

УДК 519.87:621.822.6

## ВЕЙВЛЕТ-ФУНКЦИЯ ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ ПОДШИПНИКОВ КАЧЕНИЯ

Ю.П. АСЛАМОВ; канд. техн. наук И.Г. ДАВЫДОВ

(Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск)

Рассматриваются автоматические системы вибрационной диагностики, позволяющие решать задачи оценки технического состояния роторного оборудования без привлечения экспертов. Для обработки нестационарных вибрационных сигналов широкое распространение получил вейвлет-анализ, однако качество вейвлет-анализа в большой степени зависит от выбранной базисной функции. Авторами предложена базисная функция, предназначенная для диагностики подшипников качения на основе вейвлет-анализа. Приведено её математическое обоснование и сравнительный анализ с другими базисными вейвлет-функциями. Представлены результаты тестирования базисной функции на модельных сигналах.

**Ключевые слова:** подшипники качения, вибродиагностика, цифровая обработка сигналов, вейвлет-преобразование, базисная функция.

**Введение.** В настоящее время для оценки технического состояния роторного оборудования используются методы обработки вибросигналов в частотной и частотно-временной областях [1–4]. Наибольшее распространение получили спектральные методы вибрационной диагностики на основе преобразования Фурье. В соответствии с указанным подходом каждому дефекту оборудования ставится в соответствие набор дефектных частот. Например, раковины и трещины на внутреннем/наружном кольце подшипника качения будут порождать ударные процессы с частотой повторения, равной частоте перекачивания тел качения по внутреннему/наружному кольцу ( $BPFI / BPFO$ ) [4].

$$BPFI = F1 \cdot \frac{Nb}{2} \left( 1 + \frac{Bd}{Pd} \cos(\theta) \right),$$

$$BPFO = F1 \cdot \frac{Nb}{2} \left( 1 - \frac{Bd}{Pd} \cos(\theta) \right),$$

где  $F1$  – частота вращения вала;  $Nb$  – количество тел качения;  $Bd$  – диаметр тела качения;  $Pd$  – диаметр делительной окружности;  $\theta$  – угол контакта.

По совокупности дефектных частот, обнаруженных в спектре и спектре огибающей вибрации, делается заключение о типе дефекта оборудования и степени его развития. Простота, универсальность применения и большое количество справочной литературы стали причиной широкого распространения спектральных методов вибрационной диагностики. Однако существенным недостатком спектральных методов анализа является низкая эффективность их использования для обработки нестационарных сигналов [5] из-за размытия спектров. Нестационарность сигналов возникает вследствие того, что в процессе эксплуатации скорость вращения вала оборудования не является постоянной величиной. Причина заключается в изменении режима работы, нагрузки, различная степень изношенности элементов и т.д. При мером оборудования с постоянно изменяющейся скоростью вращения валов является ветрогенератор.

С одной стороны, решение указанной проблемы лежит в области алгоритмов уточнения частоты вращения вала и слежения за ней [5; 6]. С другой стороны, инструментом обработки нестационарных сигналов является вейвлет-анализ, математический аппарат которого разработан учеными Морле, Добеши, Малла и другими [7; 8]. Применительно к вибрационной диагностике данный подход еще недостаточно проработан, но, по нашему мнению, является перспективным. Следует отметить, что большое влияние на качество вейвлет-анализа оказывает выбор базисной функции. В данной работе авторами предложена базисная вейвлет-функция для диагностики подшипников качения. Также в работе приведены результаты экспериментов, проведенных на модельных вибрационных сигналах.

**Основная часть.** Линейное частотно-временное преобразование устанавливает связь сигнала с семейством волновых функций, хорошо сконцентрированных по времени и по частоте. Эти волновые функции называются частотно-временными атомами.

Если рассмотреть общее семейство частотно-временных атомов  $\{\phi_\gamma\}_{\gamma \in \Gamma}$ , где  $\gamma$  может быть многоиндексным параметром, и предположить  $\gamma\phi_\gamma \in L^2(\mathbb{R})$ ,  $\phi_\gamma \in L^2(\mathbb{R})$  и  $\|\phi_\gamma\| = 1$ , тогда соответствующее линейное частотно-временное преобразование сигнала  $x \in L^2(\mathbb{R})$  определяется как

$$Tx(\gamma) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\phi_\gamma^*(t) dt = \langle x, \phi_\gamma \rangle.$$

Атом Фурье с окном строится с помощью окна  $g$ , сдвинутого на  $u$  и модулированного частотой  $\omega$ :

$$\phi_\gamma(t) = g_{u,\omega}(t) = e^{i\omega t} g(t-u).$$

Вейвлет-атом – это растяжение в  $s$  раз и сдвиг на  $u$  материнского вейвлета  $\psi$ :

$$\phi_\gamma(t) = \psi_{s,u}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-u}{s}\right).$$

Вейвлеты и преобразование Фурье с окном имеют энергию, хорошо локализованную во времени, во время как их преобразование Фурье сконцентрировано главным образом в ограниченном диапазоне частот.

