УДК 656.135.2(476.2) **DOI 10.52928/2070-1616-2026-54-2-40-51**

МУЛЬТИМАРШРУТНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ РАБОТЫ МАРШРУТНЫХ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ С УЧЕТОМ МНОГОДЕПОВОСТИ И РЕЖИМОВ ТРУДА И ОТДЫХА ВОДИТЕЛЕЙ

канд. техн. наук, доц. С.А. АЗЕМША
(Белорусский государственный университет транспорта, Гомель)

Усовершенствована математическая модель планирования работы маршрутных транспортных средств на городской сети. Все ездки за сутки представлены вершинами ориентированного графа, а возможные переходы между ездками – дугами с расчетом длительностей ожидания и порожних перегонов. Построение множества допустимых цепей графа интерпретировано как возможные варианты выполнения ездок одним транспортным средством в течение смены. Учтены многодеповость и режим труда и отдыха водителей. Многодеповость реализована через введение первых и вторых нулевых ездок и требование замкнутости цепей по месту постоянной дислокации. Ограничения по режиму труда и отдыха предусмотрены за счет предварительной проверки цепей на соответствие нормативным требованиям по длительности смены, суммарному и непрерывному времени работы, а также предоставлению перерывов для отдыха и питания. Математическая модель обеспечивает рациональный план работы, минимизирующий приведенные затраты времени, а следовательно, и себестоимость транспортной работы. Практическая значимость результатов заключается в создании теоретической основы для принятия решений при суточном планировании и диспетчерском управлении маршрутными транспортными средствами в условиях сложной маршрутной сети.

Ключевые слова: *пассажиропоток, маршрутное транспортное средство, мультимаршрутное планирование, оптимизация, режим труда и отдыха, многодеповость.*

Вопросам повышения эффективности работы МТС посвящено достаточно много научных трудов. Обзор основных из них дан в [1, с. 40–43]. Их анализ показал наличие ряда существенных недостатков, которые было предложено решить формализацией мультимаршрутного метода организации работы МТС [1, с. 43–51; 2; 3]. При этом следует отметить, что приведенное в [1, с. 40–43] описание мультимаршрутного метода организации работы МТС не учитывает ряд практических аспектов функционироваыния ГПТРС. Так, в постановке задачи [1, рисунок 2] не учтено возможное наличие нескольких депо. Также ограничения по режиму труда и отдыха носят в основном декларативный характер [1, формула (20)] и не отражают многообразия требований к режиму труда и отдыха водителей, сформулированному в постановлении[1]. Учет этих ограничений – *основная цель данной статьи.*

При написании статьи использовались методы анализа и обобщения литературных источников, положения теории графов, формализация и математическая постановка целевой функции и ограничений.

Для описания и формализации мультимаршрутного метода использованы следующие условные обозначения:

Множества:

PPD – множество мест постоянной дислокации (МПД) МТС, $PPD = \{p_1, p_2, \ldots, p_{|PPD|}\}$

V – множество вершин графа (всех ездок);

$V1$ – множество возможных первых нулевых ездок;

$V2$ – множество ездок с пассажирами;

$V3$ – множество возможных вторых нулевых ездок;

$V = V1 \cup V2 \cup V3$. $|V1|=|V3|=|PPD|\cdot|V2|$;

$V(P_a) \subseteq V$ – множество вершин, входящих в цепь P_a;

D – множество дуг графа (вариантов перехода между ездками МТС);

$D^+(v) = \{d(v,u) \in D \mid u \in V, d(v,u)$ существует$\}$ – множество дуг, исходящих из вершины v;

$D^-(v) = \{d(u,v) \in D \mid u \in V, d(u,v)$ существует $\}$ – множество дуг, входящих в v;

$D(P_a) \subseteq D$ – множество дуг, входящих в цепь P_a;

A – атрибуты вершин графа;

B – атрибуты дуг графа;

M – множество рассматриваемых маршрутов работы МТС;

---

[1] Об утверждении Положения о рабочем времени и времени отдыха водителей автомобилей, троллейбусов и трамваев: постановление Министерства транспорта и коммуникаций Респ. Беларусь от 9 янв. 2025 г. № 1 // Национальный правовой Интернет-портал Республики Беларусь. – URL: https://pravo.by/document/?guid=12551&p0=W22543017 (дата обращения 03.01.2026).

Н – множество начальных пунктов рассматриваемой маршрутной сети и МПД МТС ($PPD \subseteq$ Н);
К – множество конечных пунктов рассматриваемой маршрутной сети и МПД МТС ($PPD \subseteq$ К);
T – множество МТС;
P – множество рассматриваемых простых цепей графа G.
Переменные:
i, e, a – индексы;
v, u – вершины графа;
d – дуга графа;
m – номер маршрута работы МТС;
$t_{\text{н}}$ – время начала ездки (отправления с начального пункта маршрута);
$t_{\text{к}}$ – время окончания ездки (прибытия на конечный пункт маршрута);
L – расстояние, км;
Π_v – пассажиронапряженность (максимальная загрузка) при выполнении ездки $v \in V2$, пасс.;
$\gamma_{\max}$ – максимально допустимый по условиям комфорта пассажиров коэффициент пассажиронапряженности, используемый в ограничении по формуле (15). Фактический коэффициент пассажиронапряженности для назначенной пары «цепь–МТС» является производной величиной и вычисляется после оптимизации:

$$\gamma_{a,e} = \frac{\Pi_a^{\max}}{C_e} \text{ при } y_{a,e} = 1 .$$

Здесь $\Pi_a^{\max} = \max\{\Pi_v : v \in V2, \delta_{a,v} = 1\}$;

$v_{\text{э}}$ – эксплуатационная скорость движения МТС между начальными (конечными) пунктами маршрутов с учетом остановок на промежуточных остановочных пунктах $v_{\text{э}}$= 20 км/ч;

$v_{\text{т}}$ – техническая скорость движения МТС между начальными (конечными) пунктами маршрутов без остановок на промежуточных остановочных пунктах $v_{\text{т}}$= 30 км/ч;

$t_{\text{з}}$ – время запаса. Рассчитывается как разница во времени отправления МТС с начального пункта и временем его прибытия в этот начальный пункт ($t_{\text{з}}$ = 6 мин);

t_e – МТС с индексом (номером) e, $e = 1, \ldots, |T|$;

C_e – вместимость МТС t_e, пассажиров. $p_e \in PPD$ – место постоянной дислокации (МПД) транспортного средства t_e (входные данные);

k – количество дуг в цепи P графа G;

$S_{\text{км}}$ – себестоимость 1 км пробега МТС, руб / км;

$S_{\text{ч}}$ – себестоимость 1 ч простоя МТС, руб / ч;

$К_{\text{пр}e}$ – коэффициент приведения себестоимости часа простоя МТС t_e пассажировместимостью C_e к себестоимости 1 ч движения (пробега);

$T_{\text{см}}^{\max}$ – максимально допустимая продолжительность ежедневной работы (смены) водителя, мин ($T_{\text{см}}^{\max} = 720$ мин);

$T_{\text{упр}}^{\max}$ – максимально допустимое время управления транспортным средством в течение смены, мин ($T_{\text{упр}}^{\max} = 600$ мин);

$T_{\text{упр,непр}}^{\max}$ – максимально допустимое непрерывное управление МТС без дополнительного специального перерыва, мин ($T_{\text{упр,непр}}^{\max} = 120$ мин);

$t_{\text{сп}}^{\min}$ – минимальная продолжительность дополнительного специального перерыва для отдыха от управления ТС, мин ($t_{\text{сп}}^{\min}$ = 10 мин); перерыв включается в рабочее время;

$t_{\text{пит}}^{\min}, t_{\text{пит}}^{\max}$ – минимальная и максимальная продолжительность перерыва для отдыха и питания, мин ($t_{\text{пит}}^{\min}$ = 20 мин, $t_{\text{пит}}^{\max}$ =120 мин; перерыв в рабочее время не включается);

