

УДК 624.072

ВЛИЯНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИСХОДНЫХ ПАРАМЕТРОВ НА ДОСТОВЕРНОСТЬ ПАРАМЕТРОВ НАПРЯЖЕННО ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ РАМНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

А.О. ШАГИБАЛОВА
(Представлено: Л.С. Турицев)

Исследуется зависимость результатов расчета статически неопределимых рамных конструкций от неизбежных отличий параметров расчетных схем от параметров реальных конструкций. В результате проведенных исследований было установлено следующее. Устойчивость решения канонических уравнений вследствие вариаций коэффициентов и свободных членов существенным образом зависит от выбранного варианта основной системы. На достоверность результатов расчета статически неопределимых рам неустранимые погрешности ее исходных параметров могут оказывать существенное влияние.

Ключевые слова: статически неопределимая рама, канонические уравнения, метод сил.

Введение. Несущей системой ряда зданий различного назначения являются статически неопределимые рамные конструкции. Математической моделью таких конструкций, рассчитываемых классическими методами строительной механики (метод сил, метод перемещений, смешанный метод), являются канонические уравнения, которые представляют собой систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).

Важную роль при нахождении решения СЛАУ играет оценка устойчивости полученного решения [1]. Необходимость такой оценки при расчете рамных конструкций вызывается неизбежными отличиями реальных параметров таких конструкций и их возможные дальнейшие изменения в ходе эксплуатации по сравнению с исходными параметрами, использованными при расчетах и проектировании.

Основанная часть. Исследование влияния неустранимых погрешностей исходных параметров расчетных схем статически неопределимых рам (геометрических размеров и жесткостных характеристик) на устойчивость определяемых параметров напряженно-деформированного состояния проводится на примере расчета методом сил (МС) рамной конструкции, приведенной в учебнике В.И. Феодосьева [1]

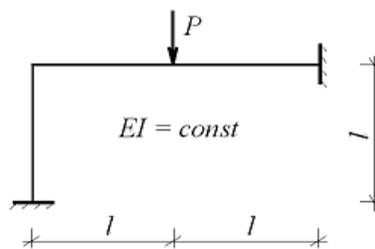


Рисунок 1. – Рамная конструкция

При расчете рассматриваемой рамной конструкций используются базовые варианты образования основной системы (ОС) метода сил – консольная, балочная и трехшарнирная схемы опирания

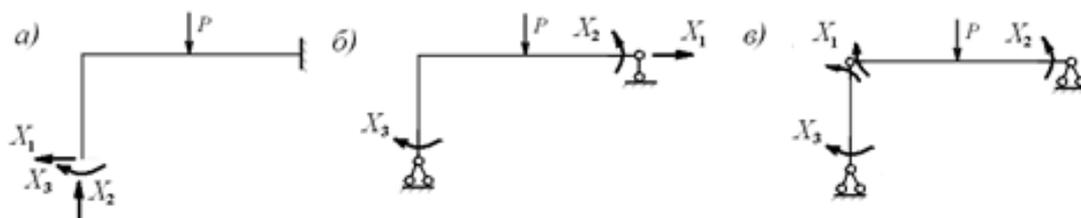


Рисунок 2. – Базовые варианты основной системы МС рамной конструкции

Канонические уравнения метода сил во всех рассматриваемых случаях имеют вид

$$\begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \Delta_{1P} &= 0 \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \Delta_{2P} &= 0 \\ \delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \Delta_{3P} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Исследуемыми параметрами НДС являются основные неизвестные канонических уравнений (1), представляющие собой окончательные внутренние усилия соответствующего вида в местах удаления лишних связей рассматриваемой рамной конструкции.

В связи с неустранимостью погрешностей исходных параметров рамной конструкции коэффициенты и свободные члены канонических уравнений (1) вычисляются с некоторыми погрешностями, относительная величина которых в первом приближении принимается одинаковой, равной ε .

Придадим уравнениям (1) стандартный вид СЛАУ [2] с наиболее неблагоприятной схемой знаков погрешностей коэффициентов и свободных членов согласно [3]

$$\begin{aligned} a_{11}(1 + \varepsilon)x_1 + a_{12}(1 - \varepsilon)x_2 + a_{13}(1 + \varepsilon)x_3 &= b_1(1 + \varepsilon) \\ a_{21}(1 - \varepsilon)x_1 + a_{22}(1 + \varepsilon)x_2 + a_{23}(1 - \varepsilon)x_3 &= b_2(1 - \varepsilon) \\ a_{31}(1 + \varepsilon)x_1 + a_{32}(1 - \varepsilon)x_2 + a_{33}(1 - \varepsilon)x_3 &= b_3(1 - \varepsilon) \end{aligned} \quad (2)$$

