

УДК 656.015

DOI 10.52928/2070-1616-2026-55-3-59-63

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ АВТОНОМНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ ТРАМВАЯ В УСЛОВИЯХ СОВМЕСТНОГО ГОРОДСКОГО ТРАФИКА

*А.А. КУСТЕНКО, д-р техн. наук, проф. Д.В. КАПСКИЙ
(Белорусский национальный технический университет, Минск)*

Разработан и обоснован комплекс математических моделей, образующих замкнутый контур автономного управления трамваем в условиях смешанного городского трафика. На основе коэффициента синхронизации светофорных фаз предложены оригинальные формализации четырех иерархических уровней управления: многомодальной системы восприятия (L1), оптимального планирования скорости методом динамического программирования (L2), нечеткого ситуационного принятия решений по алгоритму Мамдани (L3) и адаптивного приоритетного управления светофорным регулированием через интерфейс V2I (L4).

Ключевые слова: автономный трамвай, коэффициент синхронизации светофорных фаз, расширенный фильтр Калмана, динамическое программирование, функциональная безопасность, приоритетное управление СФО.

Введение. Современные тенденции в области городского электрического транспорта свидетельствуют о постепенном переходе от экспериментальной отработки технологий беспилотного управления к формированию соответствующей нормативно-правовой базы.

Цель настоящей работы – разработка математического аппарата для автономного управления трамваем, который объединяет в единый контур восприятие обстановки, планирование маршрута, принятие решений и воздействие на светофорные объекты (СФО). Сквозным параметром, связывающим все эти этапы, выступает величина η_c .

Основная часть. Автономный трамвай – это рельсовое транспортное средство, которое способно самостоятельно проехать весь маршрут: от отправления с начальной остановки до прибытия на конечную. Он должен управлять скоростью, реагировать на дорожную обстановку, взаимодействовать со светофорами и следить за безопасностью пассажиров.

Трамвай отличается от беспилотных автомобилей на колесах тем, что его движение жестко привязано к рельсам. Благодаря этому его положение можно описывать не в двух измерениях, а вдоль одной линии – маршрута, что заметно упрощает задачи локализации и планирования траектории. Но взамен возникают свои сложности: трамваю приходится взаимодействовать со светофорами, пересечениями, пешеходными переходами и другими участниками городского движения, с которыми он делит пространство.

В основе системы лежат три ключевых принципа, первый из которых – иерархичность управления. Она предполагает разделение всей системы на четыре независимых уровня (L1–L4), каждый из которых работает через четко определенные интерфейсы с соседними уровнями. Второй – информационная связность – единый сквозной параметр η_c (коэффициент синхронизации светофорных фаз) проходит через все уровни, обеспечивая согласованность решений. Третий – замкнутость контура – результат воздействия на объект (изменение скорости, запрос приоритета) возвращается в систему как новые данные для следующего цикла управления.

Система автономного управления трамваем организована в виде четырех иерархических уровней, каждый из которых работает на своем временном горизонте и решает свою функциональную задачу (таблица).

Таблица. – Иерархические уровни

Уровень	Название	Временной горизонт	Основная задача
L1	Восприятие среды	10–100 мс (реальное время)	Слияние данных сенсоров, оценка вектора состояния, построение карты занятости
L2	Планирование скорости	1–60 с (горизонт планирования)	Оптимальный профиль скорости для прохождения СФО на зеленый сигнал с минимальными затратами
L3	Принятие решений	0,1–1 с (ситуационный)	Выбор режима движения: сохранение, ускорение, торможение или запрос приоритета
L4	Взаимодействие с инфраструктурой (V2I Communication)	Цикл СФО (до 150 с)	Адаптивная коррекция фазового плана светофора через протокол V2I

Информационная база системы формируется гетерогенным набором датчиков и внешних источников данных:

1. LiDAR (лазерный дальномер): Точность $\sigma \approx 0,05\text{--}0,30$ м, частота 10–20 Гц. Основной источник для построения карты препятствий и точной локализации. Обеспечивает трехмерное сканирование ближней зоны (до 100–150 м).

