTEGRATED FUNCTIONS ON A SEMI-AXIS

S. SITNIK, O. SKOROMNIK, Y. ARKHIPAVETS

The properties of one class of generalized H-transformations in weighted spaces of integrable functions on the semi-axis are studied. Conditions for the boundedness and one-to-oneness of the operators of such transformations from one space $\mathcal{L}_{\nu, r}$ to another are obtained, analogues of the integration formula by parts are proved, various integral representations for the transformations under study are obtained, descriptions of images are given, and formulas for their inversion are derived.

Keywords: H-transform, H-function, space of integrable functions, fractional integrals and derivatives.

УДК 517.983

РЕШЕНИЕ ОДНОГО КЛАССА МНОГОМЕРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ
ПЕРВОГО РОДА С ФУНКЦИЕЙ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО СИНУСА В ЯДРАХ

М. В. ПАПКОВИЧ, канд. физ.-мат. наук, доц. О. В. СКОРОМНИК
(Полоцкий государственный университет);
канд. физ.-мат. наук, доц. С. А. ШЛАПАКОВ
(Витебский государственный университет им. П. М. Машерова)

Рассматривается один класс многомерных интегральных уравнений первого рода с функцией гиперболического синуса в ядрах по ограниченной пирамидальной области специального вида. Следуя методике Я. Тамаркина, выводятся явные формулы решений рассматриваемых многомерных интегральных уравнений. Устанавливаются необходимые и достаточные условия разрешимости таких уравнений в пространствах суммируемых функций.

Ключевые слова: многомерные интегральные уравнения первого рода, функция гиперболического синуса, пространство интегрируемых функций, дробные интегралы и производные.

Введение. Одномерные интегральные уравнения первого рода, которые обобщают классическое интегральное уравнение Абеля и содержат в ядрах гипергеометрическую функцию Гаусса, функцию Лежандра, вырожденную гипергеометрическую функцию (функцию Куммера), функцию Бесселя, другие специальные функции, изучены многими авторами (см. обзор результатов и библиографию в [1, § 35.1, 35.2, 37.1, 39.1, 39.2; 2]). Такие уравнения возникают при изучении краевых задач для уравнений гиперболического и смешанного типа с краевыми условиями, содержащими обобщенные дробные интегралы и производные [3]. Исследование необходимых и достаточных условий разрешимости вышеуказанных уравнений является более сложной задачей. Хорошо известен классический результат Я. Тамаркина о разрешимости интегрального уравнения Абеля в пространстве $L_1(a, b)$ суммируемых функций на конечном отрезке $[a, b]$ действительной оси [1, теорема 2.1]. В работе [4] аналогичный результат был получен для многомерного интегрального уравнения типа Абеля по ограниченной пирамидальной области евклидова пространства специального вида. Интерес к исследованию таких уравнений вызван их приложениями в задачах исследования отражения волн от прямолинейной границы [5, с. 48; 6] и в задачах сверхзвукового обтекания пространственных углов [7] (см. также [1, § 24.1, 28.4]).

Используя методику Я. Тамаркина, в работах [8; 9] были установлены необходимые и достаточные условия разрешимости в $L_1(a, b)$ одного класса интегральных уравнений типа Абеля с гипергеометрической функцией Гаусса и его многомерного аналога по пирамидальным областям специального вида. В [10–15] приводятся решения в замкнутой форме отдельных классов многомерных интегральных уравнений первого рода с такими специальными функциями, как гипергеометрическая функция Гаусса, функция Лежандра, вырожденная гипергеометрическая функция Куммера, функция Бесселя–Клиффорда в ядрах по пирамидальным областям, и изучается вопрос разрешимости указанных уравнений в пространствах интегрируемых функций.

Целью настоящей работы является продолжение этих исследований. Мы даем решение в замкнутой форме еще одного класса многомерных интегральных уравнений с функцией гипергеометрического синуса в ядрах по пирамидальной области специального вида и устанавливаем необходимые и достаточные условия их разрешимости в пространствах интегрируемых функций. Нами приводятся вспомогательные сведения, решения рассматриваемых уравнений в квадратурах, а также необходимые и достаточные условия их разрешимости.

1. Предварительные сведения. Будем использовать обозначения (см., например, [1, §28.4; 10–16]). Пусть $N = \{1, 2, \dots\}$ – множество натуральных чисел, $N_0 = N \cup \{0\}$, R^n – n -мерное евклидово пространство.