$T_{\text{пит}}^{\sum\max}$ – максимально допустимая суммарная продолжительность перерывов для отдыха и питания при предоставлении двух перерывов, мин ($T_{\text{пит}}^{\sum\max}$ = 120 мин);

$\Delta_{\text{пит}}$ – крайний срок предоставления перерыва для отдыха и питания от начала работы, мин ($\Delta_{\text{пит}}$ =240 мин);

$\Delta_{\text{пит}}^{\text{см}}$ – максимально допустимое смещение крайнего срока предоставления перерыва для отдыха и питания относительно $\Delta_{\text{пит}}$, мин; $\Delta_{\text{пит}}^{\text{см}} \geq 0$;

$t_{\text{пит},a}$ – выбранная (засчитанная) длительность перерыва для отдыха и питания в цепи P_a, мин;
$\tau_{\text{пит},a}$ – момент начала (первого) перерыва для отдыха и питания в цепи P_a, мин от начала суток;

$T_{\text{упр},a}$ – суммарная продолжительность управления в цепи P_a, мин;

$T_{\text{см},a}$ – длительность смены (рабочего дня) по цепи P_a, мин;

$T_{\text{упр,непр},\ a}$ – накопленная непрерывная продолжительность управления по цепи P_a, мин;

η_a – параметр допустимости цепи P_a по условиям режима труда и отдыха водителей, сформулированным в постановлении[2]. $\eta_a = 1$, если цепь удовлетворяет ограничениям по длительности смены, суммарной длительности управления, наличию (при необходимости) перерыва для отдыха и питания, а также ограничению на непрерывное управление с предоставлением дополнительного специального перерыва. Иначе $\eta_a = 0$.

Постановка задачи мультимаршрутного метода организации работы МТС с применением аппарата теории графов и с учетом многодеповости и режимов труда и отдыха водителей. Имеется непланарный, взвешенный, ориентированный, атрибутированный граф G (V, D, A, B), где V – множество вершины графа, D – множество дуг графа, $A(v)$ – атрибуты вершины v, $B(d)$ – атрибуты дуги d (рисунок 1).

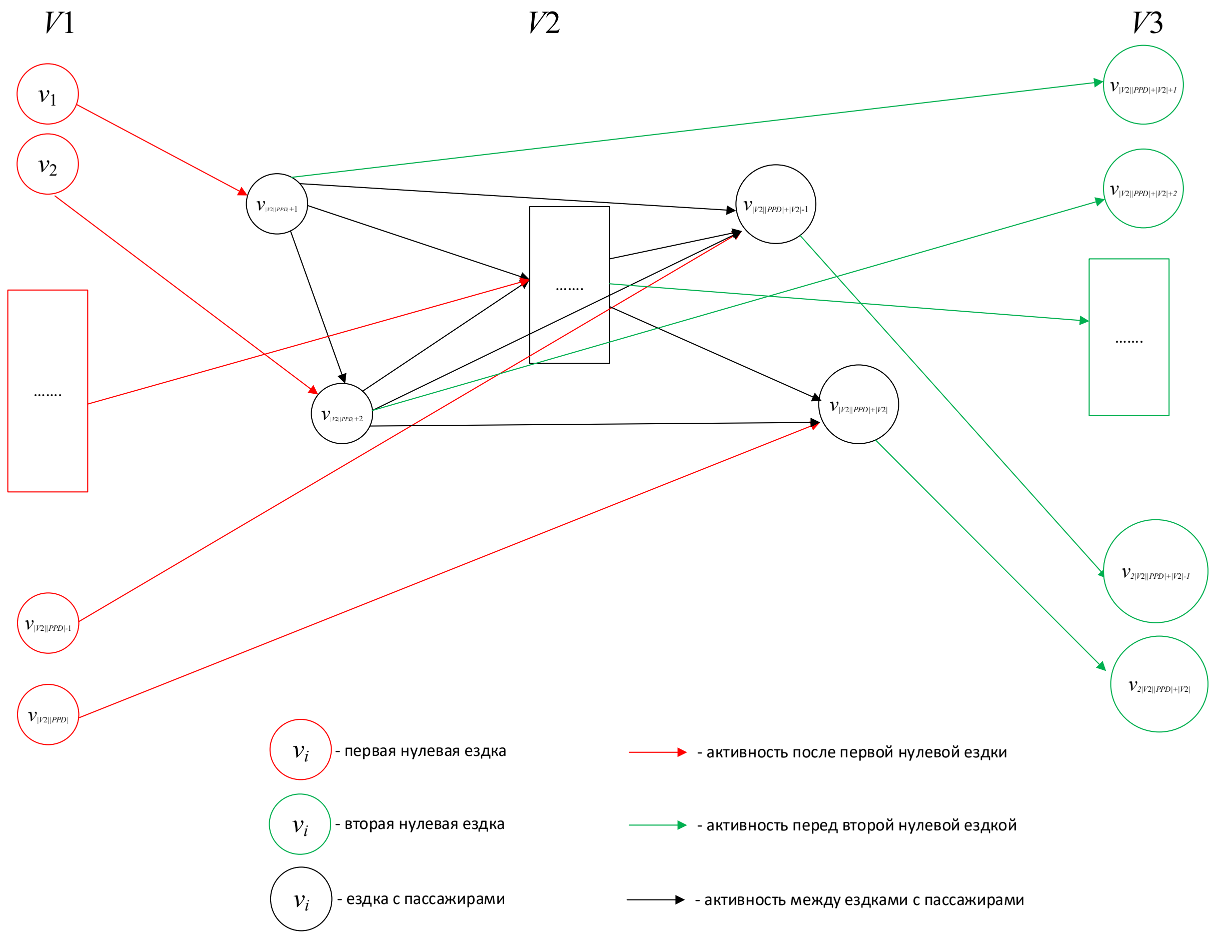


Рисунок 1. – Постановка задачи мультимаршрутного планирования

Каждая вершина представляет собой ездку. Совокупность вершин графа представляет собой совокупность упорядоченных по времени начала (слева направо на рисунке 1) всех ездок за день на всех маршрутах, в т.ч. нулевых ездок. Множество вершин V делится на три подмножества ($V = V1 \cup V2 \cup V3$):

– $V1=\{v_1,\ v_2,\ \ldots,\ v_{|V2||PPD|}\}$ – множество возможных порожних ездок МТС с каждого МПД на каждый начальный пункт (первых нулевых ездок). Эти вершины являются истоками;

– $V2=\{v_{|V2||PPD|+1},\ v_{|V2||PPD|+2},\ \ldots,\ v_{|V2||PPD|+|V2|}\}$ – множество ездок МТС с пассажирами по установленным регулярным маршрутам.

– $V3=\{v_{|V2||PPD|+|V2|+1},\ v_{|V2||PPD|+|V2|+2},\ \ldots\ ,\ v_{|V2||PPD|+|V2|+|V2||PPD|}\}$ – множество возможных порожних ездок МТС с конечного пункта последней ездки до МПД (вторых нулевых ездок). Эти вершины являются стоками.

---

[2] Об утверждении Положения о рабочем времени и времени отдыха водителей автомобилей, троллейбусов и трамваев: постановление Министерства транспорта и коммуникаций Респ. Беларусь от 9 янв. 2025 г. № 1 // Национальный правовой Интернет-портал Республики Беларусь. – URL: https://pravo.by/document/?guid=12551&p0=W22543017 (дата обращения 03.01.2026).

Множества $V1$ и $V3$ введены как технические: они не представляют собой самостоятельные рейсы, а задают соответственно возможные первые и последние нулевые ездки для каждой пассажирской ездки $u \in V2$ при многодеповости. Конкретная вершина из $V1$ (или $V3$) активируется только в том случае, если соответствующая пассажирская ездка u становится первой (или последней) в выбранной цепи P_a. Внутри цепи P_a нулевые ездки, соответствующие $V1$ и $V3$, могут появляться не более одного раза в каждой цепи – только как начало и конец цепи.

