

УДК 621.866+004.7

## ГРАНИЦЫ ПРИМЕНИМОСТИ АЛГОРИТМА РАЗРЕЖЕННОЙ ДЕКОМПОЗИЦИИ СИГНАЛОВ ВИБРАЦИИ ПО ИЗБЫТОЧНОМУ ВЕЙВЛЕТНОМУ СЛОВАРЮ

Ю.П. АСЛАМОВ; канд. тех. наук И.Г. ДАВЫДОВ

(Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск)

*Рассмотрены вопросы, связанные с определением границ применимости алгоритма разреженной декомпозиции сигналов вибрации по избыточному вейвлетному словарю для оценки технического состояния роторного оборудования. Выделены основные факторы, оказывающие влияние на результаты анализа временной структуры вибрационных сигналов с использованием алгоритма разреженной вейвлетной декомпозиции. Представлены результаты проведенных экспериментальных исследований на модельных и вибрационных сигналах.*

**Ключевые слова:** вибродиагностика, разреженная декомпозиция, вейвлет, избыточный словарь.

**Введение.** Вопрос контроля работоспособности промышленного оборудования является актуальным, так как позволяет уменьшить эксплуатационные расходы предприятий. Системы вибрационной диагностики осуществляют оценку технического состояния оборудования на основе анализа генерируемых им сигналов вибрации, в которых заключен значительный объем диагностической информации о неисправностях этого оборудования.

Ввиду быстрого развития вычислительной техники, методов численного анализа и машинного обучения к современным системам вибрационной диагностики предъявляется ряд новых требований [1], главными из которых выступают: поиск конкретных неисправностей оборудования; работа с его ресурсом; полностью автоматическая обработка данных.

Большинство используемых в настоящее время в практике вибрационной диагностики методов анализа вибрации не удовлетворяют в полном объеме обозначенным требованиям. Так, одна часть методов нацелена лишь на интегральную оценку технического состояния оборудования, т.е. не позволяет обнаруживать конкретные его неисправности; вторая – ориентирована на эксперта-вибродиагноста, т.е. не способна в автоматическом режиме принимать решения о наличии неисправностей; третья – ориентирована на алгоритмы машинного обучения, но не инвариантна ни к типу оборудования, ни к режиму его работы.

Следует отметить, что большой объем качественно новой диагностической информации о техническом состоянии элементов оборудования заключен во временной структуре вибрационных сигналов. При этом наибольшую эффективность анализ временной структуры имеет при диагностике таких элементов роторного оборудования, как подшипники качения и зубчатые передачи. Однако в практике вибрационной диагностики такого рода анализ используется также крайне редко и носит субъективный характер (зависит от опыта эксперта-вибродиагноста). Причиной этому является слабая освещенность вопроса анализа временной структуры вибрационных сигналов в отечественной и зарубежной литературе, отсутствие инструментария эффективного описания временных реализаций вибрационных сигналов и потенциально высокая вычислительная сложность такой обработки.

Ранее авторами [2] был предложен алгоритм разреженной декомпозиции сигналов вибрации по избыточному вейвлетному словарю для оценки технического состояния промышленного оборудования на основе анализа временной структуры вибрационных сигналов. Цель настоящей работы – определение границ применимости указанного алгоритма. Однако первоначально необходимо рассмотреть вопросы, связанные с принципами функционирования алгоритма разреженной вейвлетной декомпозиции.

**Основная часть.** Одно из основных препятствий на пути создания методов автоматического анализа временной структуры вибрационных сигналов – отсутствие способов компактного и эффективного их представления. Широко используемое частотно-временное представление сигналов в виде скейлограммы или спектрограммы является избыточным, так как для описания с его помощью информативной в вибродиагностике области частот от нескольких герц до десятков килогерц требуется значительное количество информации (коэффициентов). По этой причине для эффективного представления временных реализаций вибрации авторами [3] предложено использовать принципы разреженного представления, в соответствии с которыми сигнал  $x(t)$  может быть представлен набором базисных частотно-временных функций, обладающих определенной собственной частотой, амплитудой и временным положением:

$$x_M(t) = \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^{n_m} c_i^m g_m(t - \tau_i^m), \quad (1)$$

где  $g_m \in \mathbf{L}(R^2)$  – частотно-временная функция (атом);  $c_i^m$  и  $\tau_i^m$  – амплитуда и временное положение  $i$ -того экземпляра функции  $g_m$  соответственно;  $n_m$  – количество экземпляров базисной функции  $g_m$ ;  $x_M(t)$  – сигнал аппроксимации.

Разреженность представления (1) будет тем выше, чем более неравномерно будет распределена энергия сигналов во временной области и чем лучше базисные функции будут адаптированы к сигнальным фрагментам. Вибрационные сигналы – это сложные комплексные структуры, поэтому для повышения разреженности (эффективности) их представления авторами предложено формировать крупные словари, состоящие из большого числа типов базисных функций для выделения свойственных сигналу фрагментов.

В ходе анализа вибрационных сигналов подшипников качения и зубчатых передач укрупненно было выделено четыре типа основных информативных сигнальных фрагментов вибрации, участвующих в процессах дефектообразования: экспоненциальные, модуляционные, синусоидальные и шумовые.

Под *экспоненциальными* сигнальными фрагментами понимаются короткие экспоненциальные ударные импульсы в подшипниках качения [4]. Под *модуляционными* – фрагменты амплитудно-модулированных колебаний или сигналов биений [5], а также симметричные короткие ударные импульсы с гауссовой огибающей. Под *синусоидальными* – фрагменты гармонического колебания [5]. Под *шумовыми* понимаются некоррелированные короткие сигнальные фрагменты вибрации, которые не могут быть отнесены ни к одному из предыдущих трех типов.

В качестве базисных частотно-временных функций для выделения основных сигнальных фрагментов вибрации предложено использовать вейвлет-функции, обладающие определенной временной структурой (формой), ограниченные и локализованные по времени и по частоте, способные масштабироваться и обладающие высокой чувствительностью к изменению временной структуры вибрационных сигналов.