2. Стереокамера: Точность $\sigma \approx 0,10\text{--}0,50$ м. Распознавание объектов (пешеходы, автомобили, знаки), семантическая сегментация дорожной сцены. Дополняет LiDAR при низкой отражательной способности объектов.

3. GNSS/IMU (спутниковая навигация + инерциальный модуль): Точность $\sigma \approx 2\text{--}5$ м, частота 10 Гц. Абсолютная привязка к карте маршрута, оценка скорости и ориентации. Ненадежен в тоннелях и под мостами – компенсируется LiDAR.

4. Радиолокатор (радар): Точность $\sigma \approx 0,50\text{--}2,00$ м. Обнаружение объектов в условиях тумана, дождя, снега, когда LiDAR и камера деградируют. Основной датчик для экстренного торможения.

5. V2I-приемник (ETSI ITS-G5): Прием сигналов от светофорных объектов: текущая фаза, оставшееся время, параметры цикла. Единственный источник данных для расчета η_c и формирования запроса приоритета.

Все четыре уровня управления работают с единым вектором состояния трамвая, который непрерывно обновляется уровнем L1:

$$X(t) = [x(t), v(t), a(t), \eta_c(t), d_{\text{ост}}(t), \Delta\tau(t)]^T,$$

где $x(t)$ – позиция вдоль маршрута, м;

$v(t)$ – скорость, м/с;

$a(t)$ – ускорение, м/с²;

$\eta_c(t)$ – математическое ожидание коэффициента синхронизации светофорных фаз (рассматривается как стохастическая величина, имеющая нормальное распределение, дисперсия которой пересчитывается в матрице ковариации фильтра Калмана по мере движения);

$d_{\text{ост}}(t)$ – расстояние до ближайшего СФО, м;

$\Delta\tau(t)$ – отклонение от расписания, с.

T – знак транспонирования (т.к. вектор состояния — это вектор-столбец);

Вектор $X(t)$ является «общим языком» системы: каждый уровень читает из него нужные компоненты и записывает результаты своей работы обратно, обеспечивая согласованность всех подсистем в реальном времени.

Центральным связующим параметром всей архитектуры является безразмерный коэффициент синхронизации светофорных фаз $\eta_c \in [0, 1)$.

Физический смысл: η_c показывает, в какой момент фазового цикла светофора (длительностью C секунд) прибывает трамвай. Значение $\eta_c = 0$ означает прибытие в самом начале цикла; $\eta_c = 1$ – в конце. Если $\eta_c < \lambda$ (где λ – доля зеленого сигнала в светофорном цикле), трамвай проходит на зеленый; если $\eta_c \geq \lambda$ – вынужден остановиться [1].

Роль η_c на каждом уровне управления:

- L1: вычисляется по данным V2I и GNSS как компонента вектора состояния.
- L2: определяет необходимую корректировку скорости через управляющее соотношение $\Delta\mu$.
- L3: является входной переменной нечеткого контроллера для выбора режима движения.
- L4: служит основанием для инициирования запроса приоритета к контроллеру СФО.

Ввиду различной динамики физических процессов, уровни иерархии функционируют асинхронно. Полный комплекс алгоритмов автономного управления включает следующие этапы:

Шаг 1. Сбор данных (L1): Все датчики (LiDAR, камера, GNSS, радар, V2I) одновременно формируют измерения. Время цикла: 50–100 мс.

Шаг 2. Слияние данных и оценка состояния (L1): Расширенный фильтр Калмана (EKF) объединяет разнородные измерения в единый вектор состояния $X(t)$ с оптимальными весами. Карта занятости обновляется по правилу Байеса.

Шаг 3. Прогноз η_c и планирование скорости (L2): На горизонте $Th = 60$ с методом динамического программирования вычисляется оптимальный профиль скорости $v(t)$, минимизирующий задержки, расход энергии и отклонение от расписания.

Шаг 4. Ситуационное принятие решений (L3): Нечеткий контроллер Мамдани анализирует три входа (η_c , $\Delta\tau$ (отклонение от расписания в секундах), $P_{\text{риск}}$ (вероятность столкновения с препятствием)) и формирует команду управления: сохранить скорость, ускорить, затормозить или запросить приоритет. Непрерывная дефазификация обеспечивает плавное управление. Непрерывная дефазификация (работающая с высокой частотой 20–50 Гц) обеспечивает плавное реактивное управление.