Решение (2) описывается формулами Крамера

$$x_i(\varepsilon) = \frac{D_i(\varepsilon)}{D(\varepsilon)} \quad (i = 1, 2, 3)$$

где

$$\begin{aligned} D(\varepsilon) &= \begin{vmatrix} a_{11}(1 + \varepsilon) & a_{12}(1 - \varepsilon) & a_{13}(1 + \varepsilon) \\ a_{21}(1 - \varepsilon) & a_{22}(1 + \varepsilon) & a_{23}(1 - \varepsilon) \\ a_{31}(1 + \varepsilon) & a_{32}(1 - \varepsilon) & a_{33}(1 - \varepsilon) \end{vmatrix} \\ D_1(\varepsilon) &= \begin{vmatrix} b_1(1 + \varepsilon) & a_{12}(1 - \varepsilon) & a_{13}(1 + \varepsilon) \\ b_2(1 - \varepsilon) & a_{22}(1 + \varepsilon) & a_{23}(1 - \varepsilon) \\ b_3(1 - \varepsilon) & a_{32}(1 - \varepsilon) & a_{33}(1 - \varepsilon) \end{vmatrix} \\ D_2(\varepsilon) &= \begin{vmatrix} a_{11}(1 + \varepsilon) & b_1(1 + \varepsilon) & a_{13}(1 + \varepsilon) \\ a_{21}(1 - \varepsilon) & b_2(1 - \varepsilon) & a_{23}(1 - \varepsilon) \\ a_{31}(1 + \varepsilon) & b_3(1 - \varepsilon) & a_{33}(1 - \varepsilon) \end{vmatrix} \\ D_3(\varepsilon) &= \begin{vmatrix} a_{11}(1 + \varepsilon) & a_{12}(1 - \varepsilon) & b_1(1 + \varepsilon) \\ a_{21}(1 - \varepsilon) & a_{22}(1 + \varepsilon) & b_2(1 - \varepsilon) \\ a_{31}(1 + \varepsilon) & a_{32}(1 - \varepsilon) & b_3(1 - \varepsilon) \end{vmatrix} \end{aligned}$$

При расчете рамы с использованием первого варианта основной системы (рис.2а) введем новые неизвестные величины, связанные с основными неизвестными канонических уравнений метода сил (1) следующими соотношениями

$$x_1 = \frac{X_1}{P}, \quad x_2 = \frac{X_2}{P}, \quad x_3 = \frac{X_3}{Pl}$$

которые являются безразмерными опорными реакциями на левой опоре рамы, соответственно, горизонтальная, вертикальная и моментная составляющие. С их учетом уравнения (2) принимают вид

$$\begin{aligned}
 14(1 + \varepsilon)x_1 + 12(1 - \varepsilon)x_2 + 15(1 + \varepsilon)x_3 &= 3(1 + \varepsilon) \\
 12(1 - \varepsilon)x_1 + 16(1 + \varepsilon)x_2 + 12(1 - \varepsilon)x_3 &= 5(1 - \varepsilon) \\
 15(1 + \varepsilon)x_1 + 12(1 - \varepsilon)x_2 + 18(1 - \varepsilon)x_3 &= 3(1 - \varepsilon)
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

При нулевой погрешности ε корни (3) принимают следующие значения

$$x_1 = -0.25, \quad x_2 = 0.4375, \quad x_3 = 0.0833$$

Зависимость корней (3) от погрешности ε в интервале её изменения от 0 до 5% приведена на графиках (рисунок 3)

