УДК 624.072

ВЛИЯНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИСХОДНЫХ ПАРАМЕТРОВ НА ДОСТОВЕРНОСТЬ ПАРАМЕТРОВ НАПРЯЖЕННО ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ НЕРАЗРЕЗНЫХ БАЛОК

А.О. ШАГИБАЛОВА
(Представлено: Л.С. Турищев)

Исследуется зависимость результатов расчета неразрезных балок от неизбежных отличий параметров их расчетных схем от параметров реальных конструкций. В результате проведенных исследований было установлено следующее. Устойчивость решения канонических уравнений вследствие вариаций коэффициентов и свободных членов существенным образом зависит от выбранного варианта основной системы. На достоверность результатов расчета неразрезных балок неустранимые погрешности ее исходных параметров могут оказывать существенное влияние.

Ключевые слова: *статически неопределимая рама, канонические уравнения, метод сил.*

Введение. Несущими конструкциями перекрытий и покрытий многоэтажных зданий и сооружений являются металлические и железобетонные неразрезные балки. Математической моделью таких конструкций, обычно рассчитываемых методом сил, является система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).

Важную роль при нахождении решения СЛАУ играет оценка устойчивости полученного решения [1]. Необходимость такой оценки при расчете неразрезных балок вызывается неизбежными отличиями реальных параметров таких конструкций и их возможные дальнейшие изменения в ходе эксплуатации по сравнению с исходными параметрами, использованными при расчетах и проектировании.

Основанная часть. Исследование влияния неустранимых погрешностей исходных параметров расчетных схем неразрезных балок (геометрических размеров и жесткостных характеристик) на устойчивость определяемых параметров напряженно-деформированного состояния проводится на примере расчета методом сил (МС) четырехпролетной неразрезной балки (рис.1)

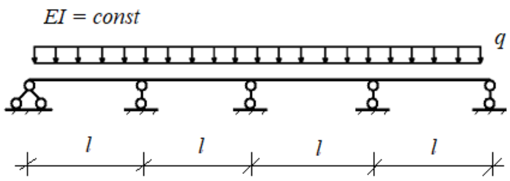

Рисунок 1. – Неразрезная балка

При расчете рассматриваемой неразрезной балки используются базовые варианты образования основной системы (ОС) метода сил – консольная балка, простая балка и многопролетная шарнирная балка (МШБ) (рис.2)

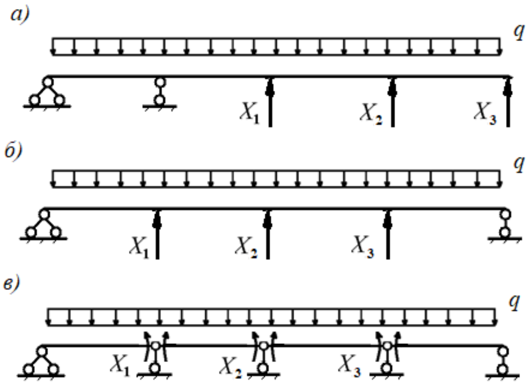

Рисунок 2. – Базовые варианты основной системы МС неразрезной балки

Канонические уравнения метода сил во всех рассматриваемых случаях имеют вид

$$\begin{aligned} &\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \Delta_{1P} = 0 \\ &\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \Delta_{2P} = 0 \\ &\delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \Delta_{3P} = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Исследуемыми параметрами НДС являются основные неизвестные канонических уравнений (1), представляющие собой окончательные внутренние усилия соответствующего вида в местах удаления лишних связей рассматриваемой неразрезной балки.

В связи с неустранимостью погрешностей исходных параметров неразрезной балки коэффициенты и свободные члены канонических уравнений (1) вычисляются с некоторыми погрешностями, относительная величина которых в первом приближении принимается одинаковой, равной ε.

Придадим уравнениям (1) стандартный вид СЛАУ [2] с наиболее неблагоприятной схемой знаков погрешностей коэффициентов и свободных членов согласно [3]

$$\begin{aligned} &a_{11}(1+\varepsilon)x_1 + a_{12}(1-\varepsilon)x_2 + a_{13}(1+\varepsilon)x_3 = b_1(1+\varepsilon) \\ &a_{21}(1-\varepsilon)x_1 + a_{22}(1+\varepsilon)x_2 + a_{23}(1-\varepsilon)x_3 = b_2(1-\varepsilon) \\ &a_{31}(1+\varepsilon)x_1 + a_{32}(1-\varepsilon)x_2 + a_{33}(1-\varepsilon)x_3 = b_3(1-\varepsilon) \end{aligned} \quad (2)$$

Решение (2) описывается формулами Крамера

$$x_i\left(\varepsilon\right) = \frac{D_i\left(\varepsilon\right)}{D\left(\varepsilon\right)} \quad (i = 1, 2, 3)$$