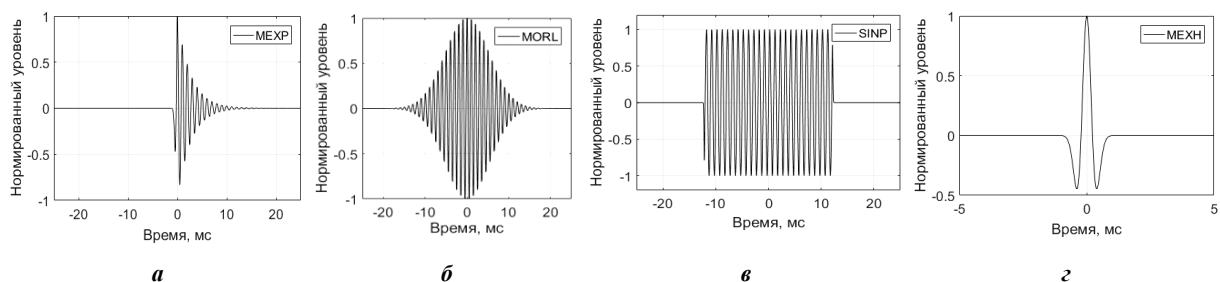
Однако количество осцилляций в пределах анализируемых сигнальных фрагментов вибрации может варьироваться. Например, количество осцилляций в пределах экспоненциальных ударных импульсов в сигналах вибрации подшипника качения зависит от места установки датчика вибрации, добротности системы, нагрузки, типа дефекта, его величины [6] и т.д. Вейвлеты не способны адаптироваться к таким изменениям. Для устранения данного недостатка в математическое выражение для вейвлет-функций введен дополнительный коэффициент с условным названием «коэффициент формы»  $FF$  (от англ. *Form Factor*) [7]. При этом увеличение значения  $FF$  приводит к увеличению количества осцилляций в пределах вейвлета.

Для выделения *экспоненциальных* сигнальных фрагментов вибрации разработан вейвлет  $MEXP$  [7], имитирующий экспоненциальные ударные импульсы в подшипниках качения и основанный на базисной функции, описанной И.Г. Давыдовым [8]. Для выделения *модуляционных* сигнальных фрагментов разработаны вейвлеты  $AMP$  и  $BP$ , а на основе модификации *Morlet* – вейвлет  $MORL$  [9]. Для выделения *синусоидальных* сигнальных фрагментов вибрации разработан вейвлет  $SINP$  [9]; для шумовых некоррелированных сигнальных фрагментов вибрации предложено использовать вейвлет-функцию  $MEXH$ , которая представляет собой модификацию вейвлет-функции *Mexican Hat*.

Показано [10], что на основе функций  $MEXP$ ,  $AMP$ ,  $BP$ ,  $MORL$  и  $SINP$  посредством изменения их коэффициента формы  $FF$  могут быть получены вейвлет-семейства, члены которых удовлетворяют требованиям вейвлет-функций, если их коэффициент формы  $FF$  превышает определенное минимальное пороговое значение. Для каждого семейства получены минимальные значения коэффициента формы:

$$FF_{min}^{MEXP} = 0,88; FF_{min}^{AMP} = 2,25; FF_{min}^{BP} = 3,36; FF_{min}^{MORL} = 0,75; FF_{min}^{SINP} = 1,0.$$

Минимальные пороговые значения коэффициента формы индивидуальны для каждого семейства и определяют его границы применимости. При значениях коэффициента формы  $FF$  ниже порогового вейвлеты вырождаются в одиночные всплески и утрачивают свои свойства: увеличивается среднее значение (нулевой момент), смещается значение собственной частоты, растекается Фурье-образ и т.д. При этом для выделения экспоненциальных, модуляционных, синусоидальных и шумовых сигнальных фрагментов вибрации предложено использовать вейвлет-функции  $MEXP$ ,  $MORL$ ,  $SINP$  и  $MEXH$  соответственно. Временные реализации указанных вейвлетов с собственной частотой  $f_0 = 1,0$  кГц представлены на рисунке 1.



**а** – вейвлет-функция  $MEXP$  ( $FF = 4$ ); **б** – вейвлет-функция  $MORL$  ( $FF = 32$ );  
**в** – вейвлет-функция  $SINP$  ( $FF = 8$ ); **з** – вейвлет-функция  $MEXH$

**Рисунок 1.** – Вейвлет-функции для анализа временной структуры вибрации

Выбор вейвлет-функций *MEXP*, *MORL*, *SINP* и *MEXH* обусловлен результатами сравнительного анализа их вейвлет-семейств, проведенного в терминах корреляционного отклика [2]. Под корреляционным откликом понимается зависимость величины коэффициента взаимной корреляции вейвлета или вейвлет-семейства с набором тестовых воздействий одного типа временной структуры от протяженности указанных тестовых воздействий. В результате экспериментальных исследований выявлено следующее:

- 11,5%-ным преимуществом в выделении экспоненциальных сигнальных фрагментов вибрации обладает вейвлет-семейство *MEXP*;
- 8%-ным преимуществом в выделении модуляционных сигнальных фрагментов вибрации обладает вейвлет-семейство *MORL*;
- 18,5%-ным преимуществом в выделении синусоидальных сигнальных фрагментов вибрации обладает вейвлет-семейство *SINP*;
- 12,5%-ным преимуществом в выделении шумовых некоррелированных сигнальных фрагментов вибрации обладает вейвлет *MEXH*.

Для разреженного описания временной структуры вибрационных сигналов подшипников качения и зубчатых передач предложена методика формирования избыточного словаря  $D$ , состоящего из вейвлет-семейств *MEXP*, *MORL*, *SINP* и вейвлета *MEXH*. В соответствии с методикой количество вейвлетов в пределах каждого семейства должно быть равным, а количество осцилляций в пределах вейвлет-функций каждого семейства словаря должно увеличиваться кратно степени одной двойки [2].

