

УДК 656.015

DOI 10.52928/2070-1616-2026-54-2-52-55

**ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМ  
ГОРОДОВ С ТРАМВАЙНЫМ ДВИЖЕНИЕМ:  
ОТ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ К ПРАКТИЧЕСКИМ РЕШЕНИЯМ**

**А.А. КУСТЕНКО**

*(Белорусский национальный технический университет, Минск)*

*д-р техн. наук, проф. Д.В. КАПСКИЙ*

*(Высшая аттестационная комиссия Республики Беларусь, Минск)*

*Статья посвящена разработке комплексного подхода к оптимизации движения с участием трамваев в городских условиях, обеспечивающего повышение эффективности транспортных систем за счет: математической модели прогнозирования задержек трамваев на перекрестках, основанной на коэффициенте синхронизации фаз и учитывающей стохастическую природу прибытия транспортных средств; имитационной модели совместного движения трамваев и автомобилей в зоне остановочных пунктов с посадкой пассажиров с проезжей части; методики расчета задержек автомобилей с использованием функций Хевисайда. Практическая апробация проведена на трамвайной сети г. Минска и показала свою эффективность.*

**Ключевые слова:** трамвайное движение, математическое моделирование, коэффициент синхронизации светофорных фаз, имитационное моделирование, адаптивное регулирование.

**Введение.** Трамвай является ключевым элементом устойчивой городской мобильности, обеспечивая экологичную перевозку пассажиров в условиях урбанизации [1; 2]. Интеграция трамваев в существующую инфраструктуру требует обеспечения безопасности и минимизации временных потерь для всех участников движения [3; 4]. Существующие методы не учитывают специфику трамвая (фиксированный маршрут, детерминированные остановки и время прибытия) [5; 6].

*Цель настоящего исследования* – разработка комплексного подхода к оптимизации движения с участием трамваев в городских условиях, обеспечивающего повышение эффективности транспортных систем.

**Основная часть.** Для выявления закономерностей прибытия трамваев проведены исследования на светофорных объектах (СФО) г. Минска, различающихся количеством ОП (от 0 до 2).

Прибытие трамваев к СФО носит закономерный характер. На перекрестке ул. Я. Колоса – ул. Дорошевича (перед СФО нет ОП) 62% трамваев прибывают в 10-секундном интервале; ул. Куйбышева – пр-т Машерова (один ОП перед СФО) 70% – в 15-секундном интервале; Старовиленский тракт – ул. Нововиленская (два ОП перед СФО) 62% – в 25-секундном интервале [1].

Установлена зависимость времени простоя трамвая на ОП от интенсивности пассажирообмена ( $R^2 = 0,973$ ):

$$t_{оп} = 0,508 \cdot Q_{пас.об.} + 9,96, \text{ с.} \quad (1)$$

где  $t_{оп}$  – время нахождения трамвая на ОП, с;  
0,508 – коэффициент регрессии, с/пасс.;  
 $Q_{пас.об.}$  – пассажирообмен на ОП, пасс.;  
9,96 – свободный член уравнения регрессии, с.

Зависимость скорости движения трамвая от протяженности участка безостановочного движения ( $R^2 = 0,916$ ):

$$V_{mp} = 20,3 + 0,028 \cdot L_{уч}, \text{ км/ч,} \quad (2)$$

где  $L_{уч}$  – длина участка безостановочного движения, м.  
Время прибытия ко второму (следующему) объекту определяется [2; 3]:

$$t_{прт}^{сфо} = \left( t_{дв} + \sum_{i=1}^{n_{оп}} t_{опi} + t_o - t_{сд} \right) \text{ mod } C, \text{ с,} \quad (3)$$

где  $t_{дв}$  – время движения по участку маршрута между СФО, с;  
 $t_{опi}$  – время нахождения на  $i$ -м ОП, с;  
 $n_{оп}$  – количество ОП на участке маршрута между СФО;  
 $t_o$  – время отправления от первого светофора (СФО1) относительно времени включения «зеленого» сигнала следующего светофора (СФО2), с;  
 $t_{сд}$  – временной сдвиг между включением «зеленого» сигнала цикла на двух соседних СФО, с;  
 $C$  – время цикла СФО2, с.