где

$$D\left(\varepsilon\right) = \left|\begin{pmatrix} a_{11}(1+\varepsilon) & a_{12}(1-\varepsilon) & a_{13}(1+\varepsilon) \\ a_{21}(1-\varepsilon) & a_{22}(1+\varepsilon) & a_{23}(1-\varepsilon) \\ a_{31}(1+\varepsilon) & a_{32}(1-\varepsilon) & a_{33}(1-\varepsilon) \end{pmatrix}\right|$$

$$D_1\left(\varepsilon\right) = \left|\begin{pmatrix} b_1(1+\varepsilon) & a_{12}(1-\varepsilon) & a_{13}(1+\varepsilon) \\ b_2(1-\varepsilon) & a_{22}(1+\varepsilon) & a_{23}(1-\varepsilon) \\ b_3(1-\varepsilon) & a_{32}(1-\varepsilon) & a_{33}(1-\varepsilon) \end{pmatrix}\right|$$

$$D_2\left(\varepsilon\right) = \left|\begin{pmatrix} a_{11}(1+\varepsilon) & b_1(1+\varepsilon) & a_{13}(1+\varepsilon) \\ a_{21}(1-\varepsilon) & b_2(1-\varepsilon) & a_{23}(1-\varepsilon) \\ a_{31}(1+\varepsilon) & b_3(1-\varepsilon) & a_{33}(1-\varepsilon) \end{pmatrix}\right|$$

$$D_3\left(\varepsilon\right) = \left|\begin{pmatrix} a_{11}(1+\varepsilon) & a_{12}(1-\varepsilon) & b_1(1+\varepsilon) \\ a_{21}(1-\varepsilon) & a_{22}(1+\varepsilon) & b_2(1-\varepsilon) \\ a_{31}(1+\varepsilon) & a_{32}(1-\varepsilon) & b_3(1-\varepsilon) \end{pmatrix}\right|$$

При расчете неразрезной балки с использованием первого варианта основной системы (рис.2а) введем новые неизвестные величины, связанные с основными неизвестными канонических уравнений метода сил (1) следующими соотношениями

$$x_1 = \frac{X_1}{ql}, \; x_2 = \frac{X_2}{ql}, \; x_3 = \frac{X_3}{ql}$$

которые являются безразмерными опорными реакциями на третьей, четвертой и пятой опорах неразрезной балки. С их учетом уравнения (2) принимают вид

$$\begin{aligned}
&0.667(1+\varepsilon)x_1 + 1.5(1-\varepsilon)x_2 + 2.333(1+\varepsilon)x_3 = 3.25(1+\varepsilon)\\
&1.5(1-\varepsilon)x_1 + 4(1+\varepsilon)x_2 + 6.667(1-\varepsilon)x_3 = 8.583(1-\varepsilon)\\
&2.333(1+\varepsilon)x_1 + 6.667(1-\varepsilon)x_2 + 12(1-\varepsilon)x_3 = 14.5(1-\varepsilon)
\end{aligned} \qquad (3)$$

При нулевой погрешности ε корни (3) принимают следующие значения

$$x_1 = 0.9286, \;\; x_2 = 1.1429, \;\; x_3 = 0.3929$$

Зависимость корней (3) от погрешности ε в интервале её изменения от 0 до 5% приведена на графиках (рисунок 3).

