

УДК 004.853

**ИНСТРУМЕНТЫ И СРЕДСТВА WOLFRAM MATHEMATICA
ДЛЯ РАЗРАБОТКИ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ ОБУЧАЮЩИХ СИСТЕМ****д-р физ.-мат. наук, проф. В.Б. ТАРАНЧУК
(Белорусский государственный университет, Минск)**

Описаны новые возможности и рекомендации применения технологий компании Wolfram Research для создания и сопровождения интеллектуальных обучающих систем. Технические решения, предлагаемые методы интегрирования интеллектуальных средств системы компьютерной алгебры Mathematica, формата вычисляемых документов CDF, модулей коллекции свободно распространяемых демонстрационных интерактивных программных приложений иллюстрируются на примерах из практики подготовки учебных материалов преподаваемой в Белорусском государственном университете на факультете прикладной математики и информатики дисциплины «Компьютерная графика». Типовые составляющие электронного интерактивного учебно-методического комплекса, рекомендуемые для использования основные функции, опции и директивы системы Mathematica перечислены и поясняются в частях применяемых программных модулей при изучении и решении задач темы «Геометрические преобразования в 2D и 3D. Матричное представление, композиция 3D преобразований».

В настоящее время аппаратное и программное обеспечение компьютера предоставляет разные возможности создания и использования электронных документов с компонентами интеллекта, динамической интерактивности. Такие документы имеют ряд преимуществ перед печатными изданиями. Актуальной является задача повышения эффективности использования информационных технологий, определения требований к содержанию электронных документов, способам их подготовки, типовым правилам визуализации информации, что предполагает решение ряда технических вопросов.

В данной работе описаны основные возможности и рекомендации применения технологий компании Wolfram Research, в частности системы компьютерной алгебры Mathematica и формата вычисляемых документов CDF для создания и сопровождения интеллектуальных обучающих систем; приведены примеры из практики подготовки учебных материалов дисциплины «Компьютерная графика».

Базовый инструментарий

О системе Mathematica. В середине XX века на стыке математики и информатики возникло и интенсивно развивается фундаментальное научное направление *компьютерная алгебра* – наука об эффективных алгоритмах вычислений математических объектов. Направление компьютерная алгебра представлено теорией, технологиями, программными средствами. К прикладным результатам компьютерной алгебры относят разработанные алгоритмы и программное обеспечение для решения с помощью компьютера задач, в которых исходные данные и результаты имеют вид математических выражений, формул. Основным продуктом компьютерной алгебры стали программные системы компьютерной алгебры – СКА (Computer Algebra System, CAS).

Программных комплексов, выполняющих символьные вычисления, достаточно много; систематически выходят обновления и описания возможностей новых версий. С обзором СКА по состоянию на 2008 год можно ознакомиться в книге [1], текущее состояние и основные функциональные возможности описаны в [2; 3]. Большинство СКА не только применимы для исследования различных математических и научно-технических задач, но и содержат все составляющие языков программирования – де-факто являются проблемно ориентированными языками программирования высокого уровня. Широкое распространение в настоящее время получили следующие СКА: *Derive, Maxima, Axiom, Reduce, MuPAD, Mathcad*. Особое место занимает система компьютерной математики *MATLAB*. Лидерами СКА являются *Mathematica* и *Maple* – мощные системы с собственными ядрами символьных вычислений, оснащенные интеллектуальным пользовательским интерфейсом и обладающие широкими графическими и редакторскими возможностями. Эти две системы по факту являются, кроме прочего, интерактивными математическими энциклопедиями, в которых можно изучать описания, постановки задач, методы решения, выполнять упражнения.

Система компьютерной алгебры Mathematica компании «Wolfram Research» является одним из наиболее мощных и широко применяемых интегрированных интеллектуальных программных комплексов мультимедиа-технологии [4]. В системе реализованы и доступны пользователям практически все возможности аналитических преобразований и численных расчётов, поддерживается работа с базами данных, графикой и звуком. Mathematica даёт пользователю возможности анализировать, манипулировать, иллюстрировать графиками все функции чистой и прикладной математики. Система обеспечивает расчеты с любой заданной точностью; построение двух- и трёхмерных графиков, их анимацию, формирование геометрических фигур; импорт, обработку, экспорт изображений, аудио и видео [3; 4]. Отмечаются уникальные возможности системы Mathematica в научно-методическом обеспечении образовательного процесса и научных исследований в высших учебных заведениях.

