УДК 517.983

$\mathfrak{L}_{\nu,2}$-ТЕОРИЯ ОДНОГО ОДНОМЕРНОГО ОБОБЩЕННОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ С G-ФУНКЦИЕЙ МЕЙЕРА В ЯДРЕ

Е.Н. АРХИПОВЕЦ
(Представлено: канд. физ.-мат. наук, доц. О.В. СКОРОМНИК)

Рассматривается одно обобщенное одномерное интегральное преобразование $\mathrm{G}^1_{\eta,\gamma;\delta} f$, содержащее в ядре G-функцию Мейера в весовом пространстве $\mathfrak{L}_{\nu,2}$ $(\nu \in R)$ измеримых по Лебегу функций f на положительной полуоси.

Показывается, что преобразование $\mathrm{G}^1_{\eta,\gamma;\delta} f$ является модификацией преобразования $\mathrm{G}^1_{\eta,\gamma} f$, функциональные свойства которого уже изучены в пространстве $\mathfrak{L}_{\nu,2}$. На основании этого даются условия ограниченности оператора преобразования $\mathrm{G}^1_{\eta,\gamma;\delta} f$ из одних пространств $\mathfrak{L}_{\nu,2}$ в другие, доказывается аналог формулы интегрирования по частям, выводятся две другие различные формы его представления, дается описание образа изучаемого оператора преобразования, а также устанавливаются формулы его обращения.

1. Введение. Рассмотрим интегральное преобразование первого рода, содержащее G-функцию Мейера в ядре:

$$\left(\mathrm{G}^1_{\eta,\gamma;\delta} f\right)(x) = x^{\eta}\int_0^x G^{m,n}_{p,q}\left[\frac{x^{\delta}}{t^{\delta}}\middle|\begin{matrix}(a_i)_{1,p}\\(b_j)_{1,q}\end{matrix}\right] t^{\gamma} f(t)\frac{dt}{t} \quad (x>0). \tag{1.1}$$

G-функцией Мейера порядка (m,n,p,q), где $0 \le m \le q, 0 \le n \le p$ называется функция, определяемая интегралом Меллина – Барнса [1, §1.3; 2]:

$$G^{m,n}_{p,q}\left[z\middle|\begin{matrix}(a_p)\\(b_q)\end{matrix}\right] = G^{m,n}_{p,q}\left[z\middle|\begin{matrix}a_1,\ldots,a_p\\b_1,\ldots,b_q\end{matrix}\right] = \frac{1}{2\pi i}\int_L \frac{\prod\limits_{j=1}^{m}\Gamma(b_j+s)\prod\limits_{i=1}^{n}\Gamma(1-a_i-s)}{\prod\limits_{i=n+1}^{p}\Gamma(a_i+s)\prod\limits_{j=m+1}^{q}\Gamma(1-b_j-s)} z^{-s}ds, \tag{1.2}$$

где L – специально выбранный бесконечный контур, оставляющий полюса $s=-b_j-k,\ j=1,2,\ldots,m,$ $k=0,1,2,\ldots,$ слева, а полюса $s=1-a_j+k,\ j=1,2,\ldots,n,\ k=0,1,2,\ldots,$ - справа.

В работе преобразование (1.1) изучается в весовом пространстве $\mathfrak{L}_{\nu,2}$ измеримых по Лебегу, вообще говоря, комплекснозначных функций f на $R_+=(0,\infty)$, для которых $\|f\|_{\nu,r}<\infty$, где

$$\|f\|_{\nu,2} = \left(\int_0^{\infty}\left|t^{\nu} f(t)\right|^2\frac{dt}{t}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (\nu \in R). \tag{1.3}$$

В работе показывается, что преобразование $\mathrm{G}^1_{\eta,\gamma;\delta} f$ является модификацией преобразования $\mathrm{G}^1_{\eta,\gamma} f$, функциональные свойства которого уже изучены в пространстве $\mathfrak{L}_{\nu,2}$. На основании этого даются условия ограниченности оператора преобразования $\mathrm{G}^1_{\eta,\gamma;\delta} f$ из одних пространств $\mathfrak{L}_{\nu,2}$ в другие, доказывается аналог формулы интегрирования по частям, выводятся две другие различные формы его представления, дается описание образа изучаемого оператора преобразования, а также устанавливаются формулы его обращения.

2. Предварительные сведения. Множество ограниченных линейных операторов, действующих из банахова пространства Λ в банахово пространство Ω, обозначим через $[\Lambda,\Omega]$.