Для упрощения работы с целевой функцией введен безразмерный коэффициент синхронизации фаз  $\eta_c$ :

$$\eta_c = \left\{ \frac{\left( \sum_{i=1}^{ny_i} \left( \frac{l_{умi} \cdot a_T + V_{тpи}^2}{a_T \cdot V_{тpи}} \right) + \sum_{i=1}^{n_{оп}} t_{он} + t_o - t_{сд} \right)}{C} \right\}. \quad (4)$$

Значение  $\eta_c \approx 0$  (или близкое к 1) указывает на прибытие трамвая в начале разрешающего сигнала СФО2.

Для практической реализации оптимального режима движения трамваев разработан алгоритм адаптивно-светофорного регулирования, обеспечивающий приоритетный проезд трамвая через СФО при сохранении удобства автомобилей: детектирование приближения трамвая к СФО; расчет прогнозного значения  $\eta_c$ ; принятие решения о необходимости корректировки; корректировка фаз; компенсация сдвига после проезда трамвая путем постепенного возврата к номинальным параметрам регулирования [3]. Его преимущество – динамическое управление фазами: при отсутствии трамвая у СФО трамвайная фаза исключается, что снижает задержки автомобилей на 15–25% при типичных параметрах ( $t_{тp} = 15–20$  с,  $C = 90$  с,  $x_{авт} = 0,6–0,7$ ) [3].

Имитационное моделирование на участке с тремя СФО показало, что адаптивное регулирование на основе  $\eta_c$  обеспечивает снижение: средней задержки трамвая на 60–70% по сравнению с жестким локальным регулированием и на 35–40% – с координированным; времени поездки на 10–20%; энергопотребления на 5–12%; повышение регулярности движения трамваев на 15–20%.

ОП с посадкой пассажиров с проезжей части (ПЧ) создают условную динамическую стоп-линию (автомобили обязаны остановиться, чтобы пропустить пассажиров, идущих по ПЧ для посадки/высадки), продолжительность существования которой зависит от времени простоя на ОППЧ и времени прибытия трамвая к СФО относительно работы фаз [4; 5]. Выделяются сценарии: ОП расположен перед перекрестком или за ним, требующие оптимизации параметров системы.

Разработана имитационная модель с модульной архитектурой [4; 5]: модуль трамвайного движения – имитирует кинематику движения трамвая с ускорением, технической скорости, длины ОП и времени простоя на ОППЧ; автомобильного потока – генерирует автомобили со случайными интервалами прибытия, распределенными по нормальному закону; взаимодействия – реализует алгоритм формирования динамической стоп-линии при въезде трамвая в зону ОППЧ и событийное управление процессом взаимодействия потоков.

Стохастическая генерация параметров движения осуществляется методом Марсальи–Брэя (для нормально распределенных случайных величин скоростей автомобилей и трамвая, времени прибытия трамвая к первому СФО, времени простоя на ОППЧ и интенсивности автомобилей) [5].

Уникален алгоритм формирования условной динамической стоп-линии: при въезде трамвая в зону ОППЧ фиксируется момент времени и координата трамвая; автомобили, находящиеся за трамваем, получают команду остановки у условной стоп-линии; автомобили, находящиеся перед трамваем в этот момент, продолжают движение без ограничений; стоп-линия существует в течение времени; после завершения посадки-высадки пассажиров и закрытия дверей трамвая стоп-линия снимается, и автомобили возобновляют движение.

Моделирование проведено для типичных параметров трамвайной сети: расстояние между СФО  $S_{уч} = 300–500$  м,  $C = 90$  с,  $\lambda = 0,33–0,44$ , длина зоны ОППЧ  $l_{он} = 15–25$  м, время посадки/высадки  $t_{он} = 15–30$  с,  $q_a = 200–600$  авт/ч. Установлено, что время существования условной стоп-линии минимально, когда трамвай прибывает к первой стоп-линии в конце зеленого сигнала независимо от расположения ОППЧ. При низкой интенсивности автомобилей ( $q_a < 300$  авт/ч) эффективно расположение ОППЧ перед перекрестком, обеспечивающее меньшие суммарные задержки автомобилей. При высокой интенсивности ( $q_a > 300$  авт/ч) – за перекрестком с оптимизацией времени прибытия трамвая к СФО на основе коэффициента  $\eta_c$ .