Формат вычисляемых документов (CDF). Начиная с версии 8, пользователи *Mathematica* получили возможность создания интерактивных книг, отчётов, программных приложений в CDF формате [5]. Такие документы с помощью бесплатной программы CDF Player можно свободно распространять и работать с ними, в том числе в виде веб-объектов всех популярных браузеров. CDF документы можно создавать с инструментами интерактивности (меню, кнопками, указателями, бегунками, динамическими локаторами), с возможностями представления результатов в математической нотации, визуализации шагов вычислений и иллюстрирования графиками всех типов (1D, 2D, 3D, анимация), импорта и экспорта результатов во все общепринятые форматы данных и графики. Реакцией на команды пользователя через инструменты интерактивности является обеспечиваемое использованием встроенной вычислительной подсистемы формирование и обновление контента. В документах формата CDF можно размещать текст, таблицы, изображения, аудио и видео, предусмотрено также использование печатной вёрстки и технических обозначений. Если предварительно необходимо запрограммировать, сгенерировать в *Mathematica*, то можно выполнять аналитические преобразования, вычисления, импорт и экспорт данных, графическую визуализацию; поддерживаются компоновки документа с разбивкой на страницы, со структурной детализацией; режим слайд-шоу, разные способы формирования и просмотра результатов в режиме реального времени. Важно, что формат CDF делает набор математических выражений семантически точным. В дополнение к качественной вёрстке, пригодной для публикаций, формулу можно вводить полностью набранной типографским способом и использовать для вычислений, доступно также указание формата вывода результатов: математическая нотация, формат языка программирования. Документ, первоначально созданный в одном стиле, можно преобразовать в множество форм: отчет, статья, учебник, презентация, инфографика или приложение, возможно немедленное обновление стилей динамического и статического контента.

Проект Wolfram Demonstrations. Компанией Wolfram Research создан и регулярно обновляется систематизированный каталог свободно распространяемых онлайн-интерактивных демонстраций – программных приложений-проектов [6]. По состоянию на февраль 2015 года в каталоге размещены и доступны посетителям сайта более 9890 демонстраций по разным разделам науки, техники, жизни. Целями проекта являются: демонстрация возможностей и приёмов программирования в системе *Mathematica*; расширение круга пользователей разработок Wolfram. Включённые в коллекцию модули с интерактивным интерфейсом динамически иллюстрируют решения задач, различные процессы и понятия в широком диапазоне областей: математика, естественные науки, техника, экономика и т.д.; охватывают различные уровни знаний от элементарной школьной математики до сложных тем, например, таких как квантовая механика или модели биологических организмов.

Все включаемые в каталог демонстрационные примеры имеют непосредственно связанный с графикой или визуализацией пользовательский интерфейс, который динамически пересчитывается в ответ на такие действия пользователя, как нажатие на кнопку или перетаскивание графического элемента ([7]). Каждая демонстрация имеет описание представляемой идеи. Все модули коллекции доступны для скачивания в формате системы *Mathematica* NB и формате вычисляемых документов CDF.

Примеры реализаций

Основные компоненты, применяемые средства создания и сопровождения интеллектуальных обучающих систем отметим на примерах подготовки электронных интерактивных учебных материалов дисциплины «Компьютерная графика». На каждом занятии (лекция и практикум) студентам предоставляется один или несколько программных модулей CDF формата (иллюстрации одного из них (рис. 1), пояснения составных частей даны ниже).

Специфика преподавания предмета состоит в том, что в каждой теме изучается не только теоретический, но требуется сопровождающий иллюстративный графический материал. В отдельных темах математическая составляющая достаточно сложная, поэтому важно иметь возможность делать выкладки и преобразования, причём в математической нотации, на персональном компьютере. Наглядность представления материала, возможность конструирования воображаемых моделей по их математическим описаниям – одно из необходимых требований для корректного понимания сути моделей и их описаний. Создание интерактивных, динамических графиков, поясняющих примеров-иллюстраций, обычно, предполагает сложные геометрические расчёты и аналитические преобразования. Подготовка соответствующих программных приложений не только требует специальных навыков, но и очень трудоёмка. Система *Mathematica* предоставляет решение этой проблемы, в частности через использование программных модулей Wolfram Demonstrations Project.