Для $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n$ и $\mathbf{t} = (t_1, t_2, \dots, t_n) \in R^n$ через $\mathbf{x} \cdot \mathbf{t} = \sum_{k=1}^n x_k t_k$ обозначим их скалярное произведение.

Заметим, что $\mathbf{x} \cdot \mathbf{1} = \sum_{k=1}^n x_k$ для $\mathbf{1} = (1, 1, \dots, 1)$; под выражением $\mathbf{x} > \mathbf{t}$ понимаем $x_1 > t_1, x_2 > t_2, \dots, x_n > t_n$ и аналогично для знака \geq ; $R_+^n = \{\mathbf{x} \in R^n : \mathbf{x} > 0\}$; $\mathbf{k} = (k_1, k_2, \dots, k_n) \in N_0^n = N_0 \times N_0 \times \dots \times N_0$, где $(k_i \in N_0, i = 1, 2, \dots, n)$ –

мультииндекс, $\mathbf{k}! = k_1! k_2! \dots k_n!$ и $|\mathbf{k}| = k_1 + k_2 + \dots + k_n$. Для $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{k} \in \mathbb{N}_0^n$, $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \in \mathbb{R}_+^n$ и $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n) \in \mathbb{R}_+^n$ полагаем $\mathbf{x}^\alpha = x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_n^{\alpha_n}$, $\Gamma(\alpha) = \Gamma(\alpha_1) \Gamma(\alpha_2) \dots \Gamma(\alpha_n)$, $(\mathbf{x})_{\mathbf{k}} = (x_1)_{k_1} (x_2)_{k_2} \dots (x_n)_{k_n}$, $\mathbf{D}^\alpha = \frac{\partial^{|\alpha|}}{(\partial x_1)^{\alpha_1} (\partial x_2)^{\alpha_2} \dots (\partial x_n)^{\alpha_n}}$, $\mathbf{x}^\sigma - \mathbf{t}^\sigma = (x_1^{\sigma_1} - t_1^{\sigma_1})(x_2^{\sigma_2} - t_2^{\sigma_2}) \dots (x_n^{\sigma_n} - t_n^{\sigma_n})$, где $(z)_n$ – символ Похгаммера:

$$(z)_0 \equiv 1, (z)_k = z(z+1)\dots(z+k-1) = \Gamma(z+n)/\Gamma(z) \quad (z \in \mathbb{C}; n \in \mathbb{N}), \lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_n) \in \mathbb{R}_+^n.$$

Пусть $A = \|a_{jk}\|$ ($a_{jk} \in \mathbb{R}^1$) – матрица порядка $n \times n$ с определителем $|A| = \det A$, вектор-строки которой обозначим через $\mathbf{a}_j = (a_{j1}, \dots, a_{jn})$, элементы обратной матрицы A^{-1} обозначим через a_{jk} . Без ограничения общности будем считать $|A| = 1$. Пусть [1, §28.4; 10–16]

$$A \cdot \mathbf{x} = (\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{x}, \mathbf{a}_2 \cdot \mathbf{x}, \dots, \mathbf{a}_n \cdot \mathbf{x}), (A \cdot \mathbf{x})^\alpha = (\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{x})^{\alpha_1} (\mathbf{a}_2 \cdot \mathbf{x})^{\alpha_2} \dots (\mathbf{a}_n \cdot \mathbf{x})^{\alpha_n}.$$

Для $\mathbf{b} = (b_1, b_2, \dots, b_n) \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{c} = (c_1, c_2, \dots, c_n) \in \mathbb{R}^n$ и $r \in \mathbb{R}^1$ обозначим через

$$A_{\mathbf{c},r}(\mathbf{b}) = \{\mathbf{t} \in \mathbb{R}^n : A \cdot (\mathbf{b} - \mathbf{t}) \geq 0, \mathbf{c} \cdot \mathbf{t} + r \geq 0\} \quad (1)$$

n -мерную ограниченную в \mathbb{R}^n пирамиду с вершиной в точке \mathbf{b} , основанием на гиперплоскости $\mathbf{c} \cdot \mathbf{t} + r = 0$ и боковыми гранями, лежащими на гиперплоскостях $\mathbf{a}_j \cdot (\mathbf{b} - \mathbf{t}) = 0$ ($j = 1, 2, \dots, n$). В частном случае, когда $A = E = \|\delta_{jk}\|$ – единичная матрица, $\mathbf{c} = (1, \dots, 1)$ и $r = 0$, $E_1(\mathbf{b})$ является модельной пирамидой:

$$E_1(\mathbf{b}) = \{\mathbf{t} \in \mathbb{R}^n : \mathbf{t} \leq \mathbf{b}, \mathbf{1} \cdot \mathbf{t} \geq 0\}. \quad (2)$$

Известно [1, лемма 28.2], что для ограниченности пирамиды (1) необходимо и достаточно выполнения условия $A^{-1} \mathbf{c} \cdot \mathbf{b} > 0$ (соответственно для модельной пирамиды $A^{-1} \mathbf{c} > 0$).