Шаг 5. Воздействие на объекты (L4 + исполнители): При необходимости по протоколу V2I отправляется запрос приоритета к контроллеру СФО. Тяговый привод и тормозная система получают команды от L3. Сместившие фазы $\Delta t_{\text{тр}}$ рассчитывается с учетом интересов автомобильного потока. Команды обновляются адекватно

текущим требованиям безопасности (до 50 раз в секунду), тогда как запрос V2I (уровень L4) пересчитывается с тактом 1 с.

Шаг 6. Обратная связь: Результат исполненных команд (новые показания датчиков) возвращается на Шаг 1. Оценка η_c обновляется через замкнутый контур фильтра Калмана

Автономный трамвай относится к объектам повышенной опасности, поэтому требования безопасности заложены в архитектуру системы на каждом уровне.

Аппаратная избыточность обеспечивается тремя независимыми вычислительными каналами, которые работают параллельно и решают одни и те же задачи в реальном времени. Каналы физически и логически изолированы друг от друга, поэтому неисправность в одном из них не может перекинуться на соседние подсистемы – именно этим архитектура принципиально отличается от простого дублирования. Каждый канал самостоятельно вырабатывает управляющее решение (например, о необходимости экстренного торможения), после чего результаты поступают в модуль голосования.

Архитектура «2 из 3» (2oo3, two-out-of-three) построена на детерминированном мажоритарном принципе: итоговая команда формируется только тогда, когда совпадают результаты минимум двух каналов из трех. Это дает сразу два важных свойства. Первое – отказоустойчивость: если один канал выходит из строя, оставшиеся два продолжают формировать согласованное решение. Второе – защита от ложных срабатываний: неисправный канал не может в одиночку навязать опасное решение, потому что для этого структурно нужно большинство. Получается, что архитектура 2oo3 закрывает сразу две противоположные по сути задачи надежности – устойчивость к отказам на срабатывание и устойчивость к ложным срабатываниям.

Уровень L1: многомодальная система восприятия. Трамвай оснащен набором разных по типу датчиков. У каждого своя погрешность и своя частота обновления данных, поэтому чтобы они работали слаженно, нужен интеллектуальный алгоритм слияния данных.

Эту роль выполняет расширенный фильтр Калмана [2]. Он работает в два этапа: сначала предсказывает положение трамвая на основе физической модели движения, а затем уточняет это предсказание по данным, поступающим с датчиков. При этом алгоритм сам учитывает точность каждого источника – чем надежнее датчик, тем больший вес получают его показания. При исправной работе датчиков, хороших GNSS-поправках и контрастных оптических ориентирах такое слияние данных позволяет добиться точности локализации 9–10 см – для сравнения, одна лишь спутниковая навигация дает погрешность до трех метров.

Пространство перед трамваем разбито на ячейки размером 0,5×0,5 м, и для каждой из них рассчитывается вероятность наличия препятствия. Эта вероятность постоянно пересчитывается по мере поступления новых данных, и как только она превышает заданный порог, ячейка помечается как занятая, и система подает сигнал тревоги. Если пешеход появляется на рельсах в двадцати пяти метрах от трамвая, сигнал на экстренное торможение формируется уже через 0,1 с.

Уровень L2 рассчитывает такой профиль скорости, чтобы трамвай проходил ближайшие светофоры без остановок, укладывался в расписание и тратил на это минимум энергии. Система прогнозирует, в какой момент трамвай подъедет к каждому перекрестку, и проверяет, попадет ли он в зеленую фазу. Если нет – вычисляется небольшая коррекция скорости (ускорение или замедление), которая сдвигает момент прибытия в разрешенный интервал.

Для поиска оптимального решения на всем горизонте планирования используется метод динамического программирования Беллмана [3]: перебираются все варианты скоростного режима, и выбирается тот, что дает минимальные суммарные потери. При этом, несмотря на большое количество перебираемых вариантов, расчет укладывается меньше чем в 1 мс.

