

УДК 629.3:531.3:004.94

РАСЧЕТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНЕРЦИОННЫХ СВОЙСТВ АВТОМОБИЛЯ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ ДВИЖЕНИЯ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЯЕМОСТИ И УСТОЙЧИВОСТИ

О.В. ДРОБЫШЕВСКАЯ, А.Н. КОЛЕСНИКОВИЧ, О.В. МАТУШКИНА
(Объединенный институт машиностроения НАН Беларуси, Минск)

Рассмотрены экспериментальные и расчетные методы определения моментов инерции автомобиля. Неточности при оценке осевых моментов инерции автомобиля при моделировании аварийных и экстренных ситуаций (столкновение, торможение, резкие повороты) могут привести к значительным погрешностям результатов моделирования динамики автомобиля. При оценке инерционных параметров автомобиля на стадии проектирования для моделирования его динамики необходимо учитывать не только массу, но и геометрию автомобиля, а также возможные изменения распределения масс и положения центра масс, которые могут возникнуть из-за размещения внутри автомобиля груза или пассажира (пассажира). Приведенные методики на основе несложных эмпирических зависимостей для расчета моментов инерции и положения центра тяжести автомобиля позволяют получить достаточно точные значения параметров и создать адекватные динамические модели автомобилей для моделирования его динамики.

Введение. Необходимость в определении инерционных свойств автомобилей возникает при разработке их динамических моделей для решения ряда прикладных задач, в том числе и при моделировании динамики движения транспортных средств, в задачах управляемости и устойчивости. В процессе разработки динамической модели предполагается в первую очередь выделить его основные массы, которые в своей совокупности будут представлять весь автомобиль. Динамические модели автомобилей представляют собой системы дифференциальных уравнений Лагранжа II рода. Для того чтобы достигнуть адекватности модели реальным физическим образцам, необходимо верно определить параметры динамической модели. Для моделирования динамики движения при исследовании управляемости и устойчивости автомобиля, где характерными режимами его движения являются как криволинейное движение по заданной траектории, так и переходные режимы движения (разгон и торможение), важными параметрами являются его инерционные характеристики. Следовательно, для повышения точности модели необходимо как можно точнее определять не только массу и положение центра масс, а также осевые моменты инерции узлов и автомобиля в целом.

В настоящей работе рассмотрены как экспериментальные методы определения моментов инерции автомобиля в целом и отдельных его узлов, так и расчетные методы, позволяющие произвести оценку моментов инерции при отсутствии возможности измерить данные характеристики напрямую.

Расчет моментов инерции и положения центра масс простых фигур. Как известно, момент инерции – скалярная физическая величина, мера инертности тела во вращательном движении вокруг оси, подобно тому, как масса тела является мерой его инертности в поступательном движении.

И хотя понятие момента инерции вводится при рассмотрении вращения твердого тела, однако следует иметь в виду, что эта величина существует безотносительно к вращению. Каждое тело независимо от того, вращается оно или покоится, обладает инерционными свойствами, подобно тому, как тело обладает массой независимо от того, движется оно или находится в покое.

Известно, что моментом инерции материальной точки относительно некоторой оси называется величина, равная произведению массы материальной точки m на квадрат ее расстояния r до оси [1]:

$$J = mr^2.$$

Для протяженных тел момент инерции определяется как сумма моментов инерции отдельных материальных точек (элементарных масс Δm_i), на которое можно мысленно разбить тело [1]:

$$J = \sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i^2, \quad (1)$$

где r_i – расстояние элементарной массы Δm_i до заданной оси.

Момент инерции тела, как видно из определения (1), есть величина аддитивная, т.е. момент инерции тела равен сумме моментов инерции его частей. И в свою очередь момент инерции системы тел равен сумме моментов инерции отдельных тел.

Если вещество в теле распределено непрерывно, то вычисление момента инерции сводится к вычислению интеграла

$$J = \int_m r^2 dm ,$$

где r – расстояние от элемента массы dm до оси.

Центр масс (центр инерции) в механике – это геометрическая точка, характеризующая движение тела или системы частиц как целого [4].

Положение центра масс (центра инерции) системы материальных точек в классической механике определяется следующим образом:

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_i \vec{r}_i m_i}{\sum_i m_i} ,$$

где $\vec{r}_c$ – радиус-вектор центра масс; $\vec{r}_i$ – радиус-вектор i -й точки системы; m_i – масса i -й точки.