Количество вершин $V2$ равно количеству всех ездок за день на всех маршрутах $|V2|$. Количество вершин $V1$ равно количеству возможных вариантов первых нулевых ездок $|V1| = |V2||PPD|$, а $V3$ – количеству возможных вариантов вторых нулевых ездок $|V3| = |V2||PPD|$. При этом $|V1| = |V3|$.

Каждая вершина $v \in V$ ассоциирована с набором следующих атрибутов:

$$A(v) = \{i_v, m_v, \text{Н}_v, \text{К}_v, t_{\text{н}v}, t_{\text{к}v}, \Pi_v\}, \tag{1}$$

где i_v – порядковый номер вершины v графа V (порядковый номер ездки v),

$$i_v \in \{1, \dots, |V|\}, |V| = |V1| + |V2| + |V3|;$$

m_v – номер маршрута, на котором выполняется ездка v, $m_v \in \{m_1, m_2 \dots m_{|M|}\}$, где M – множество рассматриваемых маршрутов работы;

Н_v – начальный пункт при выполнении ездки v,

$$\text{Н}_v = \text{МПД}, v \in V1; \text{Н}_v \in (\text{Н} - \text{МПД}), v \in V2; \text{Н}_v \in (\text{К} - \text{МПД}), v \in V3,$$

здесь Н – множество начальных пунктов рассматриваемой маршрутной сети; К – множество конечных пунктов рассматриваемой маршрутной сети;

К_v – конечный пункт при выполнении ездки v,

$$\text{К}_v \in (\text{Н} - \text{МПД}), v \in V1; \text{К}_v \in (\text{К} - \text{МПД}), v \in V2; \text{К}_v = \text{МПД}, v \in V3.$$

Множества Н и К состоят из локаций маршрутной сети (остановочных пунктов и МПД) и могут пересекаться: один и тот же пункт может быть конечным для одной ездки и начальным для другой;

$t_{\text{н}v}$ – время начала ездки v (ездки с номером i_v). Пассажирские ездки $V2$ нумеруются в соответствии с расписанием, поэтому для $\forall v, u \in V2 : i_v < i_u \Rightarrow t_{\text{н}v} \le t_{\text{н}u}$. Для технических нулевых ездок $v \in V1 \cup V3$ индекс i_v используется как идентификатор и не трактуется как хронологический порядок;

$t_{\text{к}v}$ – время окончания ездки v, т.е. время прибытия на конечный остановочный пункт К_v;

Π_v – пассажиронапряженность (максимальная наполненность МТС) при выполнении ездки v.

Для каждой вершины $v \in V1$ существует единственная пассажирская ездка $u(v) \in V2$ и МПД $p(v) \in PPD$ такие, что $\text{Н}_v = p(v), \text{К}_v = \text{Н}_{u(v)}$. Для каждой вершины $v \in V3$ существует единственная пассажирская ездка $u(v) \in V2$ и МПД $p(v) \in PPD$ такие, что $\text{Н}_v = \text{К}_{u(v)}, \text{К}_v = p(v)$. Тогда время начала ездки v (время отправления от начального остановочного пункта Н_v):

$$t_{\text{н}v} = \begin{cases} t_{\text{н}u(v)} - (\dfrac{60L_{p(v),\text{Н}_{u(v)}}}{v_{\text{т}}} + t_{\text{з}}), v \in V1 \\ t_{\text{н}v} \text{определяется действующим расписанием движения}, v \in V2 \\ t_{\text{к}u(v)},\ v \in V3 \end{cases}, \tag{2}$$

где $L_{\text{МПД},\text{Н}_u}$ – расстояние между МПД и начальным пунктом ездки Н_u, км. Для вторых нулевых ездок $v \in V3$ начальный пункт совпадает с конечным пунктом соответствующей пассажирской ездки $u(v) \in V2 : \text{Н}_v = \text{К}_{u(v)}$, а конечный пункт $\text{К}_v = p(v) \in PPD$. Поэтому для $v \in V3$ используется расстояние между конечным пунктом пассажирской ездки $\text{К}_{u(v)}$ *и МПД* $p(v)$. Времена второй нулевой ездки задаются как $t_{\text{н}v} = t_{\text{к}u(v)}$, $t_{\text{к}v} = t_{\text{н}v} + \dfrac{60L_{\text{К}u(v),p(v)}}{v_t}$. Это согласуется с тем, что после последней пассажирской ездки МТС следует в МПД активность на дуге $V2 \to V3$ отсутствует;

$v_{\text{т}}$ – техническая скорость движения МТС между начальными (конечными) пунктами маршрутов без остановок на промежуточных остановочных пунктах, $v_{\text{т}}$= 30 км/ч;

$t_{\text{з}}$ – время запаса. Рассчитывается как разница во времени отправления МТС с начального пункта и временем его прибытия в этот начальный пункт ($t_{\text{з}}$ = 6 мин);

$L_{\text{К}u(v),p(v)}$ – расстояние между конечным пунктом ездки u и МПД p, км.

Время окончания ездки v (время прибытия на остановочный пункт $К_v$):

$$t_{кv} = \begin{cases} t_{нu(v)} - t_з,\ v \in V1 \\ t_{кv} \text{определяется действующим расписанием движения},\ v \in V2 \\ t_{нv} + \dfrac{60L_{К_{u(v)},p(v)}}{v_т},\ v \in V3 \end{cases}, \tag{3}$$

Пассажиронапряженность при выполнении ездки v:

$$П_v = \begin{cases} 0,\ v \in (V1 \cup V3) \\ П_v^{in},\ v \in V2 \end{cases} \qquad П_v^{in} \ge 0 \tag{4}$$

Пассажиронапряженность $П_v$ используется в модели как входной параметр. Для нулевых ездок $v \in V1 \cup V3$ принимается $П_v = 0$. Для пассажирских ездок $v \in V2$ значения $П_v^{in}$ задаются во входных данных (например, по результатам обследований пассажиропотоков или по утвержденным расчетным данным). Это обеспечивает однозначное вычисление $\max П_a$ и корректную проверку ограничения вместимости согласно формуле (15).

Каждая дуга $d(v,u) \in D$ представляет собой оценку активности МТС между вершинами v и u (действий, которые необходимо совершить после ездки v, чтобы выполнить ездку u). Совокупность всех дуг $d(v, u)$ графа представляет собой следующие возможные комбинации активностей МТС между ездками:

1. При $v \in V1$, $u \in V2$ – активность МТС между нулевой ездкой и первой ездкой с пассажирами (см. рисунок 1, дуги красного цвета), т.е. активность после первой нулевой ездки. Такая активность заключается в простое на протяжении времени $t_з$ в ожидании начала ездки u. При этом каждая вершина v будет соединена дугой с лишь с одной вершиной u и только один раз, т.е. из каждой вершины v будет исходить одна дуга. В каждую вершину u будет входить $|PPD|$ дуг. Общее количество дуг между вершинами v и u будет равно $|V2|\cdot|PPD|$.

2. При $v \in V2$, $u \in V2$ – активность МТС между ездками с пассажирами по установленным маршрутам регулярного сообщения. Такая активность может заключаться:

– в ожидании начала ездки u после окончания выполнения ездки v (при $К_v = Н_u$, $t_{кv} \le t_{нu} - t_з$). При $t_{кv} > t_{нu} - t_з$ МТС после выполнения ездки v не успевает на ездку u и дуги $d(v, u)$ не существует;

– в порожнем пробеге МТС с конечного пункта $К_v$ к начальному пункту $Н_u$ с возможным ожиданием начала ездки u после окончания выполнения ездки v (при $К_v \ne Н_u$, $t_{кv} \le t_{нu} - (60\ L_{v,u}) / v_т - t_з$), где $L_{v,u}$ – расстояние между $К_v$ и $Н_u$, км. При $t_{кv} > t_{нu} - (60L_{v,u}) / v_т - t_з$ МТС после выполнения ездки v не успевает на ездку u и дуги $d(v, u)$ не существует. Количество дуг от каждой вершины v равно количеству ездок, на которые будет успевать МТС после окончания выполнения ездки v ($|D^+(v)| = |\{u \in V2 \mid i_v < i_u \wedge t_{кv} \le t_{нu} - (60L_{v,u}) / v_т - t_з\}|$).