Пусть $\mathfrak{L}_{\nu,r}$ – пространство измеримых по Лебегу функций f на $R_+=(0,\infty)$, для которых $\|f\|_{\nu,r}<\infty$, где

$$\|f\|_{\nu,r} = \left(\int_0^{\infty}\left|t^{\nu} f(t)\right|^r\frac{dt}{t}\right)^{\frac{1}{r}} \quad (1 \le r < \infty, \nu \in R), \quad \|f\|_{\nu,\infty} = \operatorname*{ess\,sup}_{t>0}\left[t^{\nu}\left|f(x)\right|\right] \quad (r=\infty). \tag{2.1}$$

Для функции $f \in \mathfrak{L}_{\nu,r}\ (1 \le r \le 2)$ преобразование Меллина $\mathfrak{M}f$ определяется равенством [2–4]:

$$(\mathfrak{M}f)(s) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(e^{\tau})e^{s\tau}d\tau \quad (s = \nu + it;\ \nu, t \in \mathbb{R}). \tag{2.2}$$

Если $f \in \mathfrak{L}_{\nu,r} \bigcap \mathfrak{L}_{\nu,1}$, $\operatorname{Re}(s) = \nu$, то (2.2) совпадает с обычным преобразованием Меллина:

$$(\mathfrak{M}f)(s) = f^{*}(s) = \int\limits_{0}^{+\infty} f(t)t^{s-1}dt\ . \tag{2.3}$$

G-преобразованием называют интегральное преобразование [2]:

$$\left(Gf\right)(x) = \int\limits_{0}^{\infty} G_{p,q}^{m,n}\left[xt\left|\begin{matrix}(a_i)_{1,p}\\(b_j)_{1,q}\end{matrix}\right.\right] f(t)dt, \tag{2.4}$$

содержащее G-функцию Мейера (1.2) в ядре.

Преобразование Меллина от G-функции Мейера (1.2) для достаточно хороших функций f дается формулой [2]:

$$\left(\mathfrak{M}Gf\right)(s) = \mathcal{G}_{p,q}^{m,n}\left[\begin{matrix}(a_i)_{1,p}\\(b_j)_{1,q}\end{matrix}\left|\, s\right.\right](\mathfrak{M}f)(1-s), \tag{2.5}$$

где

$$\mathcal{G}_{p,q}^{m,n}\left[\begin{matrix}(a_i)_{1,p}\\(b_j)_{1,q}\end{matrix}\left|\, s\right.\right] = \mathcal{G}_{p,q}^{m,n}\left[\begin{matrix}(a)_{p}\\(b)_{q}\end{matrix}\left|\, s\right.\right] = \mathcal{G}_{p,q}^{m,n}\left[\begin{matrix}a_1,\dots,a_p\\b_1,\dots,b_q\end{matrix}\left|\, s\right.\right] = \frac{\prod\limits_{j=1}^{m}\Gamma(b_j+s)\prod\limits_{i=1}^{n}\Gamma(1-a_i-s)}{\prod\limits_{i=n+1}^{p}\Gamma(a_i+s)\prod\limits_{j=m+1}^{q}\Gamma(1-b_j-s)}. \tag{2.6}$$

Нам потребуется модифицированное G-преобразование вида [2, (6.2.4)]

$$\left(\mathrm{G}_{\eta,\gamma}^{1}\, f\right)(x) = x^{\eta}\int\limits_{0}^{x} G_{p,q}^{m,n}\left[\frac{x}{t}\left|\begin{matrix}(a_i)_{1,p}\\(b_j)_{1,q}\end{matrix}\right.\right] t^{\gamma} f(t)\frac{dt}{t} \quad (x > 0) \tag{2.7}$$

с G-функцией (1.2) $G_{p,q}^{m,n}\left[z\right]$ в ядре.

Формула преобразования Меллина от $\mathrm{G}_{\eta,\gamma}^{1}$ - преобразования (2.7) имеет вид [2, (6.2.14)]

$$(\mathfrak{M}\ G_{\sigma,\kappa}^{1}\ f)(s) = \mathcal{G}_{p,q}^{m,n}\left[\begin{matrix}(a_i)_{1,p}\\(b_j)_{1,q}\end{matrix}\left|\, s+\sigma\right.\right](\mathfrak{M}f)(s+\sigma+\kappa), \tag{2.8}$$

где $\mathcal{G}_{p,q}^{m,n}(s)$ определяется формулой (2.6).