Для анализа структуры сигналов различной длительности необходимы частотно-временные атомы с различными временными носителями. Вейвлет-преобразование раскладывает сигналы по растянутым и сдвинутым вейвлетам. Функция  $\psi \in L^2(\mathbb{R})$  называется вейвлетом, если выполняются следующие условия:

1) функция  $\psi(t)$  имеет нулевое среднее

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0. \quad (1)$$

Функция  $\psi(t)$  нормирована,  $\|\psi\| = 1$ , и имеет центр в  $t = 0$ . Часто для практических приложений оказывается необходимым, чтобы не только нулевой, но и первые  $k$  моментов были равны нулю:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} t^k \psi(t) dt = 0 \text{ для } 0 \leq k < p, \quad (2)$$

тогда  $\psi(t)$  ортогональна любому многочлену степени  $p - 1$ . Такой вейвлет называется вейвлетом  $k$ -го порядка. Вейвлеты, обладающие большим количеством нулевых моментов, позволяют анализировать мелко-масштабные флуктуации и особенности высокого порядка, игнорируют регулярные полиномиальные составляющие сигнала;

2) функция  $\psi(t)$  непрерывна по всей длине, т.е. не имеет точек разрыва. В некоторых приложениях требуется непрерывная дифференцируемость [8];

3) функция  $\psi(t)$  должна быть ограничена и локализована по времени и по частоте. Необходимым и достаточным условием является

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(t)|^2 dt < \infty. \quad (3)$$

Локализация вейвлет-функций во времени подразумевает выполнение одного из законов убывания:

а)  $t^{-m}$ , где  $m = const$ , б) экспоненциального  $e^{-k|t|}$ , где  $k > 0$ , либо более быстрого. Хорошо локализованная функция  $\psi(t)$  имеет быстрое убывание. Это означает, что для любого показателя  $m \in \mathbb{N}$  существует константа  $C_m$  такая, что

$$\forall t \in \mathbb{R} \quad |\psi(t)| \leq \frac{C_m}{1 + |t|^m}; \quad (4)$$

4) *автономность базиса* – все вейвлеты семейства  $\psi_{u,s}(t)$  имеют одинаковую форму (число осцилляций), так как получаются посредством масштабирования и сдвига материнского вейвлета  $\psi(t)$ .

Вейвлет-преобразование от времени  $u$  и масштаба  $s$  есть

$$Wx(u, s) = \langle x, \psi_{u,s} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \frac{1}{\sqrt{s}} \psi^*\left(\frac{t-u}{s}\right) dt.$$

Вейвлет-преобразование может быть переписано в виде свертки

$$Wx(u, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \frac{1}{\sqrt{s}} \psi^*\left(\frac{t-u}{s}\right) dt = x^* \tilde{\psi}_s(u), \quad (5)$$

где

$$f_2 \tilde{\psi}_s(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi^*\left(\frac{-t}{s}\right).$$

Преобразование Фурье  $\hat{\psi}_s(u)$  есть

$$\hat{\psi}_s(\omega) = \sqrt{s} \hat{\psi}^*(s\omega).$$

Так как  $\hat{\psi}(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0$ , то  $\hat{\psi}$  – передаточная характеристика диапазонного фильтра, т.е. вейвлет-преобразование (5) вычисляет свертку с растянутым диапазонным фильтром. Если  $\psi$  – вещественный вейвлет, тогда

$$Wx(u, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-u}{s}\right) dt.$$

Для вейвлет-преобразования выполняется закон сохранения энергии, но вейвлет удовлетворяет условию допустимости, определяемой теоремой Кальдера, Морле и Гроссмана [7].