Минимальное количество осцилляций в пределах вейвлет-функций словаря выбрано на уровне  $N_{osc.min}^D \approx 4,35$  (осц.), что обусловлено минимальными пороговыми значениями коэффициента формы *FF* для каждого вейвлет-семейства. Максимальное количество осцилляций в пределах вейвлет-функций словаря математически не ограничено и было выбрано на уровне  $N_{osc.max}^D = 96,8$  (осц.) из расчета, что в большинстве практических приложений количество зубьев на шестернях не превышает 100 шт.

Сформированный таким образом словарь  $D = \{\psi_m\}_{m \in N}$  состоял из 30 базисных функций и был обозначен как *избыточный вейвлетный словарь*. Вейвлетный словарь  $D$  может быть интерпретирован как решетка «форма-длина», по оси «форма» которого отложены типы вейвлет-семейств (форма), а по оси «длина» – количество осцилляций в пределах каждого вейвлета.

На рисунке 2 введены следующие обозначения:  $N_{osc,0}^V$  – минимальное количество осцилляций в пределах вейвлетов семейств *MEXP*, *MORL* и *SINP*;  $N$  – количество осцилляций в пределах вейвлета *MEXH*,  $N_{osc}^{MEXH} = 1,43$  (осц.).

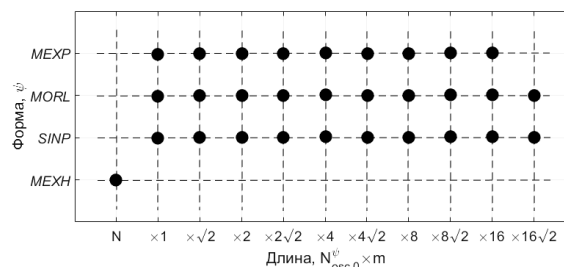


Рисунок 2. – Избыточный вейвлетный словарь  $D$  в виде решетки «форма-длина»

Представленный на рисунке 2 словарь  $D$  в литературе принято называть «избыточным» (*redundant dictionary*) [11], так как для описания сигнала в окрестности частоты  $f_0$  используется не одна, а тридцать базисных функций. Однако применение полученного словаря ко всей информативной в вибродиагностике области частот от нескольких герц до десятков килогерц сопряжено с высокими вычислительными затратами. Поэтому разумным видится анализировать временную структуру вибрации только в пределах небольшого числа энергетически выраженных частотных областей сигнала, которые могут быть определены, например, на основе анализа скейлограммы сигнала [12].

Для формирования компактного описания временной структуры вибрационных сигналов в пределах выбранной частотной области на основе избыточного вейвлетного словаря авторами предложен алгоритм разреженной вейвлетной декомпозиции (РВД).

**Алгоритм разреженной вейвлетной декомпозиции.** Алгоритм представляет собой итерационную процедуру, на каждом шаге которой из сигнала  $x(t)$  вычитается наиболее подходящая вейвлет-функция избыточного словаря  $D$ , фиксируются ее тип  $\psi_m$ , амплитуда  $c_i^m$  и временное положение  $\tau_i^m$ . В результате работы алгоритма формируется разреженное представление временной структуры вибрационного сигнала.

ла в виде суперпозиции набора вейвлет-функций  $\mathbf{X} = \{\psi_m, c_i^m, \tau_i^m\}_{(m,i) \in N^2}$ . В свою очередь, компактное описание временной структуры вибрационного сигнала  $\mathbf{W}^{BF}$  может быть получено как распределение энергии сигнала между участвующими в его декомпозиции вейвлет-функциями словаря  $D = \{\psi_m\}_{m \in N}$ . По результатам проведенных экспериментальных исследований установлено, что использование разреженного представления позволяет до 1000 раз уменьшить необходимое для описания вибрационных сигналов количество информации (коэффициентов).

Остановка алгоритма разреженной вейвлетной декомпозиции происходит либо при достижении требуемой точности аппроксимации сигнала  $\eta \geq \eta_{max}$ , либо при достижении максимально допустимого количества итераций алгоритма декомпозиции  $i \geq I_{\eta_{max}}$ .

При этом точность аппроксимации  $\eta$  сигнала определяется из выражения:

$$\eta = 1 - \frac{\|x - x_M\|^2}{\|x\|^2} = 1 - \frac{e_M}{\|x\|^2}. \quad (2)$$

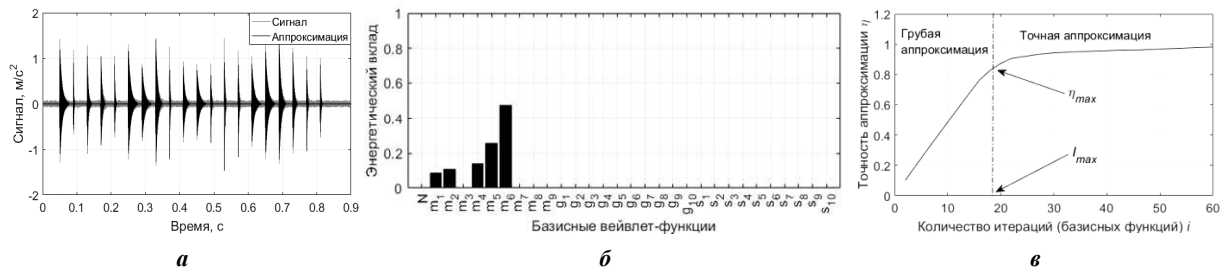
Здесь  $x(t)$  – оригинальный вибрационный сигнал;  $x_M(t)$  – аппроксимация сигнала;  $e_M$  – ошибка аппроксимации.

