УДК 372.851

КОГНИТИВНАЯ РЕФЛЕКСИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПОЗНАНИЯ И ЕЕ ЭКСПЛИКАЦИЯ В ФИЛОСОФИИ ИНЖЕНЕРНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

канд. филос. наук, доц. Н.В. МИХАЙЛОВА
(Белорусский национальный технический университет, Минск)

Математика, с помощью своих направлений обоснования, является формой выражения важнейших закономерностей развитых научных теорий. Когнитивная рефлексия математического познания проявляется в том, что на ее абстрактном языке выражаются внутренняя организация и структура естественно-научных теорий. Показано, что обращение к рефлексии в учебной деятельности позволит студентам-инженерам более осознанно изучать предметное содержание.

Ключевые слова: *когнитивная рефлексия, математическое познание, философия инженерного образования.*

Введение. В последние десятилетия в педагогике стало активно использоваться понятие рефлексии, благодаря которому педагог в результате своей рефлексивной деятельности пытается смотреть на свои действия еще и глазами обучаемых. Под когнитивной рефлексией математического познания понимается способность изучающих высшую математику критически задумываться о правильности собственной аргументации математических утверждений и математических выводов. С одной стороны, формализация математики, активно наводнившая все уровни математического образования в техническом университете, привела к более ясному осознанию природы фундаментальной математики, способствуя тем самым ее применению не только к числовым, но и нечисловым и непространственным объектам, например, к естественным и искусственным языкам и программам для вычислительных машин. С другой, следует отметить, что любая хорошая математическая формализация обедняет исследуемый объект и ради успешной работы игнорирует его многочисленные несущественные черты, хотя, с точки зрения аксиоматического типа мышления, повышение теоретического уровня строгости в хорошо обоснованной математической теории было в свое время необходимым.

Роль эмпирического компонента познания в математике минимальна, и современная математика, как обладающее сложной структурой научное знание, – это метатеория по отношению к теоретической физике и естественным наукам. Метатеория, которую можно рассматривать как экспликацию современного математического знания, выступает как активное начало, подобное рефлексирующему субъекту, благодаря чему сама математика становится рефлексирующей наукой, а в контексте математического образования – «рефлексивной средой» на занятиях по математике. «Создание рефлексивной среды осуществляется с целью формирования следующих рефлексивных умений студентов: умения выделять главные моменты своей и чужой деятельности, умения осуществлять рефлексивный выход из собственной деятельности, фиксировать "знание о незнании"; находить пути выхода из затруднений с коррекцией способа деятельности; прогнозировать конечный результат деятельности , умения проводить объективизацию деятельности, оценивать значимость созданного продукта деятельности для дальнейшей деятельности» [1, с. 156]. Заметим также, что характерной особенностью метатеории является то, что философская рефлексия рассматривается в ней только в математической перспективе.

Основная часть. С точки зрения философии математического образования любого рода абсолютизированная абстракция неизбежно содержит в себе элементы, которым нет аналога в действительности, что естественно вносит «момент заблуждения» в образовательный процесс студентов инженерных специальностей. Корректность использования идеальных объектов математики можно было бы гарантировать в случае успеха «математической редукции». С ней связано, прежде всего, внутреннее обоснование математики как общее логическое обоснование с помощью некоторой метатеории, или «генетическое обоснование», философская суть которого состоит в редукции основных положений к некоторому несомненному теоретическому ядру математики. Эти философские импликации можно эвристически продуцировать и на теоретический конструкт проблемы обоснования современной математики. В силу сказанного для повышения качества математической подготовки студентов технического университета необходимо периодически анализировать рефлексивную позицию собственной деятельности. «Рефлексия как деятельность может обладать такими качествами, как активность, самостоятельность, осознанность, сознательность, креативность, продуктивность и др.» [2, с. 35]. Следует также особо выделить такие специфические характеристики математического познания, как тщательность проводимого анализа, обобщенность методов исследования, глубокая степень осмысления и обоснования.