О программных модулях, используемых в темах дисциплины. В процессе преподавания в Белорусском государственном университете на факультете прикладной математики и информатики предмета «Компьютерная графика» используются интерактивные демонстрации (программные приложения-проекты) из коллекций [6] по следующим темам:

- *Цвет в компьютерной графике.* Аддитивная, субтрактивная цветовые системы, модель «цветовой куб». Интуитивные цветовые модели и их геометрическая интерпретация. Стандартные цветовые системы и преобразования между ними;

- *Математические основы машинной графики.* Точка, вектор, расстояние на плоскости и в пространстве. Уравнения отрезка, луча в 2D и 3D: параметрические, с направляющим вектором. Нормаль. Расстояние до точки. Угол между прямыми. Преобразования координат. Однородные координаты. Геометрические преобразования в 2D и 3D. Матричное представление преобразований (сдвиг, отражение / симметрия, поворот, масштаб). Задачи поворота вокруг произвольной оси, относительно точки. Композиция 3D преобразований, их коммутативность. Конвейер геометрических преобразований. Проекция, матрицы проективных преобразований;

- *Основы обработки цифровых изображений.* Линейные, нелинейные фильтры, примеры, морфологические операторы. Поиск границ на основе градиента, лапласиана;

- *Построение реалистичных изображений.* Модели освещения в компьютерной графике. Моделирование прозрачности. Построение теней. Текстура. Понятие, примеры воксельной графики.

Отметим на примерах двух разделов преподаваемой дисциплины рекомендуемые для использования программные приложения из коллекций Wolfram Demonstrations. Разделы выбраны специально: первый предполагает изучение в основном технических вопросов и физических основ теории цвета, другой – математические и алгоритмические основы компьютерной графики.

Одна из начальных тем в компьютерной графике – цвет и цветовые модели. Из коллекции используются интерактивные модули визуализации различных цветовых моделей, выполнения преобразований между ними, в частности приложения: Colors of the Visible Spectrum; Overlapping Light Colors; Colored Lights; Named Colors; Select, View, and Compare Named Colors; Analogous and Complementary Colors; Newton's Color Wheel; Color Cube; Color Triangles; Color Space; Cartesian Color Coordinate Spaces; RGB and CMYK Colors; RGB Explorer; Orthogonal Views of Named RGB Colors; HSV Colors; HSV Loci in the RGB Color Space; CIE Chromaticity Diagram.

Модули, которые применяются при изучении разделов «Математические основы машинной графики»: Understanding 2D Translation; Understanding 2D Shearing; Understanding 2D Rotation; Understanding 2D Reflection; Understanding 2D Rescaling; 3D graphics modules: Understanding 3D Rotation; Understanding 3D Scaling; Understanding 3D Reflection; Understanding 3D Shearing; Two Models of Projective Geometry; Orthographic Projection of Parallelepipeds; Stereographic Projection of Platonic Solids; Dissection of a Prismatoid into Prisms; Cutoff Parallelepipeds.

Перечисленные выше проекты вызываются на сайте [6], можно загрузить коды NB или CDF документы, а для доступа к нужному проекту достаточно в запросе поиска набрать тему или ключевое слово – гиперссылками с миниатюрами и названиями будут представлены все подходящие приложения.

Во всех модулях визуализации в NB, CDF документах кроме управления ползунками на панелях (геометрическими параметрами, цветами, прозрачностью выводимых объектов) пользователь может менять масштаб объекта, поворачивать его во всех направлениях. Так как доступны исходные коды, студентам предоставляются доработанные приложения, с использованием русскоязычной терминологии, оформления графики, как в базовых учебниках и пособиях; комментарии в модулях переведены на русский язык.