В свою очередь, максимально допустимое количество итераций алгоритма РВД  $I_{\eta_{max}}$  для аппроксимации сигнала с точностью  $\eta$  в окрестности частоты  $f_0$  определяется следующим образом:

$$I_{\eta_{max}} = \left\lceil \eta \cdot \frac{\omega_0 T}{2\pi} \cdot \frac{1}{N_{osc.min}^D} \right\rceil \times 2, \quad (3)$$

где  $\lceil p \rceil$  – оператор наименьшего целого  $n \geq p$ ;  $\omega_0$  – циклическая частота, [рад/с];  $T$  – длительность сигнала  $x(t)$ , [с];  $N_{osc.min}^D$  – минимальное эффективное количество осцилляций в пределах вейвлетов словаря  $D$ .

В качестве примера на рисунке 3, а изображен модельный сигнал вибрации с несущей частотой  $f_0 = 1,0$  кГц, представляющий собой последовательность экспоненциальных ударных импульсов различной протяженности. На рисунке 3, б приведено компактное описание его временной структуры, полученное на основе алгоритма разреженной вейвлетной декомпозиции. Вейвлет-функции словаря на рисунке 3, б имеют буквенно-численные обозначения [2]. Символом “N” обозначен вейвлет *MEXH*; символом “m” – вейвлеты семейства *MEXP*; символом “g” – вейвлеты семейства *MORL*; символом “s” – вейвлеты семейства *SINP*. Числом от 1 до 10 обозначен порядковый номер вейвлета в семействе, при этом с ростом индекса кратно увеличивается количество осцилляций в пределах вейвлетов (см. рисунок 2). На рисунке 3, в приведена типовая зависимость  $\eta(i)$  точности аппроксимации сигнала  $\eta$  от количества итераций алгоритма разреженной вейвлетной декомпозиции  $i$ .



а – модельный сигнал; б – компактное описание временной структуры сигнала;  
в – зависимость точности аппроксимации от количества итераций алгоритма РВД

Рисунок 3. – Анализ временной структуры последовательности экспоненциальных импульсов

В представленном на рисунке 3 примере большая часть энергии модельного сигнала сосредоточена на вейвлет-функциях семейства *MEXP*, что указывает на преобладание в сигнале экспоненциальных сигнальных фрагментов. Из рисунка 3, в следует, что для получения более точного описания временной структуры сигналов (большей точности аппроксимации) требуется большее количество итераций алгоритма декомпозиции. При этом кривую  $\eta(i)$  укрупненно можно разделить на интервалы «грубой» и «точной» аппроксимации.

На интервале «грубой» аппроксимации вейвлет-функциями избыточного словаря описываются основные энергетически выраженные сигнальные фрагменты, поэтому каждая итерация РВД в значительной степени влияет на точность аппроксимации. При этом значение точности аппроксимации на указанном интервале связано с количеством итераций алгоритма РВД по закону, близкому к линейному.

В свою очередь, на интервале «точной» аппроксимации каждая итерация алгоритма РВД описывает локальные невыраженные особенности временной структуры сигнала и не оказывает значительного влияния на точность аппроксимации  $\eta$ , поэтому имеет место насыщение кривой  $\eta(i)$ .

**Методика проведения эксперимента.** Для определения границ применимости алгоритма разреженной вейвлетной декомпозиции необходимо установить оптимальное значение точности аппроксимации  $\eta_{opt}$  вибрационных сигналов, а также оценить влияние погрешности определения положения выраженных частотных областей сигнала  $\delta f$ , отношения сигнал-шум  $SNR$ , значения частоты дискретизации сигналов  $F_s$ , а также скорости вращения функциональных узлов роторного оборудования  $S$  на результаты работы алгоритма разреженной вейвлетной декомпозиции.

Для выявления обозначенных зависимостей проведен ряд экспериментов с использованием модельных сигналов различной временной структуры [2] с несущей частотой  $f_0 = 1,0$  кГц, длительностью  $T = 10$  с, частотой дискретизации  $F_s = 96$  кГц и отношением сигнал-шум  $SNR = 60$  дБ.

В качестве модельных сигналов использовано гармоническое колебание единичной амплитуды «SIN» и амплитудно-модулированное колебание «AM» с индексом модуляции  $m = 0,5$  и частотой модулирующего колебания  $F = 40$  Гц. Также были рассмотрены модельные сигналы «EXP» и «EXP+» в виде последовательности экспоненциальных импульсов, определяемых выражением:

$$s_0^{EXP}(t, \omega_0, FF) = \begin{cases} A \sin(\omega_0 t) \cdot \exp\left(-\frac{2\pi FF}{\omega_0} t\right), & 0 \leq t < \infty; \\ 0, & -\infty < t < 0, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\omega_0 = 2\pi f_0$  – циклическая несущая частота, [рад/с];  $FF$  – коэффициент формы сигнала;  $A$  – амплитуда импульсов. Частота следования экспоненциальных импульсов для модельных сигналов составляет  $F = 25$  Гц, а коэффициенты формы  $FF$  экспоненциальных импульсов (4) для сигналов «EXP» и «EXP+» соответственно равны  $FF^{EXP} = 2$  (~5 осцилляций в пределах импульса) и  $FF^{EXP+} = 16$  (~40 осцилляций в пределах импульса).

В ходе проведения экспериментальных исследований один из параметров модельных сигналов ( $f_0$ ,  $F_s$ ,  $SNR$ ) варьировался в заданном диапазоне. Для оценки влияния указанных параметров на результаты работы алгоритма РВД рассматривался внешний вид компактного описания временной структуры сигналов (визуальный осмотр). В свою очередь, для количественной оценки результатов работы алгоритма РВД предложено рассчитывать параметр *эффективности* РВД  $\xi_\eta$ :

$$\xi_\eta = 1 - \frac{I_\eta}{I_{\eta,max}}. \quad (5)$$

Здесь  $I_\eta$  и  $I_{\eta,max}$  – соответственно действительное и предельно допустимое количество итераций алгоритма разреженной вейвлетной декомпозиции для достижения точности аппроксимации сигнала  $\eta$ .