3. При $v \in V2$, $u \in V3$ – активность МТС между заключительной ездкой с пассажирами и порожней ездкой до МПД. Закончив выполнение последней ездки, МТС сразу следует в МПД, поэтому какая-либо активность в данном случае будет отсутствовать. Дуга $d(v, u)$ в данном случае будет показывать связь между последней ездкой с пассажирами и вторым нулевым пробегом. При этом из каждой вершины $v \in V2$ исходит $|PPD|$ дуг – по одной в вершины $u \in V3$, соответствующие возврату из ездки v в каждое МПД $p \in PPD$. В каждую вершину $u \in V3$ входит одна дуга (из соответствующей v). Общее количество дуг между вершинами v и u будет равно $|V2|\cdot|PPD|$.

Каждая дуга $d(v, u) \in D$ ассоциирована с упорядоченным набором (кортежем) атрибутов:

$$B(d(v,u)) = \{v, u, t_{ожd(v,u)}, t_{двd(v,u)}\}, \tag{5}$$

где v – вершина графа (ездки), из которой выходит дуга $d(v,u)) \in D,\ v \in (V1 \cup V2)$;

u – вершина графа (ездки), в которую входит дуга $d(v,u)) \in D,\ v \in (V2 \cup V3)$;

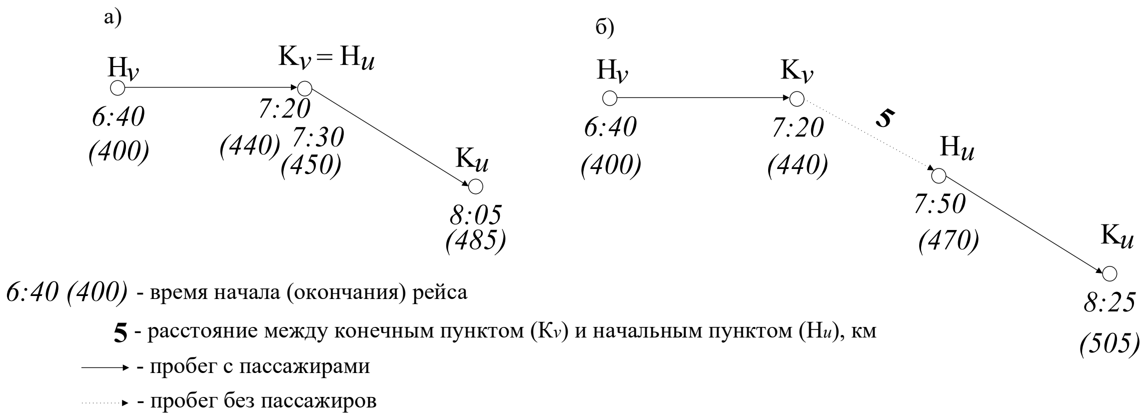
$t_{ожd(v,u)}$ – продолжительности активности, связанной с ожиданием начала ездки u после окончания выполнения ездки v, мин;

$t_{двd(v,u)}$ – продолжительности активности, связанной с порожним побегом из $К_v$ и $Н_u$, мин.

Длительность ожидания (неуправления) на дуге:

$$t_{ожd(v,u)} = \begin{cases} t_з,\ v \in V1, u \in V2, \\ t_{нu} - t_{кv} - t_{двd(v,u)},\ v \in V2, u \in V2, d(v,u) \in D; \\ 0,\ v \in V2, u \in V3. \end{cases} \tag{6}$$

МТС выполняет ездку между начальным остановочным пунктом $Н_v$ и конечным остановочным пунктом $К_v$, началом в 6:40 и окончанием в 7:20 (рисунок 2). При этом время берется от начала суток и 6:40 будет равно 6 x 60 + 40 = 400 мин, а 7:20 – 440 мин. Такая ездка представлена вершиной v с атрибутами $A(v)=\{i_v, Н_v-К_v, Н_v, К_v, 400, 440, 34\}$.



а – в случае, когда конечный пункт ездки v совпадает с начальным пунктом ездки *u* ($К_v = Н_u$);
б – в случае, когда $К_v \neq Н_u$

Рисунок 2. – Расчет $t_{ожd(v,u)}$

Вторая ездка может быть представлена атрибутами (см. выражение (2)):

1 $A(u)=\{i_u, "Н_u-К_u", Н_u, К_u, 450, 485, 16\}$ (см. рисунок 2, *а*);

2 $A(u)=\{i_u, "Н_u-К_u", Н_u, К_u, 470, 505, 20\}$ (см. рисунок 2, *б*).

В первом случае (см. рисунок 2, *а*) $К_v = Н_u$: $t_{двd(v,u)}=0$, тогда $t_{ожd(v,u)} = t_{нu} - t_{кv} = 450-440=10$ мин, условие существования дуги: 440 ≤ 450 – 6 выполнено ($t_{ож}=10>t_з=6$).

Во втором случае (см. рисунок 2, *б*) $К_v \neq Н_u$, тогда $t_{ожd(v,u)} = t_{нu} - t_{кv} - \frac{60L_{v,u}}{v_t} = 470-440-\frac{60\cdot 5}{30} = 20$ мин.

В случаях, когда $t_{ожd(v,u)} < t_з$ МТС после выполнения ездки *v* не успевает на выполнение ездки *u*. Так, например, если бы порожний пробег из конечного пункта $К_v$ в начальный пункт $Н_u$ был равен не 5, а 20 км (см. рисунок 2, *б*), то $t_{ожd(v,u)} = t_{нu} - t_{кv} - \frac{60L_{v,u}}{v_t} = 470-440-\frac{60\cdot 20}{30} = -10$. Т.е. после выполнения ездки *v* МТС не успеет выполнить ездку *u*.

$$t_{двd(v,u)} = \begin{cases} 0,\ v\in V1, u\in V2 \\ 0,\ К_v = Н_u,\ d(v,u)\in D,\ v\in V2, u\in V2,\ i_v < i_u \text{ (рисунок 2,а)} \\ \dfrac{60L_{v,u}}{v_t},\ К_v \neq Н_u,\ d(v,u)\in D,\ v\in V2, u\in V2,\ i_v < i_u \text{ (рисунок 2,б)} \\ 0,\ v\in V2, u\in V3 \end{cases} \quad (7)$$

Параметр $t_з$ отражает минимальный запас времени между прибытием МТС в начальный пункт следующей ездки и ее отправлением и является частью интервала неуправления (простоя). Поэтому для переходов $V2 \rightarrow V2$ длительность ожидания на дуге $d(v,u)$ определяется как календарный интервал между окончанием ездки *v* и началом ездки *u* за вычетом времени порожнего пробега $t_{двd(v,u)}$: $t_{ожd(v,u)} = t_{нu} - t_{кv} - t_{двd(v,u)}$. Тогда условие существования дуги $t_{кv} + t_{двd(v,u)} \le t_{нu} - t_з$ гарантирует $t_{ожd(v,u)} \ge t_з$. Для дуг $V1 \rightarrow V2$ ожидание равно $t_з$ (ожидание начала первой пассажирской ездки после завершения первой нулевой ездки), а для дуг $V2 \rightarrow V3$ ожидание отсутствует.

Дано также множество МТС, которые могут быт задействованы для выполнения ездок, изображенных на графе (см. рисунок 1):

$$T = \{t_1, t_2, \ldots, |T|\} \quad (9)$$

где t_e – МТС с номером e, e = 1,2, …, $|T|$. Для каждого МТС t_e известна его вместимость C_e.