В математике непосредственно взаимодействуют две сферы: сфера творческой деятельности, открытий, содержательных приложений и сфера теоретической рефлексии математического познания, направленная на поиски логических отношений и аксиоматических представлений процессов абстрагирования. Методологическая значимость когнитивной рефлексии проявляется прежде всего в том, что она настойчиво вопрошает об обоснованности математических решений, задаваемых в определенном формальном виде и позволяющих разрешать затруднения субъекта познания, в частности студента технического университета, возникающие в проблемных ситуациях. Поэтому, помня о мировоззренческой задаче понимания высшей математики в философии инженерного образования, целесообразно использовать различные дополнительные виды аргументации и математической формализации, которые, отличаясь друг от друга в отношении содержательной интерпретации математической теории, могут рассматриваться одновременно. Существенную роль при обосновании математических понятий и теорий играют идеи онтологического и гносеологического порядка. Их востребованность проявляется при рассмотрении теорий и моделей, радикально отличающихся от общепринятых стандартов. Например, когда возникают «экстремальные» познавательные учебные ситуации, которые ведут к границам философско-математического понимания.

Так естественно возрастающая сложность математического знания и его прикладных инженерных аспектов приводит к определенной привлекательности внутренних проблем теоретической математики по сравнению с традиционными задачами, предлагаемыми естественными и техническими науками. Заложенные в современную математику методологические концепции должны быть эффективным и надежным путеводителем в мире математики, а не становиться ограничением и барьером к нему. При определенном философском взгляде на математическую реальность концепции развития современной математики выглядят не только антагонистичными, а в терминах системного подхода вполне соизмеримыми и нуждающимися друг в друге. Системный синтез программ обоснования математики может быть осуществлен в условиях особого дифференцированного взгляда на основные направления обоснования математического знания, находящиеся друг к другу в отношении дополнительности. С точки зрения экспликации современного математического знания в философии образования, как отмечает математик Е.М. Вечтомов: «Процесс дифференциации предполагает и встречное движение – интеграцию дисциплин. Поэтому актуально создание компактных общих курсов математики для студентов нематематических специальностей (гуманитарных, естественнонаучных, технических)» [3, с. 241]. Это означает максимальную ориентацию на когнитивный синтез трех главных целей профессионально ориентированного современного математического образования будущих инженеров – доказательную, логическую и мировоззренческую.

Теория доказательств, или, другими словами, «метаматематика» – это философско-математическая наука, рассматривающая формализованные системы математики, которые применяются к самим математическим теориям. Предмет математики составляют сами формальные системы, которые придумывают математики, а предмет метаматематики – описание таких формальных систем, выяснение и обсуждение их свойств. Метаматематику, например, можно охарактеризовать как содержательную математическую теорию, объектами которой являются символы, выражения и конструкции формальной системы, с помощью которых путем содержательного рассуждения доказывается непротиворечивость соответствующей формальной теории. Несмотря на ограничительные результаты обоснования математики, в контексте философско-методологического анализа ее теорий понятие метаисследования в применении к математическому познанию расщепляется на понятие предметного метаисследования, т.е. собственно математического и гносеологического метаисследования, которое относится к способам аргументации. В последние годы выявилась устойчивая тенденция считать программами обоснования теорий математики лишь наиболее глобальные исследовательские направления, такие как формализм, интуиционизм и платонизм, оставив за ними уже исторически устоявшиеся в философии математики названия.

Например, о теории множеств, являющейся фундаментом современной математики, можно говорить как об особом мире, который обладает некоторой платонистской реальностью и внутренней жизнью, мало зависящей от формализмов, призванных его описывать. Но такого рода характеристики можно дать и многим другим содержательным математическим теориям. Давид Гильберт активно противостоял попыткам ограничения математики устоявшимися методами, выступая в защиту свободы творчества в математике. Он критиковал интуиционистов за то, что, пытаясь «спасти математику» и выбрасывая за борт все, что причиняло им беспокойство, они могли потерять большую часть наших самых ценных математических сокровищ. В таком контексте философская программа формализма все же не исключает другие содержательные математические направления, отвечающие современным образовательным стандартам. Относительная неудача основной идеи Давида Гильберта о доказательстве непротиворечивости математической теории средствами формального метаязыка, выявленная в теореме Гёделя о неполноте арифметики натуральных чисел, вообще говоря, вовсе не умаляет значимости для развития современной математики программы Гильберта. Напомним, что согласно результатам Курта Гёделя, аксиоматически построенные непротиворечивые математические теории, содержащие арифметику, сами себя ограничивают в том, что они потенциально способны доказать. Эти проблемные результаты уже указывают на методологическую близость теоретической математики и философии математики.