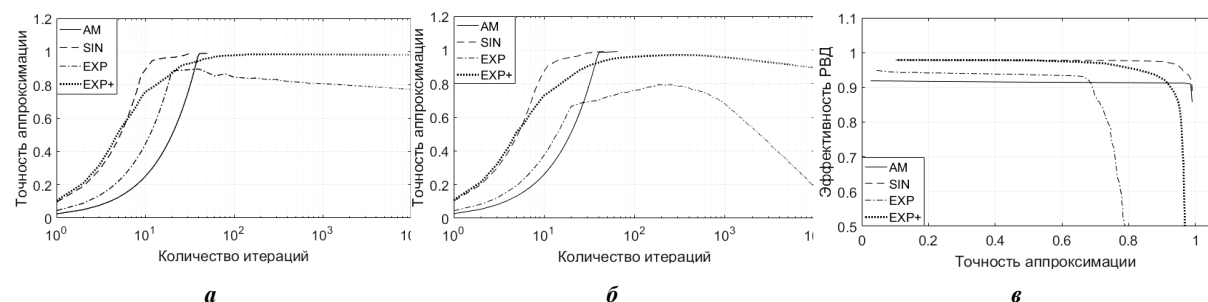
Эффективность алгоритма РВД для описания временной структуры сигнала с точностью  $\eta$  будет тем выше, чем меньшее количество итераций  $I_\eta$  алгоритм потребует. Так, на рисунке 3, в наибольшей эффективности алгоритма РВД будет соответствовать интервал «грубой» аппроксимации.

**Результаты и их обсуждение.** Ниже представлены результаты проведенных экспериментов, на основе которых установлены границы применимости алгоритма разреженной вейвлетной декомпозиции.

**1.** Для определения оптимальной для широкого класса сигналов точности аппроксимации  $\eta_{opt}$  проведен ряд экспериментов, подразумевающих аппроксимацию модельных сигналов «SIN», «AM», «EXP», «EXP+» с различной точностью  $\eta$  на базе алгоритма РВД. При этом отношение сигнал-шум модельных сигналов варьировалось в диапазоне  $SNR \in [0; +60]$  дБ.

На рисунках 4, а и б приведены зависимости точности аппроксимации модельных сигналов  $\eta(i)$  от количества итераций  $i$  алгоритма РВД при отношении сигнал-шум  $SNR = 60$  дБ и  $SNR = 3$  дБ соответ-

ственно. Зависимости эффективности алгоритма РВД  $\xi(\eta)$  от точности аппроксимации сигналов  $\eta$  при отношении сигнал-шум  $SNR = 3$  дБ представлены на рисунке 4, в.



**а** – зависимость точности аппроксимации  $\eta$  от количества итераций алгоритма РВД при  $SNR = +60$  дБ;  
**б** – зависимость точности аппроксимации  $\eta$  от количества итераций алгоритма РВД при  $SNR = +3$  дБ;  
**в** – зависимость эффективности алгоритма РВД от точности аппроксимации  $\eta$  при  $SNR = +3$  дБ

**Рисунок 4.** – Влияние точности аппроксимации сигналов  $\eta$  на результаты работы алгоритма РВД

Как видно из рисунков 4, *а* и *б*, точность аппроксимации модельных сигналов на уровне  $\eta = 0,99$  при различных отношениях сигнал-шум  $SNR$  достигнута только для гармонического колебания “*SIN*” и амплитудно-модулированного колебания “*AM*”. При этом наименьшая точность аппроксимации  $\eta_{min} = 0,8$  достигнута для наиболее широкополосного из модельных сигналов, а именно сигнала “*EXP*”.

По этой причине для декомпозиции широкого класса сигналов при различных отношениях сигнал-шум  $SNR$  предложено использовать точность аппроксимации  $\eta_{opt}$  на уровне  $\eta_{opt} \approx 0,6$ , при которой алгоритм разреженной вейвлетной декомпозиции имеет высокую эффективность  $\xi \geq 0,9$  (рисунок 4, *в*). Иными словами, предложено использовать «грубые» аппроксимации, при которых точность аппроксимации  $\eta$  квазилинейно связана с количеством итераций алгоритма разреженной вейвлетной декомпозиции  $i$  (рисунок 3, *в*).

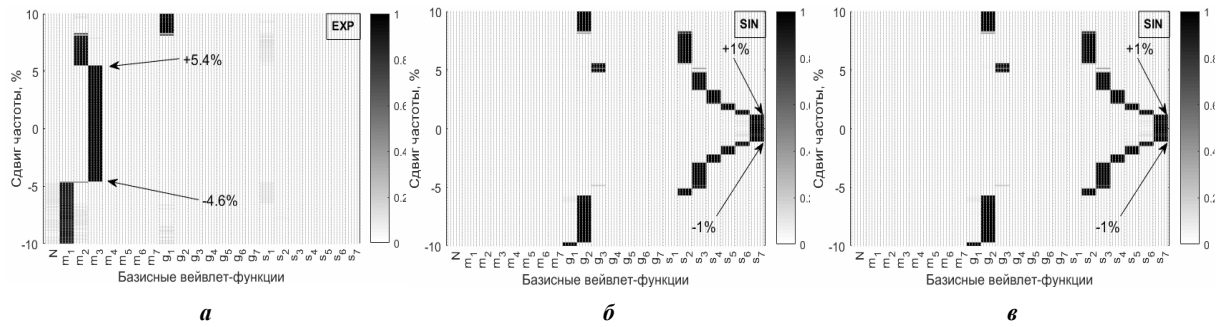
**2.** Как отмечалось ранее, разреженное представление сигнала вибрации на основе избыточного вейвлетного словаря  $D$  формируется в пределах значимой частотной области сигнала (с центральной частотой  $f_0$ ), выбор которой может, в частности, осуществляться на основе анализа скейлограммы сигнала. При этом положение частотной области (значение центральной частоты  $f_0$ ) может быть определено с погрешностью. Целью эксперимента являлась оценка влияния погрешности определения частоты  $f_0$  на результаты работы алгоритма разреженной вейвлетной декомпозиции.