Рассмотрим граф переходов $G(V,D)$ и множество рассматриваемых цепей P этого графа. Цепи нумеруются индексом $a = 1,\dots,|P|$, каждая цепь $P_a \in P$ задается $P_a = (v_{a,0}, d_{a,1}, v_{a,1}, d_{a,2}, v_{a,2}, \dots d_{a,k_a}, v_{a,k_a})$, где k_a – количество дуг в цепи P_a; $v_{a,0}, d_{a,1}, v_{a,1}, d_{a,2}, v_{a,2}, \dots d_{a,k_a}, v_{a,k_a} \in V$ – последовательность вершин для цепи P_a, причем $v_{a,0} \in V1$, $v_{a,k_a} \in V3$, $v_{a,1}, v_{a,2}, \dots, v_{a,(k-1)_a} \in V2$; $d_{a,1}, d_{a,2}, \dots, d_{a,k_a} \in D$ – последовательность дуг графа G, вошедших в цепь P_a (последовательность рёбер цепи P_a). Каждая цепь P_a показывает возможный вариант выполнения ездок (последовательность ездок и допустимых переходов между ними [рисунок 3]). Для каждой цепи P_a определим ее МПД как $p_a := \text{Н}_{v_{a,0}}$, т.е. МПД отправления первой нулевой ездки. Поскольку рассматривается задача с учетом наличия многодеповости, МТС должно начать работу выездом из конкретного МПД $p \in PPD$ и завершить работу возвратом в тоже МПД. Требование замкнутости сменного задания по МПД (выезд и возврат в одно и то же МПД) учитывается в оптимизационной постановке ограничением согласно формуле (17). Для каждой цепи P_a вводится признак замкнутости $\varsigma_a \in \{0,1\} : \varsigma_a = 1$ тогда и только тогда, когда $\text{Н}_{v_{a,0}} = \text{К}_{v_{a,k_a}}$; при $\varsigma_a = 0$ ограничение (17) запрещает назначение МТС на такую цепь.

Необходимо выбрать набор (подмножество) цепей из P графа G, которое будет обеспечивать выполнение всех имеющихся ездок с минимальными затратами ресурсов на их осуществление.

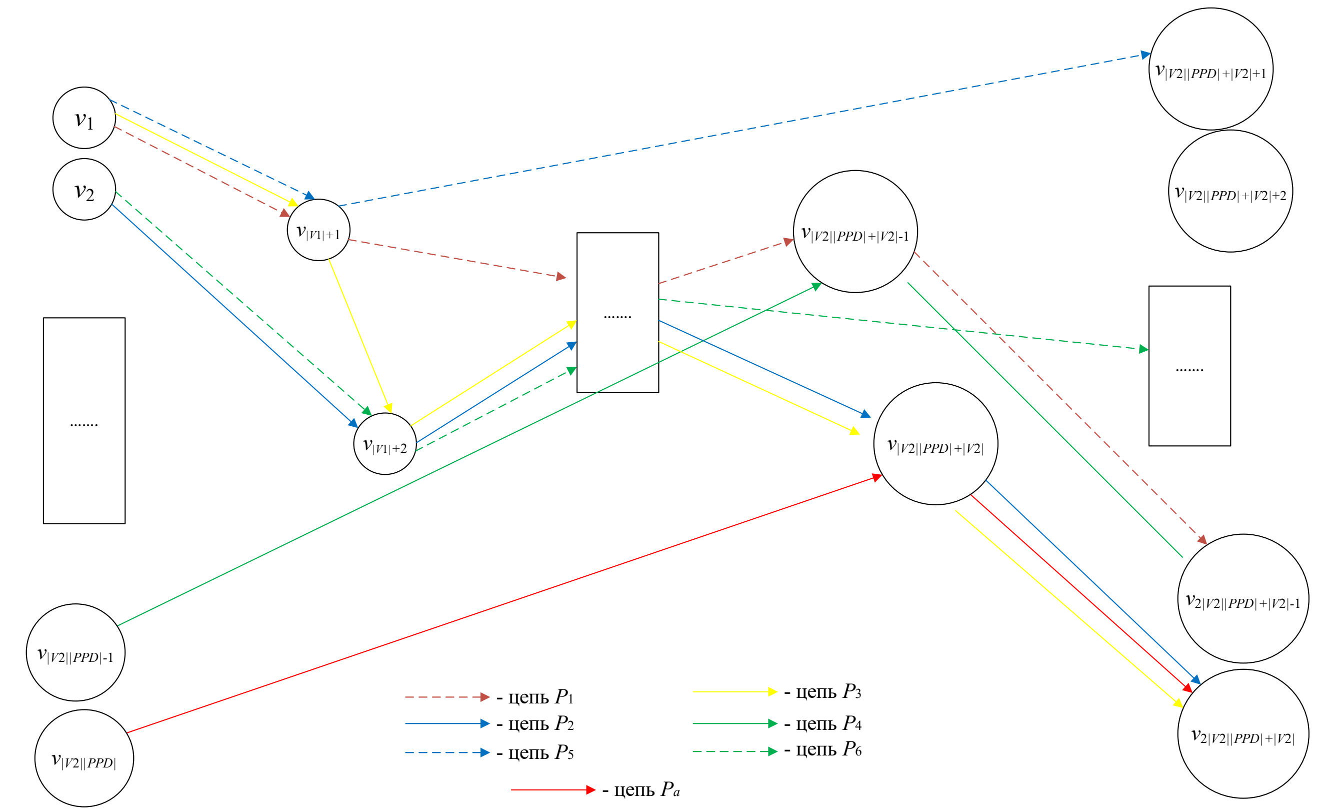


Рисунок 3. – Цепи графа

Обозначим через $D(P_a) \subseteq D$ множество дуг, входящих в цепь a (дуги, соединяющие последовательно выполняемые ездки). Для каждой цепи $P_a = (v_{a,0}, d_{a,1}, v_{a,1}, d_{a,2}, v_{a,2}, \dots d_{a,k_a}, v_{a,k_a})$ определим две суммарные длительности (в минутах):

1) суммарная длительность движения по цепи a:

$$T_a^{\text{дв}} = \sum_{v \in V(P_a)} (t_{\text{кv}} - t_{\text{нv}}) + \sum_{d(v,u) \in D(P_a)} t_{\text{двd}(v,u)},$$

где $\sum_{v \in V} (t_{\text{кv}} - t_{\text{нv}})$ – время, учитывает длительность всех ездок, вошедших в цепь (включая нулевые ездки);

$\sum_{d(v,u) \in D(P_a)} t_{\text{двd}(v,u)}$ – учитывает возможные порожние пробеги между конечным пунктом одной ездки и начальным пунктом следующей ездки в случае, когда $\text{К}_v \neq \text{Н}_u$.

2) суммарная длительность ожиданий между ездками по цепи a:

$$T_a^{\text{ож}} = \sum_{d(v,u)\in D(P_a)} t_{\text{ож}d(v,u)} .$$

Тогда «приведенная» длительность цепи для МТС t_e:

$$T_{a,e}^{\text{пр}} = T_a^{\text{дв}} + K_{\text{пр}e} T_a^{\text{ож}} ,$$

где $\text{К}_{\text{пр}e}$ – коэффициент приведения себестоимости часа простоя МТС t_e пассажировместимостью C_e к себестоимости часа его пробега. $\text{К}_{\text{пр}e} = f(C_e)$;

Математическая модель. Введём бинарную переменную назначения цепи МТС: $y_{a,e} \in \{0,1\}$, $a = 1..|P|$, е = $1..|T|$, где $y_{a,e} = 1$ означает, что цепь P_a выполняется МТС t_e вместимостью C_e, а $y_{a,\text{е}} = 0$ – в противном случае. Рассматриваемые цепи P_a нумеруются индексом a, где $a = 1, \ldots,|P|$. В дальнейших ограничениях кванторы по цецям записываются как $\forall a = 1, \ldots, |P|$, что соответствует «для всех рассматриваемых цепей $P_a \in P$ ».