Технические решения на примере одной из тем дисциплины. Интерактивные электронные ресурсы при преподавании дисциплины «Компьютерная графика» используются на всех этапах: в лекциях, практических занятиях, контролируемой самостоятельной работе, текущем контроле знаний, в итоговой диагностике результатов учебной деятельности, которая выполняется в формате компьютерного тестирования. Приведём и поясним компоненты электронного учебно-методического комплекса на примере изучения темы «Геометрические преобразования в 2D и 3D. Матричное представление, композиция 3D преобразований». На рисунках 1–4 представлены иллюстрации частей программного приложения.

На рисунке 1 показаны 3 фрагмента окон модуля, главного, раздела «Однородные координаты», подраздела «Где применяются». Группы секций можно разворачивать / сворачивать кликом по окаймляющей]-кнопке или указателю ∇ / Δ слева от заголовка. С модулем можно работать в *Mathematica* или используя CDF Player. Содержание модуля включает изложение теории, ссылки на рекомендуемые учебники и пособия, формулировки заданий для выполнения. Все тексты, где есть формулы, записаны в математической нотации, их можно экспортировать в ttf, pdf. Кроме секций с пояснениями есть секции для выполнения и получения результатов – можно выполнять операции с матрицами, разные вычисления и преобразования, строятся требуемые изображения, причём работать с ними можно интерактивно и не только, меняя масштаб и ракурс осмотра, но и геометрию объектов.

Например, в разделе «Матрицы аффинных преобразований» (фрагмент показан на рисунке 2) даны иллюстрации выполнения функций системы *Mathematica*: Inverse – обращение матрицы; Simplify – упрощение выражения; MatrixForm – вывод элементов одномерного или двумерного массива (списка) в матричном формате. Далее в блоке поясняются: Transpose – транспонирование матрицы; Det – определитель квадратной матрицы; Dot и Cross – скалярное и векторное произведения; Norm – норма вектора, приведены упражнения вычислений углов. Функции записаны в секциях в виде упражнений, когда в заготовках можно менять значения, получать и просматривать результаты, комбинировать операции, кон-

структурировать выражения, сочетая стандартные арифметические операции и применение элементарных функций. Результаты можно копировать в буфер, экспортировать и использовать в других приложениях.