Пусть  $\psi \in L^2(\mathbb{R})$  – вещественная функция, такая что

$$C_\psi = \int_0^{+\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|}{\omega} d\omega < +\infty, \tag{6}$$

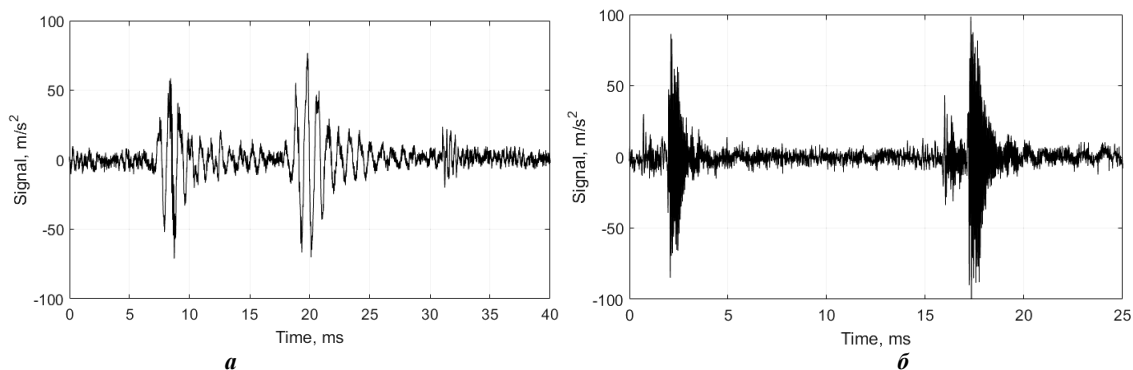
тогда любая  $x \in L^2(\mathbb{R})$  удовлетворяет равенству:

$$x(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} Wx(u, s) \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-u}{s}\right) du \frac{ds}{s^2}. \tag{7}$$

Предположение (6) называется условием допустимости для вейвлетов. Для того чтобы интеграл был конечным, требуется  $\hat{\psi}(0) = 0$ . Это объясняет, почему вейвлеты должны иметь нулевое среднее значение. Если  $\hat{\psi}(0) = 0$  и  $\hat{\psi}(\omega)$  непрерывно дифференцируемы, условие допустимости выполняется. Выражение (7) задает обратное вейвлет-преобразование.

Следует отметить, что вейвлет может считаться базисной функцией  $L^2(\mathbb{R})$  только в том случае, если построенный с помощью его базис ортонормирован и обратное преобразование существует. Однако строгие доказательства полноты и ортогональности сложны и громоздки [8]. Кроме того, для практических целей часто достаточным является устойчивость и «приблизительная» ортогональность системы функций разложения. Как правило, для анализа сигналов используются такие «почти базисные» вейвлеты.

**Вейвлет-функция для диагностики подшипников качения.** Во многих работах по вибрационной диагностике разрабатываются и анализируются модели ударных процессов в подшипниках качения при наличии дефектов. В частности, в [9–11] ударный процесс рассматривается как гармоническое колебание, затухающее по экспоненциальному закону. На рисунке 1 представлены примеры ударных импульсов в подшипниках качения при наличии дефектов.



**a** – дефект тела качения; **б** – дефект наружного кольца

**Рисунок 1. – Дефект подшипника качения**

Функция для диагностики подшипников качения должна максимально соответствовать форме ударных импульсов и иметь хорошую локализацию во временной и частотной областях. В качестве

вейвлет-функции для анализа подшипников качения выбран вейвлет  $\psi$  [12; 13], состоящий из двух частей (8). Первая часть вейвлета  $\psi$  описывается выражением для вейвлета *МЕХН* (*Mexican Hat*), а вторая часть имеет экспоненциальный закон затухания:

$$\psi(t, \omega, k) = \begin{cases} \left(\frac{4}{\pi^2}\right)\left(\frac{\pi^2}{4} - (\omega t)^2\right) \exp\left(\frac{-2(\omega t)^2}{\pi^2}\right) & \text{при } -\infty < t \leq 0; \\ \cos(\omega t) \exp(-kt) & \text{при } 0 < t < \infty, \end{cases} \quad (8)$$

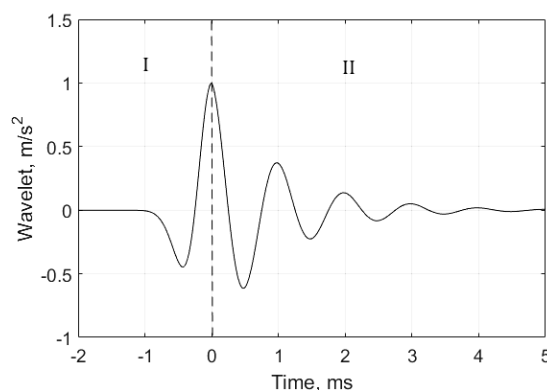
где  $\omega = 2\pi f_0$  – циклическая частота (рад/с);  $f_0$  – несущая (резонансная) частота (Гц);  $k$  – коэффициент затухания.