Для случая непрерывного распределения масс:

$$\vec{r}_c = \frac{1}{M} \int_V \rho(\vec{r}) \vec{r} dV ,$$

$$M = \int_V \rho(\vec{r}) dV ,$$

где M – суммарная масса системы; V – объём; ρ – плотность.

Расчетные и экспериментальные методы определения моментов инерции. Экспериментальные методы оценки моментов инерции подробно рассмотрены в источнике [2]. Рассмотрим семь наиболее часто используемых способов оценки моментов инерции применительно к автомобилю и его узлам:

1. Метод физического маятника

Момент инерции определяется по периоду малых колебаний физического маятника или по его приведенной длине:

$$J = \frac{T^2}{4\pi^2} mgc ;$$

$$J = mcl_{np} ,$$

где c – расстояние от оси подвеса до центра масс объекта; T – период колебания физического маятника; l_{np} – приведенная длина физического маятника.

Преимущество этого способа заключается в значительно большей точности; кроме того, колебания должны быть не так малы, как при измерении периода.

2. Метод качания двойного маятника

Система двойной маятник является системой с двумя степенями свободы, где испытуемое тело совершает плоское движение в вертикальной плоскости, перпендикулярной осям. Опытным путем определяются периоды обоих главных колебаний маятника:

$$J = mcl \left(\frac{g}{4\pi^2 l} \right)^2 T_1^2 T_2^2 - \text{если } c \text{ известно};$$

$$J = ml^2 \left(\frac{g}{4\pi^2 l} \right)^4 T_1^2 T_2^2 \left(T_1^2 - \frac{4\pi^2 l}{g} \right) \cdot \left(\frac{4\pi^2 l}{g} - T_2^2 \right) - \text{если } c \text{ неизвестно}.$$

3. Метод крутильных колебаний

При оценке момента инерции тела данным методом возможны три способа проведения эксперимента:

1) измерение с эталоном равной массы с известным моментом инерции:

$$J = J_0 \frac{T_2^2}{T_1^2} ;$$

2) наблюдение колебаний тела и тела с эталоном:

$$J = J_0 \frac{T_2^2}{T_1^2 - T_2^2};$$

3) наблюдение колебаний тела на специальной подставке или захвате:

$$J = J_0 \frac{T_3^2 - T_1^2}{T_2^2 - T_1^2}.$$

4. Колебания нитяных подвесов

Для проведения эксперимента тело подвешивается на подвесе, закрепленном на двух и более нитях. Далее тело выводится из равновесного положения поворотом вокруг центральной оси.

На основе измерения колебаний по формуле получают расчетное значение момента инерции:

$$J = \frac{ma^2}{4\pi^2} T^2 \frac{g}{l}.$$

5. Метод атвудовой машины

Измеряемое тело закрепляют на неподвижной оси и приводят во вращение посредством падающего груза, прикрепленного к нити, намотанной на цилиндр, вращающейся вместе с телом:

$$J = \frac{Pr_1^2}{g} \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right),$$

где P – вес падающего тела; t – время опускания; h – высота опускания; r_1 – радиус цилиндра.

6. Метод качания тела по плоскости

Данным методом можно определить моменты инерции тел, имеющих цилиндрическую форму или два соосных цилиндрических шипа одинакового диаметра. Определив время, в течение которого тело скатывается по наклонной плоскости, по формулам вычисляется его момент инерции относительно центральной оси, параллельной мгновенной оси вращения. Плоскость может быть и горизонтальной, но к телу в этом случае необходимо приложить постоянную силу:

$$J = \frac{mgr \sin \alpha}{4\pi k} t^2 - md,$$

где r – радиус тела либо цилиндрических шипов; α – угол наклона плоскости; d – длина участка скатывания; t – время скатывания; k – количество оборотов.

7. Определение момента инерции при помощи специальных приборов

Для определения моментов инерции могут быть сконструированы специальные приборы, позволяющие измерить моменты инерции как больших, так и очень малых тел. Это такие приборы, как прибор для измерения моментов инерции с винтом и гайкой (принцип действия основан на сумме моментов, согласно которому количество движения точек системы относительно какой-либо оси остается постоянной, если сумма моментов всех внешних сил системы относительно этой оси равна нулю), прибор для определения момента инерции ударом, прибор для определения момента инерции на весах, прибор для определения момента инерции методом колебаний тела на качающейся платформе и т.д.