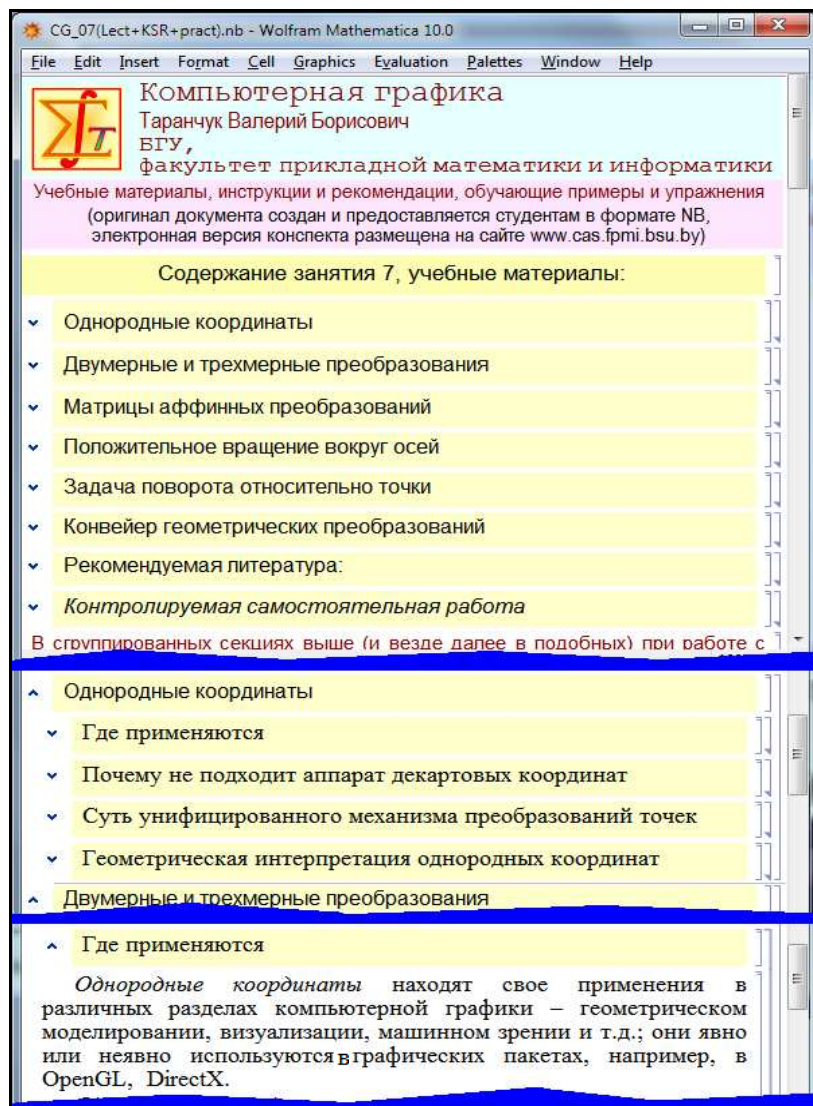


Рис. 1. Вид окон программного модуля, заголовки сгруппированных секций

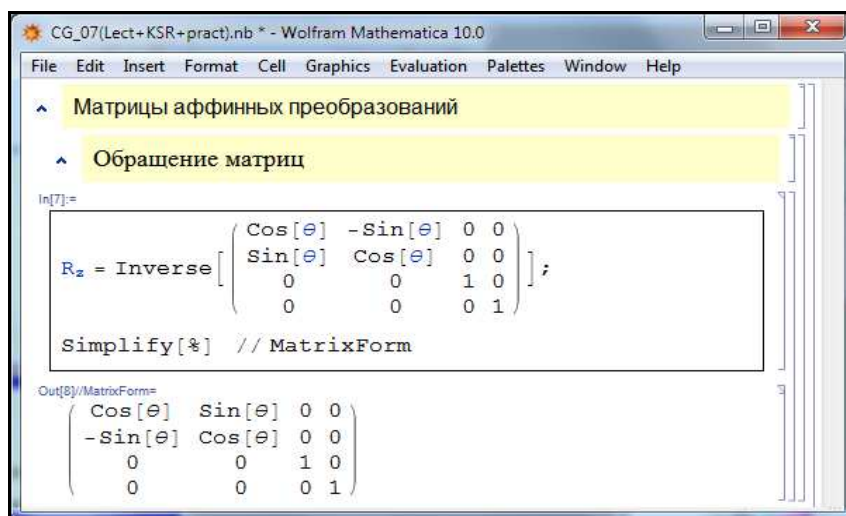


Рис. 2. Фрагмент окна блока «Матрицы аффинных преобразований»

Окна секций блока «Конвейер геометрических преобразований» с постановкой задачи «Сложение преобразований 3D» показан на рисунке 3.