Нам потребуются дробные интегралы типа Эрдейи – Кобера $\mathrm{I}_{0+;\sigma,\eta}^{\alpha}$ и $\mathrm{I}_{-;\sigma,\eta}^{\alpha}$, определяемые при $x \in R_{+}$ следующими формулами [1, § 18.1]:

$$\left(\mathrm{I}_{0+;\sigma,\eta}^{\alpha} f\right)(x) = \frac{\sigma x^{-\sigma(\alpha+\eta)}}{\Gamma(\alpha)}\int\limits_{0}^{x}\left(x^{\sigma}-t^{\sigma}\right)^{\alpha-1} t^{\sigma\eta+\sigma-1}f(t)dt, \tag{2.9}$$

$$\left(\mathrm{I}_{-;\sigma,\eta}^{\alpha} f\right)(x) = \frac{\sigma x^{\sigma\eta}}{\Gamma(\alpha)}\int\limits_{0}^{x}\left(t^{\sigma}-x^{\sigma}\right)^{\alpha-1} t^{\sigma(1-\alpha-\eta)-1}f(t)dt, \tag{2.10}$$

где $\operatorname{Re}(\alpha) > 0; \sigma > 0, \eta \in C$.

Для формулировки утверждений, представляющих $\mathfrak{L}_{\nu,2}$ -теорию и формулы обращения модифицированного G-преобразования (1.1) нам понадобятся следующие постоянные, определяемые через параметры G-функции (1.2) [2, (6.1.5) - (6.1.11)]:

$$\alpha = \begin{cases} -\min\limits_{1\le j\le m}[\mathrm{Re}(b_j)], & m>0, \\ -\infty, & m=0, \end{cases} \qquad \beta = \begin{cases} 1-\max\limits_{1\le i\le n}[\mathrm{Re}(a_i)], & n>0 \\ \infty, & n=0 \end{cases} \tag{2.11}$$

$$a^* = 2(m+n) - p - q \tag{2.12}$$

$$\Delta = q - p \tag{2.13}$$

$$\mu = \sum_{j=1}^{q} b_j - \sum_{i=1}^{p} a_i + \frac{p-q}{2}, \tag{2.14}$$

$$\alpha_0 = \begin{cases} \max\limits_{m+1\le j\le q}[\mathrm{Re}(b_j)],\ q>m; \\ -\infty,\ q=m; \end{cases} \tag{2.15}$$

$$\beta_0 = \begin{cases} \min\limits_{n+1\le i\le p}[\mathrm{Re}(a_i)]+1,\ p>n; \\ \infty, \quad p=n. \end{cases} \tag{2.16}$$

Назовем исключительным множеством $\mathcal{E}_{\mathcal{G}}$ для функции $\mathcal{G}(s)$, определенной в (2.6), множество вещественных чисел ν таких, что $\alpha < 1-\nu < \beta$ и $\mathcal{G}(s)$ имеет нули на прямой $\mathrm{Re}(s) = 1-\nu$.

Для функции f определим почти всюду в R_+ элементарные операторы M_ξ, N_a:

$$\left(M_\xi f\right)(x) = x^\xi f\left(x\right) \quad (\xi \in C), \quad \left(N_a f\right)(x) = f\left(x^a\right) \quad (a \in R,\ a \ne 0). \tag{2.17}$$

Нам понадобится следующие свойства операторов M_ξ, N_a [2 – 4].

Лемма 1. Для $\nu \in R$ и $1 \le r < \infty$ верны следующие утверждения:

(a) M_ξ является изометрическим изоморфизмом $\mathfrak{L}_{\nu,r}$ на $\mathfrak{L}_{\nu-\mathrm{Re}(\xi),r}$; *если* $f \in \mathfrak{L}_{\nu,r}$ $(1 \le r \le 2)$, *то* $(\mathfrak{M} M_\xi f)(s) = (\mathfrak{M} f)(s+\xi) \quad (\mathrm{Re}(s) = v - \mathrm{Re}(\xi))$ *;*

M_ξ^{-1} является изометрическим изоморфизмом $\mathfrak{L}_{\nu,r}$ на $\mathfrak{L}_{\nu+\mathrm{Re}(\xi),r}$, и $M_\xi^{-1} = M_{-\xi}$;

(b) N_a является ограниченным изоморфизмом $\mathfrak{L}_{\nu,r}$ на $\mathfrak{L}_{a\nu,r}$; *если* $f \in \mathfrak{L}_{\nu,r}$ $(1 \le r \le 2)$, *то* $(\mathfrak{M} N_a f)(s) = \dfrac{1}{|a|}(\mathfrak{M} f)\left(\dfrac{s}{a}\right) \quad (\mathrm{Re}(s) = av)$**;**

N_a^{-1} является ограниченным изоморфизмом $\mathfrak{L}_{\nu,r}$ на $\mathfrak{L}_{\nu/a,r}$, и $N_a^{-1} = N_{1/a}$.