Целевая функция в этом случае может выражать затрачиваемые на выполнение ездок приведенные место-часы транспортного предложения. Тогда она может быть записана следующим образом:

$$\frac{1}{60}\sum_{a=1}^{|P|}\sum_{e=1}^{|T|} C_e \left[T_a^{\text{дв}} + K_{\text{пр}e} T_a^{\text{ож}}\right] y_{a,e} \rightarrow \min , \tag{10}$$

где 60 – переводной коэффициент из минут в часы.

В (10) минимизируются приведенные место-часы транспортного предложения, т.е. вместимость C_e умножается на приведенную длительность выполнения цепи $T_{a,e}^{\text{пр}} = T_a^{\text{дв}} + K_{\text{пр}e} T_a^{\text{ож}}$. Коэффициент $K_{\text{пр}e}$ является безразмерным и используется для перевода времени ожидания в эквивалент времени движения по себестоимости для МТС данной вместимости. Таким образом, критерий (10) не является прямой денежной целевой функцией (в рублях), но отражает экономически взвешенное транспортное предложение в единицах «место-часов», что исключает необходимость наличия и поддержания в актуальном состоянии большого объема информации о значениях составляющих себестоимости перевозки для каждого МТС. При необходимости денежная постановка может быть рассмотрена как отдельная модификация модели.

Для определения $\text{К}_{\text{пр}e}$ взяты данные о зависимости переменной и постоянной составляющей себестоимости пассажирских перевозок от вместимости МТС, полученные описанным в [5, с. 13] способом:

$S_{\text{км}} = 0{,}26 + 0{,}003C_e$, руб/км; $S_{\text{ч}} = 8{,}15 + 0{,}03\ C_e$, руб/ч.

Значение себестоимости 1 ч простоя было поделено на себестоимость 1 ч движения, где себестоимость 1 ч движения учитывает как постоянную (часовую) составляющую $S_{\text{ч}}$, так и переменную составляющую, пропорциональную пробегу за час $v_{\text{э}} S_{\text{км}}$:

$$K_{\text{пр}e} = \frac{S_{\text{ч}}}{v_{\text{э}} S_{\text{км}} + S_{\text{ч}}} = \frac{8{,}15 + 0{,}03C_e}{v_{\text{э}}(0{,}26 + 0{,}003C_e) + 8{,}15 + 0{,}03C_e} .$$

После подстановки принятого значения $v_{\text{э}} = 20$ км/ч и упрощения выражения получаем:

$$K_{\text{пр}e} = \frac{0{,}03C_e + 8{,}15}{0{,}09C_e + 13{,}35} . \tag{11}$$

Коэффициент $K_{\text{пр}e}$ приводит время ожидания к эквивалентному по себестоимости времени движения:

$$K_{\text{пр}e} = \frac{\text{стоимость одного часа ожидания для МТС } e}{\text{стоимость одного часа движения для МТС } e} .$$

Поэтому в цепи используется приведенная длительность $T_a^{\text{дв}} + K_{\text{пр}e} T_a^{\text{ож}}$.

Множество цепей P формируется только из дуг $d(v,u) \in D$, получаемых только из пар (v, u), $u \in V2$, удовлетворяющих условиям выполнимости:

$$i_v < i_u \text{ и } t_{\text{к}v} \le t_{\text{н}u} - t_{\text{з}} \text{ (если } \text{К}_v = \text{Н}_u) \text{ либо } t_{\text{к}v} \le t_{\text{н}u} - \frac{60L_{v,u}}{v_{\text{т}}} - t_{\text{з}} \text{ (если } \text{К}_v \ne \text{Н}_u) .$$

Дуги $V2 \rightarrow V3$, соответствующие возврату в МПД, формируются отдельно в соответствии с описанием переходов $V2 \rightarrow V3$: из каждой вершины $V2$ исходит $|PPD|$ дуг в вершины $V3$.

Значения $t_{\text{ож}d(v,u)}$ вычисляются только для дуг $d(v,u) \in D$ и неотрицательны.

Порядок формирования множеств D, P и вычисления η_a. Множество дуг D формируется проверкой выполнимости переходов между ездками по временным условиям (для пар (v, u) при соблюдении хронологического порядка), после чего вычисляются атрибуты дуг (в т.ч. ожидание). Множество цепей P строится как множество всех (или отобранных) простых путей в графе $G(V, D)$, начинающихся в $V1$ и заканчивающихся в $V3$. Для каждой цепи P_a вычисляется параметр замкнутости ς_a. Требование замкнутости по МПД учитывается ограничением по формуле (17), запрещающим назначение МТС на цепи с $\varsigma_a = 0$. Для каждой построенной цепи P_a выполняется предварительная проверка по режиму труда и отдыха согласно формулам (16.1)–(16.5), по результатам которой устанавливается $\eta_a \in \{0,1\}$. В оптимизационной задаче используются только η_a и ограничение по формуле (16), допускающее выбор цепей лишь при $\eta_a = 1$.

При этом на переменные накладываются следящие ограничения:

1. Покрытие всех ездок с пассажирами ровно один раз:

$$\sum_{a=1}^{|P|} \delta_{a,v} \sum_{e=1}^{|T|} y_{a,e} = 1, \forall v \in V2 . \tag{12}$$

где $\delta_{a,v}$ – параметр принадлежности; $\delta_{a,v} = 1$, если ездка с пассажирами $v \in V2$ входит в цепь P_a; $\delta_{a,v} = 0$ – если иначе.

Поскольку $\delta_{a,v}$ не зависит от e, внутренняя сумма $\sum_{e=1}^{|T|} y_{a,e} \in \{0,1\}$ выступает индикатором выбора цепи P_a (цепь используется тогда и только тогда, когда $\sum_{e=1}^{|T|} y_{a,e} = 1$).

2. Одно МТС не может быть назначено более чем на одну цепь:

$$\sum_{a=1}^{|P|} y_{a,e} \le 1, \forall e \in \{1,...,|T|\} \tag{13}$$

3. На одну цепь назначается не более одного МТС:

$$\sum_{e=1}^{|T|} y_{a,e} \le 1, \forall a \in \{1,...,|P|\} . \tag{14}$$

Цепь a считается выбранной, если $\sum_{e=1}^{|T|} y_{a,e} = 1$; иначе цепь не используется.

4. Ограничение по вместимости. Для каждой цепи заранее вычислим пассажиронапряженность: $\Pi_a^{\max} = \max\{\Pi_v : v \in V2, \delta_{a,v} = 1\}$. Т.е. $\Pi_a^{\max}$ – максимальная пассажиронапряженность среди ездок с пассажирами $v \in V2$, входящих в цепь P_a (для которых $\delta_{a,v} = 1$). Тогда ограничение по вместимости задается линейно через назначение МТС: если цепь P_a не выбрана ($\sum y_{a,e} = 0$), ограничение выполняется автоматически; если выбрана, то $\max \Pi_a$ не превышает $\gamma_{\max}$ долю вместимости назначенного МТС. Отметим, что коэффициент пассажиронапряженности зависит от вместимости назначенного МТС и поэтому не вводится как отдельный параметр γ для ездки. В модели контроль выполняется непосредственно через $\Pi_a^{\max}$, C_e и порог $\gamma_{\max}$ в ограничении согласно формуле (15). При интерпретации решения фактический коэффициент может быть рассчитан как $\gamma_{a,e} = \frac{\Pi_a^{\max}}{C_e}$ для тех пар (a, e), где $y_{a,e} = 1$:

$$\Pi_a^{\max} \sum_{e \in T} y_{a,e} \le \gamma_{\max} \sum_{e \in T} C_e y_{a,e}, \forall a = 1,...,|P| . \tag{15}$$

5. Режим труда и отдыха (как фильтр допустимых цепей).

$$\sum_{e=1}^{|T|} y_{a,e} \le \eta_a, \forall a \in P . \tag{16}$$

Параметр $\eta_a \in \{0,1\}$ не вляется переменной оптимизационной задачи и определяется предварительной проверкой цепи P_a на соответствие требованиям[3]. Ниже формулы (16.1)–(16.5) описывают порядок вычисления

---

[3] Об утверждении Положения о рабочем времени и времени отдыха водителей автомобилей, троллейбусов и трамваев: постановление Министерства транспорта и коммуникаций Респ. Беларусь от 9 янв. 2025 г. № 1 // Национальный правовой Интернет-портал Республики Беларусь. – URL: https://pravo.by/document/?guid=12551&p0=W22543017 (дата обращения 03.01.2026).