В [16] была введена функция

$$\text{sh}[\mathbf{x}] = \prod_{j=1}^n \text{sh}[x_j], \quad (3)$$

представляющая собой произведение функций гиперболического синуса $\text{sh}(z)$, определяемых по формуле

$$\text{sh}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^{2k+1}}{(2k+1)!}, \quad z \in \mathbb{C}, z \neq \infty, \quad (4)$$

связанных с показательной функцией

$$\text{sh}(z) = \frac{e^z - e^{-z}}{2}. \quad (5)$$

Рассматриваемые нами интегральные уравнения имеют вид:

$$\frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_{A_{\mathbf{c},r}(\mathbf{x})} \left(2 \text{sh} \frac{A \cdot (\mathbf{x}^\sigma - \mathbf{t}^\sigma)}{2} \right)^{\alpha-1} f(\mathbf{t}) d\mathbf{t} = g(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in A_{\mathbf{c},r}(\mathbf{b}), \quad (6)$$

где $A_{\mathbf{c},r}(\mathbf{b})$ ($\mathbf{c}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^n, r \in \mathbb{R}^1$) – пирамида (1);

$\mathbf{x}, \mathbf{t}, \alpha \in \mathbb{R}^n, 0 < \alpha < 1, \lambda, \sigma \in \mathbb{R}_+^n$, $\text{sh} \left[\frac{A \cdot (\mathbf{x}^\sigma - \mathbf{t}^\sigma)}{2} \right]$ – функция вида (3).

Уравнение (6) при $\sigma = 1$ обобщает соответствующее одномерное интегральное уравнение, изученное в [1, § 37.1].

Нам понадобятся формулы для бета-функции, которая определяется с помощью интеграла [17, 1.5 (1)]

$$B(x, y) = \int_0^1 t^{x-1} (1-t)^{y-1} dt, \quad \operatorname{Re}(x) > 0, \operatorname{Re}(y) > 0, \quad (7)$$

и ее выражение через гамма-функцию [17, 1.5 (5)]

$$B(x, y) = \frac{\Gamma(x)\Gamma(y)}{\Gamma(x+y)}, \quad (8)$$

а также вспомогательное утверждение.

Лемма 1 [1; § 28]. *Если функция $f(\mathbf{t}, \boldsymbol{\tau})$, определенная на $A_c(\mathbf{b}) \times A_c(\mathbf{b})$, измерима, то верна следующая формула перестановки порядка интегрирования:*

$$\int_{A_c(\mathbf{b})} d\mathbf{t} \int_{A_c(\mathbf{t})} f(\mathbf{t}, \boldsymbol{\tau}) d\boldsymbol{\tau} = \int_{A_c(\mathbf{b})} d\boldsymbol{\tau} \int_{\sigma(\mathbf{b}, \boldsymbol{\tau})} f(\mathbf{t}, \boldsymbol{\tau}) d\mathbf{t}, \quad (9)$$

$$\sigma(\mathbf{b}, \boldsymbol{\tau}) = \{\mathbf{t} \in \mathbb{R}^n : A \cdot \boldsymbol{\tau} \leq A \cdot \mathbf{t} \leq A \cdot \mathbf{b}\}, \quad (10)$$

в предположении, что один из повторных интегралов в (9) сходится абсолютно.

3. Решение в замкнутой форме. Выведем формулу решения уравнения (6). Заменяем в (6) \mathbf{x} на \mathbf{t} и \mathbf{t} на \mathbf{u} , умножаем обе части полученного равенства на $\sigma^1 \mathbf{t}^{\sigma-1}$, где $\sigma^1 = \sigma_1 \sigma_2 \cdots \sigma_n$, $\mathbf{t}^{\sigma-1} = t_1^{\sigma_1-1} t_2^{\sigma_2-1} \cdots t_n^{\sigma_n-1}$, далее интегрируем по пирамиде $A_{c,r}(\mathbf{x})$, получаем

$$\frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_{A_{c,r}(\mathbf{x})} \sigma^1 \mathbf{t}^{\sigma-1} d\mathbf{t} \int_{A_{c,r}(\mathbf{t})} \left(2 \operatorname{sh} \frac{A \cdot (\mathbf{t}^\sigma - \mathbf{u}^\sigma)}{2} \right)^{\alpha-1} f(\mathbf{u}) d\mathbf{u} = \int_{A_{c,r}(\mathbf{x})} \sigma^1 \mathbf{t}^{\sigma-1} g(\mathbf{t}) d\mathbf{t}, \quad \mathbf{x} \in A_{c,r}(\mathbf{b}). \quad (11)$$