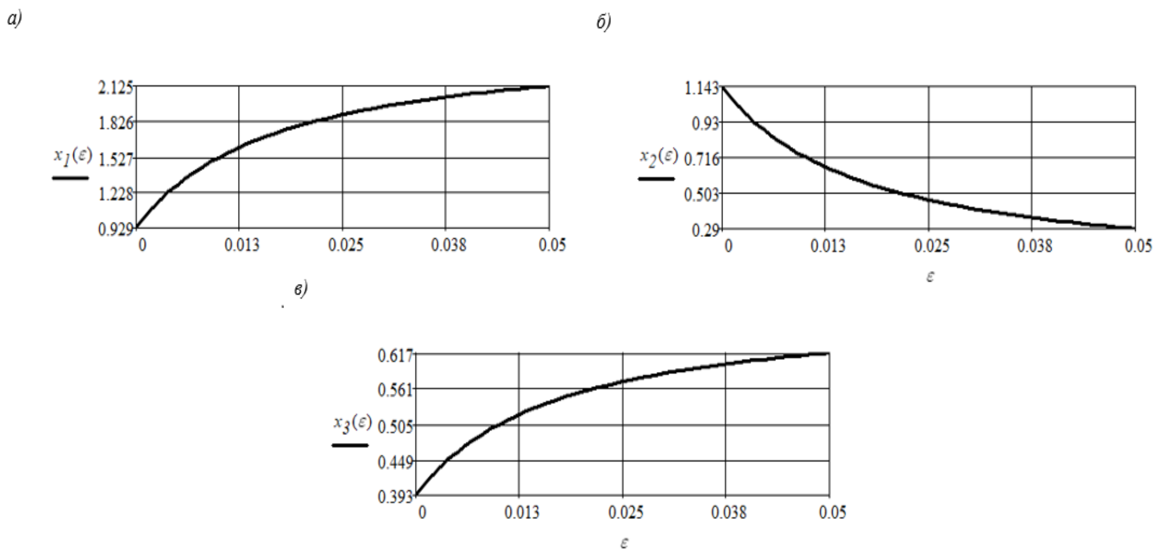

Рисунок 3. – Зависимость основных неизвестных от погрешности *ε* при расчете неразрезной балки МС с использованием первого варианта ОС

Из приведенных графиков следует, что решение канонических уравнений (1) при расчете неразрезной балки методом сил с использованием первого варианта основной системы является неустойчивым. В рассматриваемом интервале погрешности ε максимальные погрешности вычисления основных неизвестных достигают, соответственно, значений 129%, 75%, 57%.

При расчете неразрезной балки с использованием второго варианта основной системы (рис.2б) введем новые неизвестные величины, связанные с основными неизвестными канонических уравнений метода сил (1) следующими соотношениями

$$x_1 = \frac{X_1}{ql}, \;\; x_2 = \frac{X_2}{ql}, \;\; x_3 = \frac{X_3}{ql},$$

которые являются безразмерными опорными реакциями на второй, третьей и четвертой опорах неразрезной балки. С их учетом уравнения (2) принимают вид

$$\begin{aligned}
&0.75(1+\varepsilon)x_1 + 0.917(1-\varepsilon)x_2 + 0.583(1-\varepsilon)x_3 = 2.375(1+\varepsilon)\\
&0.917(1-\varepsilon)x_1 + 1.333(1+\varepsilon)x_2 + 0.917(1+\varepsilon)x_3 = 3.333(1-\varepsilon)\\
&0.583(1-\varepsilon)x_1 + 0.917(1+\varepsilon)x_2 + 1.667(1-\varepsilon)x_3 = 2.375(1-\varepsilon)
\end{aligned} \qquad (4)$$

При нулевой погрешности корни (4) принимают следующие значения

$$x_1 = 1.1429, \;\; x_2 = 0.9286, \;\; x_3 = 1.1429$$

Зависимость корней (4) от погрешности ε в интервале её изменения от 0 до 5% приведена на графиках (рисунок 4)

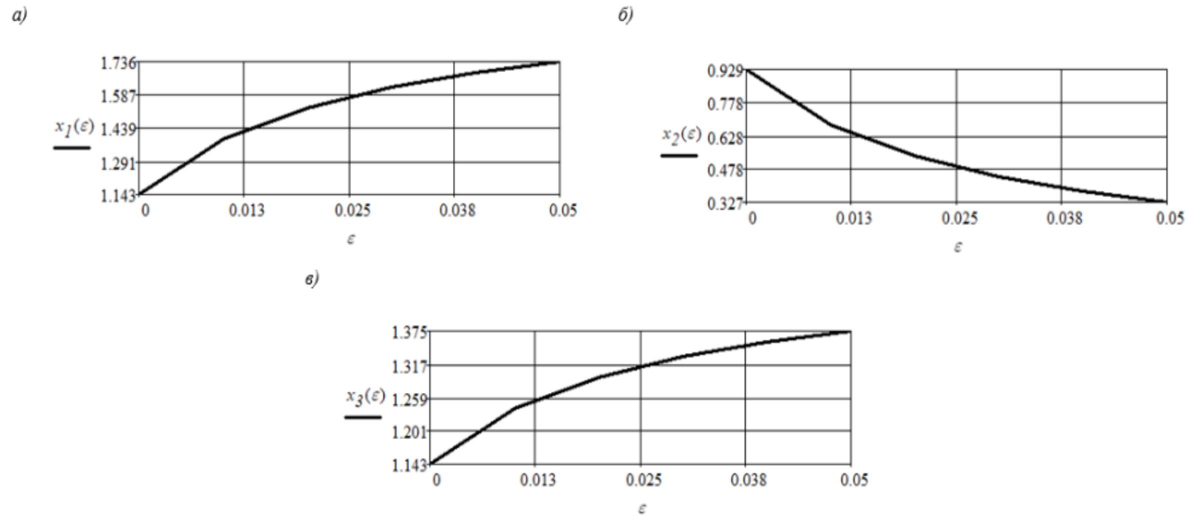

Рисунок 4. – Зависимость основных неизвестных от погрешности *ε* при расчете неразрезной балки МС с использованием второго варианта ОС

Из приведенных графиков следует, что решение канонических уравнений (1) при расчете неразрезной балки методом сил с использованием второго варианта основной системы является неустойчивым. В рассматриваемом интервале погрешности ε максимальные погрешности вычисления основных неизвестных достигают, соответственно, значений 52%, 65%, 20%.