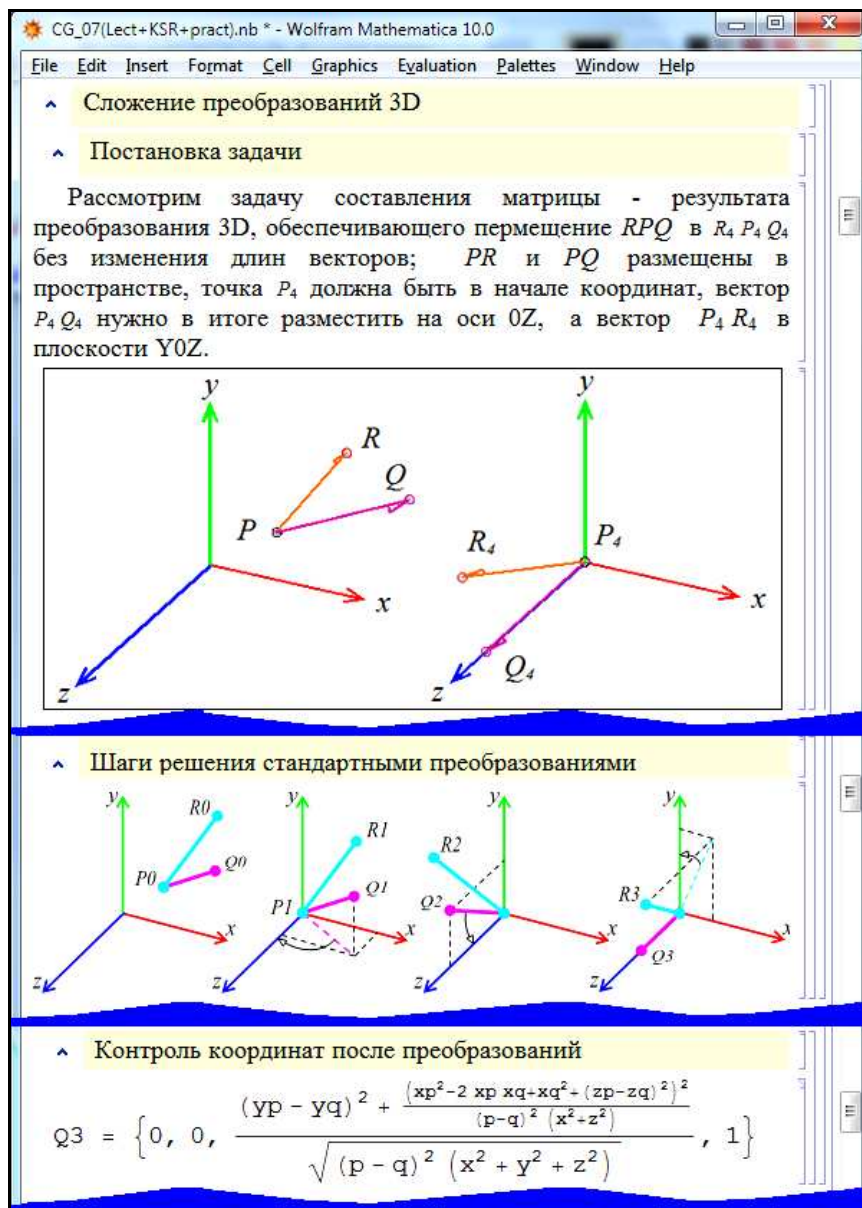


Рис. 3. Фрагменты окон блока «Сложение преобразований 3D» с иллюстрациями шагов конвейера преобразований

Рассматривается классическая задача получения итоговой матрицы преобразования. Решение состоит в выполнении 4-х шагов: перенос и 3 поворота вокруг координатных осей (эскизы на рисунке в секциях подраздела «Шаги решения стандартными преобразованиями»). Преобразования реализуются стандартными действиями применения соответствующих матриц. В модуле после каждого шага выводятся графики (исходный, результат), а также рассчитываются и выводятся координаты точек.

Так, на рисунке 3 результаты контроля координаты точки Q_3 показаны в секции «Контроль координат после преобразований», после иллюстрируемого шага преобразований точка должна оказаться на оси OZ – первые 2 координаты нулевые.

Кроме документа с теорией, пояснениями и иллюстрациями алгоритмов преобразований студентам для освоения предлагается программный модуль `Understanding3DRotation+.cdf`, который адаптирован по оригиналу из каталога Wolfram Demonstrations Project `Understanding3DRotation-author.nb` (перевод, уточнены начальные ракурсы и масштаб просмотра, добавлены пояснения частей кода). Примеры графики и вид инструментов модуля `Understanding3DRotation+.cdf` показаны на рисунке 4.