Изменяем порядок интегрирования в левой части (11), используя формулу (9):

$$\frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_{A_{c,r}(\mathbf{x})} f(\mathbf{u}) d\mathbf{u} \int_{\sigma(\mathbf{x}, \mathbf{u})} \left(2 \operatorname{sh} \frac{A \cdot (\mathbf{t}^\sigma - \mathbf{u}^\sigma)}{2} \right)^{\alpha-1} \sigma^1 \mathbf{t}^{\sigma-1} d\mathbf{t} = \int_{A_{c,r}(\mathbf{x})} \sigma^1 \mathbf{t}^{\sigma-1} g(\mathbf{t}) d\mathbf{t}, \quad (12)$$

где $\sigma(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \{\mathbf{t} \in \mathbb{R}^n : A \cdot \mathbf{u} \leq A \cdot \mathbf{t} \leq A \cdot \mathbf{x}\}$.

Вводим новые переменные для вычисления внутреннего интеграла в левой части (12):

$$s_j = \frac{\mathbf{a}_j \cdot (\mathbf{x}^\sigma - \mathbf{t}^\sigma)}{\mathbf{a}_j \cdot (\mathbf{x}^\sigma - \mathbf{u}^\sigma)}, \quad \mathbf{a}_j = (a_{j1}, \dots, a_{jn}) \quad (j = 1, \dots, n).$$

Далее по формуле (5) выражаем функцию гиперболического синуса $\operatorname{sh}[z]$ через показательную функцию e^z , используем формулы (7) и (8), для внутреннего интеграла в левой части (12) получаем

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_{\sigma(\mathbf{x}, \mathbf{u})} \left(2 \operatorname{sh} \frac{A \cdot (\mathbf{t}^\sigma - \mathbf{u}^\sigma)}{2} \right)^{\alpha-1} \sigma^1 \mathbf{t}^{\sigma-1} d\mathbf{t} = \\ & = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \prod_{j=1}^n \left[\int_0^1 \left(2 \operatorname{sh} \frac{(1-s_j) \mathbf{a}_j \cdot (\mathbf{x}^\sigma - \mathbf{u}^\sigma)}{2} \right)^{\alpha_j-1} \mathbf{a}_j \cdot (\mathbf{x}^\sigma - \mathbf{u}^\sigma) ds_j \right] = \\ & = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \prod_{j=1}^n \left[\int_0^1 \left(e^{-(1-s_j) \mathbf{a}_j \cdot (\mathbf{x}^\sigma - \mathbf{u}^\sigma)} \right)^{(-\alpha_j+1)/2-1} \left(1 - e^{-(1-s_j) \mathbf{a}_j \cdot (\mathbf{x}^\sigma - \mathbf{u}^\sigma)} \right)^{\alpha_j-1} d \left(e^{-(1-s_j) \mathbf{a}_j \cdot (\mathbf{x}^\sigma - \mathbf{u}^\sigma)} \right) \right] = \\ & = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \prod_{j=1}^n B \left(\frac{-\alpha_j+1}{2}, \alpha_j \right) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \prod_{j=1}^n \frac{\Gamma((-\alpha_j+1)/2) \Gamma(\alpha_j)}{\Gamma((\alpha_j+1)/2)} = \frac{\Gamma\left(\frac{1-\alpha}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)}. \end{aligned}$$

На основании этого равенство (12) принимает вид

$$\int_{A_{\epsilon,r}(\mathbf{x})} f(\mathbf{u})d\mathbf{u} = \sigma^1 \frac{\Gamma\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1-\alpha}{2}\right)} \int_{A_{\epsilon,r}(\mathbf{x})} \mathbf{t}^{\sigma-1} g(\mathbf{t})d\mathbf{t}$$

или

$$\int_{A_{\epsilon,r}(\mathbf{x})} f(\mathbf{t})d\mathbf{t} = f_{A_{\epsilon,r}}^{\sigma,\alpha}(\mathbf{x}), \quad (13)$$