Эксперимент проводился на базе модельных узкополосных сигналов “*AM*”, “*SIN*”, “*EXP*” и “*EXP+*” с несущей частотой  $f_0 = 1,0$  кГц и отношением сигнал-шум  $SNR = 60$  дБ. При этом избыточный вейвлетный словарь  $D$  алгоритма РВД был настроен на частоту  $f_0$ , смещенную относительно несущей частоты модельных сигналов  $f_0$  на величину  $\delta f$ . Величина смещения  $\delta f$  варьировалась в диапазоне  $\delta f (\%) \in [-10; +10] \%$  с шагом 0,1%. Для каждого значения  $\delta f (\%)$  была сформирована аппроксимация сигнала с точностью  $\eta = 0,6$  и компактное описание ее временной структуры, а также рассчитана эффективность алгоритма разреженной вейвлетной декомпозиции  $\xi$ .

На рисунке 5, *а* и *б* представлен соответственно внешний вид компактного описания временной структуры модельных сигналов “*EXP*” и “*SIN*” при различной погрешности определения их несущей частоты  $\delta f (\%)$ . На рисунке 5, *в* изображена зависимость эффективности алгоритма РВД от значения  $\delta f (\%)$ .

В соответствии с рисунком 5 можно сделать вывод, что при значительной погрешности определения несущей частоты модельных сигналов  $\delta f (\%)$  вейвлет-функции избыточного словаря настраиваются на смещенную частоту  $f_0$  и разреженная декомпозиция сигналов производится с использованием неверных вейвлет-функций. В результате значительно снижается эффективность РВД (рисунок 5, *в*) и имеет место отличное от требуемого компактное описание временной структуры вибрационных сигналов (рисунок 5, *а*, *б*).

В большинстве рассмотренных случаев неверное определение значения несущей частоты модельного сигнала приводит к смещению максимума компактного описания временной структуры в пределах одного вейвлет-семейства, однако при больших погрешностях определения частоты максимум может перейти и на другое вейвлет-семейство (рисунок 5, *а* и *б*).



**а, б** – компактное описание временной структуры сигналов “EXP” и “SIN”;  
**в** – кривая эффективности алгоритма РВД для сигнала “SIN”

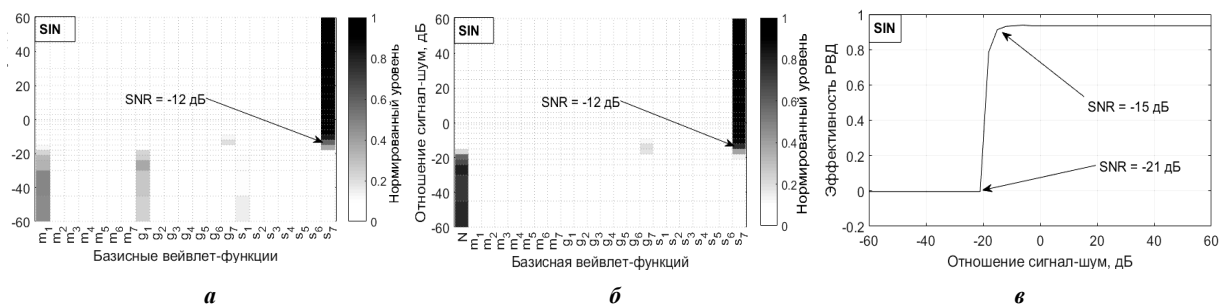
**Рисунок 5.** – Влияние погрешности определения частоты сигнала  $\delta f(\%)$  на результаты работы алгоритма РВД

Таким образом, в результате проведенных экспериментов сделано заключение, что чем меньшую полосу частот занимает анализируемый сигнал, тем меньшая погрешность определения его несущей частоты  $\delta f$  допустима. Поэтому максимально допустимая погрешность определения положения значимых частотных областей сигнала  $\delta f(\%) \leq 1\%$  для алгоритма РВД выбрана на основе анализа компактного описания временной структуры самого узкополосного из модельных сигналов – гармонического колебания “SIN” (рисунок 5, б).

3. Вибрационные сигналы, как правило, содержат значительную часть шумовой компоненты, влияние которой на результаты работы алгоритма РВД должно быть оценено. С этой целью рассмотрен внешний вид компактного описания временной структуры модельных сигналов при различных отношениях сигнал-шум  $SNR \in [-60; +60]$  дБ. Точность аппроксимации сигналов при этом установлена на уровне  $\eta = 0,6$ .

На рисунке 6, а и б представлено компактное описание временной структуры модельного сигнала “SIN” при различных отношениях сигнал-шум, причем на рисунке 6, а демонстрируется случай, когда в избыточном словаре отсутствует вейвлет-функция *MEXH* (*N*) для выделения шумовых сигнальных фрагментов.

На рисунке 6, в отображена зависимость эффективности алгоритма РВД  $\xi$  при использовании избыточного словаря *D* с вейвлетом *MEXH* в своем составе при различных отношениях сигнал-шум.



**а, б** – компактное описание временной структуры сигнала “SIN” в зависимости от *SNR*;  
**в** – кривая эффективности алгоритма РВД в зависимости от *SNR*

**Рисунок 6.** – Влияние отношения сигнал-шум *SNR* на результаты работы алгоритма РВД

Как показано на рисунке 6, а, при отсутствии в составе избыточного словаря *D* вейвлет-функции для выделения шумовых сигнальных фрагментов (*MEXH*) большая часть энергии сигнала при низких отношениях сигнал-шум распределяется между наиболее короткими вейвлетами семейств *MEXP*, *MORL* и *SINP* ( $m_1$ ,  $g_1$  и  $s_1$ ). В свою очередь, при наличии в составе словаря *D* вейвлет-функции *MEXH* при низких отношениях сигнал-шум, когда временная структура модельных сигналов неразличима на фоне шума, большая часть энергии сосредоточена на вейвлете *MEXH*, при этом по виду компактного описания временной структуры сигнала можно оценить удельный энергетический вклад шумовой компоненты. В соответствии с рисунком 6, в также можно заключить, что при низких отношениях сигнал-шум эффективность алгоритма РВД резко снижается. Причиной является то, что для аппроксимации

сигнала с заданной точностью  $\eta$  в этом случае используется вейвлет *MEXH* с малым количеством осцилляций в своих пределах ( $N_{osc}^{MEXH} = 1,43$ ).