Уровень L3 построен на нечетком контроллере и каждые 0,1 с определяет текущий режим движения – ускорение, поддержание скорости, торможение или запрос приоритета на светофоре.

Логика принятия решений задается набором правил. Например: если трамвай опаздывает, а светофор вот-вот переключится – нужно ускориться; если впереди обнаружено препятствие с высокой вероятностью столкновения – тормозить немедленно; если трамвай укладывается в расписание и опасности нет – запросить приоритет у светофора. Итоговое управляющее воздействие вычисляется как взвешенное среднее всех сработавших правил, что обеспечивает плавность управления и исключает резкие рывки. Алгоритм Мамдани выбран несмотря на то, что он требует больше вычислений на этапе дефазификации по сравнению с моделями Сугено – но зато он дает лингвистически прозрачную базу правил, без которой невозможно ни проверить логику управления, ни сертифицировать систему по стандартам функциональной безопасности не ниже уровня SIL-3.

Каждое решение контроллера проверяет отдельный, независимый модуль функциональной безопасности [4]. Он рассчитывает минимально необходимый тормозной путь исходя из текущей скорости и сравнивает его с фактическим расстоянием до препятствия. Если запаса недостаточно, модуль принудительно задает режим экстренного торможения, полностью переопределяя вывод нечеткого контроллера.

Уровень L4 – это интерфейс между трамваем и светофорной инфраструктурой города. Если уровень L2 управляет скоростью самого трамвая, то уровень L4 обращается напрямую к контроллеру светофора с запросом сдвинуть начало зеленой фазы так, чтобы трамвай проехал без остановки. Величина сдвига ограничена пятнадцатью секундами в ту или иную сторону.

Любое изменение фазы затрагивает автомобильный поток на пересекающих направлениях. Чем больше запрошенный сдвиг – тем значительно возрастает задержка автомобилей, причем эта зависимость нелинейна: удвоение сдвига увеличивает задержку вчетверо. При высокой загрузке перекрестка запрос приоритета автоматически блокируется, чтобы не спровоцировать транспортный коллапс.

Компромисс между интересами трамвая и автомобильного потока регулируется весовым коэффициентом. При равных весах трамвай и автомобили равноправны; при повышенном приоритете трамвая акцент смещается в его пользу – что обосновано тем, что один трамвай перевозит до двухсот пятидесяти пассажиров против одного-двух в легковом автомобиле. Прогноз момента прибытия к светофору непрерывно уточняется с помощью фильтра Калмана, который учитывает текущую скорость, расстояние до перекрестка и параметры светового цикла [5; 6].

Заключение. В статье разработан целостный математический аппарат автономного управления трамваем, который охватывает полный цикл – от восприятия обстановки до планирования, принятия решений и воздействия на инфраструктуру. Предложенная четырехуровневая иерархическая архитектура (L1–L4) позволяет всем подсистемам работать согласованно благодаря единому сквозному параметру – коэффициенту синхронизации световых фаз η_c .

На уровне L1 расширенный фильтр Калмана справляется со стохастической неопределенностью и обеспечивает точность локализации до 0,09 м. На уровне L2 метод динамического программирования рассчитывает оптимальный скоростной профиль менее чем за 1 мс на горизонте планирования до 60 с и компенсирует случайные отклонения времени прибытия. Контроллер Мамдани на уровне L3 благодаря прозрачным и понятным правилам обеспечивает надежный выбор режима движения в конкретной ситуации, а адаптивный интерфейс V2I на уровне L4 реализует приоритетное управление световой фазой с учетом интересов всего смешанного транспортного потока.

Полученные результаты закладывают теоретическую основу для практической реализации и последующей сертификации систем автономного управления городским рельсовым транспортом. Актуальность этой задачи подтверждается текущими тенденциями в нормативно-правовом регулировании данной области.

По итогам исследования предложены:

1. Комплексная архитектура системы автономного управления движением трамвая, в которой контур управления разделен на четыре иерархических уровня – восприятие, планирование, принятие решений и взаимодействие с инфраструктурой. Разнородные вычислительные процессы объединены через единый сквозной параметр – вектор состояния с компонентой коэффициента синхронизации световых фаз (η_c), что обеспечивает информационную связность подсистем бортового алгоритма в условиях смешанного городского трафика.