где
$$f_{A_{\epsilon,r}}^{\sigma,\alpha}(\mathbf{x}) = \sigma^1 \frac{\Gamma\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1-\alpha}{2}\right)} \int_{A_{\epsilon,r}(\mathbf{x})} \mathbf{t}^{\sigma-1} g(\mathbf{t})d\mathbf{t}.$$

Совершаем замену переменных

$$\mathbf{x} + \frac{r}{nc} = A^{-1} \cdot \frac{\mathbf{y}}{\mathbf{d}}, \quad \mathbf{t} + \frac{r}{nc} = A^{-1} \cdot \left(\frac{\boldsymbol{\tau}}{\mathbf{d}}\right), \quad (14)$$

где $\frac{\mathbf{y}}{\mathbf{d}} = \left(\frac{y_1}{d_1}, \dots, \frac{y_n}{d_n}\right) \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{d} = A^{-1} \cdot \mathbf{c}$, переписываем (13) в виде

$$\int_{E_1(\mathbf{y})} \psi(\boldsymbol{\tau})d\boldsymbol{\tau} = \varphi(\mathbf{y}), \quad (15)$$

где $E_1(\mathbf{y})$ – модельная пирамида (2);

$$\psi(\boldsymbol{\tau}) = f\left(A^{-1} \cdot \left(\frac{\boldsymbol{\tau}}{\mathbf{d}}\right) - \frac{r}{nc}\right);$$

$$\varphi(\mathbf{y}) = f_{A_{\epsilon,r}}^{\sigma,\alpha}\left(A^{-1} \cdot \left(\frac{\mathbf{y}}{\mathbf{d}}\right) - \frac{r}{nc}\right) \prod_{j=1}^n d_j.$$

Чтобы выполнить обращение уравнения (15), перепишем его в виде

$$\int_{-(y_1+\dots+y_{n-1})}^{y_n} d\tau_n \int_{-(y_1+\dots+y_{n-2}+\tau_n)}^{y_{n-1}} d\tau_{n-1} \dots \int_{-(\tau_2+\dots+\tau_n)}^{y_1} \psi(\boldsymbol{\tau})d\tau_1 = \varphi(\mathbf{y}). \quad (16)$$

Далее, произведя последовательное дифференцирование по переменным y_n, y_{n-1}, \dots, y_1 , получаем $\psi(\mathbf{y}) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{y}} \varphi(\mathbf{y}) \equiv \frac{\partial}{\partial y_1} \frac{\partial}{\partial y_2} \dots \frac{\partial}{\partial y_n} \varphi(\mathbf{y})$. Возвращаясь опять к переменной $\mathbf{x} = A^{-1} \cdot \frac{\mathbf{y}}{\mathbf{d}} - \frac{r}{nc}$ и учитывая равенства

$$\frac{\partial}{\partial y_k} = \sum_{j=1}^n \frac{a_{jk}}{d_k} \frac{\partial}{\partial y_j} \quad (k=1, \dots, n), \quad (16)$$

где a_{jk} ($j, k=1, \dots, n$) – элементы обратной матрицы A^{-1} , получаем формулу решения уравнения (6):

$$f(\mathbf{x}) = \sigma^1 \frac{\Gamma((\alpha+1)/2)}{\Gamma((1-\alpha)/2)} \prod_{k=1}^n \left(\sum_{j=1}^n a_{jk} \frac{\partial}{\partial x_j} \right) \left\{ \int_{A_{\epsilon,r}(\mathbf{x})} \mathbf{t}^{\sigma-1} g(\mathbf{t})d\mathbf{t} \right\}. \quad (17)$$

4. Необходимые и достаточные условия разрешимости. Приведем необходимые и достаточные условия разрешимости уравнения (6) в пространстве $L_1(A_{c,r}(\mathbf{b}))$:

$$L_1(A_{c,r}(\mathbf{b})) = \left\{ f(\mathbf{x}) : \int_{A_{c,r}(\mathbf{x})} |f(\mathbf{t})| dt < \infty \right\}. \quad (18)$$

Введем пространство (см., например, [1, §28.4], [8; 10–16])

$$I_{A_{c,r}}(L_1) = \left\{ \varphi : \varphi(\mathbf{x}) = \int_{A_{c,r}(\mathbf{x}), A(\mathbf{b}-\mathbf{t}) \geq A(\mathbf{x}-\mathbf{t})} h(\mathbf{t}) dt, h(\mathbf{t}) \in L_1(A_{c,r}(\mathbf{b})) \right\}. \quad (19)$$