Психологический кризис в философии математики привел к изменению мировоззрения как математиков, так и философов математического образования, что позволило относиться к интуиции как к инструменту познания и с таким же уважением, как и к формализму. Когнитивный опыт математического образования, отвечающий природе математической деятельности, практически осуществляется восхождением от интуитивных представлений к формальным аксиоматическим системам при формировании строгих математических понятий [4]. Но поскольку развитие науки – это нескончаемый процесс, то основная польза от математического познания, с точки зрения математического образования, заключается не только в обладании знаниями, но и в самом процессе поиска знаний. С методологической точки зрения практической математики, точнее применений математики, слабость теоретико-множественной математики по отношению к практически ориентированным курсам математики состоит в том, что этой теорией можно пользоваться лишь тогда, когда прикладная задача переведена на соответствующий математический язык. Но даже после этого возникают проблемы чисто экзистенциального характера, поскольку во многих теоремах существования ничего не говорится о том, как такое решение может быть точно или хотя бы приближенно найдено, а раздвоение математического утверждения на теоретико-множественное и эмпирическое стало внутренним противоречием в идее аксиоматического метода.

По сути математика, с помощью своих инструментов интеллектуального порядка, является формой выражения важнейших закономерностей хорошо развитых естественнонаучных теорий. Поэтому наибольшая инструментальная ценность математики в развитии познания состоит в том, что на ее абстрактном языке выражается внутренняя организация естественно-научных знаний, среди которых ведущими являются физические, и проводится теоретический анализ в наиболее развитых областях науки. Принципы математического мышления связаны не только со свойствами нашего сознания, но и проявляют себя в законах внешнего мира. В связи с бурным развитием науки не удивительно, что сфера надежности математики определяется через выявление онтологических оснований математического мышления. Что в таком контексте можно сказать о ценности математического знания с точки зрения его экспликации в философии инженерного образования? Во-первых, следует учитывать исторический характер предмета математики, и, во-вторых, итоги взаимодействия математики как с помощью внутренних, так и внешних оснований. В современных определениях математики «через себя» выделяется то, что это наука об абстрактных структурах и об абстрактных операциях над математическими объектами достаточно общей природы, законах их развития и функционирования, а также взаимосвязях между ними. В этой связи актуальной задачей представляется формирование рефлексивных умений преподавателя математики, используя целенаправленные вопросы для рефлексии по конкретным математическим темам «рефлексивного практикума».

Следует подчеркнуть, что когнитивное обучение математике исследует уровень студенческого понимания, а не только сам процесс обучения. Строго говоря, с точки зрения организации рефлексивной деятельности по изложению понимаемой математики процедура обоснования математики, согласованная с гильбертовскими идеализациями, предполагает формализацию математической теории с помощью содержательной метатеории, которая, наряду с описанием структуры формализма, рассматривает принципы допустимой логики и соответствующие ей правила доказательства и преобразования математических утверждений, допустимые в рамках данной теории. Хотя Гильберт так и не дал исчерпывающего определения метатеории, снимающего всякие сомнения относительно ее расширенного толкования, ее реконструкция показывает, что методологический замысел состоял в том, чтобы так ограничить метатеоретические рассуждения математиков, чтобы, наконец, гарантировать их максимально возможную достоверность. Современное состояние обоснования теорий математики показывает, что онтологическое понимание метатеории все же требует отказа от принципа отделения оснований математики от философии. Точнее речь идет об отказе от таких принципов метатеории, которые определяются исключительно на основе математических критериев. Даже если, в соответствии с теоремой Гёделя о неполноте, мышление человека богаче его дедуктивных форм, то язык должен обладать какими-то средствами, позволяющими передавать это богатство. Многозначность языка и его полиморфизм есть то средство, которое позволяет преодолеть гёделевскую трудность в логической структуре нашего речевого поведения.