В ходе анализа выявлено, что рассматриваемая вейвлет-функция  $\psi$  (8) обладает следующими недостатками:

- 1) функция  $\psi$  не является непрерывно дифференцируемой в точке  $t = 0$ ;
- 2) функции  $\psi$  имеет нулевой момент (1), отличный от нуля, т.е. не выполняется условие допустимости, в частности

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = \frac{k}{k^2 + \omega^2} > 0.$$

Временная реализация рассматриваемой вейвлет-функции с несущей частотой  $f_0 = 1000$  Гц представлена на рисунке 2. Римскими цифрами I и II обозначены первая и вторая части выражения (8) соответственно.



I – часть *МЕХН*; II – экспоненциальная часть

Рисунок 2. – Базисная функция для диагностики подшипников качения  $\psi(t, \omega, k)$

Для устранения указанных выше недостатков проводится модификация вейвлета. Введем понятие коэффициента формы *FF* (*Form Factor*), тогда коэффициент затухания  $k$  из выражения (8) примет вид

$$k = \frac{f_0}{FF} = \frac{\omega}{2\pi FF}. \quad (9)$$

Введем следующие обозначения:

$$f_{mexh}(t, \omega, a) = \left(1 - \left(\frac{2\omega t}{\pi}\right)^2\right) \exp\left(-\frac{\left(\frac{2\omega t}{\pi}\right)^2}{a}\right),$$

$$f_{exp}(t, \omega, FF) = \cos(\omega t) \exp\left(-\frac{\omega t}{2\pi FF}\right).$$

В рамках представляемой работы опустим промежуточные расчеты и приведем итоговое выражение (10) модифицированной базисной функции для диагностики подшипников качения  $\psi^{MEXP}$ :

$$\psi^{MEXP}(t, \omega, FF) = \begin{cases} f_{mexh}(t, \omega, a_2), & -\infty < t \leq 0; \\ f_{mexh}(t, \omega, a_1), & 0 < t \leq \frac{\pi}{2\omega}; \\ f_{exp}(t, \omega, FF), & \frac{\pi}{2\omega} < t < \infty, \end{cases} \quad (10)$$

где  $a_1$  и  $a_2$  – поправочные коэффициенты, рассчитываемые следующим образом:

$$a_1 = \frac{1}{\ln\left(\frac{4}{\pi}\right) + \frac{1}{4FF}}, \quad (11)$$

$$a_2 = (\alpha + \beta)^2. \quad (12)$$

Для расчета коэффициента  $a_2$  используются вспомогательные коэффициенты:

$$\alpha = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{Q}}, \quad \beta = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{Q}}, \quad Q = \left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2,$$

$$p = -2, \quad q = -\frac{8\omega}{\pi\sqrt{\pi}}(S_{mexh}^R(\omega, a_1) + S_{exp}(\omega, FF)),$$

$$S_{mexh}^R(\omega, a_1) = \frac{\pi\sqrt{\pi a_1}}{4\omega} \cdot \frac{2 - a_1}{2} \cdot erf\left(\frac{1}{\sqrt{a_1}}\right) + \frac{\pi a_1}{4\omega} \exp\left(-\frac{1}{a_1}\right),$$

$$S_{exp}(\omega, FF) = -\frac{4\pi^2 FF^2}{\omega} \cdot \frac{\exp\left(-\frac{1}{4FF}\right)}{(1 + 4\pi^2 FF^2)}.$$

Здесь  $erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$  – функция ошибок (функция Лапласа).

Вейвлет-функцию (10) обозначим как  $MEXP$  или  $\psi^{MEXP}$  ввиду наличия в ее основе двух основных законов  $f_{mexh}$  и  $f_{exp}$  ( $MEXH + EXP$ ). Для коэффициента формы  $FF = 1$ , соответствующего оригинальной записи вейвлет-функции (8), значения параметров  $a_1$  и  $a_2$  соответственно равны  $a_1 = 2,0343$ ,  $a_2 = 2,1890$ .