Пространство $I_{A_{c,r}}(L_1)$ играет ту же роль для уравнения (6), что и пространство $AC([a,b])$ абсолютно непрерывных функций для классического интегрального уравнения Абеля [1, § 2.2]. Известно, что если $\varphi \in I_{A_{c,r}}(L_1)$, то почти всюду на $A_{c,r}(\mathbf{b})$ существуют ее частные производные и

$$\prod_{k=1}^n \left(\sum_{j=1}^n a_{jk} \frac{\partial}{\partial x_j} \right) \varphi(\mathbf{x}) = h(\mathbf{x}).$$

Если матрица $A = E$ – единичной матрице, $\mathbf{c} = \mathbf{1} = (1, \dots, 1)$ и $r = 0$, то пространства (18)–(19) принимают соответственно вид

$$L_1(E_1(\mathbf{b})) = \left\{ f(\mathbf{x}) : \int_{E_1(\mathbf{x})} |f(\mathbf{t})| dt < \infty \right\},$$

$$I_{E_1}(L_1) = \left\{ \varphi : \varphi(\mathbf{x}) = \int_{E_1(\mathbf{x}), (\mathbf{b}-\mathbf{t}) \geq (\mathbf{x}-\mathbf{t})} h(\mathbf{t}) dt, h(\mathbf{t}) \in L_1(E_1(\mathbf{b})) \right\},$$

где $h(\mathbf{x}) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \varphi(\mathbf{x}) \equiv \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{\partial}{\partial x_2} \dots \frac{\partial}{\partial x_n} \varphi(\mathbf{x})$.

Справедливы следующие два утверждения, которые являются аналогами классической теоремы Тамаркина о разрешимости одномерного интегрального уравнения Абеля в пространстве $L_1(a,b)$.

Теорема 1. Для разрешимости многомерного интегрального уравнения (6) с $\alpha \in \mathbb{R}^n$ ($0 < \alpha < 1$) и $\sigma \in \mathbb{R}_+^n$ в пространстве $L_1(A_{c,r}(\mathbf{b}))$ необходимо и достаточно, чтобы выполнялись следующие условия:

$$f_{A_{c,r}}^{\sigma, \alpha}(\mathbf{x}) = \sigma^1 \frac{\Gamma\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1-\alpha}{2}\right)} \int_{A_{c,r}(\mathbf{x})} \mathbf{t}^{\sigma-1} g(\mathbf{t}) dt \in I_{A_{c,r}}(L_1);$$

$$\left[f_{A_{c,r}}^{\sigma, \alpha}(\mathbf{x}) \right]_{\mathbf{c} \cdot \mathbf{x} + r = 0} = \left[\sum_{j=1}^n \tilde{a}_{jk} \frac{\partial}{\partial x_j} f_{A_{c,r}}^{\sigma, \alpha}(\mathbf{x}) \right]_{\mathbf{c} \cdot \mathbf{x} + r = 0} = \dots = \left[\prod_{k=2}^n \sum_{j=1}^n \left(\tilde{a}_{jk} \frac{\partial}{\partial x_j} \right) f_{A_{c,r}}^{\sigma, \alpha}(\mathbf{x}) \right]_{\mathbf{c} \cdot \mathbf{x} + r = 0} = 0.$$

При выполнении этих условий уравнение (6) разрешимо в $L_1(A_{c,r}(\mathbf{b}))$ и его единственное решение выражается формулой (17).

Доказательство.

Если выполняется $A_{c,r}(\mathbf{b}) = E_1(\mathbf{b})$, то утверждение теоремы следует из (15), (16). В случае произвольной пирамиды $A_{c,r}(\mathbf{b})$ оно выводится из (15), (16) после замены переменных (14) с учетом (16).

Следствие 1. Многомерное модельное интегральное уравнение типа Абеля

$$\frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_{E_1(\mathbf{x})} \left(2 \operatorname{sh} \frac{\mathbf{x}^\sigma - \mathbf{t}^\sigma}{2} \right)^{\alpha-1} f(\mathbf{t}) d\mathbf{t} = g(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in E_1(\mathbf{b}) \quad (20)$$

