

УДК 624.072

ПРИМЕНЕНИЕ ФУНКЦИИ ГРИНА К РАСЧЕТУ МНОГОПРОЛЕТНЫХ ШАРНИРНЫХ БАЛОК

Н.С. ЧЕКУНОВ, Н.В. ЧЕКУНОВА

(Представлено: канд. техн. наук, доц. Л.С. Турищев)

Рассматривается расчет многопролетной шарнирной балки методом замены связей. В качестве заменяющей конструкции используется консольная балка. Для определения коэффициентов и свободных членов разрешающих уравнений применяется функция Грина изгибающих моментов консольной балки. Получены формулы для определения внутренних усилий многопролетной шарнирной балки с использованием соответствующих функций Грина консольной балки.

Многопролетные шарнирные балки (МШБ) широко применяются в качестве несущих конструкций в строительных сооружениях различного назначения. Наиболее распространенные расчетные схемы таких балок имеют вид (рисунок 1)

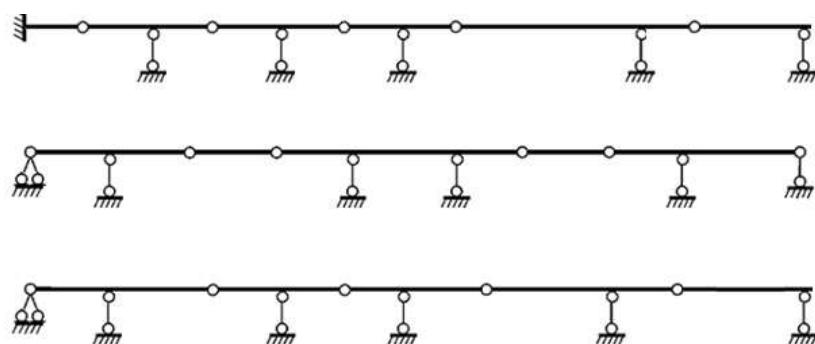


Рисунок 1. – Расчетные схемы МШБ

Расчет МШБ, которые являются статически определимыми составными конструкциями, как правило, принято производить методом, основанным на использовании монтажной (этажной) схемы [1]. Такой метод позволяет заменить расчет составной балки расчетом её отдельных элементов как однопролетных балок на действие собственной нагрузки, с учетом влияния нагрузки опирающихся на них элементов.

Так как МШБ относятся к классу составных статически определимых конструкций, то их расчет можно производить методом замены связей [2]. Этот метод основан на переходе от расчета заданной составной статически определимой конструкции к расчету заменяющей эквивалентной простой статически определимой конструкции. Заменяющая конструкция получается удалением некоторого числа связей в одних частях и введением их в других частях конструкции так, чтобы получилась простая статически определимая конструкция.

Эквивалентность заменяющей конструкции достигается следующим образом. Во-первых, в качестве дополнительных внешних воздействий к ней прикладываются неизвестные реакции удаленных связей заданной конструкции. Во-вторых, вводятся условия обращения в нуль реакций во введенных связях заменяющей конструкции.

Рассмотрим применение метода замены связей к расчету МШБ с первой расчетной схемой (см. рисунок 1).

Заданная конструкция характеризуется следующими параметрами:

- число пролетов n ;
- номер произвольного пролета $k = 1 \dots n$;
- общая длина балки L ;

– длина произвольного пролета $l_k = \alpha_k L \left(\sum_k \alpha_k = 1 \right)$;

– положение шарнира в произвольном пролете $\beta_k l_k \quad (0 \leq \beta_k \leq 1)$.

К конструкции приложена произвольная нагрузка, которая обозначена на расчетной схеме символически и может включать в себя сосредоточенные силы, распределенные силы и внешние моменты.

Заменяющая конструкция представляет собой консольную балку, полученную из заданной МШБ удалением шарнирно подвижных опор и заменой шарнирных соединений её частей жестким соединением (рисунок 2).