Вейвлет-функция  $MEXP$  удовлетворяет требованиям (1)–(4) и условию допустимости (6). Функция имеет только нулевой момент, равный нулю:

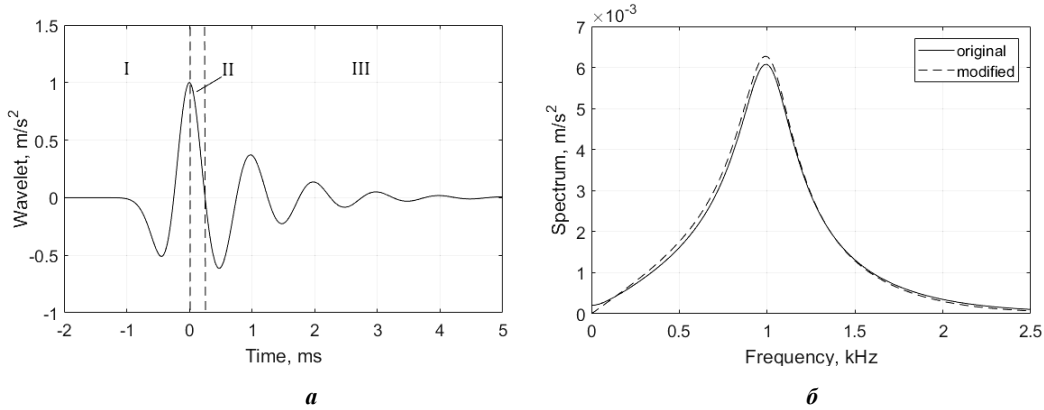
$$\int_{-\infty}^{+\infty} t^0 \psi(t) dt = 0.$$

Вейвлет  $MEXP$  является один раз непрерывно дифференцируемой функцией, в то время как для производной второго порядка точки  $t_0 = 0$  и  $t_1 = \frac{\omega}{2\pi}$  являются точками разрыва I рода.

Временная реализация  $MEXP$  и его спектр для несущей частоты  $f_0 = 1000$  Гц и коэффициента формы  $FF = 1$  представлены на рисунке 3. Римскими цифрами I, II и III обозначены три части выражения (10) соответственно.

Изменение коэффициента формы  $FF$  оказывает наибольшее влияние на экспоненциальную часть вейвлета  $MEXP$ . По этой причине в представленной модификации первая часть вейвлета  $MEXP$  (I – рисунок 3, а) используется в качестве противовеса для достижения нулевого среднего (1), а вторая – для связи

двух законов *МЕХН* и *ЕХР*. Вторая часть вейвлета изменяется по закону *МЕХН* для достижения дифференцируемости вейвлета в точке  $t_0 = 0$  и для связи двух законов вейвлета в точке  $t_1 = \frac{\omega}{2\pi}$ .



**а** – временная реализация вейвлета после модификации;  
**б** – Фурье-образ оригинального и модифицированного вейвлета;  
**I, II** – часть *МЕХН*; **III** – экспоненциальная часть

**Рисунок 3. – Вейвлет-функция *МЕХР***

Как представлено на рисунке 3, б, Фурье-образ вейвлета *МЕХР* смещен в область низких частот, что объясняется влиянием  $f_{mexh}(t, \omega, a)$  (I, II, рисунок 3, а), однако значение Фурье-образа вейвлета на нулевой частоте строго равно нулю  $\hat{\psi}^{MEXP}(0) = 0$ .

Следует отметить, что введение коэффициента формы *FF* в выражение для вейвлета *МЕХР* (10) делает возможным построение целого семейства базисных функций с различным частотно-временным разрешением в пределах одного выбранного масштабного коэффициента *s*. При этом форма вейвлета будет сохранять схожесть. Данный факт может быть использован для построения базисов разреженной вейвлетной декомпозиции [14].

**Результаты и их обсуждение.** Для оценки эффективности выделения ударных процессов в вибрационном сигнале дефектного подшипника качения при помощи вейвлета *МЕХР* проводится его сравнительный анализ с вейвлетами *МЕХН* и *MORL*, нашедшими широкое применение:

$$\psi^{MEXH}(t, \omega) = \left(1 - \frac{4\omega^2 t^2}{\pi^2}\right) \exp\left(-\frac{2\omega^2 t^2}{\pi^2}\right),$$

$$\psi^{MORL}(t, \omega) = \cos(5\omega t) \exp(-\omega^2 t^2).$$

Большая часть энергии вейвлета *МЕХН* сосредоточена в главном лепестке, вследствие чего *МЕХН* обладает высоким коэффициентом корреляции с сигналами различной формы, но при этом имеет низкую избирательность в частотной области. Вейвлет *MORL* имеет широкое применение во многих задачах вейвлет-анализа вследствие низкого значения частотно-временного разрешения [7].