3. $\mathfrak{L}_{\nu,2}$ -теория и формулы обращения многомерного $\mathrm{G}^1_{\eta,\gamma;\delta} f$ -преобразования (1.1)

$\mathrm{G}^1_{\eta,\gamma;\delta} f$ -преобразование (1.1) представим как композицию $\mathrm{G}^1_{\eta/\delta,\gamma/\delta}$-преобразования вида (2.7) и элементарных операторов N_a (2.17). Действительно, заменяя в (1.1) x^δ на $\mathrm{x}^{1/\delta}$ и совершая замену переменных $t^\delta = y$, имеем:

$$\begin{aligned} \left(\mathrm{G}^1_{\eta,\gamma;\delta} f\right)(x^{1/\delta}) &= x^{\eta/\delta} \int_0^x G_{p,q}^{m,n}\left[\frac{x}{t^\delta}\left|\begin{matrix}(a_i)_{1,p}\\(b_j)_{1,q}\end{matrix}\right.\right] t^\gamma f(t)\frac{dt}{t} = \\ &= \frac{1}{\delta} x^{\eta/\delta} \int_0^x G_{p,q}^{m,n}\left[\frac{x}{y}\left|\begin{matrix}(a_i)_{1,p}\\(b_j)_{1,q}\end{matrix}\right.\right] y^{\gamma/\delta} f(y^{1/\delta})\frac{dy}{y} = \frac{1}{\delta}\left(\mathrm{G}^1_{\eta,\gamma} N_{1/\delta} f\right)(x^{1/\delta}). \end{aligned} \tag{3.1}$$

Применяем к последнему равенству оператор N_δ, получаем следующее представление для преобразования $\mathrm{G}^1_{\eta,\gamma;\delta} f$ (1.1):

$$\left(\mathrm{G}^1_{\eta,\gamma;\delta} f\right)(x) = \frac{1}{\delta}\left(N_\delta \, \mathrm{G}^1_{\eta/\delta,\gamma/\delta} N_{1/\delta} f\right)(x). \tag{3.2}$$

Применим преобразование Меллина к (3.2), учитывая равенство (3.1), лемму (2.1), имеем:

$$(\mathfrak{M}\mathrm{G}^1_{\eta,\gamma;\delta} f)(s) = \left(\mathfrak{M}\left(\frac{1}{\delta} N_\delta \, \mathrm{G}^1_{\eta/\delta,\gamma/\delta} N_{1/\delta} f\right)\right)(s) = \frac{1}{\delta^2}\left(\mathfrak{M}\left(\mathrm{G}^1_{\eta/\delta,\gamma/\delta} N_{1/\delta} f\right)\right)\left(\frac{s}{\delta}\right) =$$

$$= \frac{1}{\delta^2}\left(\mathfrak{M}\left(\mathrm{G}^1_{\eta/\delta,\gamma/\delta} N_{1/\delta} f\right)\right)\left(\frac{s}{\delta}\right) = \frac{1}{\delta^2}\mathcal{G}^{m,n}_{p,q}\left[\begin{matrix}(a_i)_{1,p}\\(b_j)_{1,q}\end{matrix}\middle|\frac{s+\eta}{\delta}\right](\mathfrak{M}N_{1/\delta} f)\left(\frac{s+\eta+\gamma}{\delta}\right) =$$

$$= \frac{1}{\delta}\mathcal{G}^{m,n}_{p,q}\left[\begin{matrix}(a_i)_{1,p}\\(b_j)_{1,q}\end{matrix}\middle|\frac{s+\eta}{\delta}\right](\mathfrak{M}f)(s+\eta+\gamma).$$

Таким образом,

$$(\mathfrak{M}\mathrm{G}^1_{\eta,\gamma;\delta} f)(s) = \frac{1}{\delta}\mathcal{G}^{m,n}_{p,q}\left[\begin{matrix}(a_i)_{1,p}\\(b_j)_{1,q}\end{matrix}\middle|\frac{s+\eta}{\delta}\right](\mathfrak{M}f)(s+\eta+\gamma). \tag{3.3}$$

Следующая теорема дает $\mathfrak{L}_{\nu,2}$ - теорию преобразования (1.1), которая следует из соответствующих утверждений для преобразования $\mathrm{G}^1_{\eta,\gamma} f$ [2, теорема 6.50], леммы 1, представлений (3.1) – (3.2).