2. Алгоритм оптимизации скоростного профиля автономного трамвая в реальном времени (уровень L2) на основе метода динамического программирования. Он адаптивно вычисляет корректирующие воздействия на основе стохастического прогноза прибытия к регулируемому пересечению, что позволяет снизить энергозатраты тягового привода и избежать вынужденных остановок перед светофорами, не нарушая при этом график движения.

3. Метод ситуационного принятия решений и контроля режимов движения (уровень L3), построенный на нечеткой логике Мамдани и мажоритарном принципе резервирования вычислений («2 из 3»). Отдельный модуль независимой оценки функциональной безопасности (не ниже уровня SIL-3) гарантирует, что при обнаружении динамических препятствий на рельсовом пути команды управления безусловно переопределяются в пользу экстренного торможения.

4. Математическая модель адаптивного приоритетного управления (уровень L4), которая использует протокол связи V2I для динамической коррекции световых циклов инфраструктуры. Благодаря механизму непрерывной оценки временных потерь смежных автомобильных потоков – с учетом нелинейной зависимости задержек от сдвига фаз – удается сбалансировать приоритет городского электротранспорта с необходимостью не допускать перегрузки перекрестков и транспортных заторов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кустенко А.А., Капский Д.В., Ларин О.Н. Исследование влияния светового регулирования на эффективность трамвайного движения // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия В. Промышленность. Прикладные науки. – 2025. – № 2. – С. 26–33. DOI: 10.52928/2070-1616-2025-52-2-26-33
2. Extended Kalman Filter Sensor Fusion in Practice for Mobile Robot Localization / A. Housein, G. Xingyu, W. Li et al. // International Journal of Advanced Computer Science and Applications. – 2022. – Vol. 13, № 2. – P. 25–34. DOI: 10.14569/IJACSA.2022.0130204
3. Research on Speed Planning and Energy Management Strategy for Fuel Cell Hybrid Bus in Green Wave Scenarios at Traffic Light Intersections Based on Deep Reinforcement Learning / F. Yi, W. Guo, H. Gong et al. // Sustainability. – 2024. – Vol. 16, № 24. – Art. 11156. DOI: 10.3390/SU162411156
4. Maddiboyina H., Ponnappalli V. A. S. Mamdani fuzzy-based vehicular grouping at the intersection of roads for smart transportation system // International Journal of Embedded and Intelligent Systems. – 2019. – Vol. 7, № 2/3. – P. 263–285. DOI: 10.1504/IJIEI.2019.099100

5. Аналитическое прогнозирование оптимальной траектории движения мобильного робота / А.А. Лобатый, Д.В. Капский, А.К. Ибрагим и др. // Системный анализ и прикладная информатика. – 2022. – № 2. – С. 21–26. DOI: 10.21122/2309-4923-2022-2-21-26
6. Моделирование заторов с использованием данных от блютуз-датчиков о транспортном потоке / Д.В. Навой, А.А. Лобатый, Д.В. Капский и др. // Инфокоммуникационные и интеллектуальные технологии на транспорте: сб. ст. междунар. науч.-практ. конф. / Липецк (20–21 апр. 2022 г.) – Липецк: Липец. гос. техн. ун-т, 2022. – С. 171–177.

Поступила 17.07.2026

MATHEMATICAL FOUNDATIONS OF AUTONOMOUS TRAM MOVEMENT CONTROL IN MIXED URBAN TRAFFIC

A. KUSTENKO, D. KAPSKI
(Belarusian National Technical University, Minsk)

The article develops and substantiates a set of mathematical models forming a closed-loop autonomous tram control system in mixed urban traffic conditions. Based on the traffic light phase synchronization coefficient, original formalizations of four hierarchical control levels are proposed: a multimodal perception system (L1), optimal speed profile planning using dynamic programming (L2), fuzzy situational decision-making based on the Mamdani algorithm (L3), and adaptive priority control of traffic light regulation via the V2I interface (L4).

Keywords: autonomous tram, traffic light phase synchronization coefficient, Extended Kalman Filter, dynamic programming, SIL-3 functional safety, priority traffic light control.