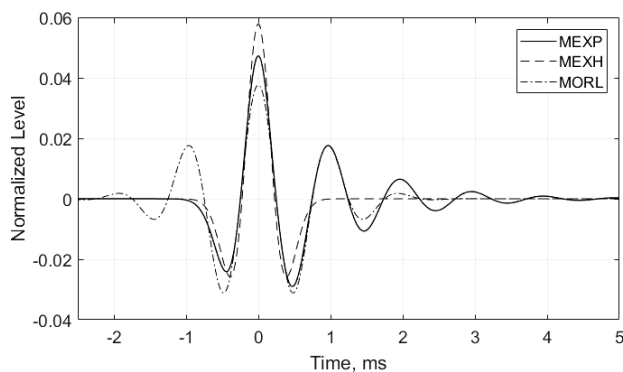
Для корректного сравнения каждая вейвлет-функция подвергается предварительной нормировке:

$$\bar{\psi}(t) = \frac{\psi(t)}{\|\psi\|}, \quad (13)$$

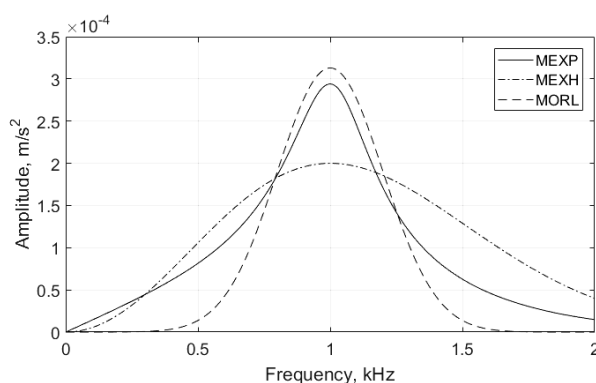
где  $\|\psi\| = \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(t)|^2 dt\right)^{1/2}$  – норма функции  $\psi(t)$ .

Резонансные частоты  $f_0$  используемых вейвлетов скорректированы таким образом, чтобы их действительные значения составляли  $\tilde{f}_0 = 1$  кГц. Для вейвлета *МЕХР* при коэффициенте формы *FF* = 1 коэффициент коррекции резонансной частоты составляет  $k_f^{MEXP} = 1,0083$ ; для вейвлета *МЕХН* коэффициент равен  $k_f^{MEXH} = 1.1111$ ; для *MORL* коэффициент  $k_f^{MORL} = 1$ .

Нормированные вейвлет-функции и их Фурье-образы представлены на рисунке 4.



**a**



**б**

**a** – временная реализация; **б** – Фурье-образы вейвлетов

**Рисунок 4.** – Нормированный базис при  $f_0 = 1$  кГц

В качестве тестового сигнала использована последовательность экспоненциальных импульсов с различными коэффициентами формы  $FF$  (коэффициентами затухания):

$$s^{EXP}(t, \omega_0) = \sum_{i=1}^N \overline{s_0^{EXP}}((t - \Delta t_i), \omega_0, FF_i), \tag{14}$$

$$s_0^{EXP}(t, \omega, FF) = \begin{cases} \sin(\omega t) \cdot \exp\left(-\frac{2\pi FF}{\omega} t\right), & 0 \leq t < \infty \\ 0, & -\infty < t < 0. \end{cases} \tag{15}$$

Здесь  $\overline{s_0^{EXP}}(t, \omega, FF)$  – функция экспоненциального импульса, нормированная по (13);  $FF_i = FF_0 \cdot 2^{(i-1)/2}$  – решетка значений коэффициентов формы тестовых импульсов.

Пример тестового сигнала  $s^{EXP}(t, \omega_0)$  (14) с частотой заполнения  $f_0 = 1$  кГц и решеткой коэффициентов формы  $\{FF\} = \{1, 2, 4, 8, 16\}$  представлен на рисунке 5, *a*.