4. Рассматриваемый в практике вибрационной диагностики сигнал вибрации представляет собой набор дискретных значений, период следования которых определяется частотой дискретизации  $F_s$  аналого-цифрового преобразователя (АЦП) датчика вибрации. При этом чем выше будет частота дискретизации  $F_s$  сигнала, тем точнее могут быть описаны особенности его временной структуры и тем выше будут вычислительные затраты при анализе сигнала. Поэтому необходимо определить минимально допустимое значение частоты дискретизации сигналов, при котором анализ их временной структуры возможен.

Как отмечалось выше, алгоритм разреженной вейвлетной декомпозиции анализирует временную структуру сигнала в пределах выбранной значимой частотной области с центральной частотой  $f_0$ . При этом заранее не известна ни полоса частот анализируемой области, ни ее верхняя граничная частота  $f_6$ . По этой причине вместо оценки минимально допустимого отношения  $F_s / f_6$ , при котором анализ временной структуры вибрационных сигналов на базе алгоритма разреженной вейвлетной декомпозиции возможен, рассмотрено отношение  $F_s / f_0$ .

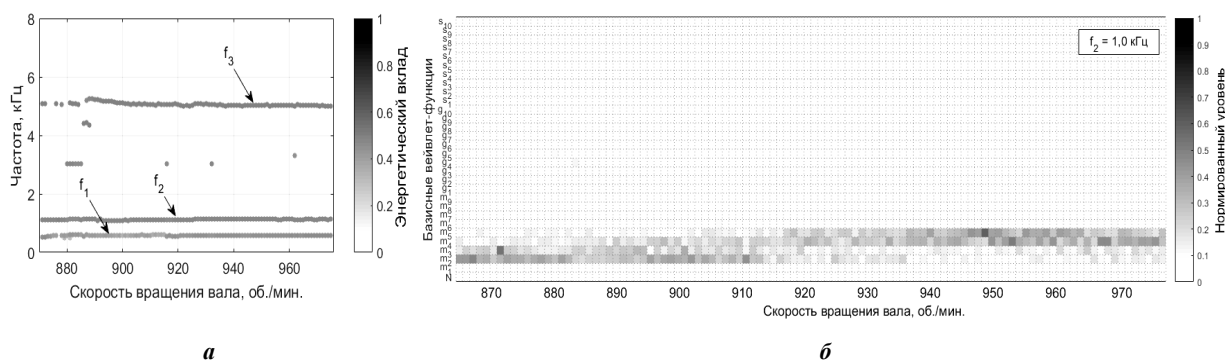
Для проведения экспериментов выбраны модельные сигналы “AM”, “SIN”, “EXP” и “EXP+” с несущей частотой  $f_0 = 1,0$  кГц и частотой дискретизации в диапазоне  $(F_s / f_0) \in [2; 128]$ . Каждый из представленных сигналов содержит фрагменты лишь одной временной структуры. Поэтому было рассмотрено минимальное отношение  $F_s / f_0$ , при котором большая часть энергии в компактном описании временной структуры модельных сигналов сосредоточена лишь на одной вейвлет-функции, а эффективность алгоритма РВД превышает  $\xi \geq 0,5$ . В рамках представленной работы приведены лишь результаты анализа.

Установлено, что для формирования корректного компактного описания временной структуры вибрационных сигналов на базе алгоритма РВД частота дискретизации АЦП датчика вибрации  $F_s$  должна как минимум в 16 раз превышать значение центральной частоты  $f_0$  анализируемой частотной области сигнала, т.е.  $F_s \geq 16f_0$ . Однако при использовании предварительной сплайн интерполяции вибрационного сигнала достаточной является частота дискретизации  $F_s \geq 4f_0$ . При несоблюдении полученных соотношений эффективность алгоритма РВД, как и в предыдущих случаях, снижается до близких к нулю значений.

5. Для оценки влияния скорости вращения элементов роторного оборудования на временную структуру генерируемых ими вибрационных сигналов проведено следующее исследование.

Сформирован набор из 90 вибрационных сигналов, каждый из которых снят при определенной скорости вращения подшипника  $S \in [865; 975]$  об/мин. Длительность вибрационных сигналов  $T = 10$  с; частота дискретизации составила  $F_s = 96$  кГц. Сигналы сняты с датчиков вибрации *B&R* с чувствительностью  $s_0 = 100$  мВ/г.

На рисунке 7, *a* представлены результаты мониторинга положения выделенных на основе алгоритма разреженной декомпозиции скейлограммы значимых частотных областей сигнала  $f_1 \approx 0,6$  кГц,  $f_2 \approx 1,0$  кГц и  $f_3 \approx 5,0$  кГц. Энергетический вклад каждой частотной области в общую энергетику сигнала превышал  $E_i \geq 10\%$ .



*a* – значимые частотные области сигнала вибрации;  
*б* – компактное описание временной структуры сигналов

Рисунок 7. – Влияние скорости вращения подшипника качения на временную структуру его сигналов вибрации



На рисунке 7, б отображены результаты мониторинга компактного описания временной структуры вибрационных сигналов в пределах частотной области  $f_2$ .