При расчете неразрезной балки с использованием третьего варианта основной системы (рис.2в) введем новые неизвестные величины, связанные с основными неизвестными канонических уравнений метода сил (1) следующими соотношениями

$$x_1 = \frac{X_1}{ql^2}, \quad x_2 = \frac{X_2}{ql^2}, \quad x_3 = \frac{X_3}{ql^2}$$

которые являются безразмерными изгибающими моментами, возникающими, соответственно, на промежуточных опорных сечениях неразрезной балки. С их учетом уравнения (2) принимают вид

$$\begin{aligned} &0.667(1+\varepsilon)x_1 + 0.167(1-\varepsilon)x_2 = -0.083(1+\varepsilon) \\ &0.167(1-\varepsilon)x_1 + 0.667(1+\varepsilon)x_2 + 0.167(1-\varepsilon)x_3 = -0.083(1-\varepsilon) \\ &0.167(1+\varepsilon)x_2 + 0.667(1-\varepsilon)x_3 = -0.083(1-\varepsilon) \end{aligned} \quad (5)$$

При нулевой погрешности корни (5) принимают следующие значения

$$x_1 = -0.1071, \quad x_2 = -0.0714, \quad x_3 = -0.1071$$

Зависимость корней (5) от погрешности ε в интервале её изменения от 0 до 5% приведена на графиках (рисунок 5).

Из приведенных графиков следует, что решение канонических уравнений (1) при расчете неразрезной балки методом сил с использованием третьего варианта основной системы является неустойчивым. Хотя в рассматриваемом интервале погрешности ε максимальные погрешности вычисления первого и третьего основных неизвестных достигают значения 3%, но максимальная погрешность второго основного неизвестного составляет 11%.

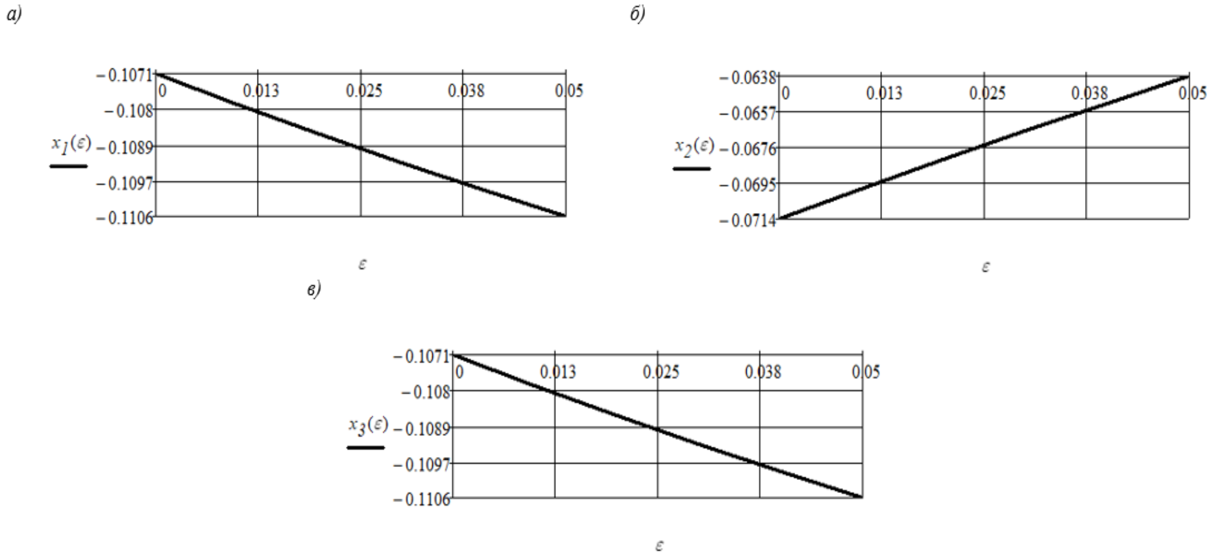

Рисунок 5. – Зависимость основных неизвестных от погрешности *ε* при расчете неразрезной балки МС с использованием третьего варианта ОС

Заключение. Таким образом, все базовые варианты основной системы метода сил, которые могут быть использованы при расчете рассмотренной балки не позволяют получить устойчивое решение канонических уравнений (1). Следовательно, расчетные параметры НДС рассмотренной балки могут оказаться недостоверными. Наименее чувствительным вариантом основной системы метода сил к погрешностям коэффициентов и свободных членов является третий вариант.

ЛИТЕРАТУРА

1. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. М.: Наука, 1966. - 664 с.
2. Петров Ю.П. Как получать надежные решения систем уравнений. СПб: БХВ-Петербург, 2012. – 176 с.