с $\alpha \in \mathbb{R}^n$ ($0 < \alpha < 1$) и $\sigma \in \mathbb{R}_+^n$ разрешимо в пространстве $L_1(E_1(\mathbf{b}))$ тогда и только тогда, когда

$$f_{E_1}^{\sigma, \alpha}(\mathbf{x}) = \sigma^1 \frac{\Gamma\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1-\alpha}{2}\right)} \int_{E_1(\mathbf{x})} \mathbf{t}^{\sigma-1} g(\mathbf{t}) d\mathbf{t} \in I_{E_1}(L_1)$$

$$и \quad \left[f_{E_1}^{\sigma, \alpha}(\mathbf{x}) \right]_{1, \mathbf{x}=0} = \left[\frac{\partial}{\partial x_n} f_{E_1}^{\sigma, \alpha}(\mathbf{x}) \right]_{1, \mathbf{x}=0} = \dots = \left[\frac{\partial}{\partial x_2} \dots \frac{\partial}{\partial x_n} f_{E_1}^{\sigma, \alpha}(\mathbf{x}) \right]_{1, \mathbf{x}=0} = 0.$$

При выполнении этих условий уравнение (20) разрешимо в $L_1(E_1(\mathbf{b}))$ и его единственное решение выражается формулой

$$f(\mathbf{x}) = \sigma^1 \frac{\Gamma((\alpha+1)/2)}{\Gamma((1-\alpha)/2)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left\{ \int_{E_1(\mathbf{x})} \mathbf{t}^{\sigma-1} g(\mathbf{t}) d\mathbf{t} \right\}.$$

Благодарности. Работа выполнена в рамках задания 1.2.01 ГПНИ «Конвергенция–2025» (подпрограмма «Математические модели и методы»).

ЛИТЕРАТУРА

1. Самко, С. Г. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения / С. Г. Самко, А. А. Килбас, О. И. Маричев. – Минск : Наука и техника, 1987. – 688 с.
2. Скоромник, О. В. Интегральные преобразования с функциями Гаусса и Лежандра в ядрах и интегральные уравнения первого рода / О. В. Скоромник. – Новополоцк : ПГУ, 2019. – 180 с.
3. Репин, О. А. Краевые задачи со сдвигом для уравнений гиперболического и смешанного типов / О. А. Репин. – Саратов : изд-во Саратов. ун-та, 1992. – 183 с.
4. Kilbas, A. A. On integrable solution of a multidimensional Abel-type integral equation / A. A. Kilbas, M. Saigo, H. Takushima // Fukuoka Univ. Sci. Rep. – 1995. – Vol. 25, № 1. – P. 1–9.
5. Михлин, С. Г. Лекции по интегральным уравнениям / С. Г. Михлин. – М. : Физматгиз, 1959. – 232 с.
6. Преображенский, Н. Г. Абелева инверсия в физических задачах: Инверсия Абеля и ее обобщения / Н. Г. Преображенский. – Новосибирск : Ин-т теор. и прикл. механики СО АН СССР, 1978. – С. 6–24.
7. Федосов, В. П. О некоторых обобщенных уравнениях Абеля / В. П. Федосов. – Новосибирск : Ин-т теор. и прикл. механики СО АН СССР, 1978. – С. 106.
8. Килбас, А. А. Решение многомерных гипергеометрических уравнений типа Абеля / А. А. Килбас, Р. К. Райна, М. Сайго, Г. М. Сривастава // Доклады НАН Беларуси. – 1995. – Т. 43, № 2. – С. 23–26.
9. Solvability of some Abel-type integral equations involving the Gauss hypergeometry Function as kernels in the space of summable functions / K. L. Raina [et al.] // ANZIAM J. – 2001. – Vol. 43, № 2. – P. 291–320.
10. Килбас, А. А. Решение многомерного интегрального уравнения первого рода с функцией Лежандра в ядре по пирамидальной области / А. А. Килбас, О. В. Скоромник // Доклады академии наук (Рос. Акад. наук). – 2009. – Т. 429, № 4. – С. 442–446.
11. Килбас, А. А. Решение многомерных интегральных уравнений типа Абеля с гипергеометрической функцией Гаусса в ядрах по пирамидальной области / А. А. Килбас, О. В. Скоромник // Труды Ин-та математики / НАН Беларуси, Ин-т математики. – Минск, 2009. – Т. 17, № 1. – С. 71–78.
12. Скоромник, О. В. Решение многомерных гипергеометрических интегральных уравнений типа Абеля / О. В. Скоромник // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. С, Фундам. науки. – 2011. – № 4. – С. 64–70.
13. Скоромник, О. В. Решение многомерных интегральных уравнений типа Абеля с гипергеометрической функцией Гаусса в ядрах по пирамидальной области / О. В. Скоромник, А. П. Мателенок // Весн. Віцеб. дзярж. ун-та. – 2011. – № 2 (62). – С. 22–27.
14. Скоромник, О. В. Решение многомерного интегрального уравнения первого рода с функцией Куммера в ядре по пирамидальной области / О. В. Скоромник, С. А. Шлапаков // Весн. Віцеб. дзярж. ун-та. – 2014. – № 1 (79). – С. 12–17.