Аналитическая методика расчета задержек автомобилей перед ОППЧ основана на унифицированном математическом описании пяти сценариев взаимодействия [5]: в зависимости от расположения ОППЧ относительно перекрестка (до или после СФО), времени прибытия трамвая к СФО (на разрешающий или запрещающий сигнал) и соотношения времени посадки-высадки с длительностью фаз.

Предложено использование ступенчатых функций Хевисайда  $H(t)$ :  $H(t) = 0$ , если  $t < 0$ ;  $H(t) = 1$ , если  $t \geq 0$ , что позволяет записать условия возникновения задержек в компактной математической форме, учитывающей различные временные соотношения параметров системы.

Упрощенная формула расчета задержки автомобилей перед ОППЧ:

$$D_a = q_a \cdot t_{он} \cdot H(t_{он}) \cdot \left( \frac{t_{он}}{2} + t_{разг} \right), \text{ авт} \cdot \text{с}, \quad (5)$$

где  $q_a$  – интенсивность автомобилей, авт/с;

$H(t_{он})$  – функция Хевисайда, обнуляющая задержку при отсутствии стоп-линии;

$t_{разг}$  – время разгона автомобилей после снятия стоп-линии, с.

Программный комплекс на языке Python автоматизирует расчет задержек автомобилей при различных схемах организации движения, с использованием библиотек NumPy для численных вычислений и SciPy для работы с распределениями вероятностей.

Верификация методики проведена путем сравнения результатов аналитических расчетов с данными имитационного моделирования. Средняя относительная погрешность составила 8–12%, что приемлемо для инженерных расчетов.

Эффективная организация движения требует применения специализированных *технических средств*, четко информирующих всех участников движения о приоритетах и разрешенных действиях при конфликтном взаимодействии. Разработан комплекс средств, ориентированных на специфику взаимодействия трамваев, автомобилей и пешеходов [6].

Предложены: пешеходный светофор для нерегулируемых переходов через трамвайные пути; светофор для координации с индикацией рекомендуемой скорости; светофор для регулирования использования полотна автомобилями; трамвайный светофор с индикацией направления и рекомендуемой скорости; трамвайный светофор для перекрестков с несколькими направлениями движения; светофор с дополнительной секцией для предупреждения о приближении трамвая.

Предложена дорожная разметка [6]: цветная – для выделения трамвайных путей и зон конфликтного взаимодействия; светодиодная (LED) – для повышения видимости в темное время суток и при неблагоприятных погодных условиях; 3D – для визуального предупреждения водителей о приближении к опасным зонам.

Рекомендованы: автоматические барьеры в зонах ОППЧ, синхронизированные с открытием дверей трамвая; разделительные ограждения вдоль полотна на участках совместного движения с автомобилями; «умные» ограждения с встроенными датчиками и светодиодной подсветкой.

Применение адаптивного регулирования на основе  $\eta_c$  обеспечивает снижение: задержек трамваев на 60–70%; времени поездки на 10–20%; энергопотребления на 5–12%. Оптимизация расположения ОППЧ обеспечивает снижение задержек автомобилей на 20–35%. Исключение трамвайной фазы снижает задержки автомобилей на 15–25%; интегральная оптимизация системы повышает пропускную способность перекрестков на 8–12%.

Перспективными являются интеграция моделей и алгоритмов в системы автоматического управления трамваями (АТО – Automatic Train Operation), использование телематики и больших данных для прогнозирования параметров движения, разработки адаптивных алгоритмов с применением методов машинного обучения для автоматической настройки параметров регулирования, а также расширение применения технических средств на всю трамвайную сеть с централизованным мониторингом и управлением.