Из рисунка 7, а следует, что положение значимых частотных областей сигнала вибрации подшипника качения при увеличении скорости вращения подшипника существенно не изменяется. Данный факт объясняется тем, что рассмотренные частотные области являются резонансными и их центральные частоты определяются только габаритными параметрами подшипника [13]. При этом компактное описание временной структуры сигналов вибрации в значительной степени зависит от скорости вращения: с увеличением скорости вращения подшипника в 1,13 раза максимум компактного описания временной структуры его сигналов вибрации в пределах частотной области  $f_2$  сместился, как показано на рисунке 7, б, с вейвлета  $m_2$  на вейвлеты  $m_4$  и  $m_5$ . Иными словами, протяженность экспоненциальных ударных импульсов (количество осцилляций в пределах импульсов) увеличилась в два-три раза, при этом тип временной структуры сигналов остался прежним и описывается вейвлет-семейством *MEXP*. Полученный результат указывает на потенциально низкую эффективность мониторинга временной структуры вибрационных сигналов для оценки технического состояния оборудования с резко нестационарным режимом работы.

6. В результате проведенных исследований сделан вывод, что значение эффективности алгоритма разреженной вейвлетной декомпозиции  $\xi$  (5) может быть использовано для оценки качества анализируемого сигнала вибрации и оценки достоверности полученного для него компактного описания временной структуры. Данный факт обусловлен тем, что эффективность алгоритма РВД  $\xi$  принимает значения ниже  $\xi < 0,5$  в следующих случаях:

- а) невозможно достичь требуемой точности аппроксимации сигнала  $\eta$ ;
- б) низкое отношение сигнал-шум  $SNR$ , не позволяющее оценить временную структуру сигнала;
- в) высокая погрешность  $\delta f$  определения положения анализируемой энергетически выраженной частотной области сигнала;
- г) низкое значение частоты дискретизации АЦП датчика вибрации, не позволяющее корректно описать особенности временной структуры сигнала вибрации.

Таким образом, для формирования корректного компактного описания временной структуры вибрационных сигналов эффективность алгоритма разреженной вейвлетной декомпозиции в пределах выбранной частотной области должна превышать значения  $\xi \geq 0,5$ . При этом частотные области вибрационного сигнала, эффективность работы алгоритма РВД в пределах которых не достигает порогового значения  $\xi_0 = 0,5$ , считаются неинформативными и не подлежат рассмотрению.

**Заключение.** В итоге экспериментальных исследований получены следующие результаты:

- определены основные факторы, оказывающие влияние на результаты работы алгоритма разреженной декомпозиции сигналов вибрации по избыточному вейвлетному словарю, такие как значение частоты дискретизации сигналов, отношение сигнал-шум, скорость вращения функциональных узлов оборудования и другие);
- установлены границы применимости алгоритма декомпозиции.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Industry 4.0: Predictive Intelligent Maintenance for Production Equipment / S. Ferreiro [et al.] // European Conference of the Prognostics and Health Management Society. – 2016. – P. 8.
2. Асламов, Ю.П. Избыточный вейвлетный словарь для разреженной декомпозиции сигналов вибрации / Ю.П. Асламов, И.Г. Давыдов // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия С, Фундаментальные науки. – 2018. – № 4. – С. 86–94.
3. Smith, E. Efficient coding of time-relative structure using spikes: Neural Computation / E. Smith, M.S. Lewicki. – 2005. – Vol. 17, № 1. – P. 19–45.
4. McFadden, P.D. Model for the vibration produced by a single point defect in a rolling element bearing / P.D. McFadden, J.D. Smith // Journal of Sound and Vibration. – 1984. – Vol. 96, № 1. – P. 69–82.
5. Randall, R.B. A new method of modeling gear faults / R.B. Randall // Journal of Mechanical Design. – 1982. – Vol. 104, № 2. – P. 259–267.
6. Kogan, G. A new model for spall-rolling-element interaction. Nonlinear Dynamics / G. Kogan, J. Bortman, R. Klein // Nonlinear Dynamics. – 2016. – Vol. 87, № 1. – P. 219–236.
7. Асламов, Ю.П. Вейвлет-функция для диагностики подшипников качения / Ю.П. Асламов, И.Г. Давыдов // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия В, Промышленность. Прикладные науки. – 2018. – № 11. – С. 14–22.

8. Давыдов, И.Г. Диагностика качества подшипников качения с применением вейвлет-анализа / И.Г. Давыдов, Л.М. Лыньков, В.Н. Левкович // Доклады БГУИР. – 2005. – № 3 (11). – С. 48–52.
9. Вейвлет-функции для диагностики зубчатых передач / Ю.П. Асламов [и др.] // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия В, Промышленность. Прикладные науки. – 2018. – № 3. – С. 38–46.
10. Астафьева, Н.М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения / Н.М. Астафьева // Успехи физических наук. – 1996. – Т. 166, № 11. – С. 1145–1170.
11. Gribonval, R. Approximation with highly redundant dictionaries / R. Gribonval, M. Nielsen // Proceedings of SPIE. – 2003. – P. 216–227.
12. Эффективность использования скалограммы для оценки технического состояния роторного оборудования / Ю.П. Асламов [и др.] // Доклады БГУИР. – 2018. – № 2. – С. 12–17.
13. Мынцов, А.А. Применение метода огибающей для диагностики механических узлов оборудования [Электронный ресурс] / А.А. Мынцов // Вибродиагностика для начинающих и специалистов. – Режим доступа: <http://www.vibration.ru/pmodmuo/pmodmuo.shtml>.

Поступила 13.02.2019

#### LIMITS OF APPLICABILITY OF THE ALGORITHM FOR SPARSE DECOMPOSITION OF VIBRATION SIGNALS USING THE REDUNDANT WAVELET DICTIONARY

Y. ASLAMOV, I. DAVYDOV

*The article deals with issues related to determining the limits of applicability of the algorithm for sparse decomposition of vibration signals using the redundant wavelet dictionary for assessing the technical condition of rotary equipment. The main factors that influence the results of the vibration signals waveform analysis using the sparse wavelet decomposition algorithm are identified. The results of experimental studies on the model and vibration signals are presented.*

**Keywords:** vibration-based diagnostics, sparse decomposition, wavelet, redundant dictionary.