величин и правила проверки условий, по результатам которых устанавливается значение η_a. В оптимизационной постановке используется только ограничение по (16), которое допускает выбор цепей P_a лишь при $\eta_a = 1$.

Далее для каждой цепи P_a последовательно по времени начала ездок вычисляются следующие величины:

1) суммарная продолжительность управления транспортным средством в цепи P_a:

$$T_{\text{упр},a} = \sum_{v \in V(P_a)} (t_{\text{к}v} - t_{\text{н}v}) + \sum_{d(v,u) \in D(P_a)} t_{\text{дв}d(v,u)}\ , \tag{16.1}$$

где первая сумма учитывает длительность всех ездок, вошедших в цепь (включая нулевые), а вторая – порожние пробеги между конечным пунктом одной ездки и начальным пунктом следующей;

2) перерыв(ы) для отдыха и питания (обед). Введем календарную длительность цепи (время между началом первой и окончанием последней ездки): $T_{\text{кал},a} = t_{\text{к}}(v_{\text{посл}}) - t_{\text{н}}(v_{\text{пер}})$, где $v_{\text{пер}}$ – первая ездка цепи (первая нулевая ездка), $v_{\text{посл}}$ – последняя ездка цепи (вторая нулевая ездка). Перерыв(ы) для отдыха и питания (обед) в цепи P_a формируются из интервалов неуправления (ожиданий) между последовательно выполняемыми ездками. Для городских регулярных перевозок допускается предоставление обеда с отклонением от момента $\Delta_{\text{пит}}$ при необходимости завершения маршрута. Отклонение $\Delta_{\text{пит}}$ формализуется параметром $\Delta^{\text{см}}_{\text{пит}}$. Выбранная длительность обеда обозначается $t_{\text{пит},a}$ и должна удовлетворять:

– если $T_{\text{кал},a} \le \Delta_{\text{пит}}$, то $t_{\text{пит},a} = 0$, а условия на $\tau_{\text{пит},a}$ не применяются;

– если $T_{\text{кал},a} > \Delta_{\text{пит}}$ то $t^{\min}_{\text{пит}} \le t_{\text{пит},a} \le t^{\max}_{\text{пит}}$, $\tau_{\text{пит},a} - t_{\text{н}(v_a,0)} \le \Delta_{\text{пит}} + \Delta^{\text{см}}_{\text{пит}}$. (16.2)

Величина $\tau_{\text{пит},a}$ (момент начала перерыва) имеет смысл только при наличии перерыва для отдыха и питания. Поэтому для цепей с $T_{\text{кал},a} \le \Delta_{\text{пит}}$ полагаем $t_{\text{пит},a} = 0$, а условия на $\tau_{\text{пит},a}$ не применяются. Для цепей с $T_{\text{кал},a} > \Delta_{\text{пит}}$ перерыв выбирается из интервалов ожидания, засчитываемых как обед, и дополнительно контролируется требование $\tau_{\text{пит},a} - t_{\text{н}(v_a,0)} \le \Delta_{\text{пит}} + \Delta^{\text{см}}_{\text{пит}}$. Аналогично требование «момент предоставления первого перерыва не позднее $\Delta_{\text{пит}} + \Delta^{\text{см}}_{\text{пит}}$» применяется только если $W_{\text{пит}}(P_a) \ne \emptyset$.

При необходимости допускается два перерыва суммарной продолжительностью не более $T^{\sum\max}_{\text{пит}}$, при этом длительность каждого перерыва должна быть не менее $t^{\min}_{\text{пит}}$;

3) ограничение на непрерывное управление и дополнительный специальный перерыв. При обходе цепи P_a накопленная продолжительность управления $T_{\text{упр,непр}}$ обнуляется только на тех интервалах ожидания $w \in W_{\text{сп}}(P_a)$, для которых $t_{\text{ож}}(w) \ge t^{\min}_{\text{сп}}$, где $t_{\text{ож}}(w)$ – длительность соответствующего ожидания (ожидание на дуге между последовательно выполняемыми ездками). Специальный перерыв включается в рабочее время. Если он совпадает с перерывом для отдыха и питания ($w \in W_{\text{пит}}(P_a)$), отдельный специальный перерыв не требуется.

Обозначим через $W(P_a)$ множество интервалов ожидания (неупрваления) на дугах между последовательно выполняемыми элементами цепи P_a, для которых $t_{\text{ож}} > 0$. Подмножество $W_{\text{пит}}(P_a) \subseteq W(P_a)$ далее используется для обозначения интервалов ожидания, которые могут быть засчитаны как перерыв для отдыха и питания.

$$W_{\text{сп}}(P_a) = \left\{ w \in W(P_a) \mid t_{\text{ож}}(w) \ge t^{\min}_{\text{сп}} \right\}. \tag{16.3}$$

В момент начала каждой ездки значение $T_{\text{упр,непр}}$ увеличивается на $(t_{\text{к}v} - t_{\text{н}v})$; при наличии перед следующей ездкой интервала $w \in W_{\text{сп}}(P_a)$ значение $T_{\text{упр,непр}}$ обнуляется (считается предоставленным дополнительный специальный перерыв). Требование соблюдается, если во всей цепи выполняется:

$T_{\text{упр,непр}} \le T^{\max}_{\text{упр,непр}}$ на всем протяжении обхода цепи. (16.4)

Если интервал неуправления, используемый как дополнительный специальный перерыв, совпадает с перерывом для отдыха и питания, отдельный специальный перерыв не требуется;

4) длительность смены (рабочего дня) для цепи P_a. Далее используем введенные обозначения $W(P_a)$ и $W_{\text{пит}}(P_a) \subseteq W(P_a)$ для определения длительности смены (рабочего дня) цепи P_a. Выберем под перерыв(ы) для отдыха и питания подмножество $W_{\text{пит}}(P_a) \subseteq W(P_a)$. Подмножество $W_{\text{пит}}(P_a) \subseteq W(P_a)$ считается допустимым выбором перерыва(ов), если оно состоит из одного или двух интервалов ожидания и выполняются условия:

– каждый выбранный интервал имеет длительность не менее $t^{\min}_{\text{пит}}$;

– суммарная засчитанная длительность перерыва(ов) для отдыха и питания $t_{\text{пит},a} = \sum_{d \in W_{\text{пит}}(P_a)} t_{\text{ож}d}$. Если $T_{\text{кал},a} > 240$ мин, то $t^{\min}_{\text{пит}} \le t_{\text{пит},a} \le t^{\max}_{\text{пит}}$. Если $T_{\text{кал},a} \le 240$ мин, то $W_{\text{пит}}(P_a) = \emptyset$ и $t_{\text{пит},a} = 0$;

– при двух перерывах их сумма не больше $T_{\text{пит}}^{\sum \max}$;

– момент предоставления первого перерыва не позднее $\Delta_{\text{пит}}$ (допуская смещение при необходимости завершения маршрута).

Если не существует ни одного допустимого $W_{\text{пит}}(P_a)$, то $\eta_a = 0$.

Тогда суммарная длительность перерыва(ов) для отдыха и питания:

$$t_{\text{пит},a} = \sum_{d \in W_{\text{пит}}(P_a)} t_{\text{ож}d}$$

Тогда длительность смены (рабочего дня) для цепи P_a определяется как

$$T_{\text{см},a} = T_{\text{кал},a} - t_{\text{пит},a}, \tag{16.5}$$

т.е. перерыв(ы) для отдыха и питания, заданные множеством $W_{\text{пит}}(P_a)$, в рабочее время не включаются; все прочие интервалы ожидания $W(P_a) \setminus W_{\text{пит}}(P_a)$ относятся к рабочему времени как время ожидания в местах посадки-высадки пассажиров.