Для измерения моментов инерции малых тел используют приборы, определяющие момент инерции по периоду колебаний, когда телу сообщают дополнительные вращающие моменты посредством натяжения нити, намотанной на ось с привязанным к ней грузом. Для измерения моментов инерции очень малых тел используют приборы на основе часовых маятниковых механизмов, в которых исследуемое тело закрепляют специальным образом на маховик часов и исследуют изменения хода часов, создаваемые телом.

Недостатком данных методов, как и всех экспериментальных, является необходимость наличия как самого моделируемого объекта, так и специализированных устройств и приборов. Поэтому на стадии проектирования данные методы недоступны, следовательно, в этих случаях необходимо использовать расчетные методы оценки моментов инерции, которые позволяют с определенной точностью оценить значения инерционных характеристик.

Расчет инерционных свойств основных узлов автомобиля. При расчете инерционных свойств автомобиля принято рассматривать его как сложное тело. Всякую сложную фигуру обычно можно разбить на ряд простейших фигур, моменты инерций которых относительно их центральных осей известны. Применяя формулы переноса осей инерции, можно определить момент инерции сложной фигуры, алгебраически суммируя моменты инерции простых фигур относительно общей оси – центральной оси сложной фигуры.

Автомобиль является примером многомассовой системы (англ. MULTIBODY). При моделировании таких систем объект представляется в виде совокупности масс, связанных между собой кинематическими связями. В зависимости от степени детализации общей модели элементом массы может быть поддрессоренная масса, составляющая около 80 % от общей массы автомобиля, и такие элементы, как шестерня главной передачи или сателлит бортового редуктора, масса которых может составлять тысячные доли от массы автомобиля. Но так как этот элемент может являться важным звеном в кинематической схеме, от которого зависит, например, направление передачи крутящего момента в трансмиссии, необходимо учитывать и задавать при моделировании его массоинерционные характеристики. Важным этапом при составлении динамической модели является также приведение массоинерционных характеристик. Более подробно методы приведения масс и моментов инерции динамических моделей рассмотрены в работе [5]. Связи между элементами системы (кинематические, силовые, функциональные) определяют законы их взаимодействия в системе всей модели.

Основная часть. Авторами настоящей работы разработана программа для автоматизации вычислений инерционных свойств простых геометрических тел, из которых могут быть составлены сложные по форме детали и узлы автомобиля. Разработанная программа позволяет в различных сочетаниях исходных данных в зависимости от их наличия задавать и вычислять для каждого тела: объем V ; массу m ; плотность; геометрические характеристики (длина, высота, ширина); координаты центра масс x_0, y_0, z_0 относительно каких-либо плоскостей, связанных с элементом; моменты инерции относительно главных центральных плоскостей I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} ; главные моменты инерции I_x, I_y, I_z . На рисунке 1 представлены интерфейсные окна разработанного расчетного модуля.

Прямоугольник

дано: b-ширина; h-высота;

найти: S-площадь; I_x, I_y -осевые моменты инерции; I_k -момент инерции при кручении;

$\frac{h}{b} \geq 1$	h	b	S	I_k	I_y	I_z
	25	5	125	910,43	260,42	6510,417
	90	45	4050	2E+06	683438	2733750

$\frac{b}{h} \geq 1$

b	h	S	I_k	I_y	I_z
25	5	125	910,43	260,42	6510,417
45	90	4050	2E+07	3E+06	683437,5

Полый прямоугольник

дано: b-ширина; h-высота; b1-ширина стенки; h1-высота вписанного прямоугольника

найти: S-площадь; I_x, I_y -осевые моменты инерции;

b	h	b1	h1	S	I_y	I_z
1	36	3	4	24	-6	3872
36	1	4	3	24	3872	-6

Элемент кругового цилиндра

дано: R-радиус; r-радиус; L-длина; n-количество зубьев; h-ширина зубьев; плотность

найти: V-объем; m-массу; X_0, Y_0, Z_0 -координаты центра масс; I_x, I_y, I_z -моменты инерции относительно центральных плоскостей; I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} -главные моменты инерции.

R	r	L-длина	h	n	V-объем	плотн.	m-масса	X_0	Y_0	Z_0	$I_x=I_y$	I_z
4	5	10	1	3	755,2728	24	18126,55	5	4	5	110482,1	151054,558
4	6	3	3	4	264,9729	56	14838,48	6	4	1,5	119516,4	11128,8599

I_{xx}	I_{yy}	I_{zz}
261537	261537	2E+05
130645	130645	2E+05

Рис. 1. Примеры интерфейсных окон расчетного модуля

Расчет моментов инерции автомобиля в целом. На рисунках 2 и 3 приведены схематические изображения моделей автомобилей и основных геометрических параметров, используемых для расчета осевых моментов инерции и положения центра тяжести легкового и грузового автомобилей.