Теорема 3.1. *Пусть*

$$\alpha < \frac{\nu - \mathrm{Re}(\gamma)}{\delta} < \beta,\ a^* = 0;\ \Delta\left[\nu - \mathrm{Re}(\gamma)\right]/\delta + \mathrm{Re}(\mu) \le 0. \tag{3.4}$$

Тогда верны следующие утверждения:

a) Существует взаимно однозначное преобразование $\mathrm{G}^1_{\eta,\gamma;\delta} \in [\mathfrak{L}_{\nu,2}, \mathfrak{L}_{\nu-\mathrm{Re}(\gamma+\eta),2}]$ *такое, что равенство (3.3) выполняется для* $f \in \mathfrak{L}_{\nu,2}$ *и* $\mathrm{Re}(s) = \nu - \mathrm{Re}(\gamma+\eta)$.

Если $a^* = 0$, $\Delta\left[\nu - \mathrm{Re}(\gamma)\right]/\delta + \mathrm{Re}(\mu) = 0$ *и* $1 - \dfrac{\nu + \mathrm{Re}(\gamma)}{\delta} \notin \mathcal{E}_{\mathcal{G}}$, *то* $\mathrm{G}^1_{\eta,\gamma;\delta}$*-преобразование биективно отображает* $\mathfrak{L}_{\nu,2}$ *на* $\mathfrak{L}_{\nu-\mathrm{Re}(\gamma+\eta),2}$.

b) Преобразование $\mathrm{G}^1_{\eta,\gamma;\delta} f$ *не зависит от* ν *в том смысле что, если* ν *и* $\tilde{\nu}$ *удовлетворяют условиям (3.4) и если преобразования* $\mathrm{G}^1_{\eta,\gamma;\delta} f$ *и* $\tilde{\mathrm{G}}^1_{\eta,\gamma;\delta} f$ *определены в пространствах* $\mathfrak{L}_{\nu,2}$ *и* $\mathfrak{L}_{\tilde{\nu},2}$ *равенством (3.3)`, то* $\mathrm{G}^1_{\eta,\gamma;\delta} f = \tilde{\mathrm{G}}^1_{\eta,\gamma;\delta} f$ *для* $f \in \mathfrak{L}_{\tilde{\nu},2} \cap \mathfrak{L}_{\nu,2}$.

c) Если $a^* = 0$, $\Delta\left[\nu - \mathrm{Re}(\gamma)\right]/\delta + \mathrm{Re}(\mu) < 0$, *то для* $f \in \mathfrak{L}_{\nu,2}$ $\mathrm{G}^1_{\eta,\gamma;\delta} f$ *дается формулой (1.1).*

d) Пусть $\lambda \in C$ *и* $f \in \mathfrak{L}_{\nu,2}$. *Если* $\mathrm{Re}(\lambda) > (\nu - \mathrm{Re}(\gamma))/\delta - 1$, *то преобразование* $\mathrm{G}^1_{\eta,\gamma;\delta} f$ *представимо в виде*

$$(\mathrm{G}^1_{\eta,\gamma;\delta} f)(x) = \frac{1}{\delta} x^{\eta+1-\delta(\lambda+1)} \frac{d}{dx} x^{\delta(\lambda+1)} \int_0^x G^{m,n+1}_{p+1,q+1}\left[\frac{x^\delta}{t^\delta}\middle|\begin{matrix}-\lambda, a_1,\ldots,a_p\\ b_1,\ldots b_q,-\lambda-1\end{matrix}\right] t^{\gamma-1} f(t)\,dt, \tag{3.5}$$