Во-первых, принятие общей философской идеи обоснования, согласованной с ответом на вопрос о сущности математики. Во-вторых, признание некоторых методологических принципов в качестве критериев обоснования. В-третьих, принятие общего круга проблем, подлежащих исследованию в рамках выбранных направлений обоснования. В таком контексте нельзя не вернуться к интерпретации довольно популярной в философско-математической среде теореме Гёделя о неполноте, которую можно считать важнейшей философской теоремой теории математического познания. Точную, хотя и требующую разъяснений, философскую формулировку этой теоремы дал известный математик В.А. Успенский: «Если язык достаточно богат, то какой бы список аксиом и какой бы список правил вывода ни были предъявлены, в этом языке найдется истинное утверждение о натуральных числах, не имеющее формального доказательства» [5, с. 389]. Если существуют истинные математические утверждения, которые нельзя доказать, то нет ли тут для инженерного образования скрытого философско-методологического противоречия? Гёделевский результат следует понимать в том смысле, что могут существовать утверждения, не имеющие формального доказательства, но являющиеся, тем не менее, истинными, и последнее подтверждается содержательными доказательствами. Правда, остается не уточненным понятие «убедительности» в смысле – что это, для кого и почему, которое связано с рациональным компонентом, с языковыми средствами и с социальной психологией человека.

Образовательная математическая деятельность контролируется разными видами рефлексии, среди которых следует выделить формальную и интуитивную. Однако и формалисты, и интуиционисты теряют интерес к проблеме, как только она оказывается теоретически разрешимой, но, с точки зрения прикладных математиков, задача не решена, пока еще нужны дополнительные соображения для получения требуемого знака. Проблема расширения границ практических возможностей обусловлена существующим барьером между тем, что можно сделать в принципе, и тем, что можно реализовать на практике. Практическая направленность математики – это понятие, достойное отдельных философских рассуждений. С точки зрения феноменологического подхода, чтобы избежать путаницы не унифицированных понятий, следует использовать оба онтологически различных подхода. Отображение в понятиях элементов действительности никогда не бывает полным, т.к. абстрагируясь, мы описываем все же только определенный аспект, пусть даже довольно существенный и общезначимый. Поэтому надо изучать конкретные результаты применения математических теорий, где потенциально могут сосуществовать различные альтернативы тем математическим теориям, которые нам уже известны. Но использование рефлексивных приемов в процессе решения математических задач является пока непривычным и затруднительным. Безусловно, это должно найти свое методологическое отражение и в философии математического образования студентов-инженеров разных уровней.

С образовательной точки зрения можно сказать, что методология математики, используемая при обучении студентов инженерных специальностей, в значительной мере – это реконструкция математического мышления преподавателей математики с фундаментальным математическим образованием в рамках профессионального математического мышления. Но рефлексивное обучение высшей математике студентов технического университета может осуществляться в различных видах деятельности. В учебном процессе обучения математике экспликация рефлексивной деятельности студентами инженерных специальностей предполагает также создание системы рефлексивных заданий. «Важным моментом в обучении рефлексивной деятельности является знакомство студентов с психологическим механизмом рефлексии, который запускается в ситуациях затруднения и в ситуациях, в которых деятельность необходимо улучшить» [6, с. 109]. В философии инженерного образования ответственность лежит и на преподавателе высшей математики, который должен знать различные рефлексивные приемы и уметь использовать их в своей деятельности, поскольку методические приемы когнитивного математического познания включают как теоретические, так и собственно практические компоненты.