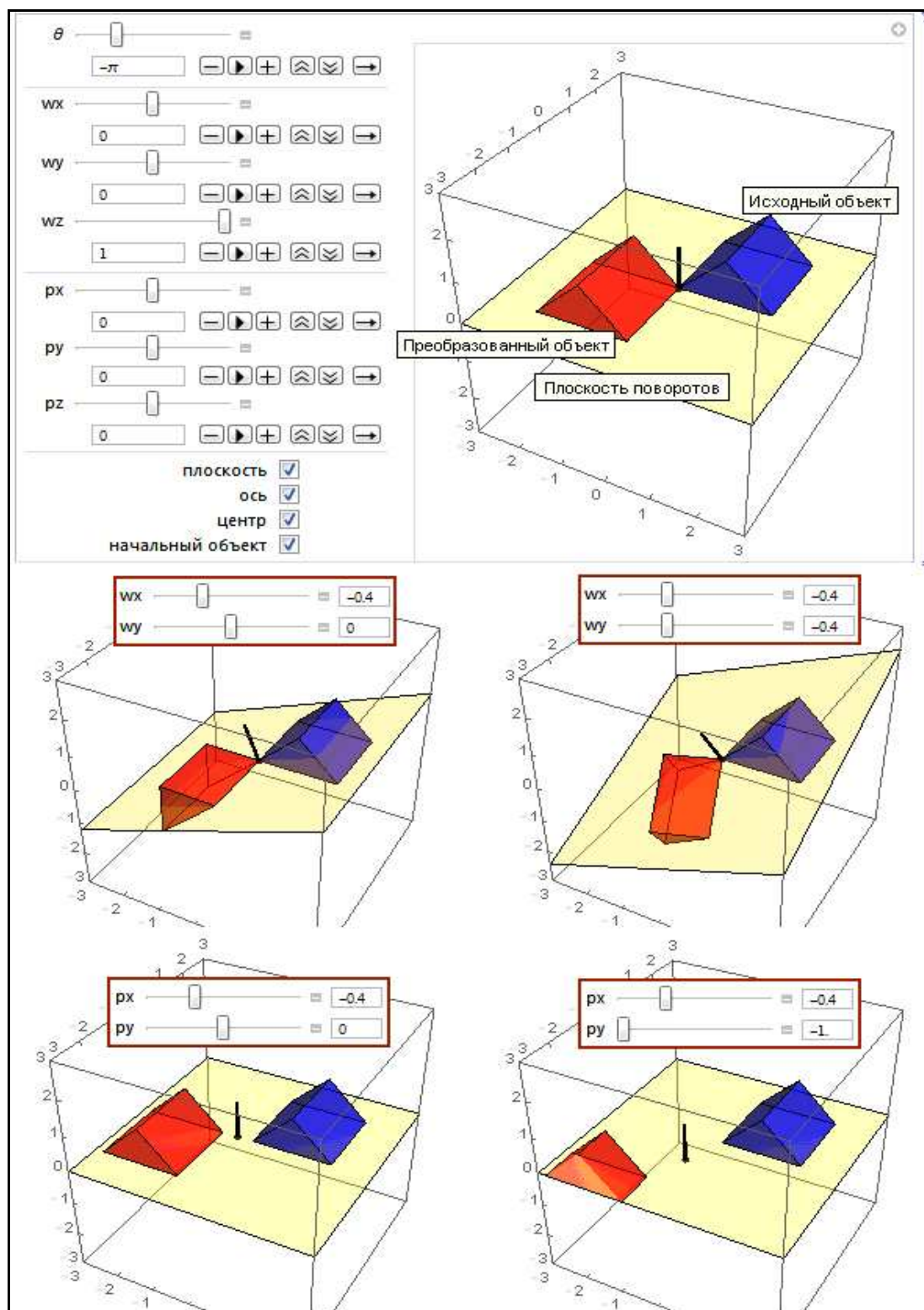


Рис. 4. Фрагмент панели управления, окна вывода с пояснениями объектов сцены, кадров с результатами

На рисунке в верхней части показаны элементы панели управления, а ниже – несколько кадров с результатами работы модуля. Изменение значений w_x , w_y , w_z – повороты, изменение p_x , p_y , p_z обеспечивает перенос в соответствующем направлении; также реализованы и алгоритмы отсечения – видно на нижнем правом фрагменте рисунка 4. В приложении можно перемещать и поворачивать получаемую сцену; каждое действие управления можно выполнять, задавая значение параметра в поле ввода или пе-

ремещением бегунка, также можно запускать просмотр с автоматическим изменением параметра, регулировать скорость и направления прокрутки видео.

В модуле даны комментарии к основным функциям и опциям кода, чтобы студенты могли вносить изменения, а также заимствовать приёмы написания программы, упражняться, используя другие графические примитивы и фигуры. Например, поясняя использованную в коде функцию формирования и вывода графики Graphics3D, предлагается в качестве исходного объекта вместо примитива призма (Prism) получить изображение со сферой или цилиндром, конусом и др. (Sphere, Cylinder, Cone, Ball, Parallelepiped, Cuboid, Pyramid).