15. Скоромник, О. В. Решение многомерного интегрального уравнения типа Абеля с функцией Бесселя-Клиффорда в ядре по пирамидальной области / О. В. Скоромник, С. А. Шлапаков // Весн. Віцеб. дзярж. ун-та. – 2018. – № 2 (99). – С. 5–13.
16. Папкович, М. В. Решение многомерного интегрального уравнения типа Абеля с функцией гиперболического синуса в ядре по пирамидальной области / М. В. Папкович, О. В. Скоромник // Актуальные проблемы математики и информационных технологий : материалы II Всерос. конф., приуроч. к 90-лет. Дагестан. гос. ун-та, Махачкала, 5–7 февр. 2021 г. / Дагестан. гос. ун-т ; редкол.: А.М. Магомедов (гл.ред.) [и др.]. – Махачкала : ДГУ, 2021. – С. 124–127.
17. Бейтмен, Г. Высшие трансцендентные функции : в 3 т. / Г. Бейтмен, А. Эрдейи. – М. : Наука, 1973. – Т. 1 : Гипергеометрическая функция. Функции Лежандра. – 296 с.

Поступила 16.11.2021

SOLUTION OF ONE CLASS OF MULTI-DIMENSIONAL INTEGRAL EQUATIONS OF THE FIRST KIND WITH HYPERBOLIC SINE FUNCTION IN KERNELS

M. PAPKOVICH, O. SKOROMNIK, S. SHLAPAKOV

One class of multidimensional integral equations of the first kind with a hyperbolic sine function in kernels over a bounded pyramidal domain of a special form is considered. Following the technique of Ya. Tamarkin, explicit formulas for the solution of the considered multidimensional integral equations are derived. Necessary and sufficient conditions for the solvability of such equations in spaces of summable functions are established.

Keywords: *multidimensional integral equations of the first kind, hyperbolic sine function, space of integrable functions, fractional integrals and derivatives.*

СОДЕРЖАНИЕ

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

<i>Адамовский Е. Р., Железняк В. К.</i> Волоконно-оптический канал передачи маскирующего сигнала	2
<i>Адамовский Е. Р., Железняк В. К.</i> Магнитооптический эффект Фарадея для мониторинга каналов утечки информации волоконно-оптических линий связи	7
<i>Богущ Р. П., Адамовский Е. Р., Чертков В. М.</i> Состав и представление данных для модели когнитивной системы связи на базе LTE	13
<i>Сидоренко А. В.</i> Обучение с подкреплением при навигации мобильных роботов	21
<i>Железняк В. К., Бураченко И. Б., Лаеров С. В., Филиппович А. Г., Барановский М. М.</i> Оценка параметров и характеристик речевого сигнала, представленного периодической последовательностью импульсов дискретизации	25
<i>Железняк В. К., Раханов К. Я., Казютин А. В.</i> Увеличение защищенности речевой информации установкой ребер жесткости и автоматизированная оценка резонансов оконного ограждения	31

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ (ФИЗИКА)

<i>Шестовский Д. В., Бринкевич Д. И., Просолович В. С., Янковский Ю. Н., Вабищевич С. А., Вабищевич Н. В.</i> Модификация пленок диазохинон-новолачного фоторезиста имплантацией ионов бора и фосфора при повышенной плотности ионного тока	41
<i>Янушкевич В. Ф., Алиева С. П., Калинин С. В.</i> Влияние режима радиоимпульсных сигналов на характеристики анизотропной среды над углеводородами	47
<i>Янушкевич В. Ф., Алиева С. П., Калинин С. В.</i> Методы радиокомплексирования при поиске углеводородов	55
<i>Пехота А. Н., Галушко В. Н., Громыко И. Л.</i> Технология использования сверточных нейронных сетей при диагностике состояния трансформаторов	63

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ (МАТЕМАТИКА)

<i>Ситник С. М., Скоромник О. В., Архиповец Е. Н.</i> Одно обобщенное Н-преобразование в весовых пространствах интегрируемых функций на полуоси	70
<i>Папкович М. В., Скоромник О. В., Шлапаков С. А.</i> Решение одного класса многомерных интегральных уравнений первого рода с функцией гиперболического синуса в ядрах	77