Предлагается несколько методов приближенной оценки осевых моментов инерции и положения центра тяжести автомобиля.

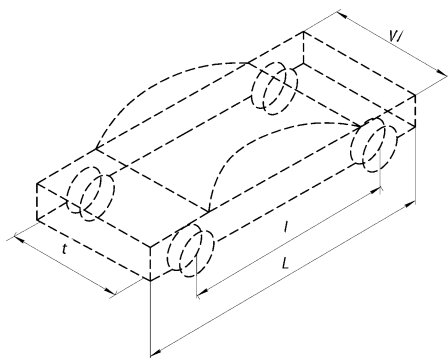


Рис. 2. Геометрические параметры модели легкового автомобиля

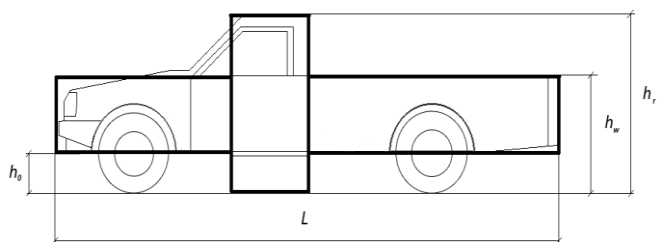


Рис. 3. Геометрические параметры модели грузового автомобиля

Метод оценки момента инерции относительно оси

$$I = tab$$

Этот метод дает удовлетворительные результаты при предположении, что геометрический центр автомобиля совпадает с положением его центра тяжести.

Метод Бурга

$$I_{zz} = 0,1269mL$$

Данная формула получена эмпирически при анализе измеренных значений моментов инерции для 56 моделей европейских автомобилей.

Метод Райде

$$I_{xx} = 0,37m - 86,4, \quad R^2 = 0,893;$$

$$I_{yy} = 2,56m - 1,103, \quad R^2 = 0,919;$$

$$I_{zz} = 2,86m - 1,3154, \quad R^2 = 0,920$$

Наилучшее схождение для моментов инерции автомобилей при вращении, повороте и крене относительно центра масс автомобиля.

Метод Алена

$$I_{zz} = tab \pm 10 \%;$$

$$I_{xx} = \frac{1}{12}m(W^2 + h^2),$$

Метод, предложенный Алленом для оценки осевых моментов, является вариантом метода призмы.

где $h^2 = \alpha_1 h_1^2 + \alpha_2 h_2^2$; $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$.

Центр масс:

$$h_{cg} = 0,38h_{roof} \pm 5 \%$$

Метод Гарротта

$$h_{cg} = 0,387h_{roof} \pm 3,5 \%;$$

$$I_{xx} = (0,67 \pm 0,16) \frac{mth}{4};$$

$$I_{yy} = (1,04 \pm 0,22)tab;$$

$$I_{zz} = (1,00 \pm 0,01)I_{yy}$$

На основе анализа сравнения результатов расчетов уже известных формул для осевых моментов инерции и положения центра тяжести и измеренных значений для различных типов автомобилей Гаррот предложил свои уточненные оценочные формулы для определения указанных величин.

Метод Нуна

$$I_{zz} = \frac{mL^2}{12};$$

$$I_{zz} = \frac{ml^2}{4};$$

$$I_{zz} = 2(1-x) \frac{mL^2}{12} + (2x-1)m \frac{l^2}{4}$$

Предложил 3 метода для оценки моментов инерции:

- первый из них предлагает расчет момента инерции как функции от массы и длины автомобиля;
- второй в качестве второго аргумента использует колесную базу;
- третий является комбинацией двух предыдущих методов (x – часть массы автомобиля, приходящаяся на переднюю ось).

В приведенных формулах использованы следующие условные обозначения для физических величин и геометрических параметров автомобиля: I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} – осевые моменты инерции; h_{cg} – высота центра масс; L – общая длина автомобиля; l – расстояние между осями автомобиля; h – высота автомобиля; t – осевая база; W – ширина автомобиля; a – расстояние от центра масс до передней оси; b – расстояние от центра масс до задней оси; m – масса автомобиля.