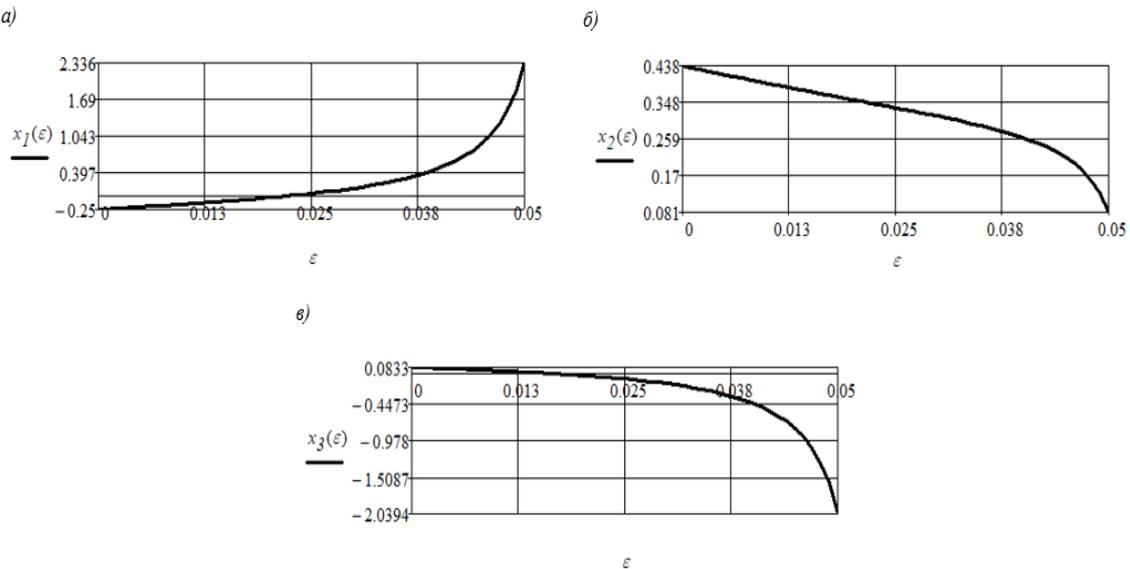


Рисунок 3. – Зависимость основных неизвестных от погрешности ε при расчете рамы МС с использованием первого варианта ОС

Из приведенных графиков следует, что решение канонических уравнений (1) при расчете рамы методом сил с использованием первого варианта основной системы является неустойчивым. Первое и третье основные неизвестные в рассматриваемом интервале погрешности ε изменяют знаки, а максимальная погрешность вычисления второго неизвестного достигает значения 81.5%.

При расчете рамы с использованием второго варианта основной системы (рис.1.3б) введем новые неизвестные величины, связанные с основными неизвестными канонических уравнений метода сил (1) следующими соотношениями

$$x_1 = \frac{X_1}{P}, \quad x_2 = \frac{X_2}{Pl}, \quad x_3 = \frac{X_3}{Pl}$$

которые являются безразмерной горизонтальной опорной реакцией рамы на правой опоре и реактивными моментами, соответственно, на правой опоре и на левой опорах. С их учетом уравнения (2) принимают вид

$$\begin{aligned}
 1(1 + \varepsilon)x_1 + 0.333(1 - \varepsilon)x_2 + 1.167(1 + \varepsilon)x_3 &= -0.25(1 + \varepsilon) \\
 0.333(1 - \varepsilon)x_1 + 0.667(1 + \varepsilon)x_2 + 0.333(1 - \varepsilon)x_3 &= -0.25(1 - \varepsilon) \\
 1.167(1 + \varepsilon)x_1 + 0.333(1 - \varepsilon)x_2 + 1.667(1 - \varepsilon)x_3 &= -0.25(1 - \varepsilon)
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

При нулевой погрешности корни (4) принимают следующие значения

$$x_1 = -0.25, \quad x_2 = -0.2917, \quad x_3 = 0.0833.$$

Зависимость корней (4) от погрешности ε в интервале её изменения от 0 до 5% приведена на графиках (рисунок 4).

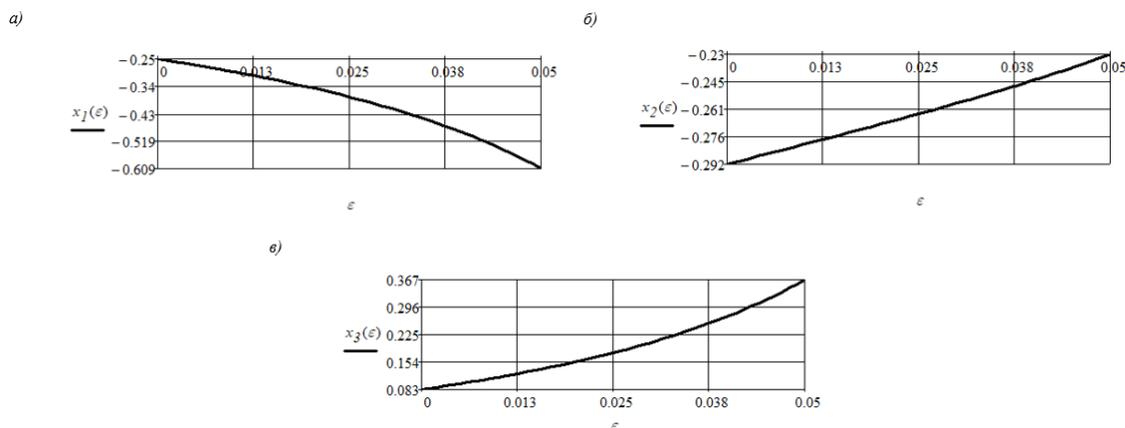


Рисунок 4. – Зависимость основных неизвестных от погрешности ε при расчете рамы МС с использованием второго варианта ОС

Из приведенных графиков следует, что решение канонических уравнений (1) при расчете рамы методом сил с использованием второго варианта основной системы является неустойчивым. В рассматриваемом интервале погрешности ε максимальные погрешности вычисления основных неизвестных достигают, соответственно, значений 144%, 27%, 342%.