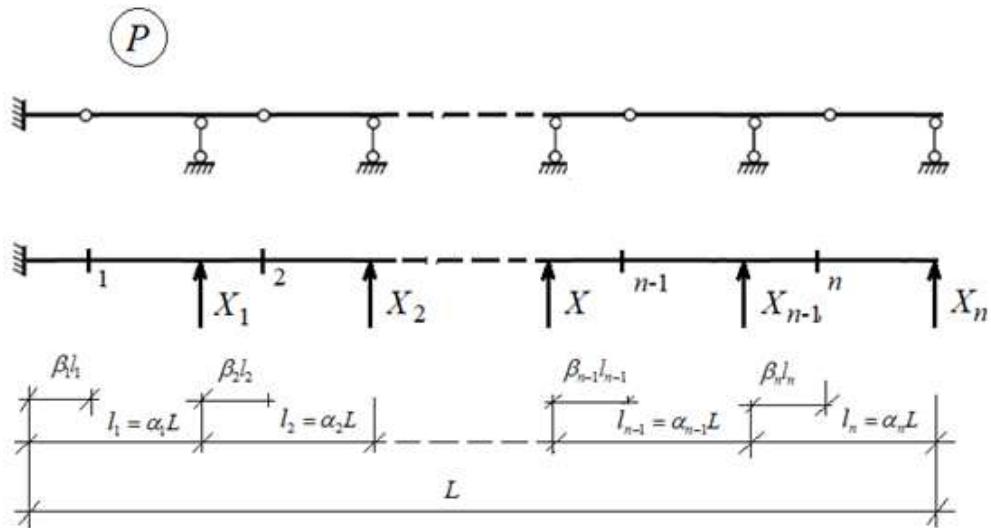


Рисунок 2. – Заданная МШБ и её заменяющая конструкция

Для достижения эквивалентности двух конструкций удаленные шарнирные опоры заменяются неизвестными опорными реакциями, а в сечениях, заменяющих шарнирные соединения, вводятся условия обращения в ноль возникающих там изгибающих моментов от действия неизвестных опорных реакций МШБ и заданной нагрузки

$$M_1(X_1, \dots, X_n, P) = 0$$

.....

$$M_n(X_1, \dots, X_n, P) = 0$$

Тогда система разрешающих уравнений, согласно принципу суперпозиции, примет вид

$$r_{11}X_1 + r_{12}X_2 + \dots + r_{1n-1}X_{n-1} + r_{1n}X_n + R_1P = 0$$

$$r_{22}X_2 + \dots + r_{2n-1}X_{n-1} + r_{2n}X_n + R_2P = 0$$

.....

$$r_{n-1n-1}X_{n-1} + r_{n-1n}X_n + R_{n-1}P = 0$$

$$r_{nn}X_n + R_nP = 0$$

Для определения коэффициенты разрешающих уравнений применим функции Грина изгибающих моментов консольной балки [3]

$$r_{ij} = \frac{-G_M(x_i, z_j)}{0} \quad \begin{cases} x_i \geq z_j \\ x_i < z_j \end{cases}$$

Для вычисления свободных членов разрешающих уравнений применим формулу вычисления изгибающих моментов консольной балки, приведенной в работе [3], для заданной схемы нагружения МШБ

$$R_{iP} = \sum_k G_M(a_k, z_i)P_k + \sum_k q_k \int_{a_k}^{b_k} G_M(a_k, z_i)dx + \sum_k G'_M(a_k, z_i)M_k$$

где $z_i = \sum_{m=1}^i l_m - \beta_i l_i$ ($i = 1, \dots, n$) – координата сечения i -го шарнира рассчитываемой балки.

Так как полученная система разрешающих уравнений представляет собой СЛАУ с верхней треугольной матрицей коэффициентов, то для её решения применимы следующие формулы

$$X_n = -\frac{R_{nP}}{r_{nn}}$$

$$X_{n-1} = -\frac{r_{n-1n}X_n + R_{n-1P}}{r_{n-1n-1}}$$

.....

$$X_2 = -\frac{\sum_{j=3}^n r_{2j}X_j + R_{2P}}{r_{22}}$$

$$X_1 = -\frac{\sum_{j=2}^n r_{1j}X_j + R_{1P}}{r_{11}}$$

Тогда внутренние усилия МШБ определяются по формулам:

– изгибающие моменты $M = \sum_i m_i X_i + M_P$ где $m_i = G_M(c_i, z)$ $c_i = \sum_i l_i$

$$M_P = \sum_k G_M(a_k, z) P_k + \sum_k q_k \int_{a_k}^{b_k} G_M(x, z) dx + \sum_k G'_M(a_k, z) M_k$$

– поперечные силы $Q = \sum_i q_i X_i + Q_P$ где $q_i = G_Q(c_i, z)$ $c_i = \sum_i l_i$

$$Q_P = \sum_k G_Q(a_k, z) P_k + \sum_k q_k \int_{a_k}^{b_k} G_Q(x, z) dx$$

Таким образом, задачу определения внутренних усилий в многопролетных шарнирных балках при действии произвольной нагрузки с помощью составления и решения уравнений равновесия можно заменить на вычисление внутренних усилий с помощью конечных формул, основанных на использовании функций Грина соответствующих внутренних усилий консольной балки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дарков А.В., Шапошников Н.Н. Строительная механика: учебник / А.В. Дарков, Н.Н. Шапошников. – СПб.: Изд. «Лань», 2010. – 656 с.
2. Турищев Л.С. Строительная механика: УМК / Л.С. Турищев. – Новополоцк: ПГУ, 2008. – 223 с.
3. Чекунов Н.С., Чекунова Н.В. К вопросу о применении функции Грина к расчету однопролетных статически определимых балок. – Статья в настоящем сборнике трудов