Заключение. С точки зрения философии инженерного образования в преподавании курса высшей математики часто смешиваются два понятия доказательства, а именно, неформальное, или содержательное и психологически убедительное, и формальное. Поэтому для методологического анализа доказательности и убедительности математических утверждений надо использовать не только общематематические, но также и философские и психологические категории, имеющие общетеоретический характер, поскольку студенты инженерных специальностей испытывают сложности при освоении традиционного курса высшей математики. Часть ответственности за это несут сами математики, которые с помощью искусственных примеров и задач, напоминающих иногда головоломки, дискредитируют математику в глазах наиболее образованной части молодежи. Кроме того, требования и ограничения программ приводят к тому, что курс высшей математики в техническом университете превращается в набор вычислительных рецептов. Поэтому, «для успешного решения проблемы сохранения качества математической подготовки в новых условиях необходимо пересмотреть саму методику преподавания математики» [7, с. 208]. Но можно ли дать такое определение математического знания, которое послужит основой когнитивного синтеза между математической, инженерной и философской составляющими? Такой вопрос возникает у нематематиков, но именно преподаватели курсов высшей математики первыми начинают методологически осознавать не только специфические свойства своей строгой науки, но и ее методологические границы.

Многие математики, физики и философы приняли новую парадигму о существовании «пределов постижения» мира, поэтому если эти границы истинные, то наука будет достаточно полной и в рамках этих границ. Их «примеру смирения» последовали и другие науки, осознавая при этом, что, хотя ограничения и пределы возможностей логики не влияют на ход событий в реальном мире, они могут определять то, что претендует на статус обоснованных интерпретаций этих событий. Сами математики убеждены в том, что любые принципиальные математические результаты с необходимостью имеют отношение к свойствам физической реальности. Поиски решения проблемы обоснования математики на уровне философских обобщений и инженерной практики нуждаются в когнитивной рефлексии над эволюцией взглядов на сущность природы математики и обосновании математического знания. С помощью принципа рефлексии мы размышляем над смыслом системы аксиом и правил вывода, способных приводить к математическим истинам, не выводимым из заданных изначально аксиом и правил вывода. Однако среди различных интерпретаций рефлексии мы выделяем когнитивную рефлексию математического познания, в которой философская рефлексия с помощью категорий и методологических принципов универсализирует разные способы когнитивной деятельности, их инструментальные средства и результаты, выявляя ее востребованность в философии инженерного образования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шатова, Н.Д. Рефлексивное обучение высшей математике студентов вуза / Н.Д. Шатова, А.М. Романовская // Наука о человеке: гуманитарные исследования. – 2014. – № 4. – С. 155–162.
2. Дмитриева, Т.В. Развитие рефлексии у студентов как педагогическая задача / Т.В. Дмитриева, Н.Е. Седова // Вестн. Тюмен. гос. ун-та. – 2009. – № 5. – С. 33–42.
3. Вечтомов, Е.М. Метафизика математики / Е.М. Вечтомов. – Киров: Издательство ВятГГУ, 2006. – 508 с.
4. Михайлова, Н.В. Когнитивный синтез интуитивного и формального в системной методологии математического образования / Н.В. Михайлова // Alma mater (Вестн. высш. шк.). – 2018. – № 9. – С. 33–37.
5. Успенский, В.А. Апология математики / В.А. Успенский. – СПб.: Амфора, 2011. – 554 с.
6. Белобородова, М.Е. Обучение студентов технического вуза рефлексивной деятельности при решении задач / М.Е. Белобородова // Дискуссия. – 2016. – № 2. – С. 106–112.
7. Швецов, В.И. Модернизация преподавания математики, как важнейшей составляющей междисциплинарности в инженерном образовании / В.И. Швецов, С. Сосновский // Инженерное образование. – 2016. – № 20. – С. 207–212.

Поступила 04.06.2019

COGNITIVE REFLECTION OF MATHEMATICAL KNOWLEDGE AND ITS EXPLICATION IN PHILOSOPHY OF ENGINEERING EDUCATION

N. MIKHAILOVA

The mathematics by means of the justification directions is an expression form of the developed scientific theories the major regularities. The cognitive reflection of mathematical knowledge is shown that in its abstract language the internal organization and structure of natural-science theories is expressed. The appeal to a reflection in educational activity allows students of engineering specialties to study subject contents more consciously.

***Keywords**: cognitive reflection, mathematical knowledge, philosophy of engineering education.*