При расчете рамы с использованием третьего варианта основной системы (рис.1.3в) введем новые неизвестные величины, связанные с основными неизвестными канонических уравнений метода сил (1) следующими соотношениями

$$x_1 = \frac{X_1}{Pl}, \quad x_2 = \frac{X_2}{Pl}, \quad x_3 = \frac{X_3}{Pl},$$

которые являются безразмерными опорными моментами рамы, возникающими, соответственно, на правой и левой опорах и безразмерным узловым изгибающим моментом. С их учетом уравнения (2) принимают вид

$$\begin{aligned} 1(1 + \varepsilon)x_1 + 0.333(1 - \varepsilon)x_2 + 0.167(1 - \varepsilon)x_3 &= -0.25(1 + \varepsilon) \\ 0.333(1 - \varepsilon)x_1 + 0.667(1 + \varepsilon)x_2 &= -0.25(1 - \varepsilon) \\ 0.167(1 - \varepsilon)x_1 + 0.333(1 - \varepsilon)x_3 &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

При нулевой погрешности корни (2.3) принимают следующие значения

$$x_1 = -0.1667, \quad x_2 = -0.2917, \quad x_3 = 0.0833.$$

Зависимость корней (5) от погрешности ε в интервале её изменения от 0 до 5% приведена на графиках (рис.1.3г)

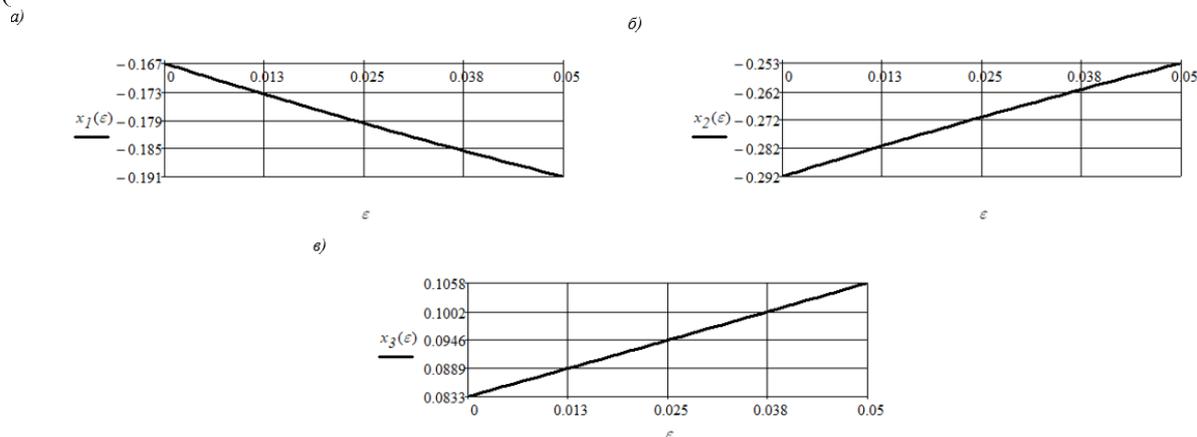


Рисунок 5. – Зависимость основных неизвестных от погрешности ε при расчете рамы МС с использованием третьего варианта ОС

Из приведенных графиков следует, что решение канонических уравнений (1) при расчете рамы методом сил с использованием третьего варианта основной системы является неустойчивым. В рассматриваемом интервале погрешности ε максимальные погрешности вычисления основных неизвестных достигают, соответственно, значений 15%, 13%, 27%.

Заключение. Таким образом, все базовые варианты основной системы метода сил, которые могут быть использованы при расчете рассмотренной рамы не позволяют получить устойчивое решение канонических уравнений (1). Следовательно, расчетные параметры НДС рассмотренной рамы могут оказаться недостоверными. Наименее чувствительным вариантом основной системы метода сил к погрешностям коэффициентов и свободных членов является третий вариант.

ЛИТЕРАТУРА

1. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. М.: Наука, 1966. - 664 с.
2. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. М.: Наука, 1979. – 559 с.
3. Петров Ю.П. Как получать надежные решения систем уравнений. СПб: БХВ-Петербург, 2012. – 176 с.