Сравнение приведенных вейвлетов проводится в терминах отклика  $resp(\psi, FF)$ . Под откликом  $resp(\psi, FF_i)$  вейвлета  $\psi$  на импульсный сигнал  $s_0$  будем понимать

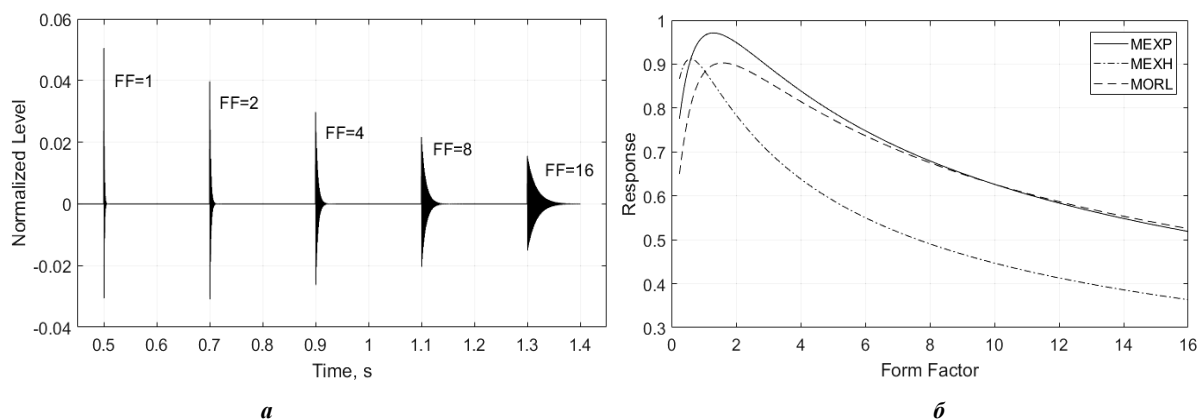
$$resp(\psi, FF_i) = \max \left[ \text{env} \left( \text{corr} \left( \overline{\psi}(t), \overline{s_0}(t, FF_i) \right) \right) \right], \tag{16}$$

где  $\text{env}(x(t))$  – огибающая сигнала  $x(t)$ , полученная при помощи преобразования Гильберта;

$\text{corr}(x(t), y(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)y(t-\tau)d\tau$  – корреляционная функция сигналов  $x(t)$  и  $y(t)$ ;  $\bar{\Psi}(t, \omega_0)$  – нормированная по (13) вейвлет-функция  $\Psi(t, \omega_0)$ ;  $\bar{s}_0(t, FF_i)$  – нормированный по (13) тестовый импульсный сигнал с коэффициентом формы  $FF_i$ .

Фактически под откликом  $\text{resp}(\Psi, FF)$  понимается коэффициент корреляции Пирсона, так как и тестовые экспоненциальные импульсы, и вейвлет-функции имеют единичную норму.

Кривые отклика  $\text{resp}(\Psi, FF)$  трех исследуемых вейвлетов  $\Psi$  на тестовый сигнал  $s^{EXP}(t, \omega_0)$  представлены на рисунке 5, б.



**а** – тестовый сигнал  $s^{EXP}(t, \omega_0)$ ; **б** – кривые отклика вейвлетов на тестовый сигнал  $s^{EXP}(t, \omega_0)$

**Рисунок 5. – Отклик вейвлетов на тестовый сигнал**

Как видно на рисунке 5, а, при низких значениях коэффициента формы тестовых импульсов  $FF \leq 0,59$  наибольшим откликом обладает вейвлет *MEXH*. Причина в том, что при таких значениях коэффициента формы  $FF$  тестовые импульсы вырождаются в единичный всплеск и становятся близкими по форме к *MEXH*. Преимущество в отклике *MEXH* тем больше, чем меньше коэффициент формы тестовых импульсов. Так, например, при  $FF = 0,25$  отклик *MEXH* на 11,67% больше, чем у *MEXP*, и на 33,37% больше, чем у *MORL*.

При коэффициенте формы  $0,59 < FF \leq 9,935$ , когда тестовые сигналы приобретают форму экспоненциальных импульсов, наибольшим откликом среди анализируемых базисных функций обладает вейвлет *MEXP*. Максимальный отклик соответствует коэффициенту формы тестовых сигналов  $FF = 1,297$ , на котором отклик *MEXP* на 8,09% больше, чем у *MORL*, и на 13,36% больше, чем у *MEXH*.

Максимум отклика *MORL* соответствует коэффициенту тестовых импульсов  $FF = 1,542$ . При этом его отклик на 7,17% ниже, чем у *MEXP*, но на 8,72% выше, чем у *MEXH*.

Вейвлет *MORL* обладает большим откликом, чем *MEXP*, только начиная с коэффициента формы тестовых импульсов  $FF > 9,935$ . При этом преимущество *MORL* в отклике не превышает 1,2% ( $FF = 16$ ).

Алгоритм использования полученной базисной функции *MEXP* в задачах вибродиагностики роторного оборудования аналогичен алгоритму, описанному в [12].

#### **Заключение**

В ходе исследования рассмотрена базисная функции для вибрационной диагностики подшипников качения. Осуществлена ее модификация для устранения выявленных недостатков.