В части оформления, настройки вида объектов сцены в упражнения включены пояснения правил подготовки сопровождающих подписей (Style, BaseStyle, TraditionalForm, StandardForm, FormatType, FontFamily, AxesStyle, LabelStyle, TicksStyle, GridLineStyle, MeshStyle, BoundaryStyle, FillingStyle, ClippingStyle); задания толщины и типа линии (Thickness, AbsoluteThickness, Dashed, Dotted, DotDashed, Thick, Thin); цветов, прозрачности и имитации освещения (Colors, GrayLevel, RGBColor, CMYKColor, LABColor, Opacity, Lighting, Specularity); управления кадром вывода (ImageSize, PlotRegion, PlotRange, PlotRangeClipping, AspectRatio, BoxRatios, Scaled, BoxStyle). Относительно применяемых в модуле функций преобразования RotationTransform, TranslationTransform – дополнительно записаны пояснения и упражнения, чтобы студенты освоили функции системы AffineTransform, GeometricTransformation.

Особое внимание уделено вопросам программирования динамического вывода, использования инструментов интерактивности – поясняются функции и опции динамических вычислений, включения и выключения индикаторов, организации флажков, кнопок, иерархических и выпадающих меню, локаторов (Manipulate, Dynamic, Initialization, Delimiter, PopupMenu, Checkbox, CheckboxBar, RadioButtonBar, SetterBar, TogglerBar, ControlType, Locator, Slider, Slider2D, ColorSlider, SaveDefinitions, AutorunSequencing).

Заключение. Описание компонент электронного документа поясняет, как применяемые средства обеспечивают процесс изучения дисциплины, когда достаточно сложный теоретический материал увязывается с задачами усвоения и реализации базовых алгоритмов. Предлагаемая методика интегрирования интеллектуальных средств системы *Mathematica*, формата вычисляемых документов CDF, модулей лекции демонстрационных интерактивных приложений расширяет границы создания и свободного распространения электронных интерактивных образовательных ресурсов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дьяконов, В. Энциклопедия компьютерной алгебры / В.П. Дьяконов. – М.: ДМК Пресс, 2009. – 1264 с.
2. List of computer algebra systems [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_computer_algebra_systems. – Дата доступа: 08.02.2015.
3. Таранчук, В.Б. Основные функции систем компьютерной алгебры: пособие для студентов фак. прикладной математики и информатики / В.Б. Таранчук. – Минск: БГУ, 2013. – 59 с.
4. Wolfram *Mathematica*. Наиболее полная система для современных технических вычислений в мире [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.wolfram.com/mathematica>. – Дата доступа: 08.02.2015.
5. CDF. Документы оживают благодаря возможностям вычислений [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.wolfram.com/cdf>. – Дата доступа: 08.02.2015.
6. Wolfram Demonstrations Project [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://demonstrations.wolfram.com>. – Дата доступа: 08.02.2015.
7. Таранчук, В.Б. О создании интерактивных образовательных ресурсов с использованием технологий Wolfram / В.Б. Таранчук // Информатизация образования. – 2014. – № 1. – С. 78–89.

Поступила 17.02.2015

INSTRUMENTS AND MEANS OF WOLFRAM MATHEMATICA FOR DEVELOPMENT OF INTELLIGENT TUTORING SYSTEMS

V. TARANCHUK

Describes the new features and recommendations of technologies Wolfram Research for the creation and maintenance of intelligent tutoring systems. The technical solutions, proposed methods of integration of computer algebra system Mathematica, Computable Document Format, of modules of open-source collection of interactive demonstration applications are illustrated with examples from the practice of training materials taught in the Belarusian State University at the Faculty of Applied Mathematics and Computer Science discipline "Computer Graphics". Typical components of electronic interactive educational complex recommended for use basic functions, options and directives of Mathematica are listed and explained in the parts of the software modules used in the study and solution of problems theme "Geometric Transformations in 2D and 3D. Matrix representation, composition 3D transformations".