а при $\mathrm{Re}(\lambda) < (\nu - \mathrm{Re}(\gamma))/\delta - 1$ *дается формулой*

$$(\mathrm{G}^1_{\eta,\gamma;\delta} f)(x) = -\frac{1}{\delta} x^{\eta+1-\delta(\lambda+1)} \frac{d}{dx} x^{\delta(\lambda+1)} \int_0^x G^{m+1,n}_{p+1,q+1}\left[\frac{x^\delta}{t^\delta}\middle|\begin{matrix}a_1,\ldots,a_p,-\lambda\\ -\lambda-1, b_1,\ldots,b_q\end{matrix}\right] t^{\gamma-1} f(t)\,dt. \tag{3.6}$$

e) Если $f \in \mathfrak{L}_{\nu,2}$ *и* $g \in \mathfrak{L}_{1-\nu+\mathrm{Re}(\gamma+\eta),2}$, *то имеет место формула:*

$$\int_0^x f(x)\left(\mathrm{G}^1_{\eta,\gamma;\delta}\, g\right)(x)dx = \int_0^x \left(\mathrm{G}^2_{\gamma,\eta;\delta}\, f\right)(x)g(x)dx\,, \tag{3.7}$$

где

$$\left(\mathrm{G}^2_{\gamma,\eta;\delta}\right)(x) = x^{\gamma}\int_0^x G^{m,n}_{p,q}\left[\frac{t^\delta}{x^\delta}\middle|\begin{matrix}(a_i)_{1,p}\\(b_j)_{1,q}\end{matrix}\right] t^{\eta} f(t)\frac{dt}{x}\,. \tag{3.8}$$

Получены формулы обращения для преобразования $\mathrm{G}^1_{\eta,\gamma;\delta}\, f$:

$$f(x) = \delta x^{\delta-(\gamma-1)-\delta(\lambda+1)}\frac{d}{dx}x^{-\delta(\lambda+1)}\times$$

$$\times\int_0^\infty G^{q-m,p-n+1}_{p+1,q+1}\left[\frac{t^\delta}{x^\delta}\middle|\begin{matrix}-\lambda,-a_{n+1},\ldots,-a_p,-a_1,\ldots,-a_n\\-b_{m+1},\ldots,-b_q,-b_1,\ldots,-b_m,-\lambda-1\end{matrix}\right]t^{\delta-\eta-1}(\mathrm{G}^1_{\eta,\gamma;\delta}\, f)(t)dt \tag{3.9}$$

или

$$f(x) = -\delta x^{\delta-(\gamma-1)-\delta(\lambda+1)}\frac{d}{dx}x^{-\delta(\lambda+1)}\times$$

$$\times\int_0^\infty G^{q-m+1,p-n}_{p+1,q+1}\left[\frac{t^\delta}{x^\delta}\middle|\begin{matrix}-a_{n+1},\ldots,-a_p,-a_1,\ldots,-a_n,-\lambda\\-\lambda-1,-b_{m+1},\ldots,-b_q,-b_1,\ldots,-b_m\end{matrix}\right]t^{\delta-\eta-1}(\mathrm{G}^1_{\eta,\gamma;\delta}\, f)(t)dt\,. \tag{3.10}$$

Условия справедливости этих формул дает следующее утверждение, которое следует из утверждения в [2, теорема 6.60].

Теорема 4.2 *Пусть*

$$a^* = 0\,,\ \alpha < (\nu\ \ -\mathrm{Re}(\gamma))/\delta < \beta\,,\ \alpha_0 < 1-(\nu-\mathrm{Re}(\gamma))/\delta < \beta_0\,, \text{ и пусть } \lambda \in C\,.$$

Если $\Delta\left[\nu-\mathrm{Re}(\gamma)\right]/\delta+\mathrm{Re}(\mu)=0$ *и* $f \in \mathfrak{L}_{\nu,2}$, *то формулы обращения* (3.9) и (3.10) *справедливы соответственно при* $\mathrm{Re}(\lambda) > (-\nu+\mathrm{Re}(\gamma))/\delta$ *и* $\mathrm{Re}(\lambda) < (-\nu+\mathrm{Re}(\gamma))/\delta$.

Благодарности. Работа выполнена в рамках ГПНИ «Конвергенция – 2025», подпрограмма «Математические модели и методы», задание 1.2.01.

ЛИТЕРАТУРА

1. Самко С. Г., Килбас А. А., Маричев О. И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Мн.: Наука и техника. – 1987.
2. Kilbas A. A., Saigo M. H – Transforms. Theory and Applications. - Chapman and Hall. – Boca Raton – London – New York – Washington: CRC Press. - 2004.
3. Rooney P. G.// Canad. J. Math. 1973. Vol. 25. P. 1090 – 1102.
4. Килбас А.А, Щетникович Е.К. Обобщенное Н – преобразование в весовых пространствах суммируемых функций // Весці НАН Беларусі, Серыя фіз.-мат. навук. - 2004. – № 2. – С.14–20.