Проведен сравнительный анализ полученного вейвлета с широко применяемыми вейвлетами *MEXH* и *MORL*. В результате экспериментов установлено, что полученная вейвлетная функция обладает на 8,09% лучшим откликом на экспоненциальные импульсные воздействия, чем *MORL*, и на 13,36% лучшим откликом, чем *MEXH*.

#### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Абрамов, И.Л. Вибродиагностика энергетического оборудования : учеб. пособие по дисциплине «Диагностика в теплоэнергетике» / И.Л. Абрамов. – Кемерово, 2011. – 80 с.



2. Барков, А.В. Вибрационная диагностика машин и оборудования. Анализ вибрации : учеб. пособие / А.В. Барков, Н.А. Баркова. – СПб. : СПбГМТУ, 2004. – 156 с.
3. Баркова, Н.А. Вибрационная диагностика машин и оборудования. Расчет основных частей вибрации узлов машин, параметров измерительной аппаратуры и практическая экспертиза : учеб. пособие / Н.А. Баркова, А.А. Борисов. – СПб. : СПбГМТУ, 2004. – 156 с.
4. Костюков, В.Н. Основы виброакустической диагностики и мониторинга машин : учеб. пособие / В.Н. Костюков, А.П. Науменко. – Омск : Изд-во ОмГТУ, 2011. – 360 с.
5. Eltabach, M. Rotating machine speed estimation using vibration statistical approach / M. Eltabach, G. Govaert // World Congress on Condition Monitoring – WCCM 2017. – Venue : ILEC Conference Centre, London, 2017. – P. 5.
6. Алгоритмы уточнения частоты вращения вала в задачах вибродиагностики роторного оборудования / Ю.П. Асламов [и др.] // Вестник Полоцкого государственного университета. Сер. В, Промышленность. Прикладные науки. – 2017. – № 11. – С. 51–58.
7. Mallat, S. A wavelet tour of signal processing. The sparse way / S. Mallat. – Oxford : Academic Press, 2009.
8. Астафьева, Н.М. Вейвлет-анализ : основы теории и примеры применения / Н.М. Астафьева // Успехи физических наук. – 1996. – Т. 166, № 11.
9. Howard, I. A review of Rolling Element Bearing Vibration / I. Howard // Detection, Diagnosis and Prognosis Aeronautical and Maritime Research Laboratory, Department of Defence, 1994.
10. Madar, E. An analytical model of rolling-element-spall interaction in bearing inner race / E. Madar, G. Kogan, J. Bortman // World Congress on Condition Monitoring – WCCM 2017. – Venue : ILEC Conference Centre. – London, 2017.
11. Kogan, G. A new model for spall-rolling-element interaction / G. Kogan, J. Bortman, R. Klein // Nonlinear Dyn, Nonlinear Dynamics-2016 = Нелинейная динамика-2016 : 5th International conference, Kharkov, 27–30 september / National Technical University «Kharkov Polytechnic Institute», 2016.
12. Давыдов, И.Г. Диагностика качества подшипников качения с применением вейвлет-анализа / И.Г. Давыдов [и др.] // Доклады БГУИР. – 2005. – № 3 (11). – С. 48–52.
13. Васюкевич, С.Ю. Исследование смещения максимума спектра мощности базисной / С.Ю. Васюкевич, И.Г. Давыдов, С.А. Мигалевич // Технические средства защиты информации : тез. докл. VIII Белорус.-рос. науч.-техн. конф., Браслав, 24–28 мая 2010 г. – С. 106.
14. Разреженная вейвлетная декомпозиция в задачах вибродиагностики роторного оборудования / Ю.П. Асламов [и др.] // Доклады БГУИР. – 2017. – № 8. – С. 91–98.

Поступила 12.02.2018

## WAVELET FUNCTION FOR ROLLING BEARING DIAGNOSIS

Y. ASLAMOV, I. DAVYDOV

*Automatic systems of vibration-based diagnostics allow to solve problems of estimation of a technical condition of rotary equipment without involvement of experts. Wavelet analysis became widely used to process non-stationary signals. However, the quality of the wavelet analysis strongly depends on the chosen wavelet function. The authors of the article proposed a basis function intended for the diagnosis of rolling bearings. Wavelet mathematical justification and comparative analysis with other wavelets are provided. The article contains the results of testing the proposed wavelet on model signals.*

**Keywords:** vibration-based diagnostics, digital signal processing, wavelet transform, basis function.