**Заключение.** В результате исследования получены следующие научные и практические результаты:

- математическая модель прогнозирования задержек трамваев на перекрестках, основанная на коэффициенте синхронизации фаз и стохастическом нормальном распределении времени прибытия, учитывающая инфраструктурные факторы и обеспечивающая точное прогнозирование для настройки координации;
- имитационная модель совместного движения трамваев и автомобилей в зоне ОП у перекрестка, реализованная на микроскопическом подходе с модульной архитектурой и стохастической генерацией параметров, учитывающая динамическую стоп-линию при посадке пассажиров с ПЧ и позволяющая определять оптимальные пространственно-временные параметры для минимизации задержек и повышения безопасности;
- методика расчета задержек автомобилей перед ОП трамвая с посадкой с ПЧ, использующая функции Хевисайда для унифицированного описания конфликтных сценариев и детерминированно-стохастический подход к оценке пропускной способности, реализованная в виде программного комплекса для автоматизированной оценки транспортно-экономических потерь, и обоснования решений;
- комплекс технических средств приоритетного регулирования в зонах конфликтного взаимодействия «трамвай–автомобиль–пешеход», снижающий аварийность и задержки за счет четкого визуального разделения приоритетов и фаз.

Апробация на реальной сети подтвердила эффективность разработок в системе автоматизированного управления движением.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кустенко А.А., Капский Д.В. К вопросу расчета задержек трамваев у светофорного объекта с учетом детерминированных и случайных факторов // Мир транспорта и технологических машин. – 2025. – № 3-3(90). – С. 52–60.
2. Кустенко А.А., Капский Д.В., Ларин О.Н. Исследование влияния светофорного регулирования на эффективность трамвайного движения // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия В, Промышленность. Прикладные науки. – 2025. – № 2. – С. 26–33.
3. Кустенко А.А., Капский Д.В., Ларин О.Н. Математическое моделирование синхронизации трамвайного движения со светофорным регулированием // Вестник Московского автомобильно-дорожного государственного технического университета (МАДИ). – 2025. – № 3(82). – С. 76–85.
4. Кустенко А.А., Капский Д.В., Ларин О.Н. Моделирование движения транспортных средств в местах посадки пассажиров в трамвай с проезжей части // Транспорт Урала. – 2025. – № 2(85). – С. 22–28.

5. Методика расчета задержек транспортного потока перед остановочным пунктом трамвая с посадкой с проезжей части / А.А. Кустенко, Д.В. Капский, Н.А. Филиппова и др. // Современные системы и технологии на транспорте: проблемы и перспективы: материалы МНПК, посвящ. 95-летию ВГЛТУ им. Г.Ф. Морозова / Воронеж (24–25 апр. 2025 г.). – Воронеж, 2025. – С. 171–184.
6. Кустенко А.А., Капский Д.В., Чикишев Е.М. Современные технические решения в организации трамвайного движения // Транспорт: наука, техника, управление. Научный информационный сборник. – 2025. – № 6. – С. 52–59. DOI 10.36535/0236-1914-2025-06-8

Поступила 17.04.2026

**IMPROVING THE EFFICIENCY OF URBAN TRANSPORT SYSTEMS  
WITH TRAM TRAFFIC:  
FROM MATHEMATICAL MODELS TO PRACTICAL SOLUTIONS**

**A. KUSTENKA**

*(Belarusian National Technical University, Minsk)*

**D. KAPSKI**

*(Higher Attestation Commission of the Republic of Belarus, Minsk)*

*This article explores the development of a comprehensive approach to optimizing tram traffic in urban environments. This approach improves the efficiency of transport systems by using a mathematical model for predicting tram delays at intersections, based on a phase synchronization coefficient and accounting for the stochastic nature of vehicle arrivals; a simulation model for the combined movement of trams and cars at stops with passenger boarding from the roadway; and a method for calculating vehicle delays using Heaviside functions. Practical testing was conducted on the Minsk tram network and demonstrated its effectiveness.*

**Keywords:** tram traffic, mathematical modeling, traffic light phase synchronization coefficient, simulation modeling, adaptive traffic control.