Цепь P_a считается допустимой по режиму труда и отдыха (η_a=1), если одновременно выполняются ограничения $T_{\text{см},a} \le T_{\text{см}}^{\max}$, $T_{\text{см},a} \le T_{\text{упр}}^{\max}$ а также соблюдены условий (16.1) – (16.5). В противном случае η_a=0 и ограничение (16) запрещает выбор такой цепи в оптимизационной задаче.

6. Замкнутости цепи по МПД – МТС должно вернуться в тоже МПД, из которого выехало:

$$\sum_{e \in T} y_{a,e} \le \varsigma_a, \ \forall a = 1,...,|P|. \tag{17}$$

$$\varsigma_a = \begin{cases} 1, \ \text{Н}_{v_a,0} = \text{К}_{v_a,k_a}, \\ 0, \ \text{Н}_{v_a,0} \ne \text{К}_{v_a,k_a}. \end{cases}$$

Здесь $\varsigma_a \in \{0,1\}$ – параметр (признак) замкнутости цепи P_a по МПД, вычисляемый на этапе формирования множества рассматриваемых цепей P. В оптимизационной задаче ς_a считается заданным, и ограничение по формуле (17) запрещает назначение МТС на цепи с $\varsigma_a = 0$.

Для корректного учета многодеповости фиксируем МПД каждого МТС t_e параметром $p_e \in PPD$. Для цепи P_a ее МПД определяется как $p_a := \text{Н}_{v_{a,0}}$. Введем параметр совместимости:

$$g_{a,e} = \begin{cases} 1, \ p_e = p_a, \\ 0, \ p_e \ne p_a. \end{cases}$$

Здесь $g_{a,e} \in \{0,1\}$ – параметр (признак) совместимости МТС t_e и цепи P_a по МПД, вычисляемый по значениям p_e и p_a. В оптимизационной задаче $g_{a,e}$ считается заданным, а ограничение по (17.1) запрещает назначение МТС на цепь при $g_{a,e} = 0$.

Назначение МТС на цепь допускается только при совпадении МПД:

$$y_{a,e} \le g_{a,e}, \ \forall a = 1,...,|P|, \ \forall e \in T. \tag{17.1}$$

Это исключает назначение МТС из другого МПД и дополняет условие замкнутости по формуле (17).

7. Двоичность:

$$y_{a,e} = \{0,1\}, \ \forall a = 1,...,|P|, \ \forall e \in \{1,...,|T|\}. \tag{18}$$

Решение задачи (10) с учетом (11) и ограничений по (12)–(18) позволяет выбрать набор цепей P_a, покрывающих все ездки $v \in V2$ ровно один раз, и назначить каждой выбранной цепи одно МТС t_e с учетом ограничений по вместимости (15), допустимости режима труда и отдыха согласно формуле (16), многодеповости (17), минимизируя приведенные место-часы (место-время) выполнения всех ездок, а , следовательно, себестоимость перевозки.

Заключение. В статье выполнено совершенствование ранее предложенной математической модели мультимаршрутного планирования работы МТС на городской маршрутной сети. Основным результатом работы является разработка графовой постановки задачи мультимаршрутного планирования, в которой все ездки за сутки представлены вершинами ориентированного атрибутированного графа, а возможные переходы между ездками – дугами с расчетом длительностей ожидания и порожних перегонов. Предложенный подход обеспечивает построение множества допустимых цепей графа, интерпретируемых как возможные варианты выполнения ездок одним МТС в течение смены. Введенная целевая функция минимизирует приведенные место-часы транспортного предложения, учитывая различие экономической «ценности» времени движения и времени ожидания за счет коэффициента приведения, зависящего от пассажировместимости МТС.

По сравнению с ранее выполненными исследованиями ключевым развитием модели является учет двух практических факторов, существенно влияющих на реализуемость и качество планирования: многодеповости и режимов труда и отдыха водителей. Многодеповость реализована через введение технических множеств первых и вторых нулевых ездок и требование замкнутости цепей по месту постоянной дислокации, что обеспечивает корректный учет нулевых пробегов и формирование сменных заданий, выполнимых в условиях нескольких депо. Ограничения по режиму труда и отдыха учтены более полно за счет предварительной проверки цепей на соответствие нормативным требованиям по длительности смены, суммарному и непрерывному времени управления, а также предоставлению перерывов для отдыха и питания и специальных перерывов, что позволяет исключать недопустимые варианты еще на этапе формирования множества цепей.

Сформулированная математическая модель с ограничениями покрытия пассажирских ездок, взаимнооднозначного назначения МТС на выбранные цепи, требований по вместимости и допустимости по режиму труда и отдыха обеспечивает получение рационального плана работы МТС, минимизирующего приведенные затраты времени, а следовательно, и себестоимость выполнения транспортной работы. Практическая значимость результатов заключается в создании теоретической основы для разработки инструментов поддержки принятия решений (компбютерной программы) при суточном планировании и диспетчерском управлении МТС в условиях сложной маршрутной сети и множественности эксплуатационных ограничений.

Перспективы дальнейших исследований связаны с разработкой вычислительно эффективных методов генерации и отбора допустимых цепей, учетом изменяющихся по времени скоростей движения и спроса, а также расширением модели дополнительными критериями и ограничениями с учеом запроса производства.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аземша С.А. Мультимаршрутный метод организации работы транспортных средств // Вестник СибАДИ. – 2025. – № 22(1). – С. 38–53. DOI: 10.26518/2071-7296-2025-22-1-38-53. EDN XJRPEO
2. Аземша С.А. Обоснование целесообразности и постановка задачи мультимаршрутной организации работы пассажирских транспортных средств регулярного сообщения // Прогрессивные технологии в транспортных системах: материалы XIX Вс. науч.-практ. конф. с междунар. участием / под ред. В.И. Рассохи; Оренбург. гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2025. – С. 12–20.
3. Аземша С.А. Мультимаршрутный метод организации работы городского пассажирского транспорта регулярного сообщения // Перспективы развития транспортного комплекса: сб. ст. / Белорус. науч.-исслед. ин-т трансп. «Транстехника»; редкол.: В.С. Миленький и др. – Минск: БелНИИТ «Транстехника», 2024. – С. 180–186. – URL: https://www.transtekhnika.by/nauchnye-razrabotki/nauchnye-publikatsii/
4. Аземша С.А., Янкович С.Ю. Оценка эффективности ежесуточного управления парком модульных пассажирских транспортных средств на городских регулярных маршрутах // Недропользование и транспортные системы. – 2024. – № 14(1). – С. 4–17. DOI: 10.18503/SMTS-2024-14-1-4-17

Поступила 19.01.2026

MULTI-ROUTE PLANNING FOR ROUTE VEHICLES TAKING INTO ACCOUNT MULTI-DEPOT OPERATIONS AND DRIVER WORK/REST REGULATIONS

S. AZEMSHA
(Belarussian State University of Transport, Gomel)

A mathematical model for scheduling route transport operations on the city network has been improved. All trips per day are represented by vertices of a directed graph, and possible transitions between trips are represented by arcs, with waiting times and empty legs calculated. The construction of a set of feasible graph chains is interpreted as possible trip options for a single vehicle during a shift. Multiple depots and driver work and rest schedules are taken into account. Multiple depots are implemented through the introduction of first and second zero trips and the requirement that chains be closed at their permanent locations. Restrictions on work and rest schedules are implemented through preliminary chain verification for compliance with regulatory requirements for shift duration, total and continuous work time, and provision of rest and meal breaks. The mathematical model ensures a rational work plan that minimizes the reduced time costs and, consequently, the cost of transportation operations. The practical significance of the results lies in the creation of a theoretical basis for decision-making in daily planning and dispatch control of route vehicles in a complex route network.

Keywords: *passenger flow, route vehicle, multi-route planning, optimization, work and rest regulations, multi-depot operation.*