Уточненный расчет моментов инерции узлов и деталей. В работе [3] рассмотрены методы, дающие различную точность оценки осевых моментов инерции, от весьма приблизительных до методов, погрешность которых относительно невелика. Там же даны рекомендации по пересчету осевых моментов инерции и положения центра тяжести в зависимости от вариантов моделирования автомобиля, например, при моделировании автомобиля с пассажирами либо грузом, которые расположены достаточно далеко от центра тяжести. В таких случаях необходимо корректировать соответствующие осевые моменты с учетом этих дополнительных грузов.

В таблице приведены эмпирические зависимости по расчету осевых моментов инерции в зависимости от типа автомобиля.

Расчет осевых моментов инерции основных типов автомобилей

Осевые моменты инерции	Пассажирские автомобили	Мини-вэны	Грузовые автомобили
I_{xx}	$0,1274m(h_{roof} + h_{cg})t \pm 6,5 \%$	$0,1212m(h_{roof} + h_{cg})t \pm 8,0 \%$	$0,66m - 319, R^2 = 0,70$
I_{yy}	$0,1425mL \pm 5,7 \%$	$0,1508mL \pm 7,4 \%$	$3,35m - 2,247, R^2 = 0,70$
I_{zz}	$0,1478mL \pm 4,8 \%$	$0,1525mL \pm 7,4 \%$	$3,08m - 1,821, R^2 = 0,73$
h_{cg}	$0,395h_{roof} \pm 2,6 \%$	$0,381h_{roof} \pm 2,8 \%$	$0,387h_{roof} \pm 3,5 \%$

Заключение. Точность модели и результатов моделирования зачастую определяется заданными исходными данными. Известно, что для динамической модели определение ее инерционных свойств является наиважнейшей задачей, так как использование неточных данных может принципиально изменить поведение и характер движения автомобиля при моделировании его управляемости и устойчивости. При этом, основываясь на неточных данных результатов расчетов, можно дать ошибочные рекомендации по доработке конструкций рулевых управлений и подвесок. Авторами проанализированы экспериментальные и расчетные методы получения инерционных свойств как отдельных узлов, так и всего автомобиля в целом. Приведенные методики на основе несложных эмпирических зависимостей для расчета моментов инерции и положения центра тяжести автомобиля позволяют получить достаточно точные значения параметров, а следовательно, адекватные динамические модели автомобилей для моделирования его движения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фаворин, М.В. Моменты инерции тел: справочник / М.В. Фаворин; под ред. М.М. Гернета. – 2-е изд. – М., 1977. – 512 с.
2. Гернет, М.М. Экспериментальное определение моментов инерции / М.М. Гернет, В.И. Ратобильский. – М.: Машиностроение, 1969. – 247 с.
3. MacInnis, D. Duane, Cliff, E. William, Ising, W. Kurt / Duane, D. MacInnis, William E. Cliff, Kurt W. Ising. A comparison of moment of inertia estimation techniques for vehicle dynamics simulation / International Congress & Exposition, Detroit, Michigan, February 24 – 27, 1997. – P. 99 – 116.
4. Балк, М.Л. Геометрические приложения понятия о центре тяжести / М.Л. Балк. – М.: Физматгиз, 1959. – 232 с.
5. Молибошко, Л.А. Компьютерное моделирование автомобилей: учеб. пособие для студ. спец. «Автомобилестроение» учреждений, обесп. получение высш. образования / Л.А. Молибошко. – Минск: ИВЦ Минфина, 2007. – 280 с.

Поступила 15.05.2012

DETERMINATION OF INERTIAL PROPERTIES OF AN AUTOMOBILE FOR MODELLING OF MOVEMENT DYNAMICS IN TASKS OF CONTROLLABILITY AND STABILITY

O. DROBYSHEVSKAYA, A. KOLESNIKOVICH, O. MATUSHKINA

The article deals with experimental and computational methods for determining the moments of inertia of the vehicle. Inaccuracies in estimating the axial moments of inertia of the vehicle in the simulation of emergency and emergency situations (collision, braking, sharp turns) can lead to significant errors in the results of modeling the dynamics of the car. In evaluating the vehicle inertial parameters at the design stage to simulate its dynamics one must take into account not only mass but also the geometry of the vehicle as well as possible changes in the distribution of mass and center of mass, which may arise due to the location inside the vehicle cargo or passenger(s). These techniques, based on simple empirical dependences for calculation of the moments of inertia and center of gravity of the car allow to obtain fairly accurate values of the parameters and create adequate dynamic models for simulation of vehicle dynamics.